

Filtragem de Projeções Tomográficas Utilizando Estimadores MAP

Eduardo da Silva Ribeiro

Departamento de Computação
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Belo Horizonte, Brasil
eduardoribeiro@decom.cefetmg.br

Nelson Delfino D'Ávila Mascarenhas

Departamento de Computação
Universidade Federal de São Carlos
São Carlos, Brasil
nelson@dc.ufscar.com

Resumo — A redução da dosagem de raios-X em exames clínicos está sendo muito discutida atualmente. Sabe-se que expor pacientes a raios-X pode causar câncer nos mesmos. Técnicas de filtragem estão sendo utilizadas no processo da Tomografia Computadorizada para realizar a redução da dosagem de raios-X sem comprometer a qualidade da imagem. Neste artigo abordamos o trabalho em andamento que trata a filtragem de projeções tomográficas utilizando estimadores MAP. Foram obtidos resultados bastantes promissores com o uso de um estimador MAP que utiliza a densidade Weibull como informação a priori. Na sequência dos trabalhos pretendemos analisar melhor os resultados utilizando uma simulação de Monte Carlo.

Palavras Chaves — Filtragem de ruído; Projeções Tomográficas; Estimadores MAP; Ruído Poisson.

I. INTRODUÇÃO

A tomografia computadorizada é uma técnica usada para obter uma imagem do interior de um corpo de uma forma não-invasiva e não-destrutiva. Desde a sua descoberta, esta técnica tem sido amplamente aplicada ao diagnóstico clínico e investigação médica. A aquisição dos dados tomográficos é realizada pela exposição do corpo aos raios do tomógrafo. As projeções são obtidas em diferentes ângulos ao redor do corpo. A imagem bidimensional é reconstruída a partir deste conjunto de projeções unidimensionais [1][2].

A imagem obtida após a reconstrução é degradada por diversas fontes de ruído. O ruído quântico é o que mais degrada a imagem. Este ocorre pela baixa taxa de contagem de fótons e segue a distribuição de Poisson. Existe ainda o ruído eletrônico e o ruído inserido no processo de reconstrução da imagem.

Pode-se diminuir o efeito do ruído quântico aumentando a dosagem de raios-X no processo de aquisição dos dados. Porém, altas doses podem trazer complicações quando utilizado em pacientes. Estudos apontam risco de câncer em pacientes que se submetem a exames tomográficos [3]. Por esse motivo é altamente desejável reduzir a dosagem de raios-X no processo de aquisição dos dados tomográficos. Para melhorar a qualidade da imagem pode-se filtrar as projeções tomográficas ou a própria imagem. Assim, tem-se

um compromisso entre a limitação do processo de aquisição e da qualidade de imagem tomográfica.

Uma imagem com baixa qualidade visual pode comprometer o diagnóstico médico. Uma boa técnica de filtragem deve reduzir o ruído e ao mesmo tempo preservar detalhes importantes na imagem.

Para a filtragem das projeções tomográficas propomos um novo estimador MAP que utiliza a densidade Weibull como informação a priori. Outras densidades de probabilidade já foram utilizadas como informação a priori para compor estimadores MAP para a filtragem de ruído Poisson, veja os trabalhos de [5] e [6]. Estes utilizaram as densidades: Gaussiana, Gama, Log-Normal e Beta. Propomos realizar a comparação do novo estimador MAP desenvolvido com a densidade Weibull com os que utilizam outras densidades.

II. ESTIMADORES MAP

O estimador *Maximum a Posteriori* (MAP) é baseado em um critério Bayesiano que combina informação amostral com informação a priori. A eq. (1) representa a fórmula de Bayes, onde y representa uma projeção tomográfica corrompida por ruído Poisson e g uma projeção livre de ruído. $f(g)$ representa a informação a priori que pode ser descrita por uma densidade de probabilidade. $P(y/g)$ na eq. (2) representa a informação amostral dada pela distribuição de Poisson.

$$f(g | y) = \frac{P(y | g)f(g)}{P(y)} \quad (1)$$

$$f(g | y) = \frac{e^{-g} g^y}{y!} f(g) / P(y) \quad (2)$$

Desde que $P(y)$ não depende de g , este termo pode ser ignorado na equação. O estimador MAP é obtido pela seguinte equação:

$$\frac{\partial}{\partial g} \ln[f(g | y)] = 0 \quad (3)$$

Os parâmetros para as densidades de probabilidade foram calculados pelo Método dos Momentos. Para cada ponto da

projeção a média amostral e variância amostral foram calculadas utilizando uma janela móvel. Para se obter uma estimativa inicial das taxas de contagem livres de ruído foi aplicado um filtro de média nas projeções ruidosas.

A. Estimador MAP com a densidade Weibull com informação a priori

A densidade de probabilidade Weibull é definida pela equação (4) [7][8].

$$f(g) = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{g}{\eta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{g}{\eta}\right)^\beta\right] \quad (4)$$

Não é possível obter uma fórmula fechada para computar o estimador MAP com a densidade Weibull como informação a priori. Substituindo a equação (4) na equação (3) chega-se a equação (5).

$$-\beta g^\beta + \eta^\beta (-g + y + \beta - 1) = 0 \quad (5)$$

Dado que não foi possível isolar g na eq. (5) um método numérico foi utilizado para resolver a equação. Utilizamos o método de Newton-Raphson.

B. Estimação dos parâmetros para a densidade Weibull

Para calcular o valor dos parâmetros utilizou-se o Método dos Momentos. O primeiro e o segundo momento da densidade Weibull (média e variância) são dados pelas eqs. (6) e (7).

$$\mu = \eta \Gamma\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \eta^2 \left[\Gamma\left(\frac{2}{\beta} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) \right] \quad (7)$$

Não existe uma fórmula fechada para calcular os parâmetros desta densidade pelo método dos Momentos. Não é possível isolar o parâmetro β no sistemas de equações porque este está dentro da função Gamma Γ . Nós adotamos uma aproximação utilizando o coeficiente variacional, conforme descrito em [8].

III. EXPERIMENTOS

Para os experimentos utilizamos o Phantom de Shepp e Logan. As projeções tomográficas são geradas após a aplicação da Transformada de Radon[4].

A avaliação dos métodos de filtragem é feita na imagem após a reconstrução. O algoritmo mais utilizado para a reconstrução tomográfica é o algoritmo de retroprojeção filtrada. O método realiza a reconstrução no domínio de frequência. Utilizamos este algoritmo para realizar a reconstrução da imagem.

Existem diversos critérios para avaliar a qualidade da filtragem. Utilizamos critérios clássicos baseados no MSE (Mean Square Error) e critérios mais elaborados como o SSIM que considera, entre outros aspectos, a semelhança entre as estruturas das imagens comparadas.

Em algumas situação em experimentos já realizados não obtivemos resultados conclusivos. A utilização de somente uma imagem simulada não se mostrou adequada por causa da flutuação do ruído. Propomos utilizar uma simulação de Monte Carlo, onde será avaliado o desempenho dos métodos de filtragem em diversar imagens reconstruídas por projeções ruidosas. Espera-se obter com esta simulação resultados estatisticamente satisfatórios.

REFERENCIAS

- [1] J. Kaipio, E. Somersalo, "Statistical and Computational Inverse Problems". New York: Springer, 2005.
- [2] W. R. Hendee, "The physical principles of computed tomography". Boston: Little Brown and Company, 1983.
- [3] A. B Gonzalez, M. Mahesh, K. P. Kim, M. Bhargavan, R. Lewis, F. Mettler, V. Land, "Projected Cancer Risks from Computed Tomographic Scans Performed in the United States in 2007", Archives of Internal Medicine, v. 169, n. 22, p. 2071-2077, 2009.
- [4] A. C. Kak, M. Slaney, "Principles of Computerized Tomographic Imaging", IEEE Press, 1988.
- [5] M. Rabbani, "Bayesian Filtering of Poisson Noise Using Local Statistics", IEEE Transactions on Acoustics, Speech Signal Processing, v. 36, n.6, p. 933-937, 1988.
- [6] F. V. Salina, N. D. A. Mascarenhas. A Hybrid Estimation Theoretic-POCS Method For Tomographic Image Reconstruction. XVIII Brazilian Symposium On Computer Graphics And Image Processing, Natal. p. 220-224, 2005.
- [7] I. N. Gibrá, "Probability and Statistical Inference for Scientists and Engineers", New Jersey: Prentice-Hall, 1973.
- [8] F. Guerin, B. Dumon, R. Hambli, "Determining the Shape Parameter of a Weibull Distribution from Mechanical Damage Models", Annual Reliability and Maintainability Symposium, p. 156-160, 2001.