

Matrícula:

Nome:

1 Instruções

- Não se esqueça de preencher o nome e o número de matrícula na folha de respostas.
- A avaliação é individual.
- É permitida a consulta ao material das aulas.
- A interpretação das questões faz parte da avaliação.
- Faça as observações que achar necessárias por escrito.
- Os computadores do laboratório podem ser usados para resolver as questões de programação. Porém o **cabo de rede deve estar desconectado** após a autenticação do usuário.
- **Não é permitido o uso de notebook** ou outro dispositivo com acesso à rede sem fio.
- Caso tenha alguma dúvida sobre o tipo de funções e variáveis da biblioteca de Haskell, use o comando `:type` do ghci para consultá-lo. O comando `:browse` pode ser usado para listar os nomes definidos em um módulo. O comando `:info` pode ser usado para exibir informações mais completas sobre um nome.
- Ao final da prova o aplicador copiará os arquivos contendo suas respostas para um dispositivo de armazenamento externo. **Organize os seus arquivos em um diretório com o seu nome.**
- **Não use espaços e nem caracteres especiais ou com acento nos nomes do diretório e dos arquivos**
- Use um arquivo para cada questão da prova.
- Qualquer tentativa de cola será devidamente punida.

Todas as definições solicitadas devem ser acompanhadas de uma assinatura de tipo.

2 Questões

Questão 1. [2,5 PONTOS]

Defina uma função para calcular o salário líquido a receber por um funcionário de uma empresa. A função deve receber como argumentos o valor do salário mínimo, o número de horas trabalhadas, o número de dependentes do funcionário, e a quantidade de horas extras trabalhadas. O resultado da função deve ser o salário líquido a receber pelo funcionário de acordo com as seguintes regras:

- O valor da hora trabalhada é igual a um quinto do salário mínimo.
- O salário do mês é igual ao número de horas trabalhadas multiplicado pelo valor da hora trabalhada.
- Para cada dependente, acrescentar R\$32,00 de auxílio.
- Para cada hora extra trabalhada, calcular o valor da hora trabalhada acrescida de 50%.
- O salário bruto é igual ao salário do mês mais o valor do auxílio dos dependentes, mais o valor das horas extras.

- O salário líquido é igual ao salário bruto menos o imposto de renda retido na fonte (IRRF). O IRRF é calculado de acordo com a tabela seguinte:

IRRF	salário bruto
isento	inferior a R\$200,00
10%	de R\$200,00 até R\$500,00
20%	superior a R\$500,00

- O funcionário tem direito a uma gratificação de acordo com a tabela a seguir:

salário líquido	gratificação
até R\$350,00	R\$100,00
superior a R\$350,00	R\$50,00

O salário a receber do funcionário é igual ao salário líquido mais a gratificação.

Questão 2. [2,5 PONTOS]

Foi feita uma estatística em algumas cidades brasileiras para coletar dados sobre acidentes de trânsito. Foram obtidos os seguintes dados:

1. código da cidade,
2. número de veículos de passeio, e
3. número de acidentes de trânsito com vítimas.

Deseja-se saber qual é o número de acidentes de trânsito nas cidades com menos de dois mil veículos de passeio. Defina uma função que receba uma lista formada pelos dados de cada cidade e calcule esta quantidade.

Questão 3. [2,5 PONTOS]

Em uma eleição presidencial existem quatro candidatos. Os votos são informados por meio de código. Os códigos utilizados são:

códigos	significado
1, 2, 3, 4	votos para os respectivos candidatos
0	voto em branco
qualquer outro código	voto nulo

Faça uma função que receba uma lista com os votos e calcule a porcentagem dos votos nulos sobre o total de votos.

Questão 4. [2,5 PONTOS]

Leia o seguinte artigo¹ do professor José Ferrão.

Vamos achar o MDC!

Costuma-se utilizar o máximo divisor comum (MDC) para simplificar frações, ou então para adicionar frações ou resolver determinados problemas na Matemática.

Segundo o método tradicional, que se aprende há muitos anos sem alteração, começa-se por decompor cada um dos números em um produto de números primos, e em seguida multiplica-se todos os primos comuns que se encontrou, obtendo-se deste modo o MDC.

Este método envolve uma série de divisões, e necessita de uma tabela de números primos, resultando num processo muito trabalhoso, que frequentemente não se justifica confrontando o volume de trabalho com a magreza dos resultados alcançados.

¹Publicado em <http://ferrao.org/2006/01/vamos-achar-o-mdc.html>.

Vamos começar por apresentar um método alternativo, de execução muito simples, procurando em seguida justificar o seu funcionamento.

O processo não envolve nenhuma divisão, e muito menos carece de uma tabela de números primos; de fato, resume-se a uma sequência repetitiva de operações de subtração, embora se possa aceitar algumas operações de divisão para acelerar o processo.

A apresentação mais simples consiste em escrever os dois números, separados por um traço vertical; em seguida, compara-se os números, e em baixo do maior deles coloca-se a diferença entre os dois. Agora compara-se o último número que se escreveu, com o que ficou na outra coluna, repetindo-se o processo até que se obtenha igualdade entre os números nas duas colunas, que é o resultado procurado.

O exemplo seguinte ajudará a compreender a sequência:

15	24								
15		24		15	24	15	24	15	24
		24-15 = 9			9		9		9
				15-9 = 6		6		6	
							9-6 = 3		3
								6-3 = 3	

Depois de substituir sistematicamente o número maior pela diferença, obtivemos o 3 nas duas colunas, terminando o processo com o resultado $\text{mdc}(15, 24) = 3$.

O leitor poderá experimentar o método com outros exemplos, nomeadamente presentes na atividade académica, para ganhar mais segurança, e comparar a carga de trabalho contra o método dos números primos.

Para melhor compreender o funcionamento do método, basta recorrer a um raciocínio muito simples. Com efeito, se observarmos com atenção a tabuada da multiplicação de um número qualquer, podemos ver que a diferença entre dois produtos é sempre um produto que figura na mesma tabuada, o que não é difícil de aceitar. Portanto, se dois números forem múltiplos de um terceiro, então a sua diferença também é, o que nos permite substituir o maior deles por essa diferença, para efeitos de cálculo do MDC; e tudo isso tantas vezes quantas forem necessárias, até que se chegue a um ponto em que os dois números se identificam no mesmo, o que nos remete para a questão mais simples: qual é o MDC de dois números iguais? – que é precisamente a situação a que se chegou no nosso método.

O menor múltiplo comum (MMC) pode-se obter diretamente do MDC, usando a relação

$$\text{mdc}(a, b) \times \text{mmc}(a, b) = a \times b$$

ou seja, o produto dos números é igual ao produto do seu MDC pelo mmc. No nosso exemplo, dá

$$\text{mmc}(15, 24) = 15 \times \frac{24}{3} = 120$$

A justificação fica fora do âmbito deste artigo, guardando-se para outra ocasião.

Como nota final, observamos que este processo é essencialmente repetitivo, o que proporciona a vantagem adicional de ser extremamente fácil de automatizar, seja numa linguagem de programação, numa folha de cálculo ou numa simples máquina de calcular.

Defina uma função para calcular o máximo divisor comum, e outra função para calcular o mínimo múltiplo comum de dois números inteiros não negativos usando o método das subtrações descrito no artigo acima.