Filtragem MAP 2-D de Imagens CT Ruidosas

Rafael José Geraldo Departamento de Computação Universidade Federal de São Carlos São Carlos, Brasil Email: rafael geraldo@dc.ufscar.br

Resumo—A tomografia computadorizada vem sendo amplamente utilizada para o diagnóstico médico, por permitir a visualização de regiões internas de um corpo sem a sobreposição de estruturas. Porém, estudos recentes apontam um certo risco de câncer ao paciente que passa por esse tipo de exame, devido à dose de radiação à qual o mesmo é exposto.

A proposta desse trabalho é o desenvolvimento de novas técnicas de filtragem para o domínio 2D das imagens de tomografia computadorizada, com o objetivo de proporcionar boa qualidade às imagens adquiridas com baixa exposição de radiação ao paciente.

Para a redução do ruído, é desenvolvida uma nova técnica baseada no critério Maximum a Posteriori (MAP). O ruído é considerado gaussiano com média nula e a variância é estimada considerando dois casos: ruído dependente e ruído independente do sinal. Para a densidade a priori do sinal, são utilizadas diferentes densidades de probabilidade definidas na semi-reta não negativa.

Em outra abordagem, o histograma das imagens foi segmentado em partes unimodais e cada segmento foi filtrado utilizando o filtro baseado no critério MAP com a densidade a priori que melhor se ajusta ao mesmo.

Após a filtragem, a avaliação do método é realizada através dos seguintes critérios: Improvement in Signal to Noise Ratio, Universal Image Quality Index e Structural Similarity Index.

Resumo—Computed tomography has been widely used for medical diagnosis, since it allows viewing of internal parts of a body without overlapping structures. However, recent studies indicate a certain risk of cancer to the patients who undergo this type of examination due the radiation dose to which they are exposed.

The purpose of this work is to develop new filtering techniques in the CT image space, in order to provide a better quality to the images acquired with low radiation exposure to the patient.

For noise reduction, a new denoising technique is developed based on a pointwise Maximum a Posteriori (MAP). The noise is considered Gaussian with zero mean and the variance is estimated considering two cases: signal-dependent noise and signal-independent noise. For the a priori density of the signal, we used different non-negative probability densities.

In another approach, the histogram of the images were segmented into unimodal parts and each segment was filtered using the filter based on the MAP criterion with the a priori density that best fits it.

After filtering, the evaluation of the method is performed using the following criteria: Improvement in Signal to Noise Ratio, Universal Image Quality Index and Structural Similarity Index.

Keywords-Tomografia Computadorizada; Filtragem de Ruído; Estidamadores MAP; Nelson D. A. Mascarenhas Departamento de Computação Universidade Federal de São Carlos São Carlos, Brasil Email: nelson@dc.ufscar.br

I. INTRODUÇÃO

A tomografia computadorizada (CT), que permite gerar imagens transversais de regiões internas de um corpo, tem se tornado mais popular nos últimos anos. O número de exames de CT realizados nos Estados Unidos subiu de 3 milhões em 1980 para 70 milhões em 2007 [1]. Isso ocorre devido à capacidade em gerar imagens com uma maior resolução e sem sobrepor tecidos, o que pode melhorar os diagnósticos médicos.

Porém, existe uma crescente preocupação de médicos e pesquisadores no uso excessivo desse tipo de exame [2]. Essa preocupação decorre da possibilidade do aumento do desenvolvimento de câncer devido à radiação. Estima-se que os 70 milhões de exames realizados nos EUA em 2007 podem ter gerado 29000 novos casos de câncer e, a cada ano, os exames de CT podem resultar em cerca de 14500 mortes [1].

Isso ocorre pois a dose de radiação é relativamente elevada em tomografia computadorizada. A dosagem utilizada para gerar uma imagem em um exame de CT é muito maior do que para gerar uma imagem em um exame de radiografia. Por exemplo, a dose de radiação utilizada para um exame de CT do abdômen é cerca de 400 vezes a dose de um exame de radiografia do tórax [3]. Além disso, sabe-se que a tomografia computadorizada é responsável por 47% de toda radiação médica geral, apesar de representar apenas 7% dos exames radiológicos [4].

O possível dano ao paciente é alto demais para ser desprezado. Sendo assim, a dose de radiação à qual o paciente é exposto deve ser mantida tão baixa quanto possível. Para isso, tanto os fabricantes de tomógrafos quanto pesquisadores vêm desenvolvendo novos métodos para reduzir a dosagem de radiação utilizada na tomografia computadorizada, ao mesmo tempo em que mantêm uma boa qualidade da imagem [2].

O objetivo desse trabalho é o desenvolvimento de uma nova técnica: a filtragem 2-D por Maximum a Posteriori (MAP) pontual. Trata-se de uma abordagem bayesiana, em que a densidade de probabilidade condicional das observações ruidosas, dado o sinal original, é descrita por uma densidade gaussiana. A média do ruído gaussiano será considerada nula (fato já observado experimentalmente) e a variância será estimada considerando dois casos: ruído dependente e ruído independente do sinal. Já para a densidade a priori do sinal, são utilizadas diferentes densidades de probabilidade definidas na semi-reta não negativa (refletindo o fato de os pixels de uma imagem serem não-negativos).

A. Trabalhos Relacionados

Existem diversas estratégias que podem ser adotadas para se obter uma menor dose em CT. Entretanto, a filtragem para redução de ruído é uma das formas mais simples para atingir esse objetivo. Basicamente, esses métodos podem ser caracterizados por realizar a filtragem no domínio das projeções e do sinograma ou no domínio da imagem.

No domínio das projeções e do sinograma, diversas propostas têm sido apresentadas, como o uso do método iterativo de mínimos quadrados ponderados penalizado [5], filtragem adaptativa multi-dimensional [6], filtragem com ruído variante no espaço com base na filtragem de Kalman [7] e filtragem bilateral [8]. Ainda no domínio das projeções, são propostos métodos baseados no critério MAP para a filtragem das imagens de CT. Em [9] foi efetuada a filtragem por filtros MAP (com densidades a priori Gaussiana, Chi-Quadrado, e Gama) diretamente no domínio Poisson, a filtragem pontual de Wiener no domínio da Transformada de Anscombe (que transforma o ruido Poisson em ruído gaussiano, aditivo, independente do sinal e com média zero e variância unitária), bem como a filtragem no domínio Wavelet, após a aplicação da Transformada de Anscombe, usando o Limiar Universal. Em [10], é dada continuidade ao trabalho realizado em [9], através da filtragem MAP 1-D com outras densidades, como a Beta, Exponencial, Rayleigh, Log-Normal e Weibull com ou sem janelamento adaptativo, filtragem de Wiener não pontual no domínio de Anscombe [11] ou de Fisz [12], que fornece resultados similares ao de Anscombe, uso de outros limiares na Filtragem por Wavelets no domínio de Anscombe ou de Fisz ou diretamente no domínio de Poisson.

O problema de filtragem de ruído na imagem tem sido abordado de diversas maneiras. No domínio 2D da imagem o ruído é caracterizado como gaussiano, aditivo e independente de sinal. Tal fato é justificado pelo teorema central do limite, dado que o processo de reconstrução realiza uma combinação linear de um grande número de variáveis aleatórias das projeções da imagem tomográfica. As filtragens no domínio do espaço podem variar de uma simples média local [13], que usualmente reduz bem o ruído, mas borra demasiadamente as bordas e detalhes da imagem ao uso de máscaras convolucionais próximas à média local [14]. No domínio de Fourier, destacase o uso da filtragem de Wiener [15], que também pode ser implementada no domínio do espaço. Devem ser mencionadas também as wavelets, que, em geral, através de limiarizações, tendem a eliminar o ruído e preservar o sinal. Nos últimos anos técnicas baseadas em equações diferenciais a derivadas parciais, como difusão anisotrópica [16] e total variation [17] têm tido considerável sucesso.

B. Organização do Trabalho

O trabalho está organizado da seguinte forma: a seção II explica a teoria do filtro MAP pontual; a seção III descreve o experimento realizado e inclui detalhes das imagens utilizadas. A seção IV apresenta os resultados e uma comparação entre os métodos propostos e o filtro de Wiener pontual e, finalmente, uma discussão geral é apresentada na seção V.

II. FILTROS BASEADOS NO ESTIMADOR MAP

Na estatística bayesiana o critério MAP (*Maximum a Posteriori*) pode ser usado para encontrar estimativas pontuais de variáveis aleatórias não observáveis, baseadas em observações efetuadas. A técnica MAP, caracterizada por utilizar a informação dos dados com um conhecimento *a priori*, é um estimador da moda da distribuição *a posteriori*.

A distribuição *a posteriori* é definida, através da regra de Bayes, pela equação (1)

$$f(\mu|x) = \frac{f(x|\mu)g(\mu)}{\int\limits_{\Theta} f(x|\mu)g(\mu)d\mu}$$
(1)

em que $f(x|\mu)$ é função densidade condicional de x dado μ , $g(\mu)$ é função densidade *a priori* de $\mu \in \Theta$ é o domínio da função $g(\cdot)$. O denominador da distribuição *a posteriori* (equação (1)) não depende de μ , portanto não desempenha nenhum papel na maximação, podendo ser ignorado. Com isso, o estimador MAP de μ pode ser definido pela equação (2).

$$\widehat{\mu}_{MAP}(x) = \arg\max_{\mu} f(x|\mu)g(\mu) \tag{2}$$

Como discutido anteriormente, o ruído no domínio 2D da imagem de tomografia computadorizada tende a ser descrito por uma densidade Normal com média zero e variância conhecida, como mostra a equação (3)

$$f(x|\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$
(3)

onde $x \in \Re$, $\mu \in \Re$ e $\sigma > 0$.

Derivaram-se filtros MAP Pontuais para as densidades a priori Gama, Exponencial e Qui-quadrado (casos particulares da Gama), Rayleigh, Nakagami, Gaussiana-Inversa, Beta, Log-Normal e Weibull. Além dessas densidades, também foi utilizada a densidade Normal, visto que é uma densidade amplamente utilizada pela literatura de processamento digital de imagens, e representa a densidade conjugada à densidade gaussiana com variância conhecida [18], que é adotada nesse trabalho como a densidade do ruído.

Para se obter as estimativas MAP foram utilizadas duas maneiras distintas: a forma analítica e a forma por meio de otimização. A otimização é utilizada quando o estimador não possui solução analítica ou quando a mesma não garante a não negatividade da estimativa.

Com o objetivo de garantir a não negatividade das estimativas obtidas, foi utilizado um método de otimização com restrição. Para isso, foi utilizado o método *Interior Point* [19].

III. METODOLOGIA DOS EXPERIMENTOS

Para avaliar o desempenho dos métodos de filtragem desenvolvidos nesse trabalho, foram utilizadas imagens de CT obtidas com um baixo tempo de exposição (3 segundos) à radiação emitida por um mini-tomógrafo de transmissão do CNPDIA-EMBRAPA [20] e reconstruídas através do algoritmo POCS paralelo [21]. As imagens consideradas ideais e utilizadas para avaliar o resultado da filtragem são aquelas obtidas com um alto tempo de exposição à radiação(20 segundos). Os pixels em todas as imagens estão no intervalo [0,1]. Para filtrar essas imagens, foi utilizada uma variância do ruído igual a 0,003. Esse valor foi obtido experimentalmente, baseado em um valor médio das variâncias amostrais em regiões homogêneas das imagens com baixa exposição.

Para todas as imagens, foi realizado um preprocessamento de suavização por média com uma janela 3x3, para se ter uma estimativa preliminar da imagem original e para utilizar na estimação dos parâmetros das densidades *a priori* pelo método dos momentos, utilizando janelas de dimensão 3x3 e 5x5.

Todos os procedimentos de filtragem descritos até o momento utilizam ruído independente do sinal. Porém existem trabalhos que consideram o ruído das imagens de CT dependente do sinal [22]. Sendo assim, esses procedimentos são repetidos considerando-se agora o ruído dependente do do sinal. Para isso, um método para mapear a variância de imagens mamográficas [23] foi adaptado para mapear a variância das imagens de CT. Em vez de definir uma variância para cada ponto da imagem, esse método basicamente define uma variância para determinados tons de cinza.

Em uma abordagem diferente, o histograma de todas as imagens foi segmentado em partes unimodais e cada segmento foi deslocado para um ponto próximo a zero (visto que a maior parte das densidades começam próximas a zero). Feito isso, cada segmento foi filtrado utilizando o filtro com a densidade *a priori* que melhor se ajusta ao segmento. Após a filtragem, o segmento é deslocado de volta ao seu intervalo original. O método utilizado para segmentar a imagem [24] consiste basicamente em considerar a curva do histograma como uma curva poligonal e o *Discrete Curve Evolution* [25] é utilizado para identificar os mínimos e máximos locais para determinar a segmentação.

A avaliação da filtragem foi feita utilizando não apenas as medidas tradicionais como o *Improvement in Signal to Noise Ratio* (ISNR), mas também aquelas mais modernas que envolvem fidelidade visual, como *Universal Image Quality Index* (UIQI) e *Structural SIMilarity* (SSIM).

Os resultados da filtragem baseada no estimador MAP foram comparados com os resultados do filtro de Wiener pontual [26] definido por

$$\widehat{\mu} = \frac{\sigma_{\mu}^2}{\sigma_{\mu}^2 + \sigma_n^2} [x - m_x] + m_{\mu} \tag{4}$$

em que σ_{μ}^2 é a variância da imagem livre de ruído, σ_n^2 é a variância do ruído, m_{μ} e m_x são respectivamente a média da

imagem livre de ruído e da imagem ruídosa e x é o pixel com ruído.

IV. RESULTADOS

Nessa seção são apresentadas as imagens utilizadas para avaliar o desempenho dos filtros desenvolvidos nesse trabalho. Para isso, um resumo obtido com os melhores resultados avaliados através das técnicas ISNR, UIQI e SSIM é apresentado.

A. Imagem Simétrica

A imagem Simétrica é composta por uma estrutura cilíndrica de plexiglass que possui quatro furos dispostos de forma simétrica. Dois furos paralelos foram preenchidos com alumínio (Al) e os outros dois furos não foram preenchidos. A principal característica dessa imagem é a grande variação de atenuação linear.

A Tabela I apresenta os dois melhores resultados obtidos de cada combinação de técnicas de filtragem para a imagem Simétrica. A Figura 1 apresenta uma comparação das imagens consideradas ideal e ruidosa com as imagens obtidas pelos filtros MAP Beta e MAP com segmentação, ambos com ruído dependente do sinal e janela 3x3.

Tabela I Melhores resultados das filtragens na imagem Simétrica.

Filtro	Ruído	Janela	ISNR	UIQI	SSIM
MAP Gama	Indep.	3x3	1,7921	0,8467	0,7823
MAP Gauss. Inversa	Indep.	3x3	1,9219	0,8338	0,7759
MAP Beta	Dep	3x3	2,0324	0,8778	0,8266
MAP Beta	Dep.	5x5	2,0887	0,8800	0,8264
MAP c/ Segmentação	Indep.	3x3	1,7374	0,8588	0,7988
MAP c/ Segmentação	Indep.	5x5	1,5639	0,8592	0,7989
MAP c/ Segmentação	Dep.	3x3	2,0990	0,8744	0,8169
MAP c/ Segmentação	Dep.	5x5	1,2693	0,8689	0,8086
Wiener Pontual	Indep.	3x3	1,2853	0,8243	0,7669
Wiener Pontual	Indep.	5x5	0,9560	0,8092	0,7596
Wiener Pontual	Dep.	3x3	1,3817	0,8727	0,8225
Wiener Pontual	Dep.	5x5	0,7553	0,8678	0,8172

B. Imagem Assimétrica

A imagem Assimétrica foi obtida a partir de uma estrutura cilíndrica de plexiglass com dez furos de diâmetros diferentes. Essa imagem possui dimensão de 100x100 pixels e uma grande variação na resolução espacial.

A Tabela II apresenta os dois melhores resultados obtidos de cada combinação de técnicas de filtragem para a imagem Assimétrica. A Figura 2 apresenta uma comparação das imagens consideradas ideal e ruidosa com as imagens obtidas pelos filtros MAP Beta com janela 5x5 e MAP Weibull com janela 3x3, ambos com ruído dependente do sinal.

C. Imagem Homogênea

Essa imagem foi obtida a partir de uma estrutura cilíndriva de plexiglass com água (H_2O) em seu interior. A principal característica dessa imagem está em sua homogeneidade.

A Tabela III apresenta os dois melhores resultados obtidos de cada combinação de técnicas de filtragem para a imagem Homogênea. A Figura 3 apresenta uma comparação das imagens consideradas ideal e ruidosa com as imagens obtidas



(a) Ruidosa





(d) Segmentação c/ ruído depen-(c) MAP Beta c/ ruído dependente (3x3) dente (3x3)

Figura 1. Comparação do resultado da filtragem na imagem Simétrica

Tabela II MELHORES RESULTADOS DAS FILTRAGENS NA IMAGEM ASSIMÉTRICA.

Filtro	Ruído	Janela	ISNR	UIQI	SSIM
MAP Gama	Indep.	3x3	0,3902	0,7408	0,6281
MAP Normal	Indep.	3x3	1,0614	0,7279	0,6216
MAP Beta	Indep.	5x5	0,9929	0,7750	0,6862
MAP Weibull	Dep.	3x3	1,7068	0,7693	0,6794
MAP c/ Segmentação	Indep.	3x3	0,1618	0,7184	0,6003
MAP c/ Segmentação	Indep.	5x5	0,9285	0,7427	0,6430
MAP c/ Segmentação	Dep.	3x3	1,0009	0,7512	0,6578
MAP c/ Segmentação	Dep.	5x5	0,9335	0,7490	0,6555
Wiener Pontual	Indep.	3x3	0,7974	0,7267	0,6141
Wiener Pontual	Indep.	5x5	0,7101	0,7083	0,5953
Wiener Pontual	Dep.	3x3	0,8524	0,7701	0,6809
Wiener Pontual	Dep.	5x5	0,5937	0,7714	0,6835

pelos filtros MAP Log-Normal e MAP Weibull, ambos com ruído dependente do sinal e janela 5x5.

Tabela III MELHORES RESULTADOS DAS FILTRAGENS NA IMAGEM HOMOGÊNEA.

Filtro	Ruído	Janela	ISNR	UIQI	SSIM
MAP Gama	Indep.	3x3	0,7804	0,2533	0,1533
MAP Gama	Indep.	3x3	0,7672	0,2553	0,1548
MAP Log-Normal	Dep.	5x5	1,0599	0,3051	0,2090
MAP Weibull	Dep.	5x5	1,1949	0,2879	0,1912
MAP c/ Segmentação	Indep.	3x3	0,6417	0,2657	0,1668
MAP c/ Segmentação	Indep.	5x5	0,6893	0,2678	0,1709
MAP c/ Segmentação	Dep.	3x3	0,8125	0,2731	0,1761
MAP c/ Segmentação	Dep.	5x5	0,7661	0,2690	0,1692
Wiener Pontual	Indep.	3x3	0,7704	0,2460	0,1545
Wiener Pontual	Indep.	5x5	0,5726	0,2276	0,1429
Wiener Pontual	Dep.	3x3	0,9060	0,2853	0,1908
Wiener Pontual	Dep.	5x5	0,8965	0,2909	0,1940



(a) Ruidosa



(b) Ideal



(c) MAP Beta c/ ruído dependente (5x5)



(d) MAP Weibull c/ ruído dependente (3x3)







(a) Ruidosa







(c) MAP Log-Normal c/ ruído dependente (5x5)

Figura 3. Comparação do resultado da filtragem na imagem Homogênea

dente (5x5)

D. Eucalyptus saligna

Essa imagem possui dimensão de 76x76 pixels e apresenta o resultado da tomografia computadorizada de uma amostra cilíndrica de madeira Eucalyptus saligna.

A Tabela IV apresenta os dois melhores resultados obtidos de cada combinação de técnicas de filtragem para a imagem *Eucalyptus saligna*. A Figura 4 apresenta uma comparação das imagens consideradas ideal e ruidosa com as imagens obtidas pelos filtros MAP com segmentação e ruído independente e MAP Gama com ruído dependente, ambos com janela 3x3.

Tabela IV MELHORES RESULTADOS DAS FILTRAGENS NA IMAGEM Eucalyptus saligna.

Filtro	Ruído	Janela	ISNR	UIQI	SSIM
MAP Gama	Indep.	3x3	-4,4858	0,8459	0,7578
MAP Normal	Indep.	3x3	1,8361	0,8371	0,7534
MAP Exponencial	Indep.	3x3	-3,8195	0,8167	0,7724
MAP Gama	Dep.	3x3	1,3650	0,8692	0,7898
MAP Rayleigh	Dep.	5x5	-0,6161	0,8614	0,7960
MAP c/ Segmentação	Indep.	3x3	2,2518	0,8743	0,7972
MAP c/ Segmentação	Indep.	5x5	1,9579	0,8622	0,7810
MAP c/ Segmentação	Dep.	3x3	0,7631	0,8666	0,7849
MAP c/ Segmentação	Dep.	5x5	-1,4674	0,8392	0,7417
Wiener Pontual	Indep.	3x3	-0,4019	0,8313	0,7442
Wiener Pontual	Indep.	5x5	0,7680	0,8064	0,7207
Wiener Pontual	Dep.	3x3	0,4517	0,8665	0,7878
Wiener Pontual	Dep.	5x5	0,5963	0,8439	0,7564

Elliottii. A Figura 5 apresenta uma comparação das imagens consideradas ideal e ruidosa com as imagens obtidas pelos filtros MAP Rayleigh e MAP Exponencial, ambos com ruído dependente e janela 3x3.

Tabela V MELHORES RESULTADOS DAS FILTRAGENS NA IMAGEM Pinus Elliottii.

Filtro	Ruído	Janela	ISNR	UIQI	SSIM
MAP Gama	Indep.	3x3	1,4182	0,6934	0,6573
MAP Exponencial	Indep.	5x5	1,2886	0,6759	0,6586
MAP Rayleigh	Dep.	5x5	1,9581	0,7724	0,6951
MAP Exponencial	Dep.	5x5	2,0237	0,7515	0,7006
MAP c/ Segmentação	Indep.	3x3	0,6028	0,6897	0,6472
MAP c/ Segmentação	Indep.	5x5	0,2546	0,6807	0,6366
MAP c/ Segmentação	Dep.	3x3	0,2315	0,6760	0,6220
MAP c/ Segmentação	Dep.	5x5	-0,4561	0,6515	0,5910
Wiener Pontual	Indep.	3x3	1,059	0,6744	0,6441
Wiener Pontual	Indep.	5x5	0,7529	0,6633	0,6345
Wiener Pontual	Dep.	3x3	1,2806	0,7077	0,6615
Wiener Pontual	Dep.	5x5	1,0361	0,6929	0,6370



(a) Ruidosa



(b) Ideal



(c) Segmentação c/ ruído independente (3x3)

(d) MAP Gama c/ ruído dependente (3x3)

Figura 4. Comparação do resultado da filtragem na imagem Eucalyptus saligna

E. Pinus Elliottii

A segunda amostra de madeira é do tipo *Pinus Elliottii* e possui um formato retangular. Essa amostra possui diferentes níveis de atenuação e dimensão de 61x61 pixels.

A Tabela V apresenta os dois melhores resultados obtidos de cada combinação de técnicas de filtragem para a imagem *Pinus*





(a) Ruidosa





(c) MAP Exponencial c/ ruído dependente (5x5)

(d) MAP Rayleigh c/ ruído dependente (5x5)

Figura 5. Comparação do resultado da filtragem na imagem Pinus Elliottii

V. CONCLUSÕES

O objetivo desse trabalho é proporcionar boa qualidade às imagens adquiridas com baixa exposição de radiação. Os resultados mostraram que os estimadores MAP 2D desenvolvidos nesse trabalho apresentam um bom desempenho, sendo que os melhores resultados são um pouco superiores aos obtidos pelo filtro de Wiener Pontual. Sendo assim, pode-se concluir que esses filtros auxiliam a diminuir a dose de radiação à qual o paciente é exposto durante um exame de tomografia computadorizada. Na imagem com grande variação dos coeficientes de atenuação linear, o filtro MAP com segmentação do histograma apresentou o melhor desempenho. Para a imagem com grande variação na resolução espacial, o melhor resultado foi obtido com os filtros MAP 2D com as densidades Beta e Weibull. Por fim, na imagem homogênea, os filtros MAP 2D com densidades Log-Normal e Weibull apresentaram os melhores resultados.

Na grande maioria dos resultados, o filtro MAP com densidades *a priori* Exponencial, Qui-Quadrado e Rayleigh apresentaram resultados inferiories aos filtros MAP com as outras densidades *a priori*. Esse fato é, provavelmente, devido à essas densidades não utilizarem a variância amostral da imagem *a priori* em seu estimador.

Analisando a dimensão da janela utilizada para estimar os parâmetros das densidades *a priori* do filtro MAP 2D, pode-se notar que foram obtidos diversos casos de melhores resultados de filtragem utilizando tanto janelas 3x3 quanto janelas 5x5. Isso indica que o uso de janelas de tamanho adaptativo pode obter resultados um pouco superiores aos utilizados nesse trabalho.

Considerando o ruído dependente de sinal, a variância foi estimada para intervalos de tons de cinza (definidos pelo número de bins do método). Em cada imagem, foram considerados poucos bins, sendo que em geral, definiram-se cerca de 3 a 5 intervalos. Foram utilizados poucos bins pois o método para estimar a variância dependente do sinal utiliza regiões homogênas de uma imagem pré-suavizada para estimar os valores dessa variância, e as imagens utilizadas nesse trabalho possuem pequena dimensão e poucos tons de cinza bem definidos. Sendo assim, em cada imagem foi estimada uma variância do ruído para cada bin e a filtragem foi realizada com base nesses valores. Mesmo definindo pouco intervalos para cada imagem, os resultados obtidos considerando o ruído dependente de sinal foram consideravelmente superiores aos resultados da filtragem com ruído independente do sinal, o que fortalece o conceito do ruído ser dependente de sinal.

A segmentação apresentou bons resultados em alguns casos. Pode-se considerar, por exemplo, as imagens Simétrica e de *Eucalyptus saligna*, em que a segmentação mostrou resultados superiores aos filtros MAP 2D.

O modelo de ruído gaussiano, apesar de justificado pelo teorema central do limite, é um pouco simplificado. Porém, deve ser observado que o mesmo foi validado pelos resultados experimentais obtidos, além de fornecer um modelo matematicamente tratável.

AGRADECIMENTOS

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq pelo auxílio financeiro e ao Dr. Paulo Estevão Cruvinel por ceder as projeções tomográficas capturadas no CNPDIA-EMBRAPA.

REFERÊNCIAS

 B. Gonzalez *et al.*, "Projected cancer risks from computed tomographic scans performed in the United States in 2007," *Archives of internal medicine*, vol. 169, no. 22, p. 2071, 2009.

- [2] N. Savage, "Medical imagers lower the dose," *IEEE Spectrum*, vol. 47, no. 3, pp. 14–16, 2010.
- [3] P. Yap, G. Wu, and D. Shen, "Dsps see gains in their impact on new medical imaging designs [special reports]," *Signal Processing Magazine*, *IEEE*, vol. 27, no. 4, pp. 6–134, 2010.
- [4] J. Wessling, R. Esseling, R. Raupach, S. Fockenberg, N. Osada, J. Ger
 ß, W. Heindel, and R. Fischbach, "The effect of dose reduction and feasibility of edge-preserving noise reduction on the detection of liver lesions using MSCT," *European Radiology*, vol. 17, no. 7, pp. 1885– 1891, 2007.
- [5] J. Wang, T. Li, H. Lu, and Z. Liang, "Penalized weighted least-squares approach to sinogram noise reduction and image reconstruction for low-dose X-ray computed tomography," *IEEE Transactions on Medical Imaging*, vol. 25, no. 10, pp. 1272–1283, 2006.
- [6] M. Kachelrieß, O. Watzke, and W. Kalender, "Generalized multidimensional adaptive filtering for conventional and spiral single-slice, multi-slice, and cone-beam CT," *Medical Physics*, vol. 28, p. 475, 2001.
- [7] M. A. de Matos Laia, "Filtragem de projeções tomográficas da ciência do solo utilizando kalman e redes neurais," Master's thesis, Departamento de Computação - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007.
- [8] L. Yu, A. Manduca, J. Trzasko, N. Khaylova, J. Kofler, C. McCollough, and J. Fletcher, "Sinogram smoothing with bilateral filtering for lowdose ct," in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, vol. 6913, 2008, p. 76.
- [9] F. V. Salina, "Métodos híbridos para reconstrução tomográfica de imagens usando pocs e teoria de estimação," Ph.D. dissertation, Instituto de Física de São Carlos (USP), 2007.
- [10] E. S. Ribeiro, "Novas propostas em filtragem de projeções tomográficas sob ruído poisson," Master's thesis, Departamento de Computação da UFSCar, 2010.
- [11] F. Anscombe, "The transformation of Poisson, binomial and negativebinomial data," *Biometrika*, vol. 35, no. 3-4, p. 246, 1948.
- [12] M. Fisz, "The limiting distribution of a function of two independent random variables and its statistical application," in *Colloquium Mathematicum*, vol. 3, no. 138, 1955, p. 46.
- [13] R. Gonzalez and R. Woods, *Digital Image Processing*, Third ed. Prentice Hall, 2007.
- [14] W. Pratt, Digital Image Processing: PIKS Scientific Inside (Hardcover), Fourth ed., 2007.
- [15] J. Lim, "Two-dimensional signal and image processing," Englewood Cliffs, New Jersey, EUA: Prentice-Hall, 1990.
- [16] J. Weickert, Anisotropic diffusion in image processing. Teubner, 1998.
- [17] G. Aubert and P. Kornprobst, Mathematical problems in image processing: partial differential equations and the calculus of variations, Second ed. Springer-Verlag New York Inc, 2006.
- [18] A. Gelman, Bayesian data analysis. CRC press, 2004.
- [19] M. H. Wright, "The interior-point revolution in optimization: history, recent developments, and lasting consequences," *Bull. Amer. Math. Soc.* (*N.S*, vol. 42, pp. 39–56, 2005.
- [20] P. E. Cruvinel, "Minitomógrafo de raios x e raios γ computadorizado para aplicações multidisciplinares," Ph.D. dissertation, UNICAMP, 1987.
- [21] F. V. Salina, "Métodos híbridos para a reconstrução tomográfica de imagens utilizando pocs e teoria da estimação," Ph.D. dissertation, Instituto de Física de São Carlos - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.
- [22] P. Gravel, G. Beaudoin, and J. De Guise, "A method for modeling noise in medical images," *IEEE Transactions on medical imaging*, vol. 23, no. 10, pp. 1221–1232, 2004.
- [23] M. Salmeri, A. Mencattini, G. Rabottino, and R. Lojacono, "Signaldependent noise characterization for mammographic images denoising," in *IMEKO TC4 Symposium (IMEKOTC4)*, 2008.
- [24] L. Latecki, M. Sobel, R. Venugopal, and S. Horvath, "Tree-structured partitioning based on splitting histograms of distances," in *Data Mining*, 2003. ICDM 2003. Third IEEE International Conference on. IEEE, 2003, pp. 577–580.
- [25] L. Latecki and R. Lakamper, "Shape similarity measure based on correspondence of visual parts," *Pattern Analysis and Machine Intelligence*, *IEEE Transactions on*, vol. 22, no. 10, pp. 1185–1190, 2000.
- [26] D. Kuan, A. Sawchuk, T. Strand, and P. Chavel, "Adaptive noise smoothing filter for images with signal-dependent noise," *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, no. 2, pp. 165–177, 1985.