REDEMAT

REDE TEMÁTICA EM ENGENHARIA DE MATERIAIS

UFOP UEMG

T E S E D E D O U T O R A D O

Software para Planejamento Operacional de Lavra, Simulação e Despacho de Caminhões Visando ao Atendimento das Metas de Produção e Qualidade da Mistura de Minérios

A U T O R

Elton Destro

Orientador: Paulo Santos Assis

Coorientador: Marcone Jamilson Freitas Souza

Outubro de 2015

Elton Destro

Software para Planejamento Operacional de Lavra, Simulação e Despacho de Caminhões Visando ao Atendimento das Metas de Produção e Qualidade da Mistura de Minérios

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Materiais da REDEMAT, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Materiais. Material: Metal. Área de concentração: Processos de Fabricação.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Santos Assis (UFOP)

Coorientador: Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza (UFOP)

Ouro Preto - MG, outubro de 2015.

D477s Destro, Elton.
Software para planejamento operacional de lavra, simulação e despacho de caminhões visando ao atendimento das metas de produção e qualidade da mistura de minérios [manuscrito] / Elton Destro. - 2015.
xviii, 155f.: il.: color; grafs; tabs; Figuras.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Santos Assis.
Coorientador: Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Rede Temática em Engenharia de Materiais. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Materiais.
Área de Concentração: Processos de Fabricação.

1. Minas e mineração - Métodos de simulação. 2. Minas e mineração - Transportes. 3. Lavra a céu aberto. I. Assis, Paulo Santos. II. Souza, Marcone Jamilson Freitas. III. Universidade Federal de Ouro Preto. IV. Titulo.

CDU: 622.015

Catalogação: www.sisbin.ufop.br

"Software para Planejamento Operacional de Lavra, Simulação e Despacho de Caminhões Visando ao Atendimento das Metas de Produção e Qualidade da Mistura de Minérios"

Autor: Elton Destro

Tese defendida e aprovada, em 20 de outubro de 2015, pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Paulo Santos Assis (Dr.Ing) - Orientador
Universidade Federal de Ouro Preto

Profª Sílvia Maria Santana Mapa (Doutora)
Instituto Federal de Minas Gerais – Campus Congonhas

Prof. Luiz Ricardo Pinto (Doutor)
Universidade Federal de Minas Gerais

Prof. Jorge Luiz Brescia Murta (Doutor)
Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. Marcone Jamilson Freitas Souza (Doutor) – Co-orientador
Universidade de Federal de Ouro Preto

Para

EMANUEL

e

CLÁUDIA

Agradecimentos

À Deus, que sempre nos abençoa.

À minha mãe Honória Flumignan Destro, meu pai Leonildo Destro e toda a minha família.

À minha esposa Cláudia Maria da Silva e ao meu filho Emanuel da Silva Destro, pois sempre estiveram ao meu lado.

Ao professor Paulo Santos Assis, pela orientação, disponibilidade, incentivo à pesquisa e estímulos tanto à produção científica e tecnológica quanto à transmissão dos conhecimentos adquiridos.

Ao professor Marcone Jamilson Freitas Souza, pelas valiosas sugestões e contribuições, muito relevantes para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos pela colaboração em Congressos Nacionais/Internacionais e Seminários.

Aos professores e funcionários da REDEMAT, pelo apoio dado durante a realização deste trabalho.

À CAPES, pela ajuda financeira. Obrigado.

"*Nenhuma parte substancial do universo é tão simples que pode ser compreendida e controlada sem abstração. Abstração consiste em substituir a parte do universo sob consideração por um modelo de estrutura similar, porém mais simples. Modelos [...] são, assim, uma necessidade central de um procedimento científico*."

Rosenbluth e Wiener

Sumário

RESUMO x

ABSTRACT xi

Lista de figuras xii

Lista de tabelas xvi

Lista de siglas xviii

1 INTRODUÇÃO **01**

2 OBJETIVOS **05**

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA **07**

3.1 Planejamento Operacional de Lavra 07

3.2 Métodos Metaheurísticos 09

3.3 Modelo de Programação Matemática 10

3.4 Simulação 14

3.5 Despacho de caminhões 16

3.6 Distribuições de probabilidade 17

4 GERAÇÃO DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS **20**

4.1 Método da Transformação Inversa 20

4.2 Método da Aceitação – Rejeição 23

4.3 Método da Convolução 26

4.4 Teste de Aderência Qui-quadrado 30

5 SIMULAÇÃO PELO MÉTODO DE MONTE CARLO **38**

5.1 Modelos Determinístico e Estocástico 39

5.1.1 Modelo Determinístico 39

5.1.2 Modelo Estocástico 39

5.2 Intervalos de confiança para médias populacionais 46

5.2.1 Problema da Cabine Telefônica: *Sistema Estável* 46

5.2.2 Determinação de Intervalos de Confiança para os Indicadores de Desempenho 53

5.2.3 Problema da Cabine Telefônica: *Sistema Instável* 57

6 O *SOFTWARE* TSMine 59

6.1 Módulo Planejamento 60

6.1.1 Otimização Utilizando Modelos Metaheurísticos 61

6.1.2 Dados de Entrada 69

6.1.3 Parâmetros da Otimização 69

6.2 Módulo Simulação 70

6.2.1 Variáveis Estocásticas e Simulação a Eventos Discretos 71

6.2.2 Abordagem das Três Fases Utilizada na Simulação 71

6.2.3 Diagrama do Ciclo de Atividades – DCA 73

6.2.4 Critérios Utilizados na Alocação dos Caminhões após a Descarga ou o Abastecimento 74

6.3 Módulo Despacho 80

7 INSTÂNCIA TESTE 87

7.1 Dados de Entrada: Módulo Planejamento 89

7.2 Tempo (Duração) das Atividades: Módulo Simulação 91

8 RESULTADOS E DISCUSSÃO 106

8.1 Soluções Metaheurísticas para o Planejamento Operacional de Lavra 106

8.1.1 Alocação Dinâmica de Caminhões 107

8.1.2 Alocação Estática de Caminhões 111

8.2 Simulação dos Cenários Resultantes do Planejamento 112

8.2.1 Alocação Inicial dos Equipamentos na Simulação 112

8.2.2 Alocação dos Caminhões durante a Simulação e Tempo das Atividades 117

8.2.3 Relatório com as Medidas de Desempenho 118

8.2.4 Análise Estatística dos Resultados da Simulação 124

8.2.5 Validação dos Cenários Resultantes do Planejamento 131

9 CONCLUSÕES 136

.

Contribuições Originais deste Trabalho 138

Sugestões para Trabalhos Futuros 139

Referências Bibliográficas 140

Apêndice 1 Metaheurística *versus* Programação Matemática 144

Apêndice 2 Relatório PADC para 1 Replicação 146

Apêndice 3 Relatório PADC para 35 Replicações 148

Apêndice 4 Relatório PAEC para 1 Replicação 151

Apêndice 5 Relatório PAEC para 35 Replicações 153

Resumo

O minério proveniente de uma única frente de lavra dificilmente possui as especificações exigidas pela Usina de Beneficiamento, mas, se for misturado ao minério de outras frentes, os parâmetros exigidos poderão ser atendidos. Esses parâmetros normalmente são estabelecidos pela indústria metalúrgica, que necessita de matérias-primas adequadas para que seus produtos tenham qualidade elevada. Para que a mistura, após o beneficiamento, atenda às exigências e especificações definidas pelos processos metalúrgicos, algoritmos utilizados para Planejamento Operacional de Lavra, Simulação e Despacho de caminhões em minas a céu aberto foram implementados em um único aplicativo computacional de forma integrada, resultando nos três módulos do *software* TSMine (*Truck-Shovel System for Surface Mine*). O primeiro módulo é responsável pela otimização e visa fornecer as soluções (ou cenários) resultantes do Planejamento Operacional de Lavra. Cada cenário é caracterizado pela alocação dos equipamentos de carga, definição do ritmo de lavra e do número de viagens que cada caminhão deverá realizar para transportar o minério e o estéril. As metaheurísticas *Iterated Local Search* e *Variable Neighborhood Descent* foram implementadas de forma combinada nesta fase de otimização. A avaliação e validação da solução metaheurística são feitas pelo segundo módulo (Simulação pelo Método de Monte Carlo), que apresenta um relatório com as medidas de desempenho do sistema simulado (resultados da simulação). Técnicas estatísticas são utilizadas para validar ou não o cenário simulado. O terceiro módulo é um Sistema de Despacho que, em um cenário real, é responsável pela alocação dos caminhões às frentes de lavra buscando reproduzir as operações do cenário validado na simulação. A utilização do TSMine busca viabilizar misturas de minérios para que possam ser utilizadas nos processos metalúrgicos, reduzir custos operacionais, aumentar a produção da mina devido a maior eficiência na alocação dos equipamentos de carga e transporte, e manter as especificações da mistura dentro dos limites estabelecidos pelos clientes.

Palavras-chave: *software* TSMine, Planejamento Operacional de Lavra, Simulação, Despacho de caminhões em minas a céu aberto, Qualidade da mistura de minérios

Abstract

It is barely expected that the ore from a single work bench possess the required specifications by the Beneficiation Plant, but, if it be blended to the ore from different work benches, the demanded parameters can be met. These parameters are usually established by the metallurgical industry, which needs appropriate raw materials so that their products have high quality. In order that the blend, after mineral processing, matches the demands and specifications defined by the metallurgical processes, algorithms used for Operational Planning, Simulation and Truck Dispatching in open-pit mines were implemented in an integrated manner (a single computer program), resulting in the three modules of the optimizing software for truck dispatching TSMine (Truck-Shovel System for Surface Mine). The Operational Planning is performed by using the first module and sets the scenario that will be reproduced by the truck dispatching module. Each scenario is characterized by the loading units allocation and their production rate besides defining the number of trips that each haulage unit will accomplish to each shovel. The Iterated Local Search and Variable Neighborhood Descent Metaheuristics are used in this optimization phase. The evaluation and validation of the metaheuristic scenario is done by using the second module (Monte Carlo Stochastic Simulation), which displays a report with the measures of system performance (simulation output). Next, statistical techniques were used for validating (or not) the operational plan. The third module is a Truck Dispatching System that, in the real life, it will assign the truck to a shovel reproducing as nigh as possible the operations of the validated scenario. With the use of the TSMine, it is intended to reduce the operating costs, to increase the mine production through the improvement in the truck and shovel assignment efficiency and to maintain the mixture specifications within the limits established by the Beneficiation Plant so that it can be used in the metallurgical processes.

Keywords: *software TSMine, Mining Operational Planning, Simulation, Truck-Shovel Dispatching System, Ore blend quality*

Lista de figuras

Capítulo 3

3 Equivalência entre área e probabilidade 18

Capítulo 4

4.1 Representação gráfica do Método da Transformação Inversa para a geração das variáveis aleatórias 21

4.2 Frequências Absoluta e Relativa da Distribuição Gama teórica e dos dados amostrais 24

4.3 Curva de densidade da distribuição *Gam*(7,360; 0,637) e histograma de frequência dos dados amostrais 25

4.4 Curva de densidade da distribuição *Gam*(7,360; 0,637) com indicação relacionada aos dados amostrais 25

4.5 Histogramas de frequência associados aos dados amostrais e à distribuição teórica *Gam*(7,360; 0,637) que gerou estes dados 26

4.6 Frequências Absoluta e Relativa da Distribuição de Erlang teórica e dos dados amostrais 27

4.7 Curva de densidade da distribuição *Erl*(3; 0,25) e histograma de frequência dos dados amostrais 28

4.8 Curva de densidade da distribuição *Erl*(3; 0,25) com indicação relacionada aos dados amostrais 29

4.9 Histogramas de frequência associados aos dados amostrais e à distribuição *Erl*(3; 0,25) que gerou estes dados 29

4.10 Teste de aderência: módulo para entrada de dados 31

4.11 Histogramas de frequência, valor da estatística de teste e o *valor P* correspondente 32

4.12 Frequências Absoluta e Relativa das distribuições observada e teórica 32

4.13 Curva de densidade da distribuição *Exp*(0,333333) e histograma de frequência associado aos dados amostrais 33

4.14 Curva de densidade da distribuição *Exp*(0,333333) com indicação relacionada aos dados amostrais 33

4.15 Indicação dos valores qui-quadrado 36

4.16 Curva de densidade da distribuição *Qui*(7) com indicação da região crítica e do valor da estatística de teste 37

4.17 Curva de densidade da distribuição *Qui*(7) e representação gráfica do *valor P* . . . 37

Capítulo 5

5.1 Exemplo de modelo estocástico: Problema do Encaixe 40

5.2 Determinação da porcentagem amostral de peças *C* sem e com defeito 41
5.3 Intervalo de Confiança para a porcentagem populacional de peças *C* com defeito 43
5.4 Curva de densidade da Distribuição Normal Padrão e probabilidade da peça *C* ser defeituosa 45
5.5 Início da simulação e a chegada do cliente C1 à cabine no instante 2,2 min 49
5.6 Saída do cliente C1 da cabine, deixando-a ociosa no instante 2,4 min 50
5.7 Chegada do cliente C2 à cabine no instante 11,7 min 50
5.8 Final da simulação no instante 201,0 min 51
5.9 Final da simulação no instante 4000,7 min 53
5.10 Fluxograma para a escolha entre as Distribuições *t* e Normal na determinação dos intervalos de confiança para médias populacionais 55
5.11 Intervalo de confiança para a média de cada indicador de desempenho 56
5.12 Simulação considerando um *sistema instável* 58

Capítulo 6

6.1 Módulos do *software* TSMine 59
6.2 Pseudocódigo para o procedimento *ILS* e sua representação gráfica 62
6.3 Pseudocódigo do procedimento *VND* 63
6.4 Representação esquemática da Metaheurística *ILS* utilizando o Método *VND* como procedimento de Busca Local 64
6.5 Parâmetros da otimização e disponibilidade das frentes 70
6.6 Tempo de ocorrência do próximo evento e a entidade envolvida 72
6.7 Avanço do relógio para o tempo indicado no campo próximo evento da Figura 6.6 (Fase A) 72
6.8 Diagrama do Ciclo de Atividades (DCA) para o Módulo Simulação do TSMine . . 74
6.9 Algoritmo para o critério de alocação Produção nas frentes 76
6.10 Algoritmo para o critério de alocação Qualidade da mistura 77
6.11 Algoritmo para o critério de alocação Relação estéril-minério 78
6.12 Algoritmo para o critério de alocação Tempo de espera na fila 79
6.13 Critérios de despacho e informações do cenário resultante do planejamento 81
6.14 Atualização da posição do caminhão 02 83
6.15 Atualização da posição do caminhão 05 após a descarga no britador 84
6.16 Indicação da frente de lavra para a qual o caminhão 05 deveria retornar 84
6.17 Medidas dos indicadores de desempenho atualizadas em tempo real pelo sistema de despacho 86

Capítulo 7

7.1 Representação esquemática de uma solução resultante do Planejamento Operacional de Lavra 88

7.2 Histogramas de frequência associados aos dados amostrais e à distribuição *Norm*(4,166; 0,388) que gerou estes dados 94

7.3 Curva de densidade da distribuição *Norm*(4,166; 0,388) e histograma de frequência dos dados amostrais 95

7.4 Curva de densidade da distribuição teórica *Norm*(4,166; 0,388) com indicação associada aos dados amostrais 95

7.5 Frequências Absoluta e Relativa da Distribuição Normal e dos dados amostrais . . 96

7.6 Curva de densidade da distribuição *Qui*(8) com indicação da região crítica e do valor da estatística de teste 97

7.7 Curva de densidade da distribuição *Qui*(8) e representação gráfica do *valor P* . . . 97

7.8 Curva de densidade da distribuição *Un*(0; 14) e histograma de frequência dos dados amostrais 98

7.9 Curva de densidade da distribuição *Un*(0; 14) com indicação associada aos dados amostrais 99

7.10 Frequências Absoluta e Relativa da distribuição teórica e dos dados amostrais . . . 99

7.11 Curva de densidade da Distribuição *Qui*(7) com indicação da região crítica e do valor da estatística de teste 100

7.12 Curva de densidade da Distribuição *Qui*(7) e representação gráfica do *valor P* . . . 100

7.13 Histogramas de frequência associados aos dados amostrais e à distribuição *Tri*(26, 28, 33) que gerou estes dados 101

7.14 Curva de densidade da distribuição *Tri*(26, 28, 33) e histograma de frequência dos dados amostrais 102

7.15 Curva de densidade da distribuição *Tri*(26, 28, 33) com indicação associada aos dados amostrais 103

7.16 Frequências Absoluta e Relativa da Distribuição Triangular e dos dados amostrais 103

7.17 Curva de densidade da Distribuição *Qui*(6) com indicação da região crítica e do valor da estatística de teste 104

7.18 Curva de densidade da Distribuição *Qui*(6) e representação gráfica do *valor P* . . . 104

Capítulo 8

8.1 Melhor resultado para o PADC 108

8.2 Melhor solução para o PAEC 112

8.3 Alocação inicial dos equipamentos de carga e transporte (PADC) 114

8.4 Atividades consideradas na alocação inicial dos caminhões indicadas na Figura 8.5 115

8.5 Alocação inicial dos equipamentos de carga e transporte (PAEC) 116
8.6 Relatório para o PADC ao final da simulação (tempo = 240,00 min) 119
8.7 Relatório para o PAEC ao término da simulação (tempo = 240,00 min) 122
8.8 Relatório para o PADC com as médias amostrais para 35 replicações 125
8.9 Relatório para o PAEC exibindo as médias amostrais para 35 replicações 129
8.10 Indicação dos limites estabelecidos no planejamento e do intervalo de confiança no diagrama de intervalos 131
8.11 Diagrama de intervalos 132
8.12 Determinação dos valores da coluna $Dif_{máx}$ 132
8.13 Utilização do equipamento de carga 02 135

Lista de tabelas

Capítulo 4

4.1 Distribuição Gama teórica *versus* valores amostrais 24

4.2 Distribuição de Erlang teórica *versus* valores amostrais 28

4.3 Frequências absolutas observada e esperada em cada classe do histograma 35

4.4 Determinação do valor da estatística de teste após o agrupamento de classes 35

Capítulo 5

5.1 Média e desvio padrão das variáveis aleatórias *d*, *D* e *Folga* 45

5.2 Problema do Encaixe: resultado da simulação *versus* método algébrico 46

5.3 Fórmulas analíticas para a avaliação dos indicadores de desempenho 47

5.4 Problema da Cabine Telefônica: uso de fórmulas analíticas 47

5.5 Comparação dos resultados para um tempo total de simulação de 201,0 min 52

5.6 Comparação dos resultados para um tempo total de simulação de 4000,7 min 52

5.7 Média amostral (estimativa pontual) dos indicadores de desempenho 54

5.8 Desvio padrão amostral dos indicadores de desempenho 54

5.9 Intervalo de confiança *versus* método algébrico 56

5.10 Margem de erro da estimativa 56

5.11 Indicadores de desempenho para um *sistema instável* 57

Capítulo 6

6 Representação de uma solução resultante do Planejamento Operacional de Lavra 64

Capítulo 7

7.1 Valores de análises químicas típicas do gusa e da escória de um alto-forno a coque 87

7.2 Valores (em %) associados aos parâmetros de controle utilizados na avaliação da qualidade da mistura 90

7.3 Capacidade máxima dos equipamentos de carga, disponibilidade destes equipamentos e compatibilidade com os caminhões 90

7.4 Tempos de ciclo dos caminhões (em min) relativo às frentes de minério e estéril 91

7.5 Valores (em min) para os parâmetros da Distribuição Normal (média e desvio padrão) 92

7.6 Distribuição Triangular teórica *versus* valores amostrais 102

Capítulo 8

8.1 Solução obtida considerando alocação dinâmica de caminhões (PADC) 107
8.2 Valores recomendados *versus* cenário resultante do planejamento (PADC) 108
8.3 Cenário alternativo 1 com 14 caminhões em operação 109
8.4 Valores recomendados *versus* cenário alternativo 1 109
8.5 Cenário alternativo 2 com 15 caminhões em operação 110
8.6 Valores recomendados *versus* cenário alternativo 2 110
8.7 Solução resultante do planejamento considerando alocação estática de caminhões (PAEC) 111
8.8 Alocação inicial aleatória dos caminhões (PADC) 113
8.9 Alocação inicial aleatória dos caminhões (PAEC) 115
8.10 Comparação entre o cenário metaheurístico e os resultados obtidos com a simulação (PADC) 118
8.11 Solução do planejamento para o PADC 120
8.12 Resultados da simulação para o PADC 120
8.13 Produção e outras medidas de desempenho relativas aos equipamentos de carga e aos pontos de descarga (PADC) 120
8.14 Comparação entre o cenário metaheurístico e os resultados obtidos com a simulação (PAEC) 121
8.15 Solução do planejamento para o PAEC 123
8.16 Resultados da simulação para o PAEC 123
8.17 Produção e outras medidas de desempenho relativas aos equipamentos de carga e aos pontos de descarga (PAEC) 123
8.18 Limites inferior e superior dos intervalos de confiança (PADC) 127
8.19 Limites inferior e superior dos intervalos de confiança (PAEC) 130
8.20 Intervalos de confiança *versus* valores do planejamento (PADC) 133
8.21 Intervalos de confiança *versus* valores do planejamento (PAEC) 134
8.22 Médias amostrais e intervalos de confiança relacionados aos pontos de descarga 135

APÊNDICE 1

A1.1 Solução metaheurística considerando alocação dinâmica de caminhões (PADC) . . 144
A1.2 Solução obtida utilizando o modelo de programação matemática da Seção 3.3 . . . 144
A1.3 Modelo metaheurístico *versus* programação matemática 145

Lista de siglas

PMM	Problema da Mistura de Minérios
POLAD	Planejamento Operacional de Lavra com Alocação Dinâmica de caminhões
POLAE	Planejamento Operacional de Lavra com Alocação Estática de caminhões
PM	Programação Matemática
HM	algoritmos Heurísticos/Metaheurísticos
GRASP	*Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*
TS	*Tabu Search*
SA	*Simulated Annealing*
ILS	*Iterated Local Search*
GA	*Genetic Algorithm*
ACO	*Ant Colony Optimization*
VND	*Variable Neighborhood Descent*
PADC	Problema da mistura de minérios com Alocação Dinâmica de Caminhões
PAEC	Problema da mistura de minérios com Alocação Estática de Caminhões
PCQ	Parâmetros de Controle da Qualidade da mistura
PPC	Perda Por Calcinação
DCA	Diagrama do Ciclo de Atividades
IC	Intervalo de Confiança
UTM	*Universal Transverse Mercator*
GPS	*Global Positioning System*

Capítulo 1

Introdução

As atividades de carregamento e transporte do material extraído das frentes de lavra em uma mina a céu aberto necessitam de uma quantidade significativa de capital em virtude do grande volume de material que deve ser transportado.

Este material proveniente das frentes de lavra é denominado minério ou estéril. Ao primeiro está associado o elemento útil economicamente, aquele que justifica a existência da mineração. O segundo não possui valor econômico, sendo lavrado para permitir a extração do minério. O destino destes materiais é a Usina de Beneficiamento ou a Pilha de Estéril, cujas distâncias às frentes de lavra podem chegar a alguns quilômetros.

O minério que chega à Usina de Beneficiamento precisa obedecer às especificações definidas previamente, tais como teor de diversos elementos químicos e faixas granulométricas. Para exemplificar, se as especificações do minério de ferro (granulado) e dos aglomerados que irão compor a carga metálica do alto-forno nas usinas siderúrgicas não forem adequadas, a qualidade do gusa estará comprometida; e estas especificações dependem diretamente da mistura de minérios que chega à Usina. Por isso, para que o gusa tenha qualidade elevada, as matérias-primas deverão ser adequadas e atender às exigências estabelecidas pelos processos metalúrgicos.

Como o minério proveniente de uma única frente de lavra normalmente não atende aos parâmetros de qualidade especificados, é preciso que seja feita uma *mistura* utilizando minérios provenientes das diversas frentes disponíveis em quantidades adequadas para

atender às exigências estabelecidas pela Usina de Beneficiamento. Surge, então, o primeiro problema, denominado Problema da Mistura de Minérios (PMM). Conforme descrito por Costa (2005), ele busca estabelecer qual deverá ser a produção em uma determinada frente de lavra (ritmo de lavra ou produção horária) para que o minério, depois de misturado, atenda às especificações estabelecidas pelos clientes. Este autor ressalta que o termo *mistura de minérios* não deve ser confundido com *homogeneização do minério*, uma vez que mistura está relacionada à contribuição de cada frente de lavra na produção de minério recomendada, enquanto homogeneização tem o mesmo significado de blendagem.

Uma vez estabelecida a contribuição de cada frente de lavra no material enviado para a Usina, os equipamentos de carga deverão ser alocados às frentes de lavra e o número de viagens que cada caminhão terá que fazer a cada unidade de carregamento deverá ser definido.

A alocação dos caminhões às frentes de lavra é dita *dinâmica* se, após a descarga no britador ou na pilha de estéril, eles puderem ser alocados a uma frente diferente daquela em que estavam operando. Se, no entanto, os caminhões retornarem sempre ao mesmo ponto de carregamento, a alocação é *estática*. A possibilidade dos caminhões serem alocados a frentes diferentes tende a ser favorável ao aumento da produção, pois as situações em que se observam filas em determinadas frentes de lavra e equipamentos de carga ociosos em outras frentes poderão ser reduzidas ou, eventualmente, evitadas.

A alocação dos equipamentos de carga às frentes de lavra, juntamente com a determinação do ritmo de lavra destes equipamentos e do número de viagens que cada caminhão terá que fazer a cada frente, caracterizam o POLAD (Planejamento Operacional de Lavra com Alocação Dinâmica) e o POLAE (Planejamento Operacional de Lavra com Alocação Estática de caminhões). Já os problemas associados a estes dois tipos de planejamento são denominados, respectivamente, PADC (Problema da mistura de minérios com Alocação Dinâmica de Caminhões) e PAEC (Problema da mistura de minérios com Alocação Estática de Caminhões).

Há, basicamente, duas abordagens para a resolução do POLAD/PADC e do POLAE/PAEC. Uma delas é a Programação Matemática (PM), que exige, muitas vezes, um tempo computacional muito elevado para encontrar a solução ótima. A outra abordagem utiliza algoritmos Heurísticos/Metaheurísticos (HM) e fornece boas soluções, se aproximando ou, até mesmo, encontrando a solução ótima em um tempo computacional aceitável.

No entanto, uma vez encontrada, não há garantias de que a solução resultante do Planejamento Operacional de Lavra possa ser implantada. Isto acontece, porque em um modelo de *otimização* nem todas as situações reais podem ser formuladas, devido à natureza estocástica do processo. Torna-se necessário, então, verificar se os resultados encontrados podem realmente ser reproduzidos em um cenário real. É por isto que a *simulação*, outra técnica da Pesquisa Operacional, foi utilizada para a avaliação e validação das soluções-cenários resultantes do planejamento.

Para realizar estas tarefas, foi desenvolvido neste trabalho o *software* TSMine (*Truck-Shovel System for Surface Mine*). Este aplicativo computacional é constituído por três módulos integrados: o primeiro cuida da Otimização, definindo, através da implementação combinada das Metaheurísticas *Iterated Local Search* (ILS) e *Variable Neighborhood Descent* (VND), as soluções-cenários para o Planejamento Operacional de Lavra (ritmo de lavra, alocação dos equipamentos de carga e número de viagens dos caminhões). O segundo módulo utiliza a abordagem das Três Fases para a Simulação e, o terceiro, é um Sistema de Despacho. Este último é responsável pela alocação dos caminhões às frentes de lavra após a descarga (no britador ou pilha de estéril), abastecimento ou parada para manutenção buscando reproduzir, em um cenário real, as operações estabelecidas no planejamento.

O módulo para despacho permite que a posição dos caminhões na mina seja atualizada em tempo real, fator que contribui para o aumento da eficiência do sistema. Dependendo do critério de alocação utilizado, o tempo de espera nos pontos de carregamento poderá ser minimizado.

Tanto no Módulo Simulação quanto no Módulo Despacho, quatro critérios poderão ser utilizados, de forma combinada ou não, para alocar os caminhões às frentes de lavra: Produção nas frentes de lavra, Qualidade da mistura de minérios, Relação estéril-minério e Tempo de espera na fila do equipamento de carga. Tais critérios foram adaptados de regras para despacho propostas na literatura técnica e, também, porque foram utilizados (exceto o tempo de espera na fila) como parcelas da função de avaliação do modelo de otimização.

Além dos três módulos mencionados anteriormente, um aplicativo estatístico foi desenvolvido para facilitar a realização de Testes de Aderência Qui-quadrado. Nestes testes, as informações obtidas a respeito das variáveis aleatórias utilizadas no sistema simulado foram agrupadas em classes. A partir disto, histogramas de frequência dos dados amostrais e curvas de densidade das distribuições teóricas puderam ser exibidos no mesmo gráfico. A análise destes gráficos e o valor calculado da estatística de teste qui-quadrado foram utilizados para verificar, a um nível de significância indicado previamente, se os valores obtidos para as variáveis aleatórias no processo de simulação realmente seguem a distribuição de

probabilidade desejada; ou melhor, para verificar se não há evidência para rejeitar esta afirmação.

Os diversos aplicativos computacionais (*softwares*) desenvolvidos neste trabalho foram implementados na linguagem de programação Delphi. Estes aplicativos e exemplos de suas aplicações são mostrados a partir do Capítulo 4.

Organização do trabalho

Este trabalho está organizado conforme apresentado a seguir.

O Capítulo 2 apresenta os Objetivos Gerais e Específicos.

A Revisão Bibliográfica é mostrada no Capítulo 3. São apresentados tópicos relacionados ao Planejamento Operacional de Lavra (Seção 3.1), Métodos Metaheurísticos (Seção 3.2), Modelo de Programação Matemática (Seção 3.3), Simulação (Seção 3.4), Despacho de caminhões (Seção 3.5) e Distribuições de Probabilidade (Seção 3.6).

O Capítulo 4 descreve os procedimentos adotados na Geração de Variáveis Aleatórias (Seções 4.1, 4.2 e 4.3) e, também, o Teste de Aderência Qui-quadrado (Seção 4.4).

O Capítulo 5 faz uma abordagem relacionada à Simulação pelo Método de Monte Carlo, destacando a diferença entre os Modelos Determinístico e Estocástico (Seção 5.1). Em seguida, um problema relacionado à Teoria das Filas foi utilizado como exemplo para a determinação do intervalo de confiança para a média das medidas de desempenho do sistema simulado (Seção 5.2).

Os três módulos do *software* TSMine são detalhados no Capítulo 6: Módulo Planejamento (Seção 6.1), Módulo Simulação (Seção 6.2) e Módulo Despacho (Seção 6.3).

No Capítulo 7, são apresentados a instância teste utilizada neste trabalho, os dados de entrada para o Módulo Planejamento (Seção 7.1) e as distribuições de probabilidade teóricas usadas para amostrar o tempo das atividades na simulação (Seção 7.2).

O Capítulo 8 é destinado aos Resultados e Discussão. Na Seção 8.1, são mostradas as soluções metaheurísticas resultantes do Planejamento Operacional de Lavra; já a Seção 8.2 descreve a simulação destes cenários, isto é, dos cenários propostos para o PADC e para o PAEC. A análise estatística dos resultados da simulação e o critério utilizado para a validação destes dois cenários também são apresentados nesta seção.

As Conclusões são apresentadas no Capítulo 9.

Capítulo 2

Objetivos

Gerais

- Que o uso do aplicativo computacional desenvolvido neste trabalho (*software* TSMine) viabilize misturas de minérios mantendo as especificações relacionadas à qualidade dentro dos limites estabelecidos pela Usina de Beneficiamento e/ou Indústria Metalúrgica; reduza o tempo de espera dos caminhões nas filas das unidades de carregamento; mantenha um determinado nível de produção com um número menor de caminhões em operação; e possibilite o atendimento das metas impostas para a relação estéril-minério;

- Que este *software* seja amigável e possa ser adaptado às necessidades específicas de cada empresa.

Específicos

- É de conhecimento do autor a inexistência de um *software* comercial que possua, de forma integrada, os três módulos necessários para realização do Planejamento Operacional de Lavra (via modelos metaheurísticos), da Simulação e do Despacho de Caminhões em minas a céu aberto. Para suprir esta deficiência, este trabalho teve como um dos objetivos desenvolver o aplicativo computacional TSMine (*Truck-Shovel System for Surface Mine*);

- Utilizar o *software* desenvolvido para determinar a quantidade de minério que deverá ser lavrada em cada frente de lavra (ritmo de lavra) de tal forma que a mistura atenda às especificações estabelecidas pela Usina de Beneficiamento e/ou pela Indústria Metalúrgica;

- Especificar a alocação dos equipamentos de carga, definir o número de viagens que cada caminhão deverá realizar a cada frente de lavra e minimizar o número de caminhões em operação tanto para o PADC quanto para o PAEC;

- Realizar testes de aderência para verificar se a afirmação de que "os valores gerados para as variáveis aleatórias na simulação têm a distribuição de probabilidade esperada" não pode ser rejeitada;

- Tratar estatisticamente os resultados da simulação para que sejam gerados relatórios com o **intervalo de confiança** para a média de cada medida de desempenho do sistema considerando as duas formas para a alocação dos caminhões: dinâmica e estática;

- Utilizar as informações contidas nestes relatórios para **validar ou não** os dois cenários resultantes do Módulo Planejamento.

Capítulo 3

Revisão bibliográfica

3.1 Planejamento Operacional de Lavra

Em uma mina a céu aberto, o material é extraído nas chamadas frentes de lavra. Conforme a quantidade (teor) do elemento útil que este material possui, ele será denominado minério ou estéril. O destino deste material será, então, a Usina de Beneficiamento ou a Pilha de Estéril, sendo esta última o local onde o material inviável economicamente será depositado.

Todo o minério (ou apenas parte dele) passará por um processo de enriquecimento que visa elevar o teor do elemento útil, sendo gerados no processo dois produtos: o concentrado e o rejeito. O primeiro, mais "rico", geralmente é adquirido por algum cliente. Já o segundo, mais "pobre", será armazenado em áreas da própria mineração.

O processo de enriquecimento é realizado na Usina de Beneficiamento, também chamada Usina de Tratamento de Minério. Embora os procedimentos utilizados neste processo não sejam abordados neste trabalho, uma coisa é certa: eles dependem das características químicas (p. ex. teores) e físicas (p. ex. granulometria) do minério recebido. Estas características estão associadas à qualidade do minério e afetam diretamente os custos do processo de enriquecimento; elas podem, até mesmo, inviabilizar tal processo.

Normalmente, o minério de uma única frente de lavra não possui a qualidade exigida pela Usina de Beneficiamento. No entanto, se ele for misturado aos minérios provenientes de

outras frentes e que possuem características diferentes das suas, tais exigências poderão ser atendidas.

Neste contexto, o Problema da Mistura de Minérios, conforme mencionado anteriormente, busca determinar a quantidade de minério que deverá ser lavrada de cada frente de lavra (ritmo de lavra ou produção horária) para que, após a mistura, as metas de produção sejam atendidas e os limites especificados para os parâmetros de controle da qualidade da mistura sejam respeitados.

Uma vez determinada a contribuição de cada frente de lavra na mistura a ser enviada para a Usina (ritmo de lavra ou produção horária), será preciso definir uma estratégia para o transporte deste material. Esta estratégia deverá contemplar dois aspectos principais que, além do Problema da Mistura de Minérios, também fazem parte do Planejamento Operacional de Lavra: definir quais equipamentos de carga deverão ser alocados às frentes de lavra indicadas no PMM e o número de viagens que cada caminhão deverá realizar a estas frente (Guimarães *et al.*, 2007).

A alocação dos equipamentos de transporte poderá ser dinâmica ou estática. No Planejamento Operacional de Lavra com Alocação Dinâmica (POLAD), existe a possibilidade do caminhão trocar de frente de lavra ao longo do turno de trabalho e, consequentemente, ser alocado a equipamentos de carga diferentes desde que haja compatibilidade entre eles. Quando a alocação é estática (POLAE), os caminhões não trocam de frente de lavra após a descarga do material transportado, sendo estes equipamentos sempre carregados pela mesma unidade de carregamento a qual foram alocados no início do turno.

O POLAE é o método mais utilizado nas minerações (frequentemente encontrado em minas de pequeno e médio porte), porque não há necessidade de um sistema de despacho para alocar os caminhões (Rodrigues, 2006). Ainda segundo esta autora, na alocação estática, são comuns os cenários em que se observam filas de caminhões em determinadas frentes de lavra e equipamentos de carga ociosos em outras frentes, tendo consequência direta na produtividade.

3.2 Métodos Metaheurísticos

A busca pela solução ótima em problemas (modelos) complexos e de dimensões elevadas pode exigir um tempo computacional inaceitável operacionalmente. Este tempo não polinomial necessário para encontrar tal solução, faz com que haja uma aceitação cada vez maior pelas "boas" soluções que são obtidas através da utilização de métodos heurísticos aplicados à resolução de problemas combinatórios. "Boas" soluções devem ser interpretadas como sendo aquelas que estão o mais próximo possível da solução ótima. Assim, a principal vantagem de utilizar uma solução sem garantia que seja a ótima, é que ela é obtida em um tempo computacional satisfatório.

Heurística é um procedimento (uma "ideia" ou uma regra) a ser implementada na busca pela solução ótima ou, pelo menos, o mais próximo possível dela. Embora esta técnica não consiga mensurar o quanto as soluções encontradas se aproximam da solução ótima, elas são encontradas em tempos computacionais adequados operacionalmente.

Uma limitação das técnicas heurísticas, é que a regra estabelecida para a resolução de um determinado problema, muitas vezes, só se aplica a este problema. As Metaheurísticas, no entanto, são desenvolvidas para evitar este inconveniente.

Muitos dos algoritmos utilizados para explorar o espaço das soluções viáveis na busca da solução mais favorável são baseados nos Métodos Construtivos ou de Busca Local (Dorigo e Stützle, 2003).

Costa (2005) descreve os Métodos Construtivos como sendo aqueles que geram uma solução elemento por elemento. Segundo este autor, esta construção pode ser feita de duas formas: a gulosa e a aleatória. Considerando somente os elementos ainda não selecionados, na forma gulosa será inserido o elemento que, seguindo um determinado critério, é considerado o mais vantajoso para a solução que está sendo construída; na outra forma, como o próprio nome indica, o elemento a ser inserido é escolhido de maneira aleatória.

Já os Métodos de Busca Local exploram o espaço de busca partindo de uma solução completa, não sendo mais necessária a inserção de novos elementos a cada iteração. Soluções que se encontram nas vizinhanças da solução corrente são geradas através de um processo iterativo a partir de modificações que transformam uma solução em outra, denominadas

movimentos. Estas soluções são avaliadas buscando um vizinho que melhore o valor da função de avaliação. Encontrado este vizinho, ele será admitido como a nova solução corrente e o processo de busca local continua. Quando nenhum dos vizinhos puder ser considerado uma solução melhor do que a solução corrente, o processo para e um ótimo local foi encontrado.

Assim como nos Métodos Construtivos, as soluções encontradas pelos Métodos de Busca Local podem ser melhoradas utilizando as chamadas Técnicas Metaheurísticas. Segundo Temponi (2007), estes algoritmos exploram o espaço das soluções com a possibilidade de escapar de ótimos locais, aumentando, desta forma, as chances de encontrar um ótimo global.

As técnicas metaheurísticas podem, na busca da melhor solução, utilizar algoritmos que manipulam uma única solução ou um conjunto delas, sendo, por isto, classificados em algoritmos não populacionais ou populacionais, respectivamente.

Nas metaheurísticas não populacionais, movimentos escolhidos cuidadosamente devem ser aplicados a uma *única* solução. A nova solução gerada é dita vizinha da solução inicial e deve ser tão promissora quanto ela (Temponi, 2007). Os Métodos *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* (*GRASP*), *Tabu Search* (*TS*), *Simulated Annealing* (*SA*) e *Iterated Local Search* (*ILS*) são exemplos destas metaheurísticas (detalhes da Metaheurística *ILS* serão apresentados na Seção 6.1). Ainda segundo este autor, nos métodos populacionais, ao contrário dos métodos não populacionais, a busca por soluções melhores é feita através da combinação de um *conjunto* de boas soluções. *Genetic Algorithms* (*GA*) e *Ant Colony Optimization* (*ACO*) são exemplos destes métodos.

3.3 Modelo de Programação Matemática

A abordagem Metaheurística aplicada ao Planejamento Operacional de Lavra é mais adequada que a abordagem via modelos de Programação Matemática (Guimarães *et al.*, 2006). Estes autores ressaltam que o fator que restringe a utilização dos modelos de PM é o elevado tempo de processamento para determinar a solução ótima em problemas de dimensões maiores, uma vez que este tipo de problema (PMM) é classificado na literatura como NP-difícil. Destacam, ainda, que a inclusão de novas restrições operacionais é mais fácil com o uso das metodologias heurísticas. Como exemplos de utilização desta metodologia, Souza *et al.* (2010) desenvolveram um algoritmo baseado na Metaheurística

General Variable Neighborhood Search (Hansen *et al.*, 2008) para resolver o PADC, enquanto Araújo e Souza (2011) usaram algoritmos baseados na Metaheurística *Iterated Local Search* para resolver este problema. Estes estudos não consideraram a possibilidade de alocação estática de caminhões.

Embora o Módulo Planejamento do *software* TSMine utilize técnicas metaheurísticas para o Planejamento Operacional de Lavra, a comparação entre os resultados obtidos para o PADC com a utilização dos algoritmos metaheurísticos implementados no TSMine e a solução encontrada através do modelo de Programação Matemática descrito a seguir é apresentada no Apêndice 1 deste trabalho.

Este modelo foi proposto por Costa (2005) e visa minimizar o desvio associado à participação percentual de cada parâmetro de controle da qualidade da mistura e o desvio relacionado à produção, conforme pode ser visto na expressão (3.1).

São considerados os seguintes **dados de entrada**:

M / E	M para conjunto das frentes de minério e E para as de estéril;
F	conjunto das frentes formado por $M \cup E$;
S	conjunto dos parâmetros de controle da qualidade do minério;
C / V	C para conjunto dos equipamentos de carga e V para os de transporte;
Pr	ritmo de lavra recomendado (t/h);
Pl / Pu	Pl para ritmo de lavra mínimo e Pu para ritmo de lavra máximo (t/h);
t_{ij}	teor do parâmetro j na frente i (%);
tr_j	teor recomendado do parâmetro j na mistura (%);
tl_j	teor mínimo do parâmetro j na mistura (%);
tu_j	teor máximo do parâmetro j na mistura (%);
Cl_k	produção mínima do equipamento de carga k (t/h);
Cu_k	produção máxima do equipamento de carga k (t/h);
Ql_i	ritmo de lavra mínimo para a frente i (t/h);
Qu_i	ritmo de lavra máximo para a frente i (t/h);
rem	relação estéril-minério recomendada;
cap_l	capacidade do caminhão l (t);
T_{il}	tempo de ciclo total do caminhão l na frente i (min);
g_{lk}	$\begin{cases} 1 \text{ se o caminhão l é compatível com o equipamento de carga k;} \\ 0 \text{ caso contrário;} \end{cases}$
α^-	penalidade por desvio negativo para o parâmetro j na mistura;
α^+	penalidade por desvio positivo para o parâmetro j na mistura;
β^-	penalidade por desvio negativo da produção (abaixo da recomendada);
β^+	penalidade por desvio positivo da produção (acima da recomendada);

e as seguintes **variáveis de decisão**:

x_i ritmo de lavra na frente i (t/h);

y_{ik} $\begin{cases} 1 \text{ se o equipamento de carga } k \text{ opera na frente } i; \\ 0 \text{ caso contrário;} \end{cases}$

n_{il} número de viagens que o caminhão l realiza à frente i;

P^- desvio negativo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);

P^+ desvio positivo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);

d_j^- desvio negativo do parâmetro j na mistura (%);

d_j^+ desvio positivo do parâmetro j na mistura (%).

A forma literal do modelo de programação matemática para o PADC é:

$$\min \quad \sum_{j \in S} \alpha^- d_j^- + \sum_{j \in S} \alpha^+ d_j^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ \tag{3.1}$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j)\, x_i \leq 0 \qquad \forall j \in S \tag{3.2}$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j)\, x_i \geq 0 \qquad \forall j \in S \tag{3.3}$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j)\, x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \qquad \forall j \in S \tag{3.4}$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \tag{3.5}$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \geq 0 \tag{3.6}$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pr + P^- - P^+ = 0 \tag{3.7}$$

$$x_i - Qu_i \leq 0 \qquad \forall i \in F \tag{3.8}$$

$$x_i - Ql_i \geq 0 \qquad \forall i \in F \tag{3.9}$$

$$x_i \geq 0 \qquad \forall i \in F \tag{3.10}$$

$$d_j^+, d_j^- \geq 0 \qquad \forall j \in S \tag{3.11}$$

$$P^+, P^- \geq 0 \tag{3.12}$$

$$\sum_{i \in E} x_i - rem \sum_{i \in M} x_i \geq 0 \tag{3.13}$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \qquad \forall i \in F \tag{3.14}$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \qquad \forall k \in C \tag{3.15}$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in F, k \in C \tag{3.16}$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cu_k y_{ik} \leq 0 \qquad \forall i \in F \tag{3.17}$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cl_k y_{ik} \geq 0 \qquad \forall i \in F \tag{3.18}$$

$$n_{il} T_{il} - 60 \sum_{k \in C, g_{lk} \neq 0} y_{ik} \leq 0 \qquad \forall i \in F, l \in V \tag{3.19}$$

$$\sum_{i \in F} n_{il} T_{il} - 60 \leq 0 \qquad \forall l \in V \tag{3.20}$$

$$x_i - \sum_{l \in V} n_{il} cap_l = 0 \qquad \forall i \in F \tag{3.21}$$

$$n_{il} \in Z^+ \qquad \forall i \in F, l \in V \tag{3.22}$$

A função objetivo está representada pela relação (3.1), indicando que se pretende minimizar a soma dos desvios relativos à qualidade e à produção. As restrições (3.2) e (3.3) limitam os teores dos parâmetros de controle da mistura ao intervalo definido pelos valores máximo e mínimo atribuídos a cada parâmetro. De forma análoga, as restrições (3.5) e (3.6) limitam a produção ao intervalo definido pelos valores Pu e Pl. As equações (3.4) e (3.7) apresentam as variáveis de desvio, que permitem ampliar o espaço das soluções viáveis. As restrições (3.8) e (3.9) limitam a produção em cada frente de lavra. A relação estéril-minério é considerada na restrição (3.13). Neste problema, é preciso estabelecer que cada frente de lavra possua no máximo um equipamento de carga alocado, e que cada equipamento não poderá estar em operação em mais de uma frente. Estas restrições foram consideradas nas relações (3.14) e (3.15), respectivamente. Já as restrições (3.17) e (3.18) estabelecem, nesta ordem, os limites máximo e mínimo atribuídos ao ritmo de lavra em cada frente. O conjunto de restrições (3.19) garante que cada caminhão só poderá ser alocado a uma frente de lavra que possua um equipamento de carga compatível. Já a relação (3.20) assegura que cada caminhão estará em atividade no máximo 60 minutos. (3.21) iguala o ritmo de lavra em cada frente à produção dos caminhões nela alocados. As restrições (3.16) e (3.22) se referem ao domínio das variáveis y_{ik} e n_{il} e as relações (3.10), (3.11) e (3.12) consideram a não negatividade das outras variáveis de decisão.

Há muitas referências que podem ser consultadas para maior aprofundamento na utilização deste tipo de abordagem, isto é, Programação Matemática. Dentre elas, Andrade (2004), Arenales *et al.* (2007), Colin (2007) e Winston (1994) fornecem o conteúdo necessário para o bom entendimento desta técnica de otimização.

3.4 Simulação

Desde a obtenção das medidas de desempenho de voos de aviões supersônicos até as situações mais simples que envolvem a determinação do tamanho ótimo de equipes de manutenção, a simulação tem sido largamente utilizada (Rubinstein, 1981).

Para Hunt (1994), a simulação imita o funcionamento de um sistema do mundo real através do tempo. Esta autora utilizou um modelo de simulação para reproduzir o transporte de minério em uma mina subterrânea, sendo este transporte realizado por LHDs e trens.

A representação do sistema que está sendo estudado através de modelos permite que as decisões sejam tomadas através da análise dos indicadores de desempenho (dados de saída da simulação) sem a necessidade de mudanças no sistema real para se obter as informações desejadas.

Segundo Andrade (2004), o modelo que representa o sistema deve respeitar todas as regras e condições a que o sistema real está submetido. Como as operações do sistema são normalmente reproduzidas em computadores, torna-se viável a análise de diversos cenários através de mudanças nos parâmetros operacionais, pois, segundo este mesmo autor, o custo ou a impossibilidade de alteração impede que tais manipulações sejam feitas no sistema real.

Seguindo esta ideia, Prado (1999) justifica o uso da simulação em situações em que há inviabilidade da interferência com o sistema real, se referindo aos casos em que modificar sem ter certeza pode significar um alto risco de prejuízo.

De acordo com Bandopadhyay e Ramani (1985), várias alternativas podem ser analisadas em um tempo relativamente curto através de modificações nas variáveis de *input*. Também, a aplicação da simulação computadorizada pode reduzir o trabalho humano e os custos necessários para tais análises.

Ezawa e Silva (1995) destacam a importância da utilização da simulação no trabalho que desenvolveram, porque, antes mesmo da implantação de um sistema de alocação dinâmica de caminhões, os problemas operacionais foram identificados e corrigidos.

Segundo Pinto (1995), a simulação é uma ferramenta poderosa para ser aplicada em modelos estocásticos. Ainda segundo este autor, os sistemas complexos relacionados às

operações de lavra em minerações possuem um número grande de variáveis aleatórias, fazendo da simulação o procedimento mais adequado para a determinação das medidas de desempenho que serão utilizadas para responder a uma série de questionamentos.

Sturgul e Thurgood (1993) enfatizam que a simulação computadorizada fornece os resultados a respeito do comportamento do sistema sob determinadas condições, trazendo informações a respeito do seu funcionamento, porém não resolve o problema diretamente. De acordo com estes autores, uma vez que o modelo foi definido para representar o sistema real, as respostas para questões do tipo "*What - If* " (o que aconteceria se ...) podem ser encontradas através de alterações no programa ou apenas mudanças nos valores das variáveis que representam os parâmetros operacionais. Esta última opção procura evitar as modificações indesejadas nos códigos do programa.

Sturgal (1992) cita um exemplo fictício associado à interpretação dos resultados obtidos com o uso da simulação. Este exemplo simples compara o lucro obtido com a extração do minério em função do número de caminhões em operação. Como primeiro resultado da simulação, admitiu-se que o lucro obtido seria de $ 457 se fossem considerados 9 caminhões em operação. Este lucro chegaria a $ 505 adicionando o 10º caminhão. No entanto, uma terceira simulação revelaria que o lucro seria de apenas $ 480 com 11 caminhões. Assim, a simulação indicaria que o melhor desempenho do sistema, em relação ao lucro, seria alcançado com 10 caminhões em operação.

Outro fator importante que deve ser considerado, para o qual a simulação pode prestar grandes contribuições, é colocado por Fytas e Singhal (1987). Segundo estes autores, as características das frotas dos equipamentos de carga e transporte sofrem alterações ao longo da vida da mina, pois as distâncias entre as frentes de lavra e os pontos de descarga também mudam com o tempo; estas distâncias vão se tornando cada vez maiores à medida que a cava vai se tornando mais profunda. Neste contexto, a simulação pode ser utilizada para a escolha ótima dos equipamentos, uma vez que será necessário analisar múltiplas alternativas em diversos cenários.

O Capítulo 5 descreve com detalhes a utilização do Método de Monte Carlo, um procedimento muito utilizado na simulação estocástica.

3.5 Despacho de caminhões

Aumento da produção com a mesma frota de equipamentos disponível: este é o principal benefício e o que justifica a implantação de um sistema de despacho de caminhões (Arnold e White, 1983). Ainda segundo estes autores, com a utilização deste sistema, mais duas possibilidades podem contribuir para a redução dos custos associados à produção de minério. A primeira delas está relacionada a uma redução da frota de caminhões, acarretando uma diminuição dos custos de capital. A segunda possibilidade é a de minimizar o número de caminhões em operação, o que também levaria a uma redução dos custos operacionais.

Uma vez que 50 % ou mais do custo operacional total em diversas minas a céu aberto é devido às operações relacionadas ao transporte por caminhões (Kennedy, 1990, a*pud* Munirathinam e Yingling, 1994), todo esforço dedicado no sentido de provocar uma redução destes custos deve ser estimulado. Neste contexto, Munirathinam e Yingling (1994) destacam que o objetivo principal dos sistemas computadorizados para despacho de caminhões é a redução dos custos associados ao transporte do minério devido à utilização mais eficiente da frota disponível dos equipamentos de transporte. Segundo estes autores, a alocação adequada dos caminhões às frentes de lavra aumenta a taxa de utilização das unidades de carregamento e transporte além de diminuir o tempo de espera nas filas. Desta forma, seria possível *aumentar a produção* com a frota atual de equipamentos ou atingir a produção desejada com um *número menor* de equipamentos em operação.

Segundo Tu e Hucka (1985), várias metodologias têm sido implementadas para realizar o processo de despacho de caminhões. Estes autores citam um dos primeiros métodos descrito por Mueller (1979). Trata-se de um método manual que utiliza um tabuleiro sobre o qual blocos devem ser movimentados para indicar a localização dos equipamentos na mina e o *status* deles. A comunicação entre os caminhões e o operador responsável pelo despacho é feita via rádio.

Tu e Hucka (1985) enfatizam, ainda, que este método (o método manual) é satisfatório para minas de pequeno e médio porte, onde o número de caminhões não é muito grande e o operador possui uma visão global da mina; no entanto, para o caso de haver um número elevado de caminhões, o operador responsável pelo despacho não teria tempo suficiente para tomar a decisão de forma eficiente.

Nos dias de hoje, esta deficiência já está superada, porque os sistemas computadorizados de despacho são capazes de processar um número muito grande de informações necessárias para a alocação eficiente dos equipamentos, evitando os indesejados cenários em que se observam equipamentos de carga ociosos enquanto caminhões aguardam na fila para serem carregados em outras frentes de lavra.

Arnold e White (1983) ressaltam que a maximização da produção em uma mina eventualmente impede que outras restrições operacionais sejam atendidas. Como exemplo, estes autores colocam que os limites estabelecidos aos parâmetros de controle da qualidade da mistura de minérios, impostos para atender às exigências dos clientes, podem não ser respeitados em um cenário de produção máxima. Para minimizar este problema, os autores sugerem que a otimização da produtividade seja feita considerando uma função "multivariável".

Conforme colocado no parágrafo anterior, deve-se esperar que um sistema de despacho leve em consideração diversos parâmetros operacionais, tais como metas de produção, qualidade da mistura de minérios, utilização dos equipamentos de carga e transporte além da relação estéril-minério, devendo, desta forma, ocorrer uma boa aceitação por parte das empresas de mineração que utilizam ou venham a utilizar estes sistemas.

3.6 Distribuições de probabilidade

Scheaffer e McClave (1986) classificam as distribuições de probabilidade em discretas ou contínuas de acordo com o número de valores que suas variáveis podem assumir. Segundo estes autores, a variável aleatória é considerada discreta se puder assumir um número finito ou infinito, mas enumerável, de valores, ao passo que os valores que as variáveis aleatórias contínuas podem assumir não estão restritos a somente números isolados; eles podem estar associados a algum intervalo de números reais.

Se X for a variável aleatória e x o valor numérico que esta variável pode assumir, a probabilidade de X assumir o valor x será denotado por $P(X = x)$ e, para as distribuições de probabilidade discretas, as seguintes relações devem ser atendidas (Scheaffer e McClave, 1986):

1. $P(X = x) \geq 0$;
2. $\sum P(X = x) = 1$, sendo considerado na soma todos os valores possíveis de x.

Para descrever uma distribuição de probabilidade contínua, utiliza-se a função de densidade de probabilidade $f(x)$, tendo esta função as seguintes características (Montgomery e Runger, 2003):

1. $f(x) \geq 0$;
2. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1$;
3. $P(a \leq X \leq b) = \int_{a}^{b} f(x)\, dx$ = área sob $f(x)$ no intervalo $[a, b]$.

Ainda segundo estes autores, a relação 3 destaca o fato de que a área sob $f(x)$ calculada pela integral representa a probabilidade de X assumir um determinado valor no intervalo $[a,b]$.

A Figura 3 ilustra esta propriedade. Ela mostra a curva de densidade de probabilidade da Distribuição Normal Padrão (média = 0 e desvio padrão = 1) e os limites do intervalo considerado: $a = -1{,}32$ e $b = 1{,}75$.

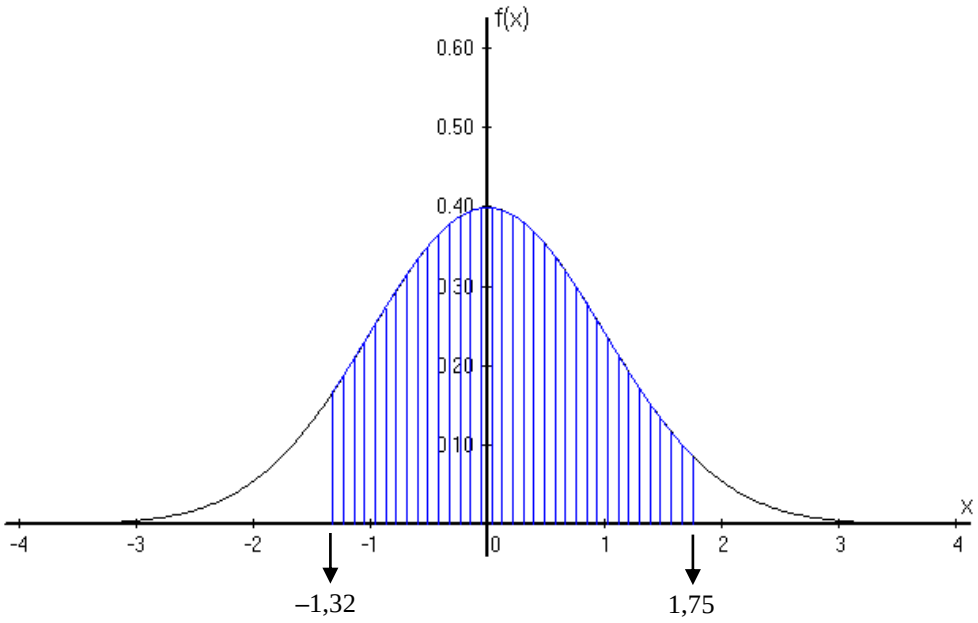


FIGURA 3 Equivalência entre área e probabilidade em gráficos de distribuições de probabilidade.

Assim, a probabilidade do valor assumido pela variável *X* estar contido neste intervalo é numericamente igual à área hachurada; neste caso, 0,8665. Similarmente, $P(-1{,}32 \leq X \leq 1{,}75)$ = 86,65 %. Este valor foi encontrado utilizando um aplicativo computacional desenvolvido pelo autor para o cálculo da área abaixo da curva de densidade da Distribuição Normal Padrão. Na Seção 5.1, é apresentado um exemplo de aplicação do cálculo desta área.

Para o caso das distribuições contínuas, a probabilidade de *X* assumir um único valor é nula, uma vez que:

$$P(X = a) = \int_a^a f(x)\, dx = 0.$$

Montgomery e Runger (2003) definem a função de distribuição cumulativa (fdc) de uma variável aleatória contínua *X* como:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)\, du \quad \text{para } -\infty < x < \infty.$$

As distribuições de Poisson, Binomial, Bernoulli, Uniforme Discreta, Geométrica e Pascal são exemplos de distribuições de probabilidade discretas; enquanto Triangular Exponencial Negativa, Uniforme Contínua, Normal, LogNormal, Beta, Gama, Qui-quadrado, Weibull, *t* de Student e Erlang são distribuições de probabilidade contínuas.

Capítulo 4

Geração de Variáveis Aleatórias

Para que haja uma representação mais realista do sistema em estudo, a simulação estocástica reproduz a variação aleatória exigida para as atividades individuais deste sistema (Tu e Hucka, 1985). Assim, na tentativa de imitar o mundo real, o processo de simulação necessita de números aleatórios e a geração destes números, segundo Portugal (2005), representa o "Motor" da Simulação.

O método mais adequado para a geração das variáveis aleatórias depende da distribuição de probabilidade escolhida para ser utilizada no modelo que representa o sistema real. Três métodos serão apresentados a seguir:

- Transformação Inversa;
- Aceitação – Rejeição;
- Convolução.

4.1 Método da transformação inversa

O Método da Transformação Inversa (Hillier e Lieberman, 2010 e Ross, 2010), também conhecido como Método da Transformação Integral (Bussab e Morettin, 2002), considera que se $F(x)$ é a função densidade acumulada da variável aleatória X, então a variável aleatória $U = F(X)$ tem distribuição uniforme no intervalo [0, 1] e $x = F^{-1}(u)$, sendo x o valor da variável aleatória desejado e u o número aleatório obtido da distribuição uniforme.

Hillier e Lieberman (2010) indicam as duas etapas para gerar variáveis aleatórias a partir de uma dada distribuição de probabilidade utilizando o método da Transformação Inversa:

1. a primeira etapa consiste na geração de um número aleatório *u* entre 0 e 1;
2. resolvendo a equação $x = F^{-1}(u)$, o valor da variável aleatória *x* é encontrado.

A Figura 4.1 ilustra este método e um exemplo da utilização desta técnica pode ser visto na Seção 5.1.

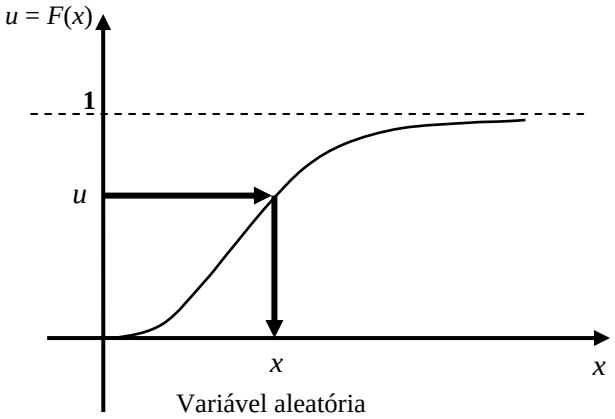


FIGURA 4.1 Representação gráfica do Método da Transformação Inversa para a geração das variáveis aleatórias. **Fonte:** adaptado de Bussab e Morettin (2002) e Hillier e Lieberman (2010).

Para a utilização deste método, a função inversa, $F^{-1}(u)$, da função densidade acumulada, $F(x)$, deve ser conhecida. Assim, este método pode ser utilizado, por exemplo, para as Distribuições Exponencial Negativa, Triangular, Uniforme e Weibull.

No entanto, como um inconveniente para a utilização deste procedimento, a função inversa, muitas vezes, não pode ser determinada. Assim, o método numérico de Aproximação por Funções Racionais (*Rational Functions Approximation*) pode ser apropriado para algumas distribuições que não possuem uma expressão algébrica para a inversa de $F(x)$; por exemplo, a Distribuição Normal.

O objetivo principal da utilização deste método é representar a inversa da função densidade acumulada, $F^{-1}(u)$, por outra função, $r(u)$, de tal forma que:

$$F^{-1}(u) \approx r(u) = \frac{p_n(u)}{q_m(u)} = \frac{p_o + p_1 u + p_2 u^2 + \ldots + p_n u^n}{1 + q_1 u + q_2 u^2 + \ldots + q_m u^m},$$

sendo m e n os graus dos polinômios $p(u)$ e $q(u)$ que definem a função racional $r(u)$.

Para o cálculo dos coeficientes p_o, p_1, p_2, ..., p_n e q_1, q_2, ..., q_m, deve-se resolver um sistema com $m + n + 1$ equações considerando as coordenadas de alguns pontos conhecidos da função $F^{-1}(u)$ cujas abscissas são chamadas de nós de interpolação.

O exemplo a seguir ilustra uma situação em que se deseja encontrar uma função racional que se aproxima da função $y = \sqrt{u}$ no intervalo [1, 2]. Considerando $m = n = 4$, as coordenadas dos nove pontos de interpolação podem ser facilmente obtidas. Neste exemplo, são considerados nós igualmente espaçados, embora existam métodos mais eficientes para definir as abscissas destes pontos, tais como os nós de interpolação de Chebyshev.

Assim, para o intervalo considerado, serão admitidos os pontos (1; 1), (1,125; 1,06066017), (1,250; 1,11803399), (1,375; 1,17260394), (1,500; 1,22474487), (1,625; 1,27475488), (1,750; 1,32287566), (1,875; 1,36930639) e (2; 1,41421356) cujas coordenadas serão utilizadas nas equações do sistema que será resolvido para determinação dos coeficientes procurados. A seguir, é mostrado como uma equação do sistema é escrita considerando, como exemplo, as coordenadas do segundo ponto:

$$\frac{p_o + p_1 \times 1{,}125 + p_2 \times 1{,}125^2 + p_3 \times 1{,}125^3 + p_4 \times 1{,}125^4}{1 + q_1 \times 1{,}125 + q_2 \times 1{,}125^2 + q_3 \times 1{,}125^3 + q_4 \times 1{,}125^4} = 1{,}06066017.$$

Foi desenvolvido um aplicativo computacional para resolver o sistema proposto. A solução obtida (valor dos coeficientes) para o exemplo é:

p_o = 0,133 612 446
p_1 = 3,321 088 403
p_2 = 7,975 184 576
p_3 = 3,625 323 927
p_4 = 0,263 242 894
q_1 = 6,423 814 166
q_2 = 6,590 578 238
q_3 = 1,280 035 179
q_4 = 0,024 024 664

Assim,

$$y = \sqrt{u} \approx r(u) = \frac{p_o + p_1 u + p_2 u^2 + p_3 u^3 + p_4 u^4}{1 + q_1 u + q_2 u^2 + q_3 u^3 + q_4 u^4} \quad \text{para } 1 \le u \le 2.$$

4.2 Método da aceitação – rejeição

Para as distribuições de probabilidade Gama e Beta, o método anterior não se mostra adequado para a geração das variáveis aleatórias. Para estas distribuições, pode ser utilizado o método denominado Aceitação – Rejeição, descrito por Taha (2008) como um método que substitui a função densidade de probabilidade "original", $f(x)$, por outra, $h(x)$, que possui um tratamento analítico mais fácil, de tal forma que valores obtidos de $h(x)$ são usados para amostrar a $f(x)$ "original". Este mesmo autor descreve os passos para a utilização deste método como segue:

1. Define-se uma função majoradora $g(x)$ tal que $g(x) \geq f(x)$ em toda a faixa da função "original".
2. A função substituta, $h(x)$, é obtida pela normalização de $g(x)$ através da seguinte relação: $h(x) = g(x)$ / Área sob $g(x)$.
3. Utiliza-se o Método Inverso ou da Convolução para amostrar $h(x)$, obtendo $x = x_1$.
4. Gerar um número aleatório R de uma Distribuição Uniforme Contínua $(0, 1)$.
5. O valor amostrado, x_1, deverá ser aceito como amostra da $f(x)$ "original" se $R \leq f(x_1)/g(x_1)$. Caso contrário, voltar à etapa 3.

Utilizando este procedimento, foi feita uma amostragem de 377 valores de uma variável aleatória que tem Distribuição Gama com parâmetros α e β, isto é, $Gam(\alpha, \beta)$. Os valores usados para estes parâmetros na amostragem foram $\alpha = 7{,}360$ e $\beta = 0{,}637$. Estes dados foram agrupados em dez classes, sendo as nove primeiras possuindo amplitudes iguais a 3,10; a décima classe é relativa ao intervalo $[27{,}90; +\infty)$ conforme Figuras 4.2 a 4.5. Estas figuras foram obtidas com a utilização de um aplicativo computacional desenvolvido pelo autor.

A função majoradora utilizada foi $g(x) = 0{,}1$ e a substituta $h(x) = 0{,}1/(30 \times 0{,}1) = 0{,}033333$ para $0 \leq x \leq 30$; foi considerado este intervalo, porque $f(x) \approx 0$ para $x > 30$ e $P(X > 30) = 0{,}0007$. A função densidade de probabilidade "original" amostrada é a da Distribuição Gama, ou seja:

$$f(x) = \frac{\beta^{\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)} \quad \text{para } x \geq 0,\ \alpha > 0 \text{ e } \beta > 0,$$

sendo $\Gamma(\alpha)$ o valor da função gama:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1}\, e^{-x}\, dx \quad \text{para } \alpha > 0.$$

A média e a variância da distribuição $Gam(\alpha, \beta)$ são α/β e α/β^2, respectivamente. A Tabela 4.1 mostra estas medidas para a distribuição teórica e para os dados amostrais.

TABELA 4.1 Distribuição teórica *versus* Valores amostrais.

	Distribuição teórica	Valores amostrais
Média	11,555	11,454
Variância	18,142	15,401
Desvio padrão	4,259	3,924

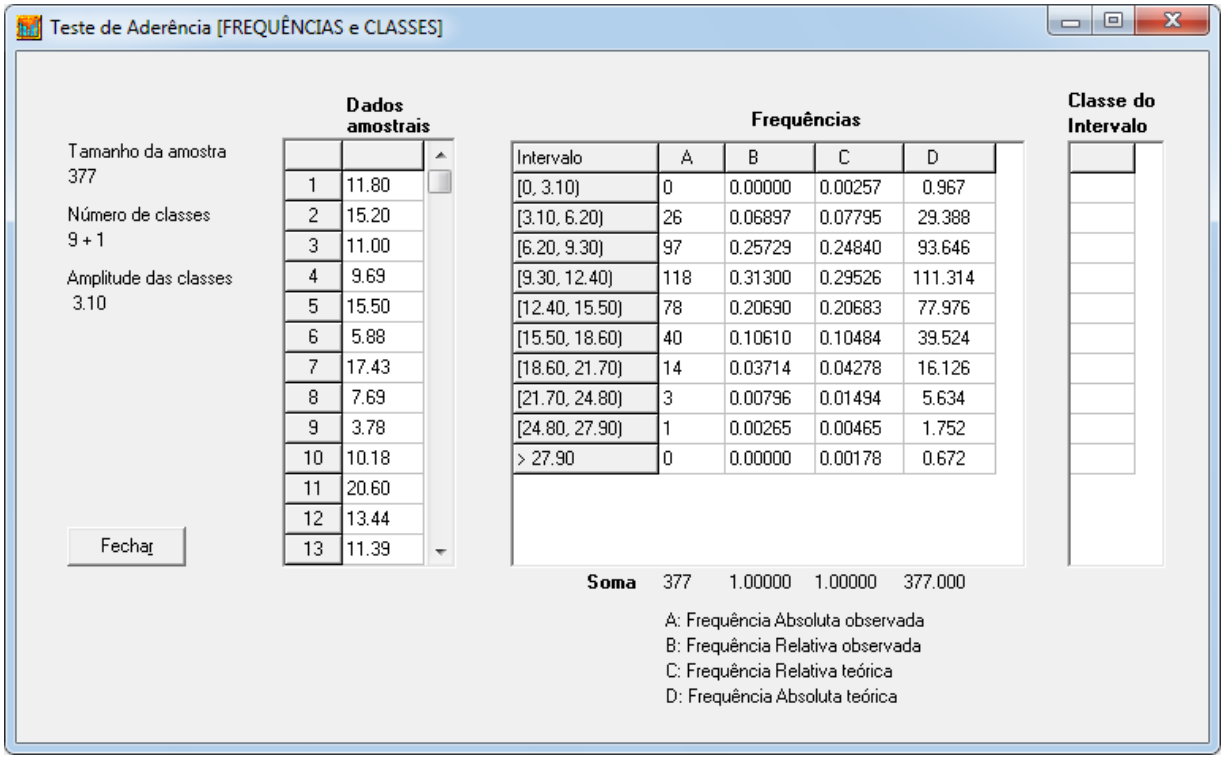


FIGURA 4.2 Frequências Absoluta e Relativa da Distribuição Gama teórica e dos dados amostrais. Apenas 13 dos 377 dados amostrados são mostrados na figura.

Nas Figuras 4.3 e 4.4, a escala no eixo das ordenadas é a fração **FreqRel/Intv**, indicando que o valor da Frequência Relativa observada (coluna B da Figura 4.2) foi dividido pela Amplitude das classes (Intv) do histograma de frequência, isto é, pelo valor 3,10. Isto é feito para permitir que a curva densidade de probabilidade da distribuição teórica seja exibida no mesmo gráfico, pois, desta forma, a área de uma determinada coluna do histograma será igual à frequência relativa da classe correspondente e a soma destas áreas será igual a 1 (um). Já na

Figura 4.5, somente a Frequência absoluta (**FreqAbs**) é utilizada como escala para o eixo das ordenadas.

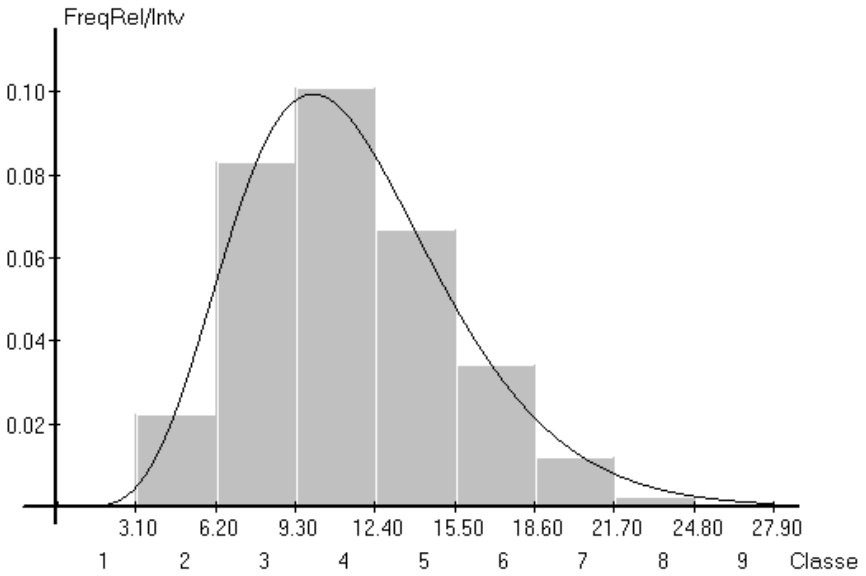


FIGURA 4.3 Curva de densidade da distribuição *Gam*(7,360; 0,637) e histograma de frequência dos dados amostrais.

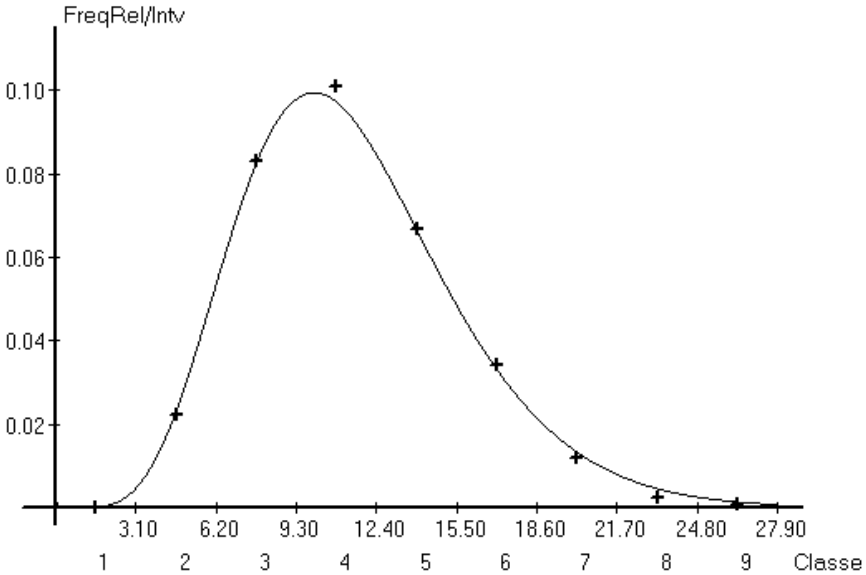


FIGURA 4.4 Curva de densidade da distribuição *Gam*(7,360; 0,637) com indicação relacionada aos dados amostrais (sinal **+**).

O sinal " **+** " utilizado na Figura 4.4 possui abscissa igual ao ponto médio da classe e ordenada equivalente à altura da barra do histograma da Figura 4.3.

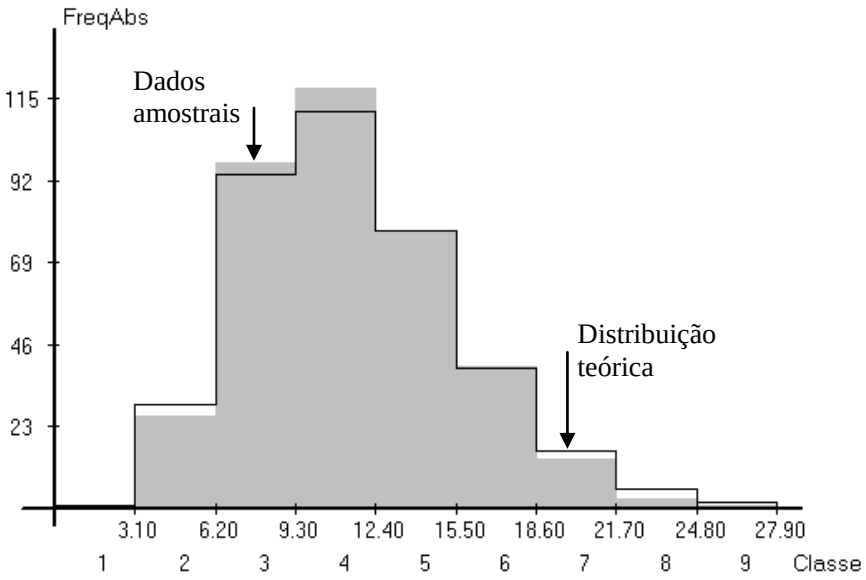


FIGURA 4.5 Histogramas de frequência associados aos dados amostrais e à distribuição teórica *Gam*(7,360; 0,637) que gerou estes dados.

4.3 Método da convolução

Uma variável aleatória com distribuição Qui-quadrado, *W*, com *n* graus de liberdade (escreve-se $W \sim Qui(n)$) pode ser amostrada através da soma dos quadrados de *n* variáveis com distribuição de probabilidade Normal Padrão, *Z* (Bussab e Morettin, 2002). Segundo estes autores, se $Z \sim Norm(0, 1)$ e $Y = Z^2$, então $Y \sim Qui(1)$. De forma mais generalizada, a variável aleatória *W* pode ser calculada através da relação a seguir:

$$W = (Z_1)^2 + (Z_2)^2 + (Z_3)^2 + ... + (Z_n)^2 .$$

Taha (2008) coloca que este método expressa a amostra desejada como a soma estatística de outras variáveis aleatórias fáceis de amostrar. Como exemplos, este autor detalha a maneira como a Distribuição Exponencial Negativa pode ser utilizada para amostrar as Distribuições de Erlang e Poisson. A forma como é feita a amostragem da primeira destas distribuições é mostrada a seguir.

Se $Y \sim Exp(\lambda)$ e $X \sim Erl(k, \lambda)$, então, para amostrar a Distribuição de Erlang com parâmetros *k* e λ, $Erl(k, \lambda)$, basta somar *k* variáveis exponenciais *Y*. Assim,

$$X = Y_1 + Y_2 + Y_3 + ... + Y_k .$$

A função densidade de probabilidade da distribuição amostrada é:

$$f(x) = \frac{\lambda^k x^{k-1} e^{-\lambda x}}{(k-1)!} \quad \text{para } x \geq 0,\ \lambda > 0 \text{ e } k = 1, 2, 3, \ldots$$

A média e a variância da distribuição $Erl(k, \lambda)$ são k/λ e k/λ^2, respectivamente.

Para ilustrar os resultados obtidos com a utilização do Método da Convolução, foi feita uma amostragem de 336 valores de uma variável aleatória que tem a Distribuição de Erlang com parâmetros $k = 3$ e $\lambda = 0{,}25$. Os valores gerados foram agrupados em dez classes, o que pode ser visto nas Figuras 4.6 a 4.9. A amplitude das classes, exceto a última, é 5,75; a décima classe está associada ao intervalo [51,75; $+\infty$).

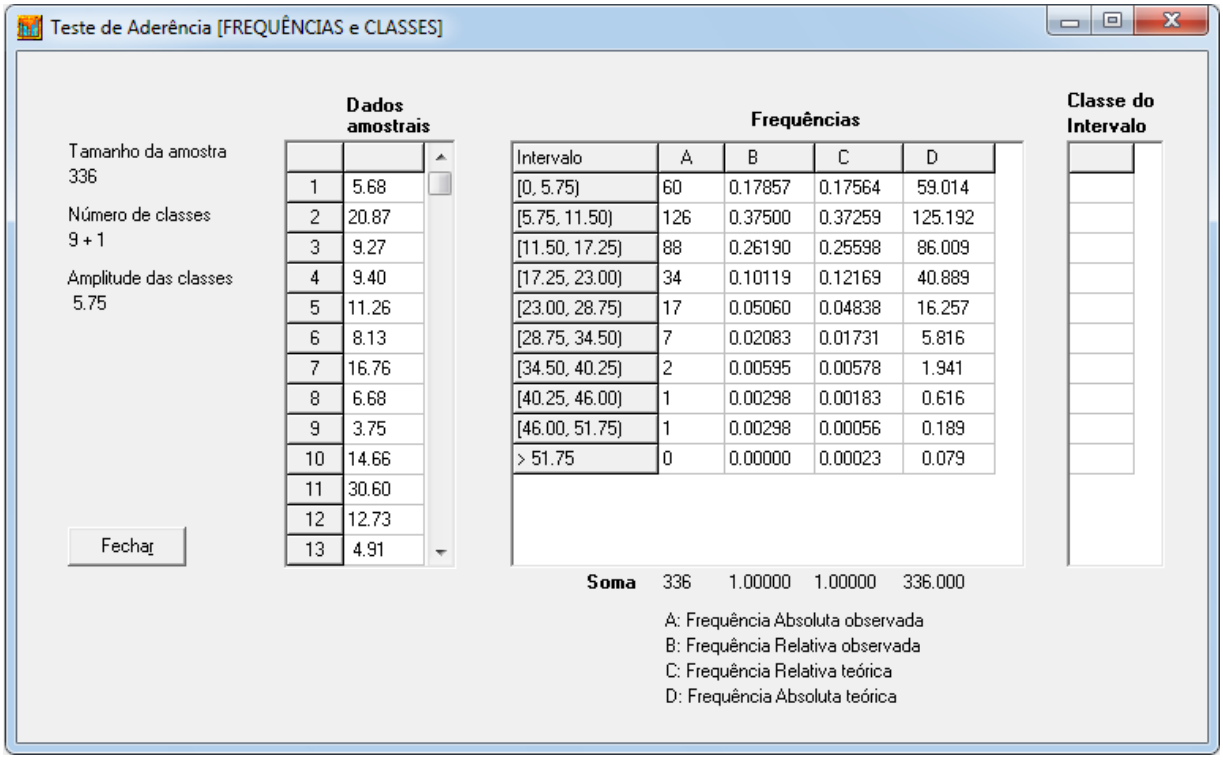


FIGURA 4.6 Frequências Absoluta e Relativa da Distribuição de Erlang teórica e dos dados amostrais. Apenas 13 dos 336 dados amostrados são mostrados na figura.

A Tabela 4.2 mostra o valor da média, variância e desvio padrão da distribuição teórica e dos dados amostrais.

TABELA 4.2 Distribuição teórica *versus* Valores amostrais.

	Distribuição teórica	Valores amostrais
Média	12	11,908
Variância	48	52,806
Desvio padrão	6,928	7,267

Conforme colocado anteriormente, para permitir a representação da curva de densidade da distribuição teórica juntamente com o histograma de frequência dos dados amostrais, foi utilizada como escala para o eixo das ordenadas das Figuras 4.7 e 4.8 a fração **FreqRel/Intv**, ou seja, a Frequência Relativa observada (coluna B da Figura 4.6) dividida pela Amplitude das classes (Intv) do histograma, que neste caso é igual a 5,75. No entanto, na Figura 4.9, somente a Frequência Absoluta observada, **FreqAbs**, foi considerada como escala para o eixo das ordenadas.

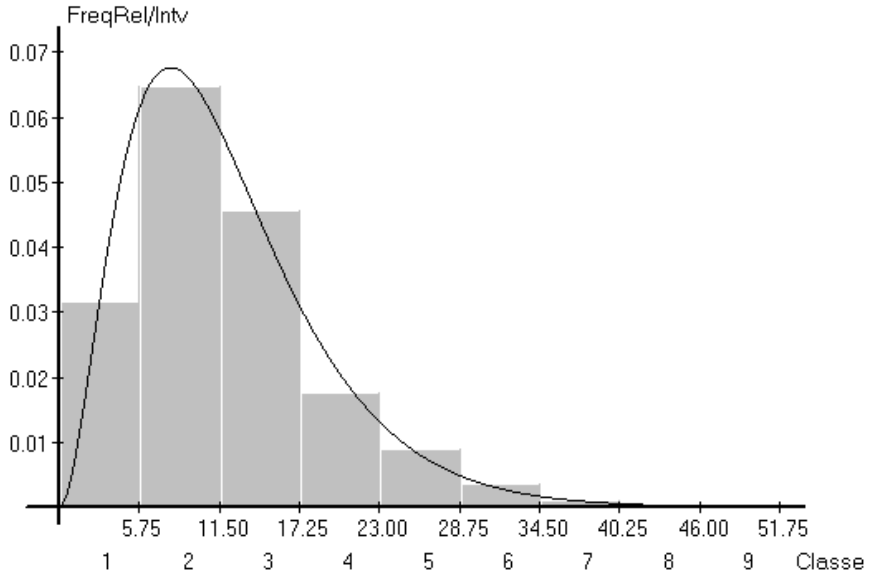


FIGURA 4.7 Curva de densidade da distribuição *Erl*(3; 0,25) e histograma de frequência dos dados amostrais.

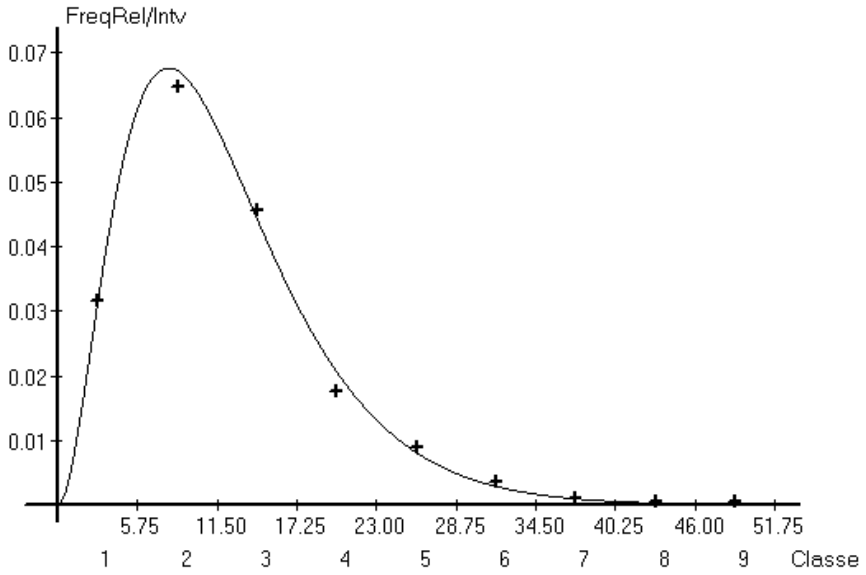


FIGURA 4.8 Curva de densidade da distribuição *Erl*(3; 0,25) com indicação relacionada aos dados amostrais (sinal **+**).

Novamente, o sinal " **+** " utilizado na Figura 4.8 possui abscissa igual ao ponto médio da classe e ordenada equivalente à altura da barra do histograma da Figura 4.7.

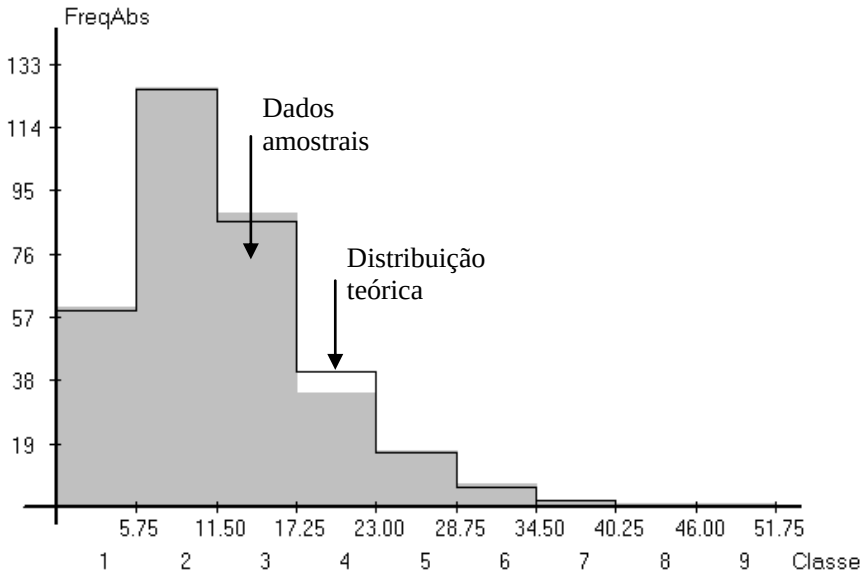


FIGURA 4.9 Histogramas de frequência associados aos dados amostrais e à distribuição *Erl*(3; 0,25) que gerou estes dados.

Gamerman e Lopes (2006) e Bussab e Morettin (2002) descrevem procedimentos para amostrar variáveis aleatórias de outras distribuições de probabilidade contínuas e discretas.

4.4 Teste de Aderência Qui-quadrado

As variáveis aleatórias utilizadas no processo de simulação são obtidas a partir de distribuições de probabilidade, imitando, desta forma, um processo de amostragem real. Assim, deve-se escolher um modelo que fornecerá os dados com uma distribuição bem próxima daquela vinculada aos dados já existentes, estando este modelo apto para representar o sistema que será simulado.

Montgomery e Runger (2003) fornecem os passos para testar a adequação do ajuste, ou seja, se a distribuição teórica escolhida "parece" adequada para representar a população.

Segundo estes autores, o primeiro passo é obter uma amostra de tamanho n da população. Em seguida, estas observações deverão ser arranjadas em um histograma de frequência, em que O_i representará a frequência observada no i-ésimo intervalo de classe. A frequência esperada neste mesmo intervalo será denotada por E_i, sendo o seu valor obtido da distribuição de probabilidade teórica escolhida para representar os dados. Assim, se a população seguir a distribuição teórica, o valor da estatística de teste, χ_t^2, terá aproximadamente uma Distribuição Qui-quadrado com $(k - 1 - q)$ graus de liberdade, sendo k o número de classes e q o número de parâmetros da distribuição teórica que foram estimados pelas estatísticas amostrais. O valor da estatística de teste é calculado através da seguinte relação:

$$\chi_t^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}.$$

Assim, tornou-se necessário a implementação de algoritmos estatísticos para facilitar a realização dos testes de aderência.

Para a realização do teste a seguir, dados amostrais relativos a uma variável aleatória X foram obtidos de uma população com Distribuição Exponencial Negativa e média igual a 3, ou $Exp(0{,}333333)$. Ao todo, foram 300 valores amostrados pelo Método da Transformação Inversa, seguindo o procedimento descrito anteriormente na Seção 4.1.

A função densidade de probabilidade da Distribuição Exponencial é

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{para } x \geq 0,$$

sendo a média e a variância iguais a $1/\lambda$ e $1/\lambda^2$, respectivamente. Assim, para a distribuição amostrada, média = 3, $\lambda = 1/3 = 0{,}333...$, variância = 9 e desvio padrão populacional = 3.

Acessando o Módulo ENTRADA DE DADOS do aplicativo computacional desenvolvido para a realização do teste de aderência (Figura 4.10), os dados amostrais obtidos da distribuição teórica *Exp*(0,333333) foram lidos.

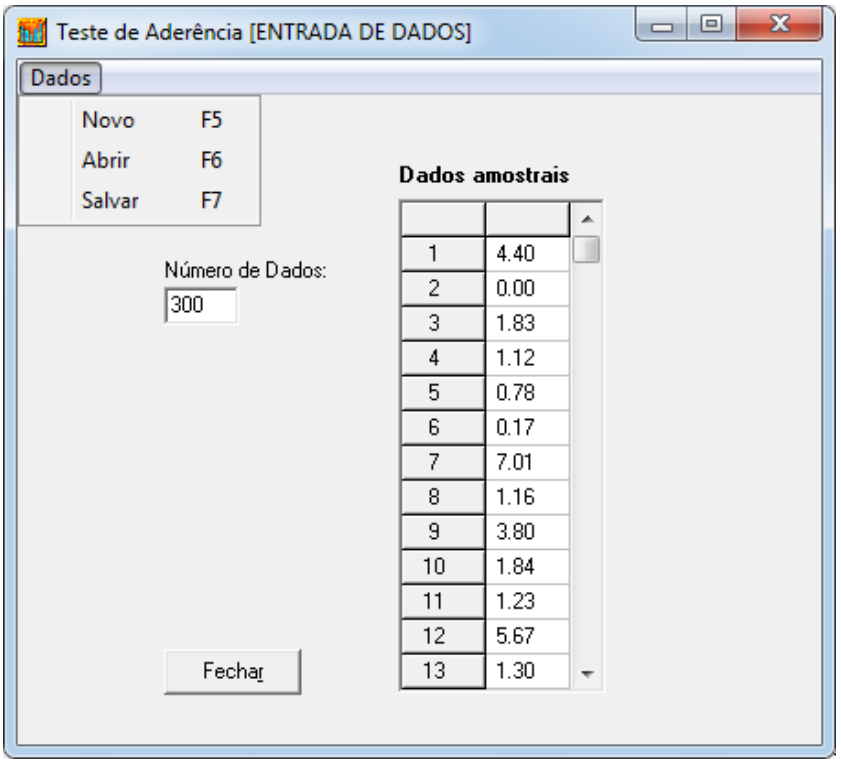


FIGURA 4.10 Teste de aderência: módulo para entrada de dados.

O módulo principal do aplicativo (Figura 4.11) permitiu agrupar os dados amostrais em classes e representar os modelos na forma de histogramas de frequência (modelos teórico e observado) e curvas de densidade (somente modelo teórico).

Segundo Milone (2006), em geral, não existe um valor ideal para o número de classes de uma distribuição, sendo ele, muitas vezes, arbitrário. Não é aconselhável, no entanto, colocar todos os valores em 2 ou 3 classes ou, por outro lado, utilizar um número exagerado de classes. Normalmente, este número está entre 5 e 20. Triola (2005) fornece a relação

$$nClasses = 1 + log\,(n)\,/\,log\,(2),$$

conhecida como Regra de Sturges, para a determinação aproximada do número ideal de classes, *nClasses*, sendo *n* o número de observações. Outras relações podem ser encontradas em Milone (2006).

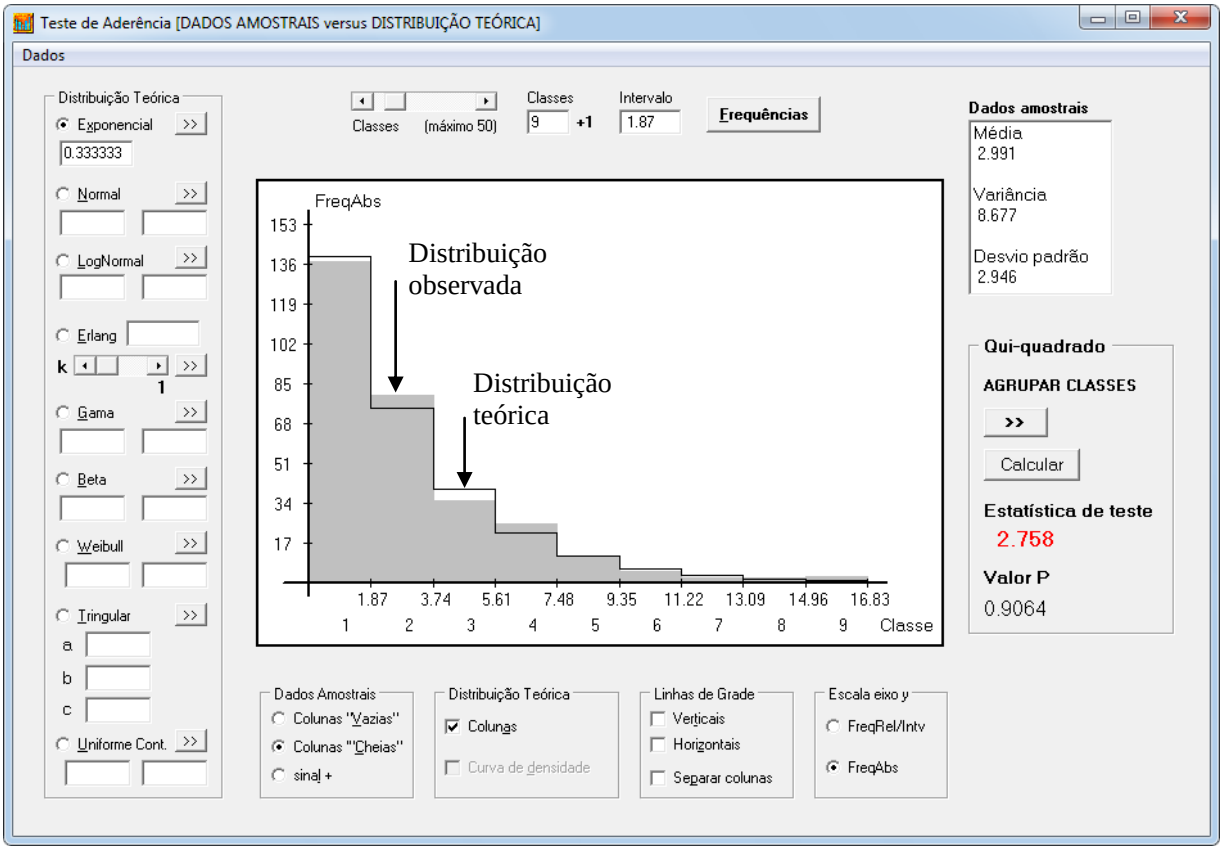


FIGURA 4.11 Histogramas de frequência, valor da estatística de teste ($\chi^2_t = 2{,}758$) e o *valor P* correspondente (P = 0,9064). Escala vertical: Frequência Absoluta.

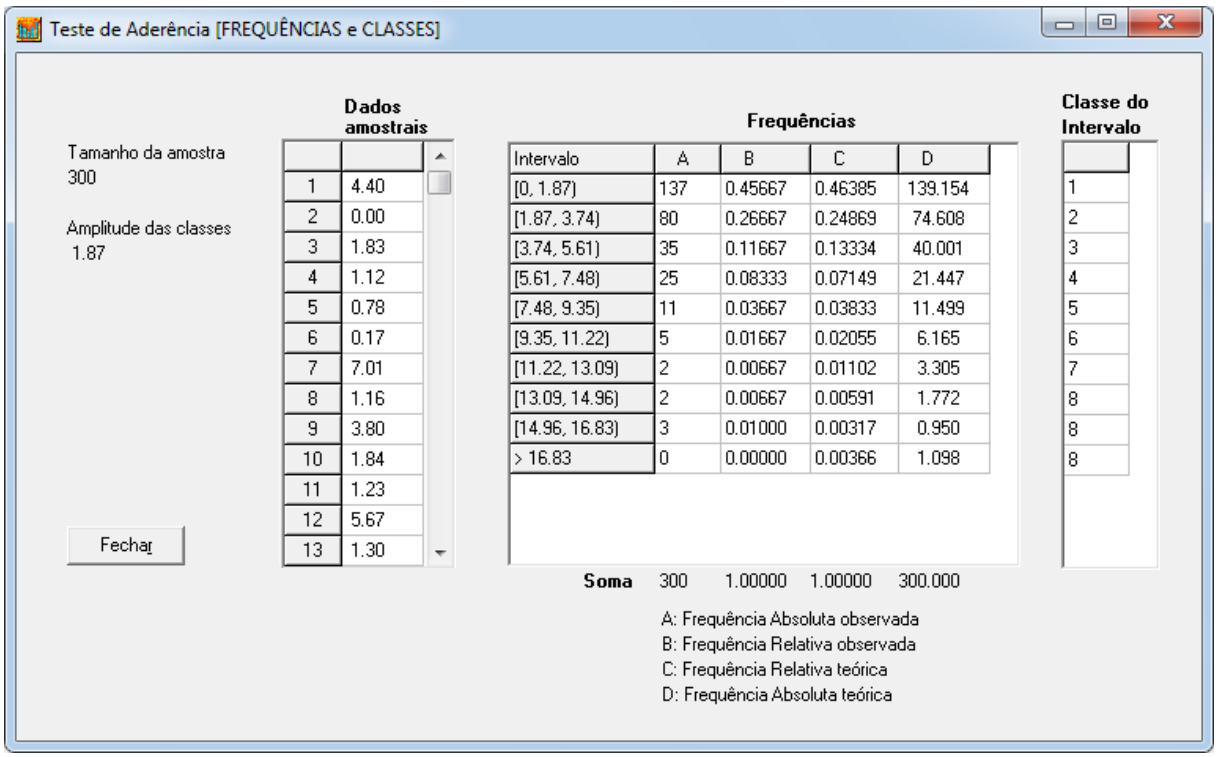


FIGURA 4.12 Frequências Absoluta e Relativa das distribuições observada e teórica.

A Figura 4.12 mostra apenas 13 dos 300 dados amostrais. As frequências observada e teórica para todas as classes também são mostradas nesta figura.

Os dados coletados foram divididos em 10 classes (Figuras 4.13 e 4.14), numa tentativa de seguir a regra mencionada anteriormente, ou seja, $nClasses = 1 + log(300)/log(2) \approx 9{,}23$. A décima classe representa o intervalo $[16{,}83; +\infty)$.

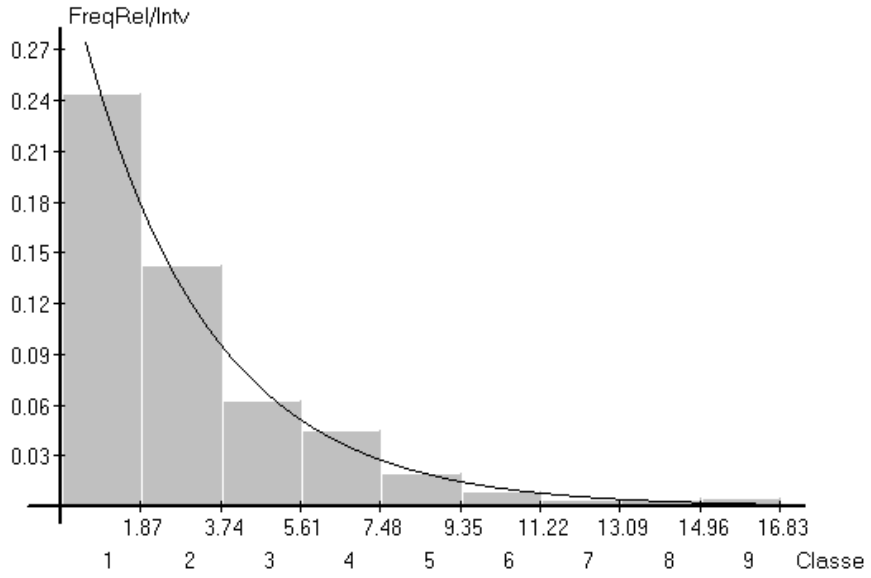


FIGURA 4.13 Curva de densidade da distribuição *Exp*(0,333333) e histograma de frequência associado aos dados amostrais.

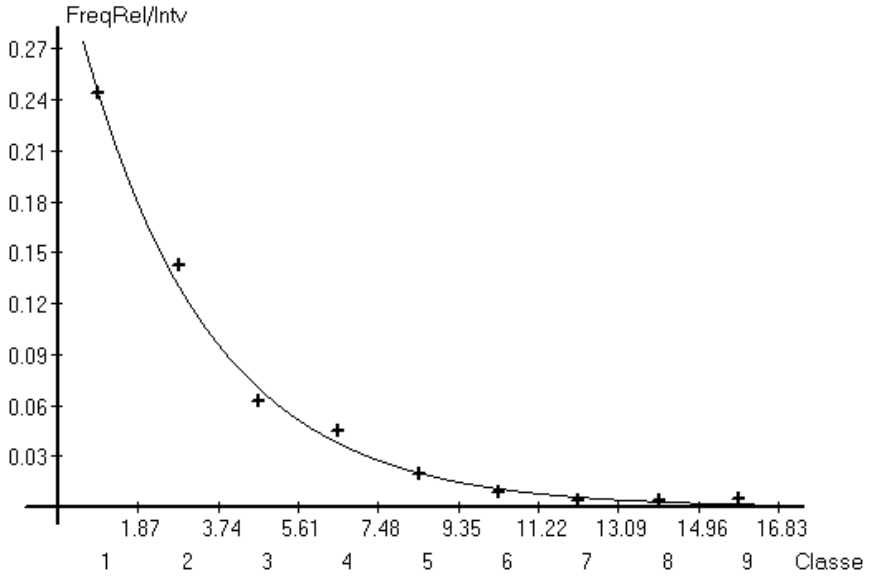


FIGURA 4.14 Curva de densidade da distribuição *Exp*(0,333333) com indicação relacionada aos dados amostrais (sinal **+**).

A amplitude das classes, exceto a última, é 1,87. Foi possível a representação da curva de densidade da Distribuição Exponencial nas Figuras 4.13 e 4.14, porque no eixo das ordenadas é marcado o valor da fração **FreqRel/Intv**, ou seja, da Frequência Relativa observada (coluna B da Figura 4.12) dividida pela amplitude das classes (**Intv**) que caracterizam o histograma de frequência.

Uma análise visual das Figuras 4.13 e 4.14 sugere que a distribuição populacional da variável *X* deve ser, realmente, a Exponencial com média 3. No entanto, o próximo passo é a realização do teste de aderência conhecido como *Qui-quadrado* para certificar que esta constatação visual não será rejeitada.

Para a realização do teste, as hipóteses consideradas são:

H_o: a variável aleatória *X* tem Distribuição Exponencial Negativa com média 3;

H_1: a distribuição da população *não* é a Exponencial Negativa com média 3.

Estas afirmativas são denominadas *hipótese nula* e *hipótese alternativa*, respectivamente.

A hipótese nula *não* será rejeitada se $\chi_t^2 < \chi_{\alpha,\, gl}^2$, sendo α o nível de significância e *gl* o número de graus de liberdade (estes dois parâmetros são usados para definir o valor qui-quadrado crítico $\chi_{\alpha,\, gl}^2$). Desta forma, o Teste Qui-quadrado verifica se o valor da estatística de teste, χ_t^2, se encontra ou não na região de rejeição definida a partir do escore $\chi_{\alpha,\, gl}^2$ para, então, *rejeitar* ou *não rejeitar* a hipótese nula a um nível de significância α (neste trabalho, adotou-se α = 0,05). O nível de significância é a probabilidade, antes da amostragem, da estatística de teste cair na região de rejeição (isto é, $\chi_t^2 \geq \chi_{\alpha,\, gl}^2$) quando a hipótese nula, H_o, é verdadeira.

As Tabelas 4.3 e 4.4 detalham o procedimento utilizado pelo aplicativo computacional que foi desenvolvido para a realização do teste de aderência. Uma vez determinadas as frequências absolutas observada (amostral) e esperada (teórica), o valor da estatística qui-quadrado foi calculado para cada uma das classes utilizando a relação mostrada na quinta coluna da Tabela 4.4. Após estes cálculos, os valores foram somados e o resultado desta soma é o valor χ_t^2 procurado.

O valor da estatística de teste não foi computado diretamente da Tabela 4.3, pois os valores calculados para a frequência absoluta esperada das classes 8, 9 e 10 (valores indicados através de uma chave inserida na tabela) são relativamente pequenos e, portanto, não seria

conveniente utilizá-los. O valor mínimo a partir do qual a frequência absoluta esperada de uma classe pode ser utilizada não é definido exatamente; ao contrário, alguns autores consideram 2 (Scheaffer e McClave, 1986) e outros indicam 3, 4 ou, até mesmo, 5 como limites comumente utilizados (Montgomery e Runger, 1994). Nesta análise, foi considerado 3.

TABELA 4.3 Frequências absolutas observada e esperada em cada classe do histograma.

Número da classe, *i*	Intervalo da classe	Frequência absoluta	
		Observada (O_i)	Esperada (E_i)
1	[0; 1,87)	137	139,154
2	[1,87; 3,74)	80	74,608
3	[3,74; 5,61)	35	40,001
4	[5,61; 7,48)	25	21,447
5	[7,48; 9,35)	11	11,499
6	[9,35; 11,22)	5	6,165
7	[11,22; 13,09)	2	3,305
8	[13,09; 14,96)	2	1,772
9	[14,96; 16,83)	3	0,950
10	[16,83; $+\infty$)	0	1,098

Assim, para que haja uma adequação à regra estabelecida no parágrafo anterior, as classes 8, 9 e 10 foram agrupadas em uma única classe cujo intervalo é [13,09; $+\infty$). As frequências absolutas observada e esperada desta nova classe são mostradas na Tabela 4.4 (linha 8).

TABELA 4.4 Determinação do valor da estatística de teste após o agrupamento das classes 8, 9 e 10 da Tabela 4.3.

Número da classe, *i*	Intervalo da classe	Frequência absoluta		$\chi_i^2 = \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
		Observada (O_i)	Esperada (E_i)	
1	[0; 1,87)	137	139,154	0,033342
2	[1,87; 3,74)	80	74,608	0,389686
3	[3,74; 5,61)	35	40,001	0,625234
4	[5,61; 7,48)	25	21,447	0,588605
5	[7,48; 9,35)	11	11,499	0,021654
6	[9,35; 11,22)	5	6,165	0,220150
7	[11,22; 13,09)	2	3,305	0,515287
8	[13,09; $+\infty$)	5	3,820	0,364503
				$\chi_t^2 = 2,758$

Uma vez que o problema associado à frequência absoluta esperada foi solucionado, o passo seguinte passou a ser o cálculo do valor da estatística de teste χ_t^2. Este escore foi determinado pela soma dos valores χ_i^2 (i = 1, 2, ..., k = 8) mostrados para todas as classes na Tabela 4.4; o resultado foi colocado na última linha desta tabela. Os valores χ_i^2 (i = 1, 2, 3, 4) também podem ser vistos na Figura 4.15.

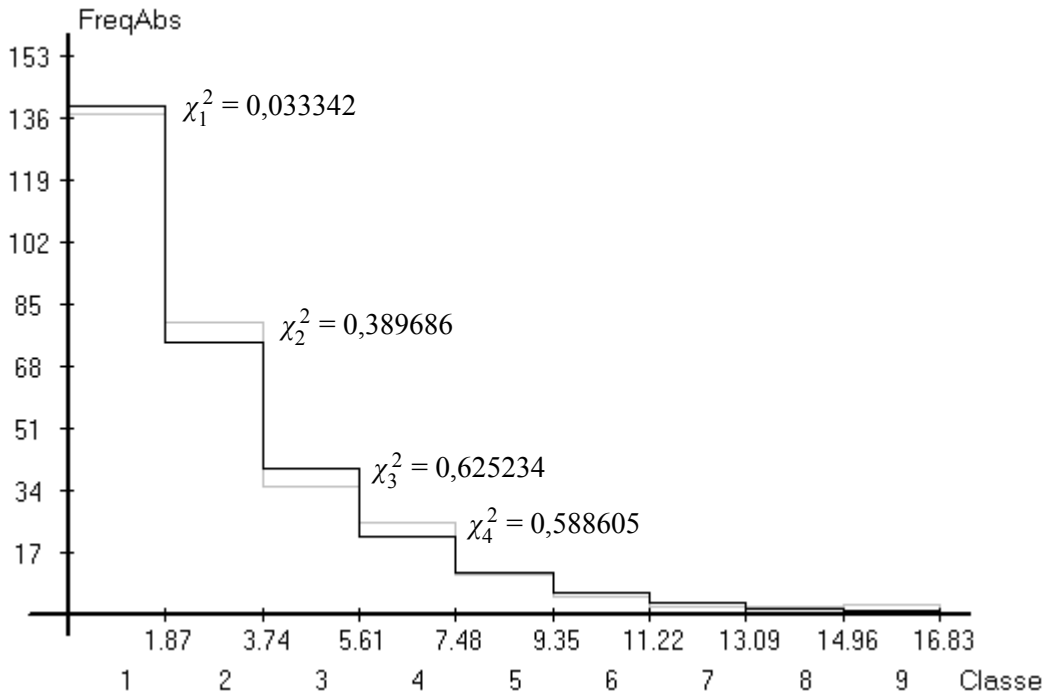


FIGURA 4.15 Indicação dos valores qui-quadrado das quatro primeiras classes conforme Tabela 4.4.

Observando a Figura 4.16, nota-se que a estatística de teste $\chi_t^2 = 2{,}758$ se encontra fora da região crítica (região destacada no gráfico) para um nível de significância α = 0,05. Por isto, a um nível de confiança de 95 %, a afirmação de que a variável aleatória X tem uma Distribuição Exponencial Negativa com média 3 (hipótese nula) *não pode ser rejeitada*. Ou, similarmente, pode-se afirmar que *não há evidência suficiente para rejeitar*, a um nível de confiança de 95%, a hipótese de que a distribuição da população é a Exponencial Negativa com média 3, porque $\chi_t^2 = 2{,}758 \; < \; \chi^2_{0{,}05,\,7} = 14{,}067$. O *valor P* para a estatística de teste χ_t^2 e 7 graus de liberdade ($gl = 8 - 1 - \mathbf{0}$) é 0,9064 (Figura 4.17); já o valor **0** (zero), na determinação de *gl*, indica que nenhum parâmetro populacional foi estimado a partir dos dados amostrais.

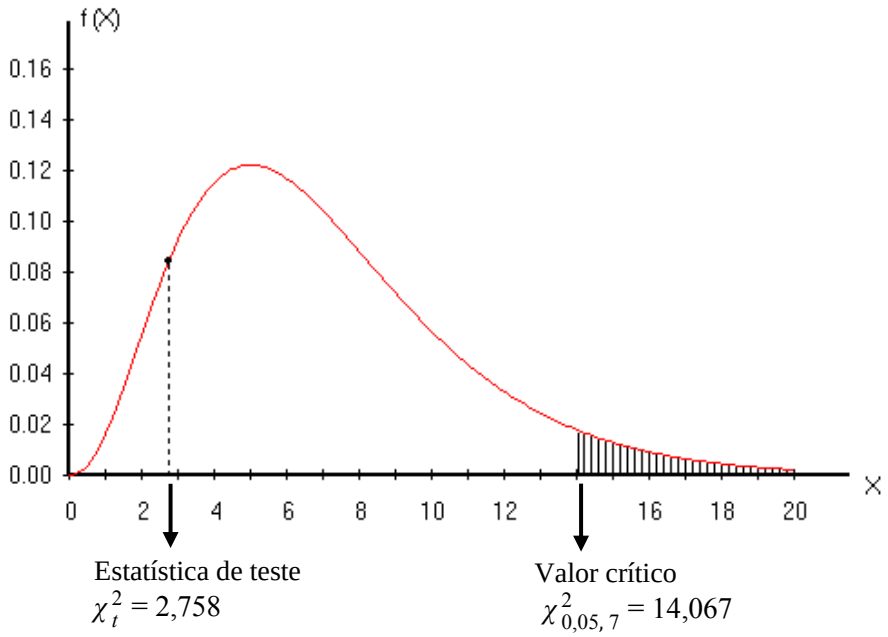


FIGURA 4.16 Curva de densidade da Distribuição Qui-quadrado (*gl* = 7) com indicação da região crítica (definida para $\alpha = 0{,}05$) e do valor da estatística de teste χ^2_t.

O *valor P* também pode ser utilizado como critério para rejeitar ou não a hipótese nula; H_o *não* será rejeitada se $P > \alpha$. Em concordância com o que já foi verificado na Figura 4.16, não há evidência suficiente para rejeitar a hipótese nula, porque $P = 0{,}9064 > \alpha = 0{,}05$.

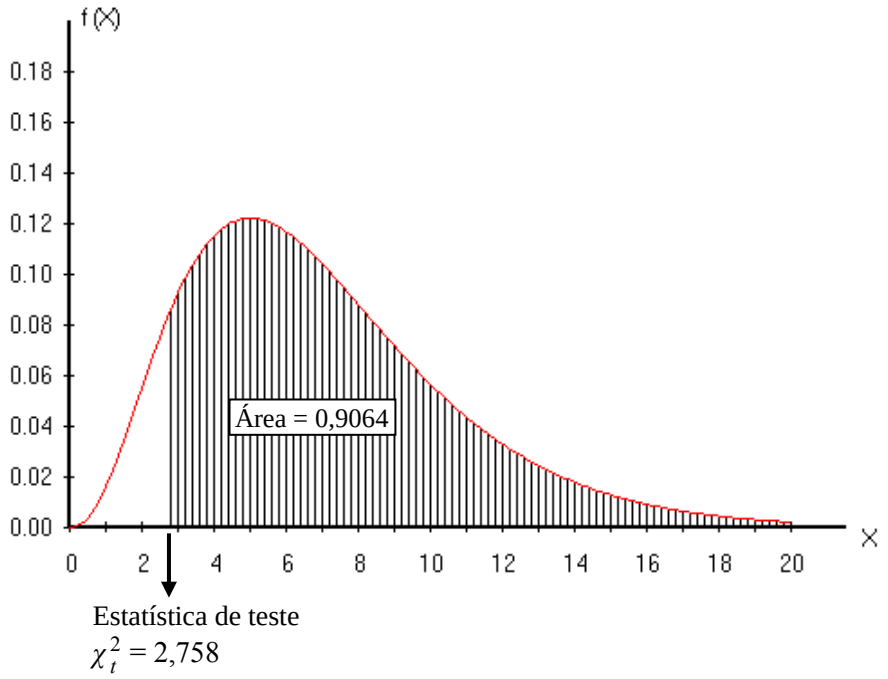


FIGURA 4.17 Curva de densidade da distribuição *Qui*(7) e representação gráfica (área hachurada) do *valor P* = 0,9064.

Capítulo 5

Simulação pelo Método de Monte Carlo

Na simulação que utiliza o Método de Monte Carlo, o funcionamento de um sistema real é reproduzido dentro de um modelo teórico através da transformação de números aleatórios em variáveis aleatórias (Prado, 2009). Ainda segundo este autor, à medida que o número de dados utilizados no processo aumenta, os valores obtidos na simulação serão mais próximos dos valores reais no que se refere a variáveis randômicas (indicadores de desempenho do sistema).

Segundo Taha (2008), a simulação imita o comportamento aleatório de um sistema real utilizando modelos para estimar as medidas de seus indicadores de desempenho. Para este autor, o Método de Monte Carlo utiliza amostragem aleatória (obtida de distribuições de probabilidade) para estimar tanto parâmetros estocásticos (probabilísticos) quanto parâmetros determinísticos, tais como avaliação de integrais e estimativa de constantes. Exemplos da aplicação deste método na avaliação de parâmetros determinísticos podem ser encontrados em Hines *et al*. (2006).

Se os modelos utilizados no processo de imitar a realidade conservam as características físicas do sistema imitado com a finalidade de reproduzir o funcionamento deste sistema em uma escala reduzida, tem-se a *simulação física*, sendo considerados exemplos os modelos miniaturizados, túneis de vento e simuladores de voo; se estas características são análogas às do sistema real, a simulação é denominada *analógica*; no entanto, para modelos que não mantém as características físicas do sistema real, a simulação é dita *simbólica* e o Método de Monte Carlo é classificado como uma de suas técnicas (Shimizu, 1984 e Prado, 2009).

Para avaliar os efeitos que as distribuições de probabilidade têm sobre os resultados da simulação, Sturgal (1992) simulou três cenários para estabelecer o número ótimo de caminhões em operação, tendo como objetivo a maximização do lucro. Este autor considerou desde valores determinísticos até a utilização de distribuições de probabilidade para amostragem do tempo de ciclo dos caminhões (tempo de carregamento + transporte + descarga do minério + retorno à frente de lavra). Analisando os resultados obtidos, o autor conclui a respeito da importância da utilização de distribuições adequadas no processo de simulação, uma vez que o número ótimo de caminhões foi diferente em cada cenário avaliado.

5.1 Modelos Determinístico e Estocástico

5.1.1 MODELO DETERMINÍSTICO

Os resultados são determinados a partir de variáveis que assumem valores que são definidos *sem a ocorrência de aleatoriedade* daquilo que representam, sendo estas variáveis caracterizadas pela certeza do valor associado a elas. Como exemplo, o valor adotado para o tempo de ciclo dos caminhões no modelo de otimização utilizado neste trabalho é determinístico, uma vez que ele independe, para uma determinada rota, de qual viagem o caminhão estará realizando; ou seja, o valor assumido por esta variável é constante para o caminhão alocado a uma rota específica da mina.

5.1.2 MODELO ESTOCÁSTICO

São modelos para os quais *há ocorrência de aleatoriedade* nos valores assumidos pelas variáveis. Esta característica faz com que estes valores não sejam fixos e, portanto, podem variar em um determinado intervalo. Segundo Gamerman e Lopes (2006), os valores assumidos por estas variáveis estão sujeitos a flutuações randômicas podendo ser definidos somente pelo uso de distribuições de probabilidade.

O exemplo a seguir, denominado neste trabalho de Problema do Encaixe, mostra um modelo estocástico associado ao processo de fabricação de uma peça metálica (peça *C*) que deverá ser montada a partir do encaixe das peças *A* e *B* conforme esquema mostrado na Figura 5.1. O problema consiste em determinar qual a porcentagem de peças *C* defeituosas, ou seja, a porcentagem de peças *C* que não poderão ser montadas a partir das peças *A* e *B*, pois $D < d$.

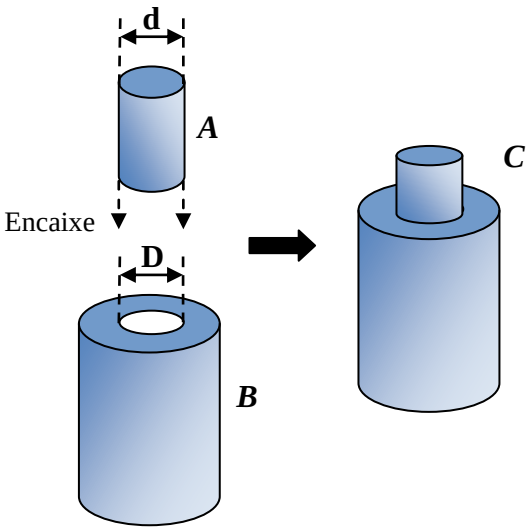


FIGURA 5.1 Exemplo de modelo estocástico: Problema do Encaixe.

Os diâmetros da peça cilíndrica *A* e do orifício na peça *B* (*d* e *D*, respectivamente) são variáveis aleatórias (estocásticas) com Distribuição Normal. O conjunto formado pelas peças *A* e *B* será considerado "sem defeito" se a variável *Folga* for maior que zero, ou seja, $Folga = D - d > 0$. Caso contrário, será considerado "defeituoso", uma vez que as peças não poderão ser encaixadas.

As porcentagens de peças *C* sem defeito e defeituosas foram determinadas com a utilização do Método de Monte Carlo, uma vez que os valores das variáveis do modelo, *D* e *d*, foram definidos por amostragens randômicas a partir de uma distribuição de probabilidade.

A cada iteração do processo de simulação foram gerados dois números aleatórios: u_1 e u_2. Utilizando uma função inversa "aproximada" da função densidade acumulada da Distribuição Normal, $F^{-1}(u)$, juntamente com os parâmetros Média e DPadrão (desvio padrão) especificados para cada uma das peças *A* e *B*, os valores das variáveis aleatórias que representam os diâmetros das peças foram determinados.

No processo de amostragem, foi utilizado o procedimento conhecido como Método da Transformação Inversa (Seção 4.1), sendo a função inversa $F^{-1}(u)$ substituída por uma função algébrica "aproximada" (Método de Aproximação por Funções Racionais), uma vez que a expressão algébrica "exata" não é definida para o caso da Distribuição Normal.

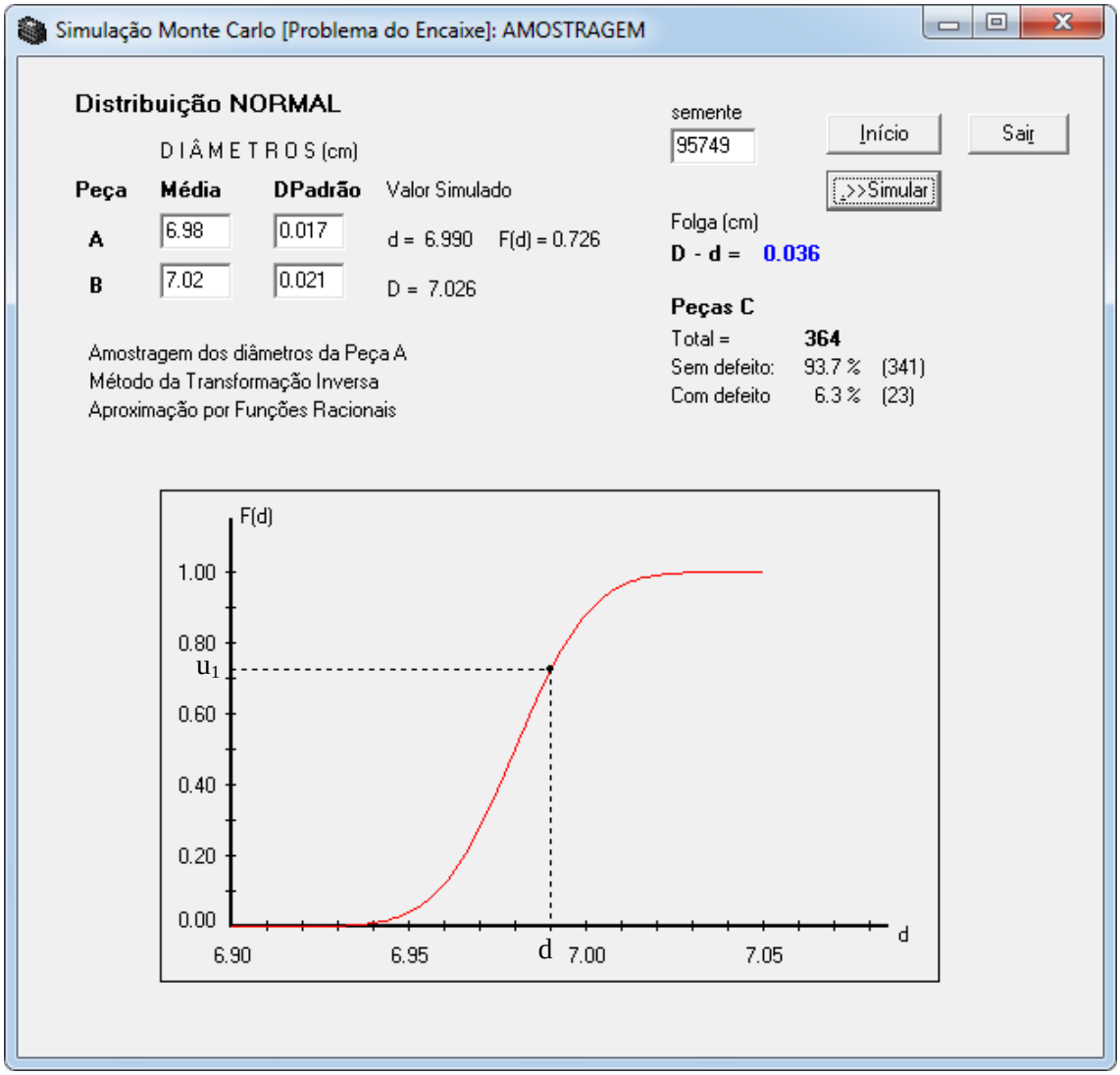


FIGURA 5.2 Determinação da porcentagem amostral de peças *C* sem e com defeito.

Analisando o gráfico da Figura 5.2, observa-se que para $u_1 = 0{,}726$, tem-se $d = 6{,}990$ cm, que corresponde ao diâmetro da peça *A*. Para o cenário mostrado na figura, o diâmetro *D* da peça *B* é 7,026 cm. O valor da folga foi avaliado ($Folga = D - d = 0{,}036$ cm) e o contador das peças boas (pois $Folga > 0$) foi acrescido de uma unidade. A figura mostra, ainda, que 6,3% dos 364 conjuntos gerados (para montagem das peças *C*) foram classificados como defeituosos. Este resultado representa uma proporção amostral de peças defeituosas de 0,063.

De acordo com Taha (1988), "os dados de saída da simulação devem ser vistos como uma amostra em um experimento estatístico" e, por isto, os resultados devem ser expressos na forma de intervalos de confiança. Assim, uma estimativa pontual para a proporção de peças defeituosas não seria adequada em um processo de tomada de decisão, pois não há informações sobre a margem de erro associada ao valor determinado, ou seja, não há

indicação de quanto a proporção amostral se distancia da verdadeira proporção (proporção populacional) de peças defeituosas. Assim, em vez de uma estimativa pontual da proporção de peças *C* defeituosas, um intervalo que tem seus limites definidos com base na proporção amostral e no erro máximo da estimativa seria uma resposta mais adequada para o problema. Tal intervalo é chamado de **Intervalo de Confiança** e as expressões necessárias para determinar seus limites são:

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \leq p \leq \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}},$$

sendo

p: valor verdadeiro do parâmetro estimado (proporção populacional);

$\hat{p}$: proporção amostral de interesse;

n: tamanho amostral;

$z_{\alpha/2}$: valor crítico bicaudal da Distribuição Normal Padrão para um nível de significância α;

α: nível de significância.

O erro máximo da estimativa, ou **Margem de Erro** (*MgErro*), é calculado pela equação

$$MgErro = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}.$$

As relações $n \times \hat{p} \geq 5$ e $n \times (1-\hat{p}) \geq 5$ deverão ser satisfeitas. Para o problema proposto, isto pode ser verificado facilmente, pois $364 \times 0{,}063 = 22{,}9 > 5$ e $364 \times 0{,}937 = 341{,}1 > 5$.

A estimativa intervalar bicaudal será feita a um nível de confiança de 95% (α = 0,05). Para esta situação, o escore *z* crítico ou o valor crítico $z_{\alpha/2}$ é $z_{0{,}025}$ = 1,960. Usando os resultados obtidos com a simulação (Figura 5.2), obtém-se:

$$0{,}063 - 1{,}960\sqrt{\frac{0{,}063(0{,}937)}{364}} \leq p \leq 0{,}063 + 1{,}960\sqrt{\frac{0{,}063(0{,}937)}{364}}$$

o qual define os limites do intervalo de confiança para a proporção populacional de peças defeituosas como sendo

$$\mathbf{0{,}038 \leq p \leq 0{,}088.}$$

A margem de erro pode ser calculada como segue:

$$MgErro = 1{,}960\sqrt{\frac{0{,}063(0{,}937)}{364}} = 0{,}025.$$

Com base nestes resultados e na Figura 5.3, pode-se afirmar:

a um nível de confiança de 95 %, a porcentagem de peças C defeituosas é 6,3 % com uma margem de erro de ± 2,5 %.

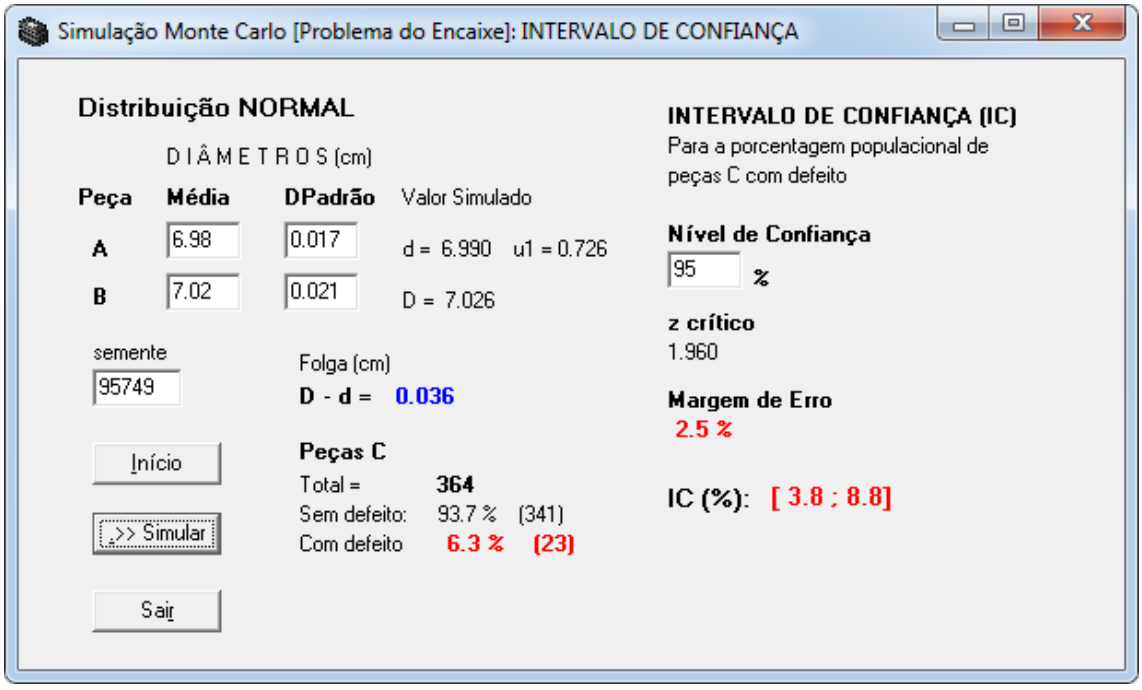


FIGURA 5.3 Intervalo de Confiança para a porcentagem populacional de peças *C* com defeito.

Interpretação da estimativa intervalar ao nível de confiança de 95 %

Um intervalo de confiança, cujos limites são estabelecidos a um nível de confiança de 95%, indica que, antes da amostragem, há uma probabilidade de 95 % de que o intervalo a ser determinado irá conter a verdadeira proporção de peças *C* defeituosas. Isto, porque os limites deste intervalo são variáveis aleatórias, sugerindo que se este procedimento fosse realizado 100 vezes e com o mesmo tamanho amostral, 95 intervalos conteriam a verdadeira proporção populacional. Dessa forma, embora não se saiba o valor verdadeiro de *p*, 95 % das afirmativas semelhantes àquela do parágrafo anterior estariam corretas. Similarmente, para cada uma das 100 estimativas na forma de intervalo de confiança haveria uma conclusão semelhante àquela que foi feita no parágrafo anterior, sendo 95 corretas!

Seguindo a interpretação de Triola (2005) em relação a intervalos de confiança, não é correto dizer que há uma *probabilidade* de 95% de que a verdadeira proporção *p* esteja

contida no intervalo que foi determinado, porque o verdadeiro valor de *p* não é uma variável aleatória, mas um valor fixo (uma constante); assim, ou este valor está ou não está contido no intervalo, não sendo apropriado associar probabilidades neste caso. A forma mais adequada é dizer que *"estamos"* 95 % *confiantes* em que a verdadeira proporção *p* esteja realmente contida no intervalo [3,8 ; 8,8].

Valor real da proporção populacional "p"

Para o problema do encaixe analisado, existe uma solução analítica que fornece o valor verdadeiro da proporção de peças defeituosas. Esta solução será feita com o propósito de comparar o valor que foi estimado através da simulação com valor real desta proporção.

De acordo com Montgomery e Runger (1994), se X_1, X_2, ..., X_k forem variáveis aleatórias independentes com médias μ_1, μ_2, ..., μ_k, e variâncias σ_1^2, σ_2^2, …, σ_k^2, então a variável aleatória *Y* definida como uma combinação linear das variáveis X_i (i = 1, 2, ..., k), tal que:

$$Y = c_1 X_1 + c_2 X_2 + ... + c_k X_k$$

terá média

$$E(Y) = c_1 \mu_1 + c_2 \mu_2 + ... + c_k \mu_k$$

e variância

$$V(Y) = c_1^2 \sigma_1^2 + c_2^2 \sigma_2^2 + \ldots + c_k^2 \sigma_k^2$$

sendo os valores c_i (i = 1, 2, ..., k) considerados constantes.

Ainda segundo estes autores, se X_1, X_2, ..., X_k são variáveis normalmente distribuídas, a distribuição de *Y* também será a Normal (propriedade reprodutiva da Distribuição Normal).

No Problema do Encaixe, os diâmetros das peças *A* e *B* são normalmente distribuídos; logo, a variável *Folga*, que foi definida como uma combinação linear destes diâmetros, terá esta mesma distribuição com parâmetros média e variância iguais a

$$E(Folga) = E(D - d) = \mu_B - \mu_A = 7{,}02 - 6{,}98 = 0{,}04\,\text{cm}$$

e

$$V(Folga) = c_B^2\sigma_B^2 + c_A^2\sigma_A^2 = 1^2(0{,}021)^2 + (-1)^2(0{,}017)^2 = 0{,}00073\ \text{cm}^2$$

respectivamente. Os valores usados no cálculo algébrico da proporção *p* são apresentados na Tabela 5.1.

TABELA 5.1 Média e desvio padrão das variáveis aleatórias *d*, *D* e *Folga*.

	Média, μ (cm)	Desvio padrão, σ (cm)
Diâmetro da Peça A (*d*)	6,98	0,017
Diâmetro da Peça B (*D*)	7,02	0,021
$Folga = D - d$	0,04	$\sqrt{0,00073} = 0,027$

Assim, a verdadeira proporção (ou proporção populacional) de peças *C* defeituosas é igual à probabilidade da variável *Folga* assumir valores negativos; isto é, $p = P(Folga < 0)$. Como esta variável é normalmente distribuída, a probabilidade requerida pode ser calculada como segue (a variável aleatória *Folga* e o valor zero foram padronizados e $Z \sim Norm(0, 1)$):

$$p = P(Folga < 0) = P\left(\frac{Folga - 0,04}{0,027} < \frac{0 - 0,04}{0,027}\right)$$

$$= P(Z < -1,48148)$$

= **0,069** (ou porcentagem populacional = **6,9 %**).

A Figura 5.4 mostra como a proporção populacional *p* pôde ser determinada usando a função densidade de probabilidade, $f(z)$, da Distribuição Normal Padrão, $Norm(0, 1)$, metodologia utilizada no cálculo do valor verdadeiro desta proporção (solução analítica para o Problema do Encaixe).

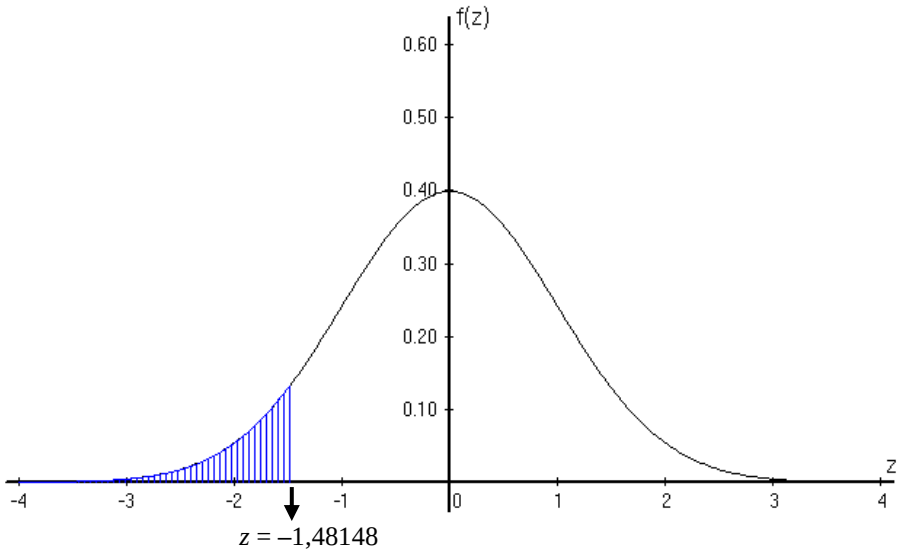


FIGURA 5.4 Curva de densidade da Distribuição Normal Padrão, $Norm(0, 1)$. A probabilidade da peça *C* ser defeituosa é igual à área hachurada; portanto, $p = 0,069$.

A comparação dos resultados obtidos para a porcentagem populacional de peças *C* defeituosas, *p*, utilizando a simulação e o procedimento algébrico desenvolvido para o Problema do Encaixe pode ser vista na Tabela 5.2.

TABELA 5.2 Problema do Encaixe: resultado da simulação *versus* método algébrico.

	Porcentagem populacional, *p*
Simulação	6,3 ± 2,5
Método algébrico	6,9

5.2 Intervalos de confiança para médias populacionais

Na seção anterior, a solução do Problema do Encaixe foi apresentada na forma de um intervalo de confiança para uma determinada proporção populacional *p*. Uma vez que as 364 observações constituem uma amostra aleatória simples, as outras condições necessárias para a utilização da metodologia proposta são: a) experimento binomial (sucesso e fracasso como resultados possíveis) e b) as relações $n \times \hat{p} \geq 5$ e $n \times (1-\hat{p}) \geq 5$ atendidas simultaneamente. Esta última condição é colocada para garantir que a distribuição populacional das peças *C* defeituosas possa ser aproximada pela Distribuição Normal.

No entanto, o experimento pode não ser binomial e nem sempre a condição de normalidade da distribuição populacional pode ser assegurada; muitas vezes, a distribuição nem é conhecida. Para estes casos, uma metodologia apropriada na realização de inferências estatísticas para os indicadores de desempenho do sistema é a que utiliza intervalos de confiança para médias populacionais. O problema a seguir ilustra a utilização deste procedimento.

5.2.1 PROBLEMA DA CABINE TELEFÔNICA: *SISTEMA ESTÁVEL*

Em um sistema cuja demanda por um determinado tipo de serviço é maior do que a capacidade do sistema em fornecer este serviço num determinado intervalo de tempo, surgirão as filas (Arenales *et al.*, 2007). Para estes autores, a Teoria das Filas estuda as relações entre as demandas em um sistema e os atrasos sofridos pelos usuários deste sistema e que a aplicação desta técnica em sistemas telefônicos contribuiu para o desenvolvimento desta teoria.

A título de comparação, serão analisados os resultados obtidos na avaliação de três indicadores de desempenho relacionados às filas de espera no problema clássico da cabine telefônica: a) utilização da cabine, b) tempo médio de espera na fila e c) número médio de clientes na fila. Os resultados encontrados por meio de fórmulas analíticas (procedimento algébrico) serão comparados àqueles obtidos com a utilização do Método de Monte Carlo.

Fórmulas analíticas

Sejam $\boldsymbol{\lambda}$ a taxa de chegada (número médio de clientes que chegam aleatoriamente à cabine por unidade de tempo), $\boldsymbol{\mu}$ a taxa de atendimento (número médio de clientes que são atendidos por unidade de tempo) e $\boldsymbol{\rho}$ a taxa de utilização da cabine telefônica. Para o cálculo dos indicadores de desempenho do sistema, que também serão avaliados utilizando simulação, Banks *et al.* (2001) fornecem as seguintes relações (Tabela 5.3):

TABELA 5.3 Fórmulas analíticas para a avaliação dos indicadores de desempenho (modelo M/M/1/∞/∞ e estado estacionário).

Indicadores de desempenho	
Utilização da cabine telefônica: ρ	$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$
Tempo médio de espera na fila: *TF*	$TF = \frac{\lambda}{\mu.(\mu - \lambda)}$
Número médio de clientes na fila: *NF* (ou tamanho médio da fila)	$NF = \frac{\lambda^2}{\mu.(\mu - \lambda)}$

Admitindo λ = 12 clientes por hora e μ = 20 atendimentos por hora, as expressões algébricas para o cálculo de ρ, *TF* e *NF* forneceram os seguintes resultados para os indicadores de desempenho que estão sendo avaliados (Tabela 5.4):

TABELA 5.4 Problema da Cabine Telefônica: uso de fórmulas analíticas.

Indicadores de desempenho	Valor calculado
Utilização da cabine: ρ	60 %
Tempo médio na fila: *TF*	0,075 h (= 4,5 min)
Média de clientes na fila: *NF*	0,9 clientes

Abordagem pelo Método de Monte Carlo

Para a simulação, foi desenvolvido um aplicativo computacional no qual o Método de Monte Carlo foi implementado. Diferentemente da abordagem anterior, em que foram utilizadas fórmulas analíticas para a avaliação dos indicadores de desempenho do sistema, esta metodologia considera distribuições de probabilidade para gerar os valores das variáveis aleatórias *intervalo entre chegadas* dos clientes e *duração da ligação telefônica* (tempo de atendimento). Com base na interação das medidas destas duas variáveis, o funcionamento da cabine telefônica foi reproduzido (simulado), possibilitando a avaliação dos três indicadores de desempenho mencionados anteriormente.

Deve-se ressaltar que, além de determinar as medidas de desempenho, o aplicativo computacional que foi desenvolvido para simular o funcionamento da cabine telefônica gera animações gráficas relacionadas aos eventos que ocorrem durante a simulação. Isto facilita o acompanhamento dos estados pelos quais passam o sistema durante a simulação.

É importante mencionar que as relações mostradas na Tabela 5.3 são para o modelo de filas M/M/1/∞/∞ (notação de Kendall), indicando que: a) o intervalo médio entre chegadas e a duração média dos atendimentos são exponencialmente distribuídos (letras M/M), b) o sistema possui um único servidor (a cabine telefônica), c) não há limite para o tamanho da fila (∞) e d) a população de clientes é ilimitada (∞). Assim, para a simulação do sistema, considerou-se que o intervalo entre chegadas dos clientes segue uma Distribuição Exponencial Negativa com média igual a 5 minutos**,** pois foi utilizado $\lambda = 12$ clientes por hora (ou $ICh = 5$ min) no procedimento algébrico. De forma análoga, os valores atribuídos à variável aleatória associada à duração de cada ligação (ou tempo de atendimento do cliente) foram obtidos a partir da inversa da função densidade acumulada da Distribuição Exponencial cuja média é igual a 3 minutos ($TAt = 3$ min, pois $\mu = 20$ atendimentos por hora), em conformidade com o valor utilizado no método analítico.

A Figura 5.5, que utiliza a notação mostrada a seguir, está relacionada ao início da simulação. Nesta figura, observa-se a chegada do primeiro cliente à cabine no instante 2,2 min, conforme indicado na coluna Interv.Cheg (Intervalo entre Chegadas) e na coluna TempoOci (Tempo Ocioso), pois a cabine estava ociosa nestes primeiros minutos.

ICh	intervalo médio entre chegadas em minutos;
TAt	tempo médio de atendimento (ou duração média da ligação telefônica) em minutos;
mdd	medidas de desempenho;
N.Aleatório	número aleatório uniformemente distribuído;
Interv.Cheg.	intervalo entre chegadas (min);
Duração	duração da ligação telefônica (min);
Tempo F	tempo que o cliente esperou na fila (min);
Tempo Oci	tempo que a cabine ficou ociosa (min);
	Botões de controle da ANIMAÇÃO GRÁFICA
Botão A	início da animação;
Botão .>>	avançar para o próximo evento da simulação;
Botão P/C	Pausar/Continuar;
	Campo RELATÓRIO
Simulado	valor obtido com a simulação;
Algébrico	valor calculado pelas fórmulas analíticas (procedimento algébrico);
Desvio	desvio percentual entre o valor simulado e o calculado algebricamente.

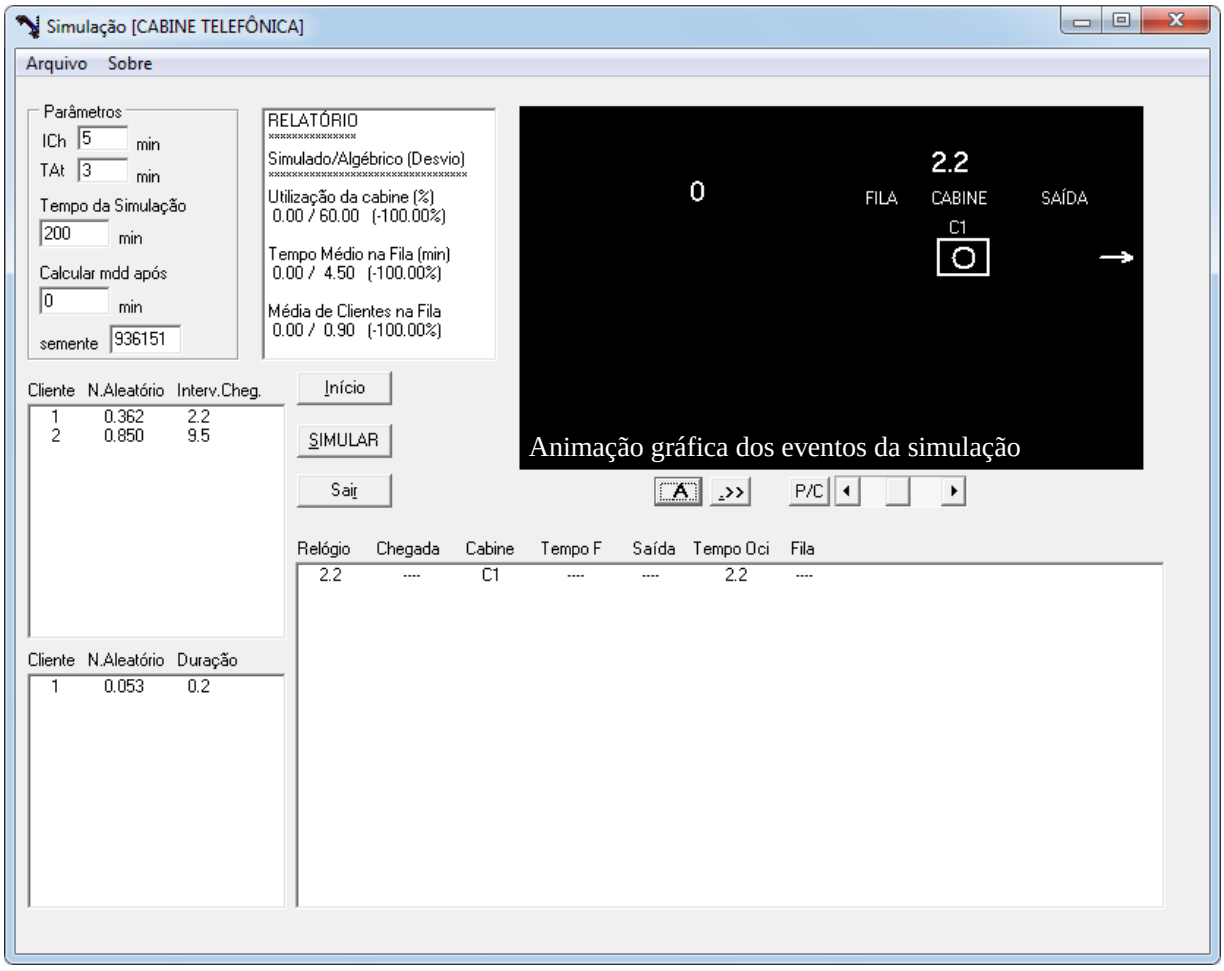


FIGURA 5.5 Início da simulação e a chegada do cliente C1 à cabine no instante 2,2 min.

O valor relacionado à duração da ligação do cliente C1 também foi gerado aleatoriamente, sendo igual a 0,2 min (coluna Duração). Assim, o cliente C1 deixou a cabine no instante 2,2 + 0,2 = 2,4 min (Figura 5.6). Neste momento, a utilização da cabine telefônica foi calculada da seguinte maneira: (1 – 2,2/2,4) × 100 = 8,33 %.

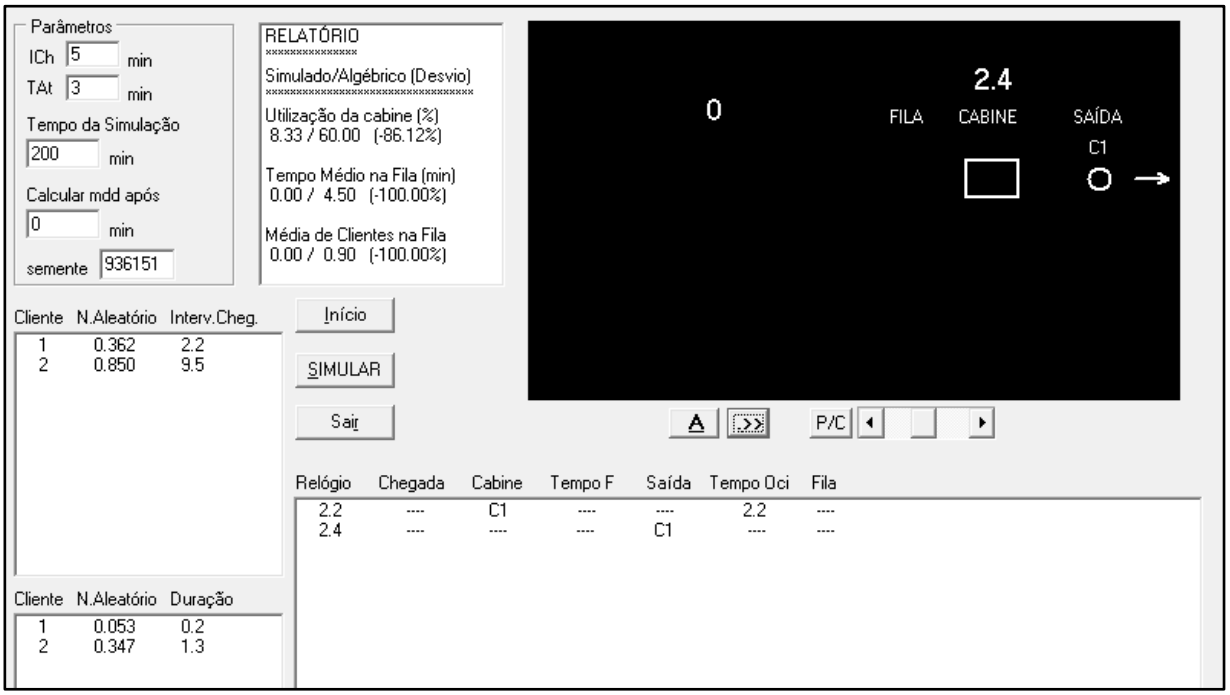


FIGURA 5.6 Saída do cliente C1 da cabine, deixando-a ociosa no instante 2,4 min.

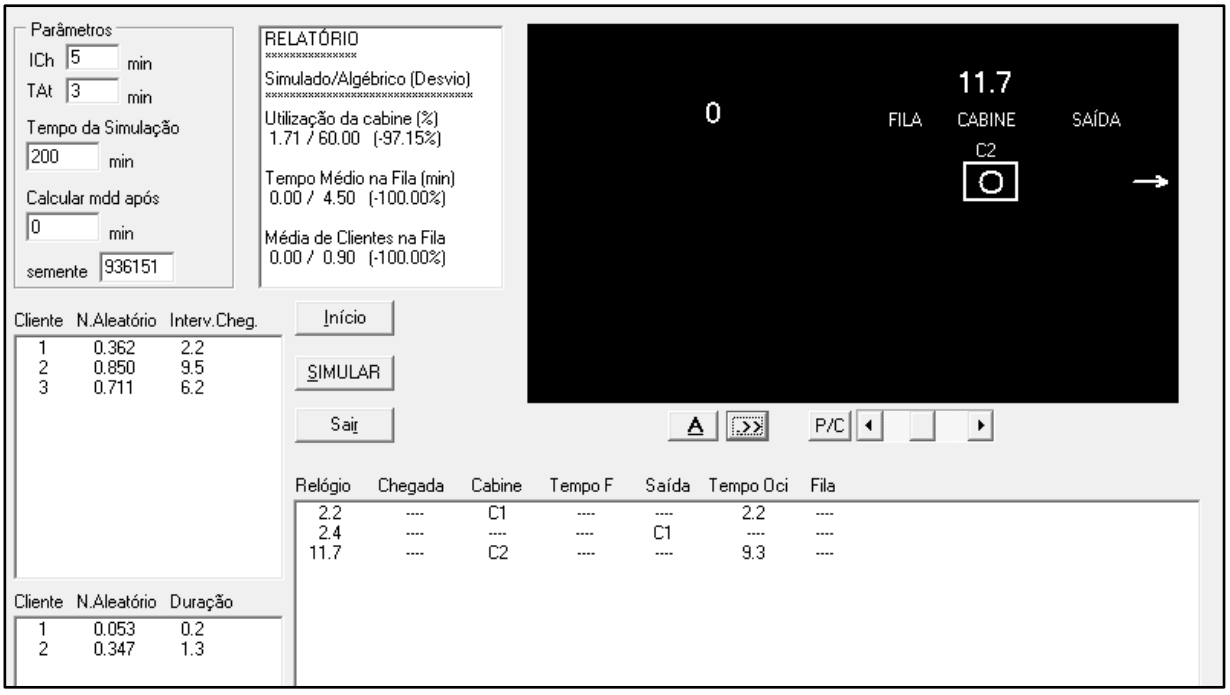


FIGURA 5.7 Chegada do cliente C2 à cabine no instante 11,7 min.

O segundo cliente, C2, chegou à cabine 9,5 min após o primeiro, ou seja, no tempo 11,7 min (Figura 5.7). Assim, o cliente C1, que saiu da cabine no instante 2,4 min, deixou-a ociosa por 9,3 min (de 11,7 – 2,4 min).

Até o momento 11,7 min, nenhum cliente precisou esperar na fila. Isto pode ser notado no campo RELATÓRIO, pois os valores obtidos com a simulação para Tempo Médio na Fila e Média de Clientes na Fila aparecem como 0.00. Neste período, a cabine ficou ociosa 11,5 min (de 2,2 + 9,3 min), o que corresponde a 98,29 % do tempo de funcionamento (ou Utilização = 1,71 %).

A Figura 5.8 mostra os resultados finais após um tempo de simulação de 201,0 min. Pode-se perceber que os resultados obtidos para os indicadores de desempenho diferem significativamente dos valores que foram calculados através das fórmulas analíticas (Tabela 5.5).

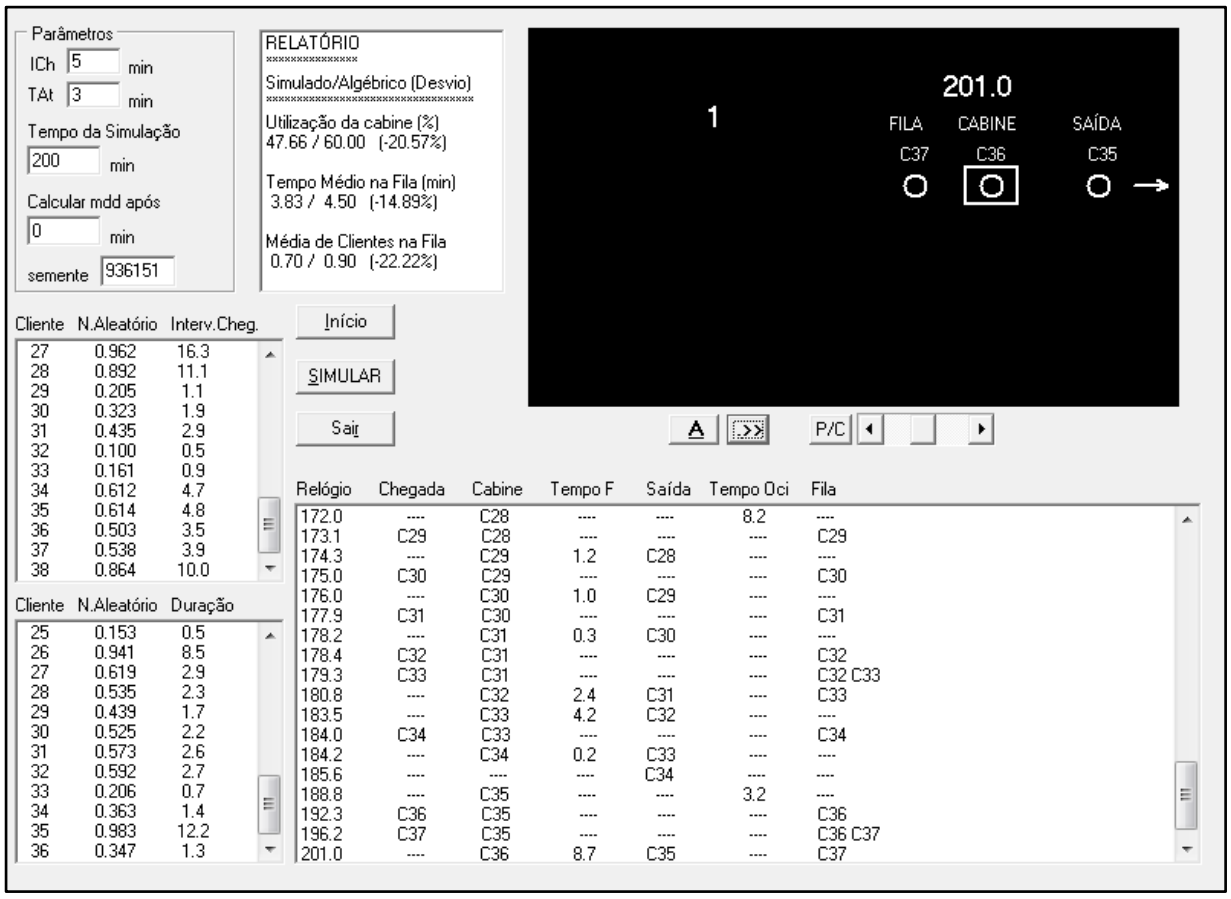


FIGURA 5.8 Final da simulação no instante 201,0 min.

TABELA 5.5 Comparação dos resultados para um tempo total de simulação de 201,0 min.

Indicadores de desempenho	Simulação	Fórmulas analíticas	Desvio (%)
Utilização da cabine (%)	47,66	60	−20,57
Tempo médio na fila (min)	3,83	4,50	−14,89
Média de clientes na fila	0,70	0,90	−22,22

Deve ser notado que todos os valores na coluna Desvio (%) são negativos, indicando que as três medidas de desempenho foram subestimadas. Esta é uma tendência, pois foi considerada, como condição inicial da simulação, a cabine ociosa e nenhum cliente na fila.

Para reduzir a influência da condição inicial, Banks *et al*. (2001) sugerem aumentar o tempo total da simulação e iniciar a coleta de dados em um momento no qual o cenário da simulação seja mais representativo do estado estacionário do sistema; neste caso, com uma condição inicial diferente de "cabine ociosa" e "fila vazia".

Seguindo esta orientação, o tempo total da simulação passou para 4000 min e a coleta de dados para o cálculo dos indicadores de desempenho foi iniciada após o instante 400 min (opção Calcular mdd após 400 min na Figura 5.9).

A Tabela 5.6 e a Figura 5.9 mostram os resultados obtidos com os novos parâmetros da simulação. As diferenças entre os valores obtidos com a simulação e os calculados analiticamente (coluna Desvio da tabela), são menores se comparadas com a situação anterior mostrada na Tabela 5.5.

TABELA 5.6 Comparação dos resultados para um tempo total de simulação de 4000,7 min.

Indicadores de desempenho	Simulação	Fórmulas analíticas	Desvio (%)
Utilização da cabine (%)	62,22	60	3,70
Tempo médio na fila (min)	4,66	4,50	3,56
Média de clientes na fila	0,89	0,90	−1,11

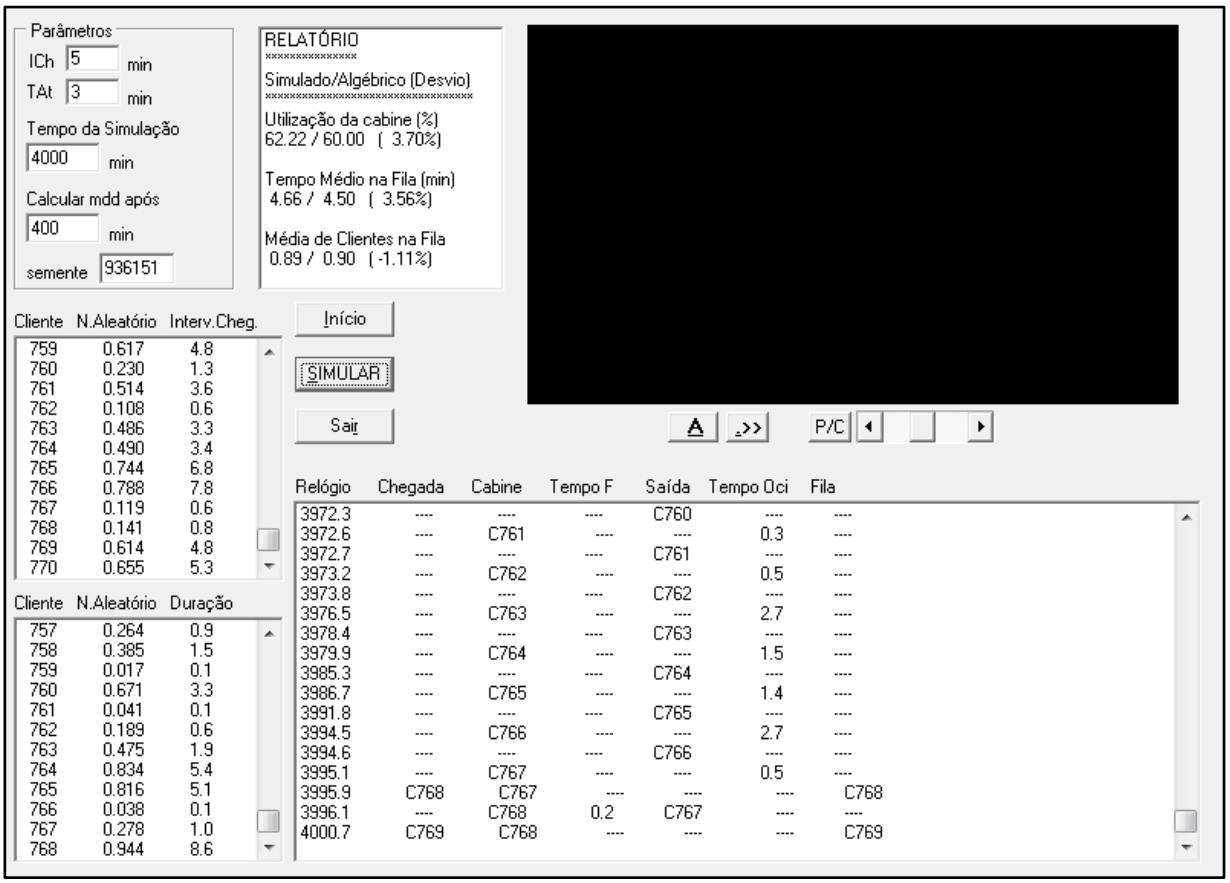


FIGURA 5.9 Final da simulação no instante 4000,7 min.

5.2.2 DETERMINAÇÃO DE INTERVALOS DE CONFIANÇA PARA OS INDICADORES DE DESEMPENHO

No Problema do Encaixe (Modelo Estocástico da Seção 5.1), a estimativa foi apresentada na forma de um intervalo de confiança para a proporção populacional do parâmetro de interesse, *p*. No entanto, nem sempre as condições necessárias para a utilização da metodologia proposta para aquele problema poderão ser atendidas. Para estes casos, serão utilizados intervalos de confiança para médias populacionais a fim de realizar inferências estatísticas sobre um determinado parâmetro (indicador de desempenho) do sistema. Para ilustrar a utilização deste procedimento, será determinado, a seguir, o intervalo de confiança para a média populacional dos três indicadores de desempenho do Problema da Cabine Telefônica.

As estimativas, primeiramente pontuais e, depois, na forma de intervalos de confiança, foram realizadas da seguinte forma. A simulação foi repetida 40 vezes, cada uma com uma semente diferente de geração de números aleatórios. Assim, foram realizadas 40 replicações

(o termo “replicação” é usado para indicar “repetição da simulação”). O tempo total de cada replicação foi de 4000 min com as informações necessárias para a determinação das medidas de desempenho sendo coletadas após 400 min. Ao final de cada replicação, os valores das três medidas de desempenho eram armazenados. Desta forma, os dados armazenados constituíram uma amostra aleatória simples para cada medida de desempenho, condição necessária para a utilização desta metodologia. Com eles foi possível calcular a média amostral, $\bar{x}$, e o desvio padrão amostral, s. Os resultados são apresentados nas Tabelas 5.7 e 5.8.

TABELA 5.7 Média amostral (estimativa pontual) dos indicadores de desempenho.

Indicadores de desempenho	média amostral, $\bar{x}$	Fórmulas analíticas	Desvio (%)
Utilização da cabine (%)	60,07	60	0,12
Tempo médio na fila (min)	4,54	4,50	0,89
Média de clientes na fila	0,91	0,90	1,11

TABELA 5.8 Desvio padrão amostral dos indicadores de desempenho.

Indicadores de desempenho	Desvio padrão, s
Utilização da cabine (%)	3,053
Tempo médio na fila (min)	1,039
Média de clientes na fila	0,241

Por fim, os limites do intervalo de confiança bilateral para o valor verdadeiro da média do indicador de desempenho do sistema foram calculados através da relação:

$$\bar{x} - t_{\alpha/2,\, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \theta \leq \bar{x} + t_{\alpha/2,\, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

sendo

θ: valor verdadeiro da média do parâmetro de interesse (média populacional);

$\bar{x}$: média amostral do parâmetro que está sendo estimado;

s: desvio padrão amostral;

$t_{\alpha/2,n-1}$: valor crítico (ou escore t crítico) da Distribuição t de Student para um nível de significância α e $n-1$ graus de liberdade (notação $\alpha/2$ para intervalo de confiança bilateral);

n: tamanho amostral;

α: nível de significância.

Novamente, a **Margem de Erro** (*MgErro*), ou o erro máximo da estimativa, pôde ser determinada através da equação

$$MgErro = t_{\alpha/2,\, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

O valor crítico da Distribuição *t* de Student, $t_{\alpha/2,\, n-1}$, foi utilizado no lugar do escore $z_{\alpha/2}$ crítico, porque a) o desvio padrão populacional, σ, não é conhecido, b) a condição de normalidade da população não é assegurada e c) o tamanho amostral utilizado foi n = 40 (número de replicações), estando estes critérios em conformidade com os estabelecidos por Triola, 2005 (setas com desenho curvo na Figura 5.10).

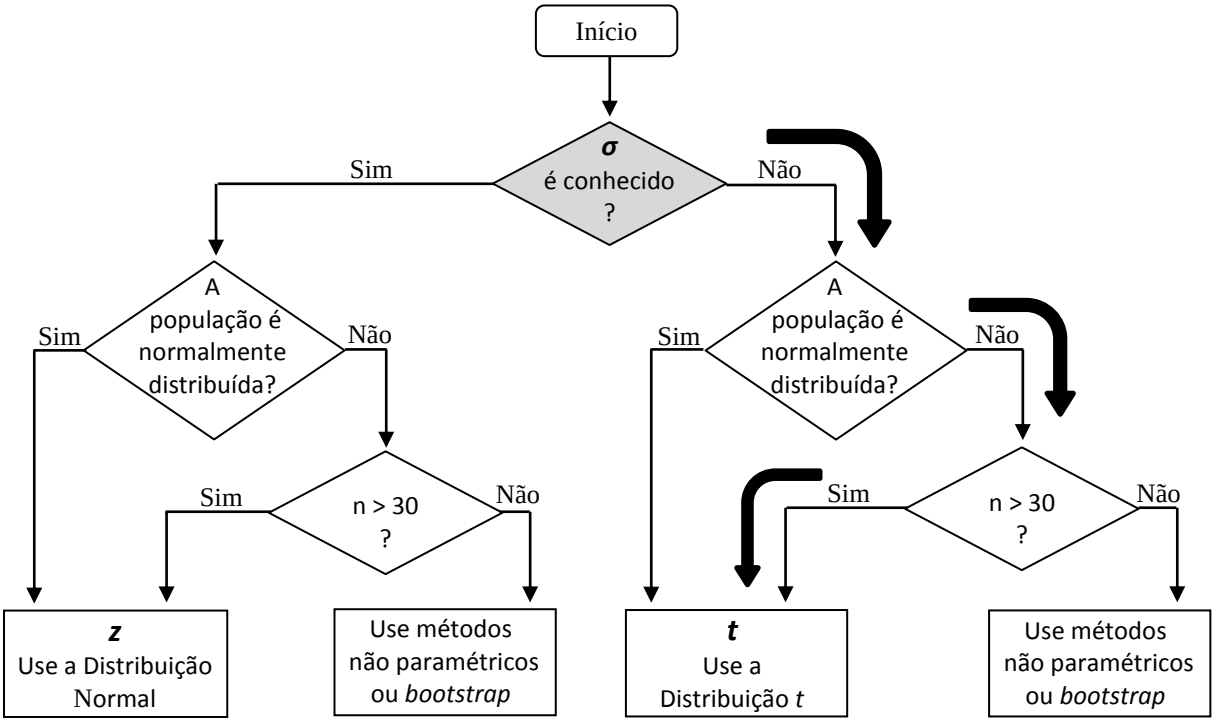


FIGURA 5.10 Fluxograma para a escolha entre as Distribuições ***t*** e N**ormal** na determinação dos intervalos de confiança para médias populacionais. **Fonte:** Triola, 2005 (exceto setas "curvas").

Para α = 0,05 (nível de significância de 5 %) e 39 graus de liberdade (de 40 – 1), o valor crítico da Distribuição *t* de Student, $t_{0,025;\, 39}$, é 2,02269. O intervalo de confiança para a média verdadeira de cada indicador de desempenho do Problema da Cabine Telefônica é mostrado na Tabela 5.9 e Figura 5.11.

TABELA 5.9 Intervalo de confiança (coluna Simulação) *versus* método algébrico (coluna Fórmulas analíticas).

Indicadores de desempenho	Simulação	Fórmulas analíticas
Utilização da cabine (%)	$59{,}09 \leq \rho \leq 61{,}05$	60
Tempo médio na fila (min)	$4{,}21 \leq TF \leq 4{,}87$	4,50
Média de clientes na fila	$0{,}83 \leq NF \leq 0{,}99$	0,90

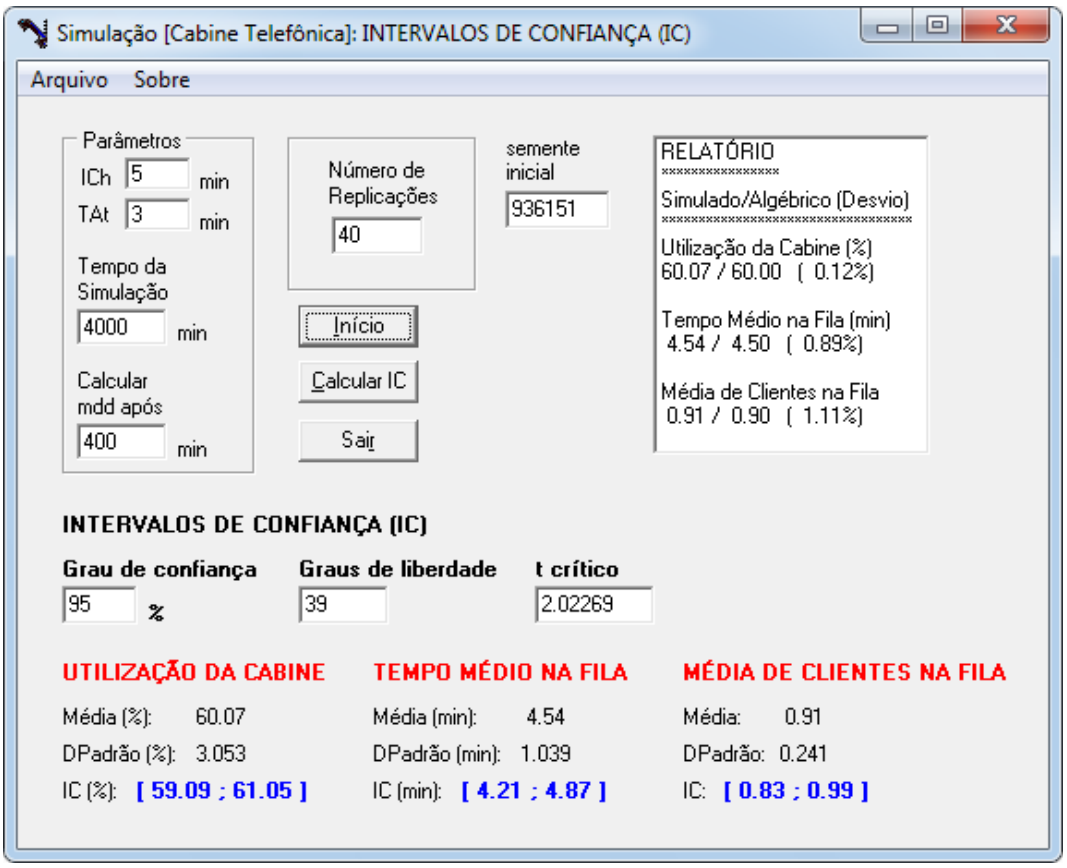


FIGURA 5.11 Intervalo de confiança para a média de cada indicador de desempenho.

A Tabela 5.10 apresenta o valor da margem de erro estimada para os três indicadores de desempenho do sistema (nível de significância = 5 %).

TABELA 5.10 Margem de erro da estimativa.

Indicadores de desempenho	*MgErro*
Utilização da cabine (%)	0,976
Tempo médio na fila (min)	0,332
Média de clientes na fila	0,077

Assim, a um nível de confiança de 95 %, pode-se afirmar que a média da **utilização da cabine** é 60,07 % com uma margem de erro de ± 0,98 %; a média do **tempo médio de espera na fila** é 4,54 min com a diferença máxima em relação ao valor verdadeiro de ± 0,33 min; e a média do **número médio de clientes na fila** é 0,91, sendo o erro máximo desta estimativa de ± 0,08 clientes.

Como pode ser visto nas Tabelas 5.7 e 5.9, os resultados obtidos com a simulação estão muito próximos daqueles calculados com as fórmulas analíticas. Esta concordância reforça a eficiência da simulação pelo Método de Monte Carlo tanto na estimativa pontual quanto na determinação do intervalo de confiança para a média dos parâmetros de interesse; isto é, para a média de cada indicador de desempenho do sistema.

5.2.3 PROBLEMA DA CABINE TELEFÔNICA: *SISTEMA INSTÁVEL*

As fórmulas analíticas apresentadas anteriormente (Subseção 5.2.1) se aplicam somente a *sistemas estáveis*, ou seja, $\mu > \lambda$ ou $TAt < ICh$ (a capacidade de atendimento é maior que o ritmo de chegada). Caso isto não ocorra, resulta que o tamanho da fila aumentará infinitamente (Prado, 2009). A Figura 5.12 ilustra esta situação. Admitindo $ICh = 3$ min e $TAt = 5$ min, pode-se notar que, no instante 60,7 min, há um número elevado de clientes na fila, 9; e este número tende a aumentar.

Os três indicadores de desempenho do sistema foram avaliados apenas por simulação e os resultados podem ser vistos na Tabela 5.11 e Figura 5.12. Percebe-se, neste cenário, a elevada Utilização da cabine telefônica (94,73 %), tendo consequências diretas no tempo médio de espera na fila (13,15 min) e no número médio de clientes na fila (4,77 clientes).

TABELA 5.11 Indicadores de desempenho para um *sistema instável*.

Indicadores de desempenho	Simulação
Utilização da cabine (%)	94,73
Tempo médio na fila (min)	13,15
Média de clientes na fila	4,77

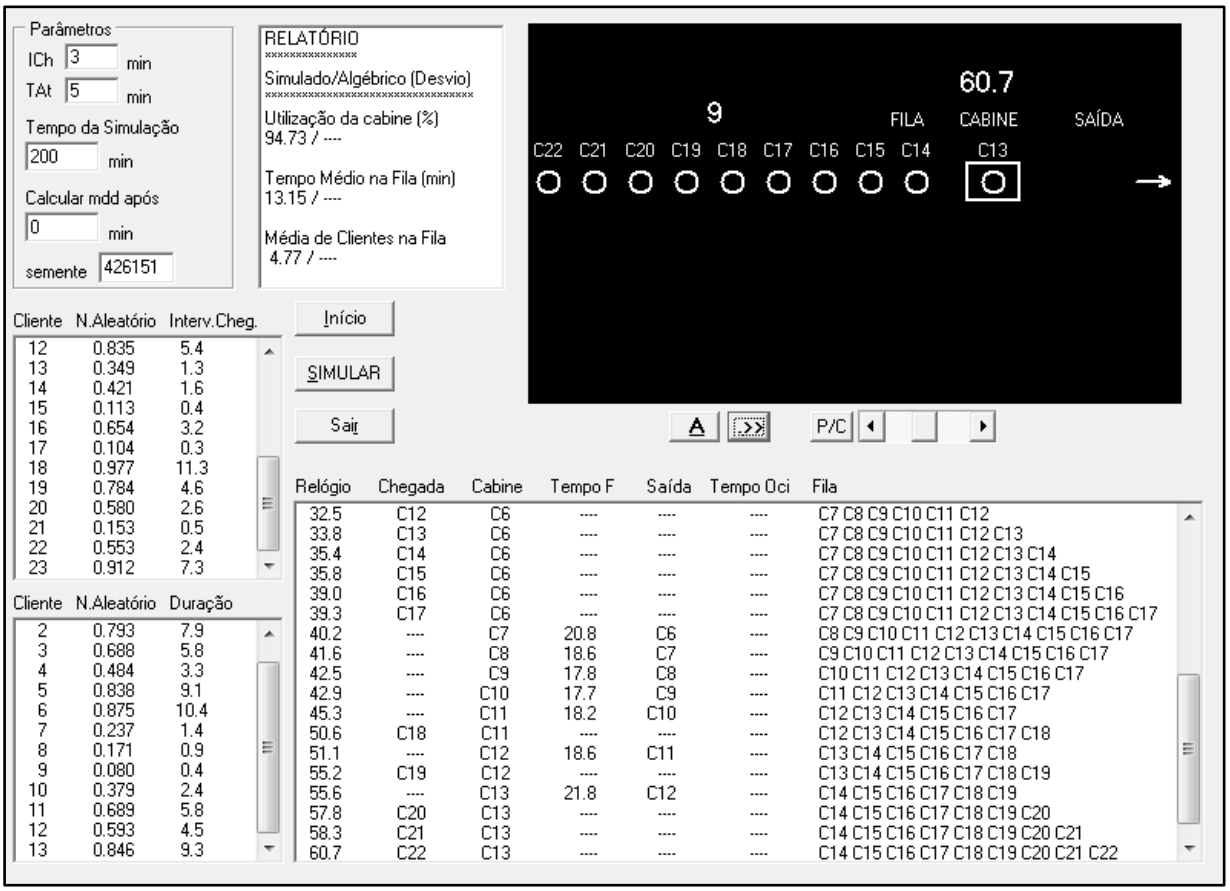


FIGURA 5.12 Simulação considerando um *sistema instável* ($\mu < \lambda$ ou *TAt* > *ICh*).

Capítulo 6

O *software* TSMine

O *software* de Otimização para Despacho de Caminhões TSMine foi desenvolvido pelo autor neste trabalho. Ele é formado pelos Módulos Planejamento, Simulação e Despacho (Figura 6.1) que foram implementados de forma integrada. Cada um destes módulos é descrito a seguir.

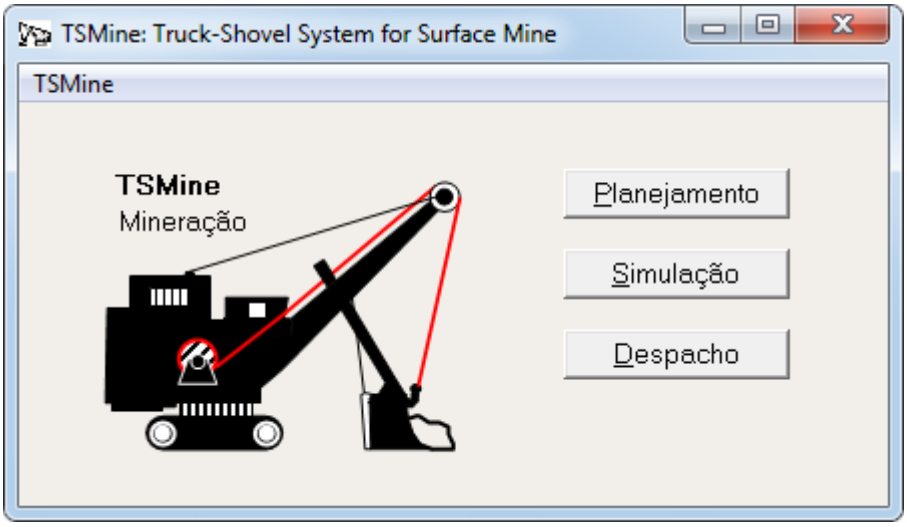


FIGURA 6.1 Módulos do *software* TSMine.

1. PLANEJAMENTO: responsável pela geração das soluções metaheurísticas (ou cenários) para o Planejamento Operacional de Lavra com Alocação Dinâmica ou Estática de Caminhões;

2. SIMULAÇÃO**:** este módulo tem a função de avaliar (obter as medidas para os indicadores de desempenho do sistema) e validar ou não (utilizando técnicas estatísticas) o plano de lavra gerado no planejamento;

3. DESPACHO: o sistema de despacho irá reproduzir (e gerenciar) em um contexto real as operações do cenário (plano de lavra) resultante do Módulo Planejamento e que foi validado no Módulo Simulação. A alocação dos caminhões aos equipamentos de carga será feita com base em critérios de despacho (p. ex. menor tempo de espera na fila da unidade de carregamento) logo após terminada a atividade de descarga no britador (ou pilha de estéril), abastecimento ou parada para manutenção. A posição dos caminhões poderá ser atualizada em tempo real ao término de cada atividade que compõe ciclo destes equipamentos, aumentando a eficiência do sistema de alocação.

Nos Módulos Simulação e Despacho, animações gráficas são geradas para facilitar a avaliação dos indicadores de desempenho e para permitir o acompanhamento da execução das atividades do sistema. Isto, sem contar o efeito visual que elas proporcionam.

6.1 Módulo Planejamento

Neste módulo do software TSMine, foram geradas as soluções (ou cenários) avaliadas pelo Módulo Simulação. Para isto, foram implementadas de forma combinada as Metaheurísticas *Iterated Local Search* (*ILS*) e *Variable Neighborhood Descent* (*VND*) para obter uma ferramenta de otimização que amplia a procura no espaço das soluções viáveis na busca do cenário ótimo. Este módulo aborda o Problema da Mistura de Minérios em cenários com Alocações Dinâmica e Estática de Caminhões.

Pretende-se, com a utilização das técnicas metaheurísticas, encontrar resultados tão bons ou melhores do que os determinados com a utilização dos modelos de programação matemática e que sejam obtidos em um tempo menor do que o requerido por estes últimos procedimentos. Vale ressaltar que, nesta comparação, a solução encontrada pelo modelo de programação matemática não é a solução ótima, mas uma solução viável que foi encontrada em um tempo de processamento não proibitivo.

6.1.1 OTIMIZAÇÃO UTILIZANDO MODELOS METAHEURÍSTICOS

Neste tipo de abordagem, primeiramente devem-se escolher as técnicas que serão utilizadas para a resolução do problema. A etapa seguinte consiste em modelar o problema com as técnicas escolhidas, definindo a forma como uma solução do problema será representada, mostrar como gerar uma solução inicial, caracterizar as estruturas de vizinhança bem como os tipos de movimento, estabelecer os critérios de parada e as parcelas utilizadas para avaliar cada solução gerada.

Metaheurísticas *ILS* e *VND*

Conforme Glover e Kochenberger (2003), a interação entre métodos de busca local com outras estratégias caracterizam as técnicas metaheurísticas. Desta interação, surge um procedimento capaz de escapar de ótimos locais, permitindo, assim, que seja realizada uma busca mais eficiente no espaço das soluções, visando encontrar o ótimo global.

Para Lourenço *et al.* (2003), a ideia central do método *Iterated Local Search* (*ILS*) está em focar a busca em uma região menor do espaço das soluções através de um mínimo (problema de minimização) ou máximo (problema de maximização) local que foi gerado por um procedimento de otimização subordinado. Ainda segundo estes autores, para escapar deste ótimo local, *perturbações* são realizadas na solução ótima corrente levando a uma nova solução inicial para a heurística subordinada de busca local.

A Figura 6.2 mostra o comportamento da metaheurística *ILS* para um problema de minimização. O procedimento é descrito a seguir.

Uma vez admitida uma solução inicial s_o, obtém-se um primeiro mínimo local s^* através de um procedimento de busca local. A partir disto, inicia-se o processo iterativo que caracteriza o *ILS*. Uma nova solução s' é obtida através de uma *modificação* ou *perturbação* na solução ótima local corrente s^* utilizando uma estrutura de vizinhança k. Com o procedimento de busca local, encontra-se um novo mínimo local $s^{*'}$, que passará a ser a solução ótima local corrente se o critério de aceitação for verdadeiro, neste caso, se $fa(s^{*'}) < fa(s^*)$; caso contrário, retorna-se à s^*. O processo é repetido até que uma condição de parada seja satisfeita.

a)

```
procedimento ILS( );
1.  s_o ← GeraSoluçãoInicial;
2.  s* ←  BL_BuscaLocal;
3.  repita
4.    s'  ←  Perturbação (N^k, s*);
5.    s*' ←  BL_BuscaLocal (s');
6.    s*  ←  CritérioDeAceitação (s*');
7.  até critério de parada = verdadeiro;
8.  Retorne a melhor solução s*;
fim ILS;
```

b)

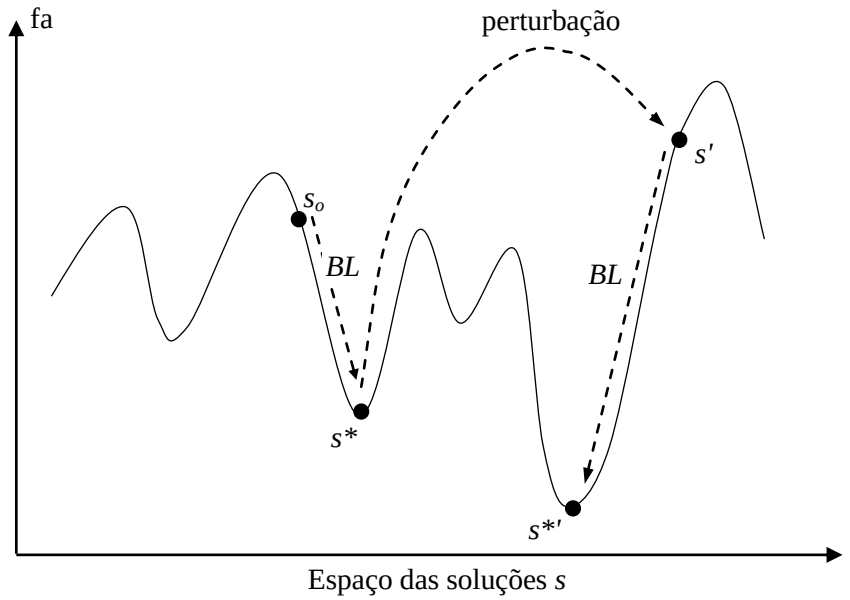


FIGURA 6.2 (a) Pseudocódigo para o procedimento *ILS* e (b) sua representação gráfica. *BL* = Busca Local e *fa*(*s*) = função de avaliação. **Fonte:** adaptado de Lourenço *et al.*, 2003.

Conforme Hansen e Mladenović (2003), o Método de Descida em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Descent - VND*) é baseado na definição de uma ordem sequencial de estruturas de vizinhança e se caracteriza por uma troca ordenada (ou determinística) destas estruturas na busca pelo espaço das soluções. Sendo encontrada uma solução melhor que a solução ótima corrente, o processo de busca retorna à primeira estrutura de vizinhança.

O pseudocódigo mostrado na Figura 6.3 considera um conjunto de $k_{máx}$ estruturas de vizinhança definindo os conjuntos $N = (N^{(1)}(s), N^{(2)}(s), \ldots, N^{(kmáx)}(s))$, sendo $N^{(k)}(s)$ os vizinhos da solução s gerados por uma mesma estrutura de vizinhança k utilizada no procedimento

MelhorVizinho. A linha 6 caracteriza um problema de minimização, em que $fa(s)$ representa o valor da função de avaliação para a melhor solução corrente. Se a condição for verdadeira, então o ótimo local $\hat{s}$ passará a ser a melhor solução corrente, retornando-se à primeira estrutura de vizinhança (k = 1); caso contrário, uma nova estrutura de vizinhança será utilizada. Se $k > k_{máx}$ (linha 13), o procedimento termina retornando a melhor solução s que foi encontrada.

```
procedimento VND( );
1.  k  ← 1;
2.  s_o ← GeraSoluçãoInicial;
3.  s  ← s_o
4.  repita
5.     ŝ ←  MelhorVizinho(N^(k)(s));
6.     se fa(ŝ) < fa(s)
7.        então
8.           s ← ŝ;
9.           k ← 1;
10.       senão
11.          k ← k + 1;
12.    fim-se;
13. até k > k_máx;
14. Retorne a melhor solução s;
fim VND;
```

FIGURA 6.3 Pseudocódigo do procedimento *VND*.
Fonte: adaptado de Hansen e Mladenović (2003).

A Figura 6.4 mostra um esquema em que o Método *VND*, com apenas duas estruturas de vizinhança, é utilizado como procedimento de Busca Local da Metaheurística *ILS*. Mov1 e Mov2 são os movimentos que definem as duas estruturas de vizinhança que serão utilizadas pelo *VND*. Neste esquema, $k_{máx} = 2$.

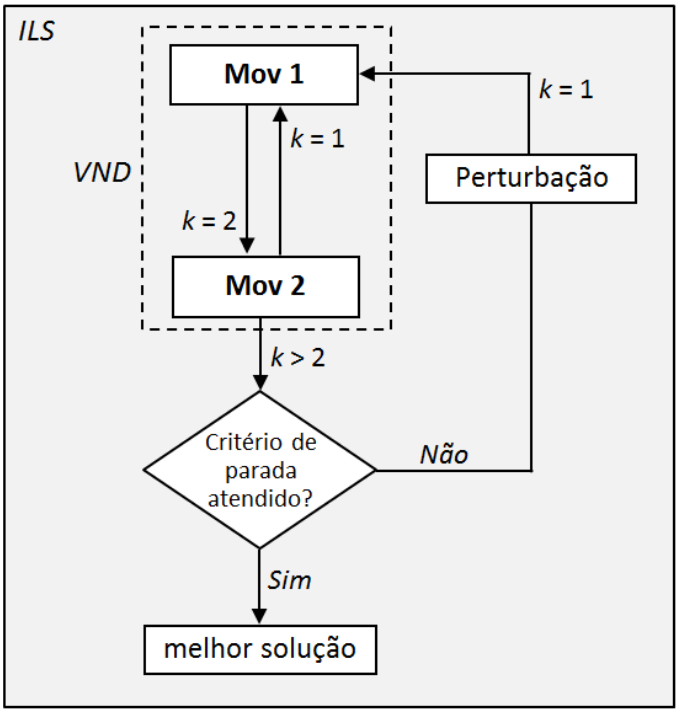


FIGURA 6.4 Representação esquemática da Metaheurística *ILS* utilizando o Método *VND* como procedimento de Busca Local.

Representação de uma solução e Solução inicial

A representação de uma solução e a geração de uma solução inicial são feitas conforme Costa (2005). Uma solução, tanto para o PADC quanto para o PAEC, é representada por uma matriz $Q_{|F|\times(|V|+1)}$ de valores inteiros, sendo F o conjunto das frentes de lavra e V o conjunto dos caminhões. Esta matriz é decomposta em duas submatrizes A e B, com $Q = [A \mid B]$, sendo $A = (a_i)_{|F|\times 1}$ e $B = (n_{il})_{|F|x|V|}$. A submatriz $A_{|F|\times 1}$ está associada à alocação dos equipamentos de carga ao conjunto F das frentes de lavra e $B_{|F|\times|V|}$ representa o número de viagens realizadas pelos caminhões às frentes. A Tabela 6 mostra um exemplo desta forma de representação. Neste exemplo, o caminhão 2 (coluna cam_2) deve realizar 4 viagens ao equipamento de carga 5 que se encontra alocado à frente F_3.

TABELA 6 Representação de uma solução resultante do Planejamento Operacional de Lavra. **Fonte:** adaptado de Costa (2005).

	A ⟶			*B*	
	Carga	**cam_1**	**cam_2**	**...**	**cam_V**
F_1	3	2		...	
F_2				...	
F_3	5		4	...	
...	...	...	...	...	...
F_F	6			...	1

A solução inicial é gerada com a alocação dos equipamentos de carga e transporte na matriz *Q* definida anteriormente. Primeiramente, os equipamentos de carga são alocados aleatoriamente na submatriz *A*. Em seguida, é a vez dos caminhões serem alocados na submatriz *B*. Esta alocação também é feita de forma aleatória, através da indicação de uma única frente de lavra na qual há um equipamento de carga compatível e da definição de um número inteiro maior que zero, que corresponde ao número de viagens que o caminhão deve realizar àquela frente. O valor máximo para este número de viagens inicial deve ser definido previamente.

Estruturas de Vizinhança para o PADC

São definidas pelos tipos de movimento ou estratégias, *k*, que permitem transformar uma solução em outra. Cada conjunto de soluções *s'* pertencentes a uma mesma vizinhança de *s* é representado por $N^k(s)$. Os movimentos [1] e [2] foram propostos por Costa (2005) e os movimentos [5] e [6] foram adaptados de um único movimento utilizado por este mesmo autor.

[1] Movimento Número de Viagens $N^{NV}(s)$: neste movimento, o número de viagens de um caminhão alocado a uma determinada frente é aumentado ou diminuído de uma unidade.

[2] Movimento Realocar Viagem de um Caminhão $N^{RV1}(s)$: selecionam-se duas células, n_{il} *e* n_{kl}, da submatriz *B*. A primeira célula tem seu valor diminuído de uma unidade, que será transferida para a outra célula. Desta forma, uma viagem que o caminhão *l* realizaria à frente *i*, será realocada para a frente *k*.

[3] Movimento Realocar Viagem entre Caminhões $N^{RV2}(s)$: novamente, duas células, n_{il} e n_{kj}, são selecionadas da submatriz *B*. Este movimento consiste em realocar uma viagem de n_{il} para n_{kj}, ou seja, um caminhão *l* deixa de realizar uma viagem à frente *i* para que outro caminhão *j* realize uma viagem a mais à frente *k* (ou, até mesmo, à frente *i*).

[4] Movimento Trocar Viagens entre Caminhões $N^{TV}(s)$: duas células de *B*, n_{il} e n_{kj}, são selecionadas. Ao realizar a troca, um caminhão *l* deixa de realizar uma viagem à frente *i* para realizá-la a outra frente *k*, ao passo que um caminhão *j* deixa de fazer uma viagem à frente *k* para fazê-la à frente *i*.

[5] Movimento Realocar Equipamento de Carga $N^{RE}(s)$: uma célula é selecionada, agora, da submatriz *A*. O equipamento de carga a_i que está alocado nesta frente (juntamente com as respectivas viagens da submatriz *B*) é transferido para outra frente *j* disponível.

[6] Movimento Trocar Equipamento de Carga Min/Est $N^{TE}(s)$: duas células da submatriz *A* são selecionadas, sendo uma no minério, a_m, e outra no estéril, a_e. O equipamento de carga que está alocado à frente *m* é transferido para a frente *e*, ao passo que o equipamento a_e é realocado para a frente *m*. As viagens já alocadas aos equipamentos de carga acompanham o mesmo movimento de troca.

Estes movimentos são utilizados pelo *VND* (procedimento da figura 6.3) na ordem em que foram apresentados.

Estruturas de Vizinhança para o PAEC

As estruturas $N^{NV}(s)$, $N^{RV2}(s)$, $N^{RE}(s)$, $N^{TE}(s)$ são as mesmas utilizadas para o PADC. As outras estruturas são:

[7] Movimento Realocar Caminhão $N^{RC}(s)$: duas células, n_{il} e n_{kl}, são selecionadas de *B*. Neste movimento, o caminhão *l* deixa de realizar suas viagens à frente *i* para realizá-las a uma outra frente *k.*

[8] Movimento Trocar Caminhões $N^{TC}(s)$: selecionam-se duas células, n_{il} e n_{kj}, da submatriz B. O caminhão *l* deixa de realizar suas viagens a uma frente *i* para realizá-las a uma outra frente *k;* já o caminhão *j* passa a realizar suas viagens à frente *i*, deixando de realizá-las à frente *k.*

Estes movimentos foram implementados no método *VND* na seguinte ordem:

$N^{NV}(s)$, $N^{RV2}(s)$, $N^{RC}(s)$, $N^{TC}(s)$, $N^{RE}(s)$ e $N^{TE}(s)$.

Função de Avaliação - fa

A fim de estabelecer um parâmetro de comparação, a função de avaliação, *fa*, atribui às soluções um valor numérico, permitindo, assim, verificar qual é a melhor. As soluções geradas com a aplicação dos procedimentos metaheurísticos são avaliadas pela Equação (6.1). Nesta equação, exceto a última parcela, todas as outras contribuem para a avaliação de uma

determinada solução *s* com base nos desvios relativos aos valores recomendados que são atribuídos a cada parâmetro.

$$fa(s) = d^{p}(s) + \sum_{j \in S} d_j^{q}(s) + \sum_{l \in V} d_l^{tx}(s) + \sum_{k \in C} d_k^{rl}(s) + d^{rem}(s) + f^{nc}(s) \qquad (6.1)$$

sendo:

S	conjunto dos parâmetros de controle da qualidade da mistura;
V	conjunto dos equipamentos de transporte;
C	conjunto dos equipamentos de carga;
$d^{p}(s)$	desvio associado à produção de minério;
$d_j^{q}(s)$	desvio associado ao *j*-ésimo parâmetro de controle da qualidade da mistura;
$d_l^{tx}(s)$	desvio associado à taxa de utilização do *l*-ésimo caminhão;
$d_k^{rl}(s)$	desvio associado à produção (ritmo de lavra) do *k*-ésimo equipamento de carga;
$d^{rem}(s)$	desvio associado à relação estéril-minério;
$f^{nc}(s)$	parcela associada ao número de caminhões em operação da solução *s*.

A Equação (6.1) foi proposta por Costa (2005) e as relações que avaliam os desvios associados a cada parâmetro da otimização foram adaptadas deste mesmo autor. Estas relações possuem aspectos semelhantes e serão apresentadas de maneira geral. A Equação (6.2) mostrada a seguir permite calcular o desvio em relação aos valores recomendados da produção de minério, da taxa de utilização dos caminhões, da produção dos equipamentos de carga e da relação estéril-minério para uma determinada solução *s*:

$$d(s) = peso \times |Vr - V| \qquad (6.2)$$

sendo $d(s)$ o desvio associado a um determinado parâmetro da otimização na solução *s*, Vr o valor recomendado, V o valor do parâmetro na solução *s* e *peso* um fator que penaliza a solução pelo fato dos valores não atingirem as metas estabelecidas. Assim, se V for maior que o limite máximo ou menor que o limite mínimo, o fator *peso* assumirá valores lim^{+} e lim^{-}, nesta ordem. Senão, *peso* será igual a rec^{+} ou rec^{-} se V estiver, respectivamente, acima ou abaixo do valor recomendado.

Com relação ao desvio associado à qualidade, a Equação (6.3) tem um fator δ_j a mais quando comparada à equação anterior. A finalidade deste fator é equiparar os valores percentuais dos parâmetros de controle da qualidade da mistura numa mesma ordem de grandeza. Assim,

$$d_j^{q}(s) = \delta_j \times peso \times |Qr_j - Q_j| \qquad (6.3)$$

sendo Qr_j a porcentagem recomendada na mistura do *j*-ésimo parâmetro de controle e Q_j o seu valor percentual na solução *s*. A observação feita anteriormente para o fator *peso* também se aplica neste caso, ou seja, ele visa penalizar a solução *s* caso os valores dos parâmetros de controle sejam diferentes do recomendado.

A parcela de *fa* que avalia *s* quanto ao número de caminhões em operação é mostrada na Equação (6.4):

$$f^{nc}(s) = peso \times \sum_{l \in V} cmh_l \tag{6.4}$$

$$\text{com } cmh_l = \begin{cases} 0 & \text{se } tx_{mín} \leq tx_l \leq tx_{máx} \text{ ou } tx_l = 0 \\ 1 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

em que $tx_{mín}$ e $tx_{máx}$ são os limites mínimo e máximo para a taxa de utilização e tx_l é a taxa de utilização do caminhão *l* na solução *s*. O fator *peso* penaliza a solução *s* em função do número de caminhões em operação.

Implementação das Metaheurísticas para o PADC e PAEC

Para resolver estes dois problemas, o método *VND* foi implementado como o procedimento de Busca Local para a metaheurística *ILS* (linhas 2 e 5 da Figura 6.2a) utilizando os movimentos descritos anteriormente na ordem especificada (Subseções "*Estruturas de Vizinhança para o PADC*" e "*Estruturas de Vizinhança para o PAEC"*). As estruturas de vizinhança que definem as perturbações no *ILS* e a ordem de aplicação são as mesmas utilizadas no método *VND*, com a intenção de focalizar o espaço de busca em regiões cada vez mais distantes da solução ótima local *s**. Pretende-se, assim, explorar duas características importantes deste método no sentido proposto por Colin (2007): a *intensificação* e a *diversificação*. A primeira, como o nome sugere, intensifica a busca em regiões próximas a ótimos locais e, a segunda, é usada para explorar novas regiões.

Como estes problemas são de minimização, uma solução *s*'* (Figura 6.2b), gerada pelo *VND*, é aceita como melhor solução se a condição $fa(s^{*\prime}) < fa(s^*)$ for satisfeita, retornando-se à primeira estrutura de vizinhança tanto no *VND* como no *ILS*. Caso isto não ocorra, retorna-se à solução *s** e um novo vizinho $s' \in N^{(k)}(s^*)$ é escolhido aleatoriamente (linha 4 da Figura 6.2a). Como critério de parada, estabeleceu-se a utilização de 10 movimentos aleatórios em cada estrutura de vizinhança, cada um destes movimentos definindo uma nova perturbação.

6.1.2 DADOS DE ENTRADA

Os dados de entrada (*input*) para o modelo de otimização levará em conta a capacidade dos equipamentos de carga e transporte, a compatibilidade entre eles e o número de equipamentos em cada frota. A disponibilidade do equipamento de carga poderá ser informada caso ele esteja em manutenção. O tempo de ciclo médio dos caminhões e as porcentagens (ou teores) dos parâmetros de controle da qualidade em cada frente de lavra também devem ser informados.

6.1.3 PARÂMETROS DA OTIMIZAÇÃO

A Figura 6.5 mostra a janela Parâmetros da Otimização e Disponibilidade das Frentes, local em que as parcelas consideradas no cálculo da função de avaliação, as restrições relacionadas às metas a serem atingidas, o número de horas da otimização e o número máximo de viagens na alocação inicial dos caminhões devem ser especificados. Caso uma frente de lavra não esteja disponível, isto poderá ser indicado no campo destinado à disponibilidade das frentes de lavra. Utiliza-se 1 (um) se a frente estiver disponível e 0 (zero) para o caso contrário. O significado das abreviações utilizadas nessa figura é mostrado a seguir:

Fa	parcelas consideradas no cálculo da função de avaliação;
PRODUÇÃO Min	produção de minério (mínima, recomendada e máxima) em t/h;
TX UTILIZ. Cmh	taxa de utilização dos caminhões (%);
PRODUÇÃO Crg	ritmo de lavra dos equipamentos de carga em função da sua produção máxima (%);
REM	relação estéril-minério;
ProdEst	produção de estéril recomendada (t/h);
Ptotal	produção total (minério + estéril) recomendada em t/h;
Máximo	soma da produção máxima dos equipamentos de carga (t/h);
Tx Rec	ritmo de lavra recomendado para os equipamentos de carga em % (valor sugerido);
semente	semente utilizada na geração de números aleatórios;
Otimizar para	número de horas da otimização (h);
nVMáx início	número máximo de viagens na alocação inicial;
crg	equipamento de carga.

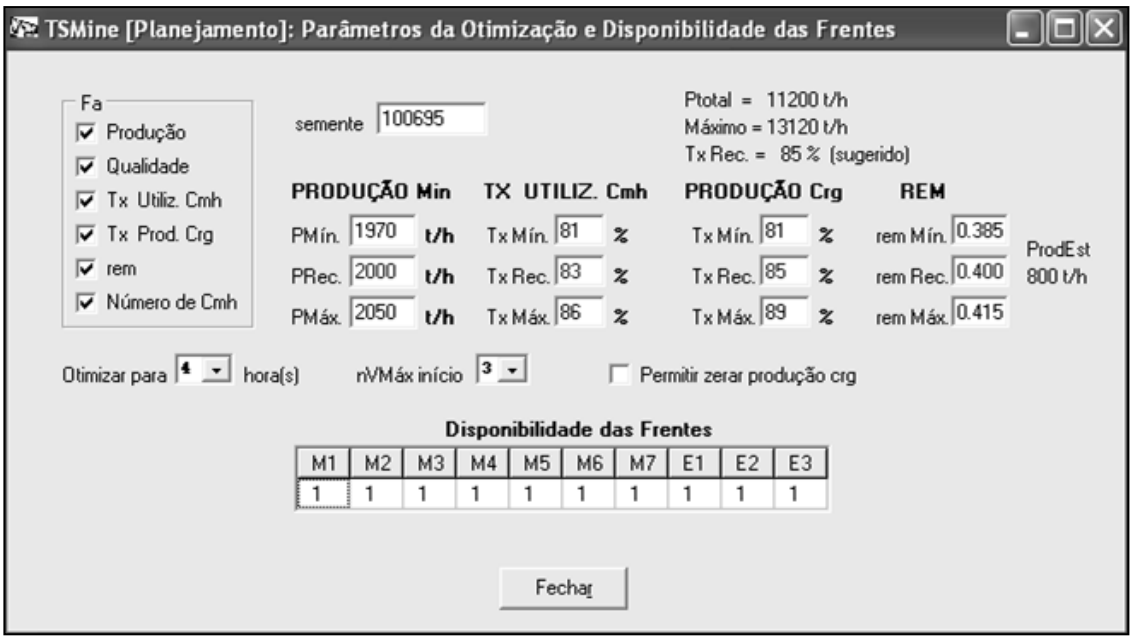


FIGURA 6.5 Parâmetros da Otimização e Disponibilidade das Frentes.

6.2 Módulo Simulação

A simulação foi utilizada para verificar a possibilidade de reprodução, em um cenário real, das soluções resultantes do Planejamento Operacional de Lavra considerando tanto Alocação Dinâmica quanto Alocação Estática de Caminhões (POLAD e POLAE). Os cenários simulados foram definidos no Módulo Planejamento do *software* TSMine através dos procedimentos metaheurísticos implementados.

Foi empregado o Método de Monte Carlo associado à abordagem das Três Fases, sendo consideradas as atividades de Carregamento, Transporte de minério (ou estéril), Descarga no britador (ou pilha de estéril), Deslocamento Vazio (Retorno) e Abastecimento dos caminhões em minas a céu aberto.

A simulação teve como objetivo fornecer os valores para os indicadores de desempenho do sistema; esta etapa é denominada de fase de *avaliação*. Ao fim deste processo, os dados foram tratados estatisticamente e os resultados foram utilizados em análises para *validar* ou *não* os cenários definidos no planejamento.

6.2.1 VARIÁVEIS ESTOCÁSTICAS E SIMULAÇÃO A EVENTOS DISCRETOS

Ao contrário do modelo de otimização utilizado neste trabalho, que trata as variáveis como sendo determinísticas, no Módulo Simulação do *software* TSMine as variáveis são estocásticas (probabilísticas), indicando que há ocorrência de aleatoriedade nos valores assumidos por elas.

Neste módulo, o estado do sistema modelado muda em intervalos de tempo discretos, sendo estes intervalos definidos com base nas interações dos tempos individuais de execução de cada atividade. Estes valores de tempo são gerados a cada iteração do processo de simulação.

Na geração de variáveis aleatórias para o tempo individual de execução das atividades, o aplicativo TSMine utiliza o Método da Transformação Inversa para as distribuições de probabilidade que possuem uma forma analítica para a inversa da função densidade acumulada (Triangular, Exponencial Negativa, Uniforme Contínua e Weibull). Para duas distribuições, cujas inversas das funções densidade acumulada não possuem forma algébrica conhecida (Normal e LogNormal), o Método da Transformação Inversa foi utilizado juntamente com o procedimento de Aproximação por Funções Racionais. Já o Método da Aceitação–Rejeição foi utilizado para as Distribuições Gama e Beta e, o da Convolução, para a Distribuição de Erlang. Mais detalhes sobre geração de variáveis aleatórias podem ser vistos no Capítulo 4.

6.2.2 ABORDAGEM DAS TRÊS FASES UTILIZADA NA SIMULAÇÃO

A abordagem utilizada na modelagem é a das Três Fases cuja descrição pode ser encontrada em Portugal (2005). Segundo este autor, a Fase A avança o relógio da Simulação para o tempo de ocorrência do próximo evento que irá ocorrer.

A Figura 6.6 ilustra uma situação em que o tempo do próximo evento é 5,68 min e está associado ao término da atividade de carregamento do caminhão 11. Nota-se, ainda, que no instante 5,65 min, o caminhão 06 está na fila "Aguardando carga" e o caminhão 11 está sendo carregado pelo equipamento de carga 04 na frente de estéril E2.

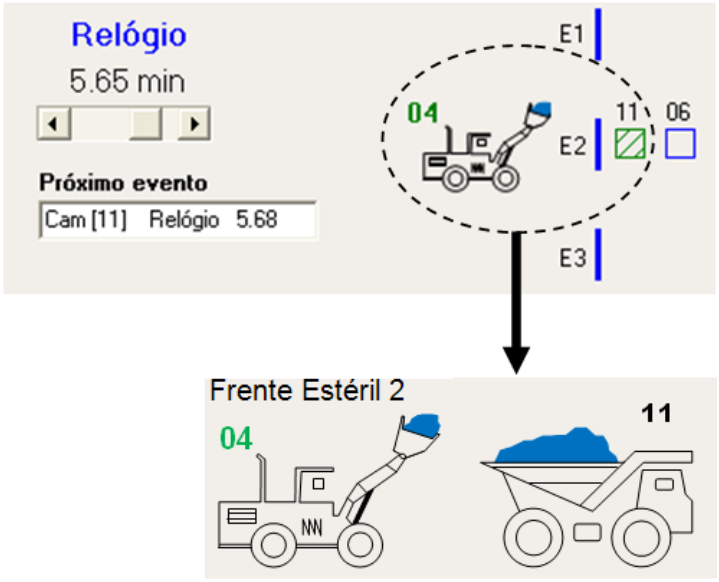


FIGURA 6.6 Tempo de ocorrência do próximo evento com destaque para as entidades envolvidas.

A Fase B está associada ao término das atividades para as entidades que foram identificadas previamente. Seguindo o exemplo anterior, o tempo 5,68 min indica quando ocorrerá o término da atividade de carregamento do caminhão 11 e consequente liberação do equipamento de carga 04. Por fim, na terceira fase (Fase C), ocorrem os eventos ligados ao início das atividades para determinadas entidades. Assim, quando o Relógio estiver marcando 5,68 min, iniciar-se-ão as atividades de carregamento do caminhão 06 (frente de estéril E2) e deslocamento cheio para o caminhão 11. A Figura 6.7 mostra esta situação, sendo indicados, novamente, o tempo de ocorrência do próximo evento (5,76 min) e a entidade envolvida, Caminhão [15], que não aparece na figura.

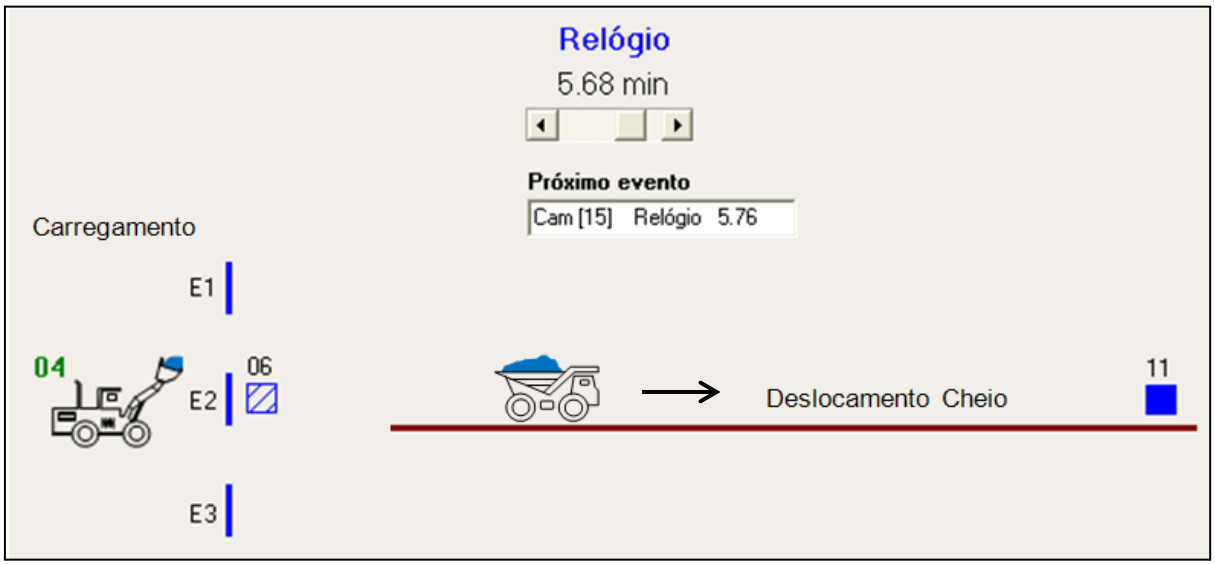


FIGURA 6.7 Avanço do relógio para o tempo indicado no campo próximo evento da Figura 6.6 (Fase A).

Em resumo, a Fase A **avançou** o relógio da simulação para o tempo de ocorrência do próximo evento (5,68 min). Como ocorreu o **término** da atividade de carregamento do caminhão 11 e, com isto, a liberação do equipamento de carga 04 (Fase B), **iniciaram-se** as atividades de deslocamento cheio para o caminhão 11 e carregamento do caminhão 06 (Fase C).

6.2.3 DIAGRAMA DO CICLO DE ATIVIDADES - DCA

O Diagrama do Ciclo de Atividades para o Módulo Simulação do *software* TSMine é apresentado na Figura 6.8. As entidades envolvidas são Caminhões, Equipamentos de carga, Pontos de descarga e Bombas para abastecimento, sendo consideradas cinco atividades: Carregamento, Deslocamento Cheio, Descarga, Deslocamento Vazio e Abastecimento. As filas Aguardando deslocamento cheio e Aguardando deslocamento vazio são *filas dummy* (tempo de espera igual a zero), uma vez que, neste tipo de diagrama, antes de qualquer atividade deve haver uma fila.

Para Portugal (2005), este diagrama é particularmente aplicável a sistemas com uma forte estrutura de filas, facilitando a visualização e a análise lógica dos seus componentes através da interligação/interação entre eles.

Uma análise do diagrama mostra que, após a atividade de carregamento, inicia-se a atividade de deslocamento cheio, com os caminhões se deslocando até um ponto de descarga, que pode ser o britador ou a pilha de estéril. Terminada a atividade de descarga, é verificado o estado do tanque de combustível através da variável *tanque* (*tanque* > 0 se há combustível; *tanque* = 0 caso contrário). Se *tanque* = 0, o caminhão é direcionado para o ponto de abastecimento; senão, ele retornará para uma determinada frente de lavra onde será carregado novamente. O caminhão poderá, então, entrar na fila "Aguardando carga" caso a unidade de carregamento não esteja ociosa. A disciplina desta e das outras filas do sistema é FIFO, do inglês "*First In – First Out*"; isto é, o primeiro que chega será o primeiro a ser atendido.

Os valores das variáveis aleatórias referentes ao tempo de execução das atividades serão obtidos através de distribuições de probabilidade especificadas previamente.

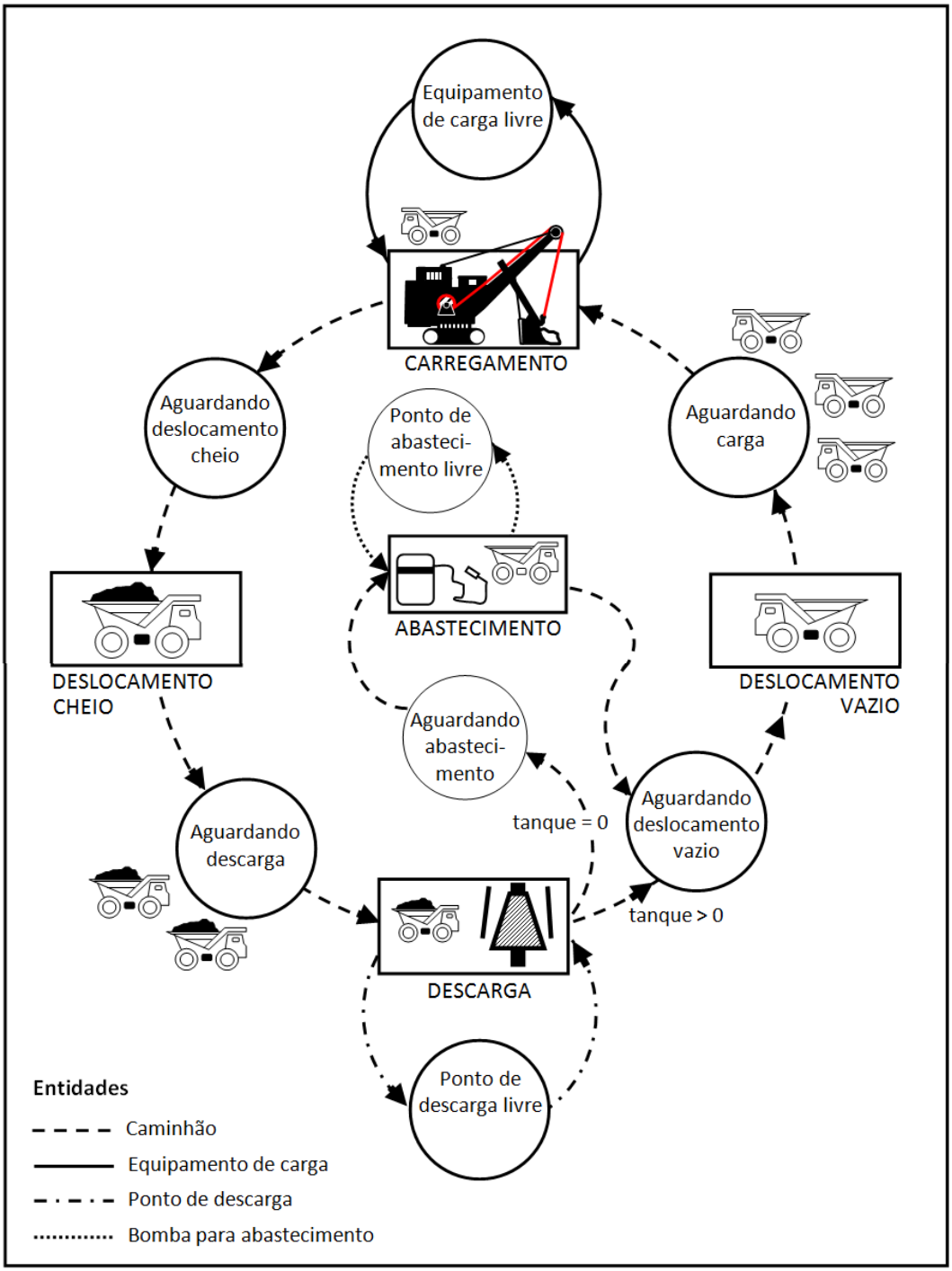


FIGURA 6.8 Diagrama do Ciclo de Atividades (DCA) para o Módulo Simulação do TSMine.

6.2.4 CRITÉRIOS UTILIZADOS NA ALOCAÇÃO DOS CAMINHÕES APÓS A DESCARGA OU O ABASTECIMENTO

Após a Descarga, o caminhão deverá ser enviado (alocado) a uma frente de lavra para ser carregado novamente. São quatro os critérios utilizados para a escolha da melhor frente, os

quais foram escolhidos por terem sido utilizados (exceto o tempo de espera na fila) como parcelas da função de avaliação do modelo de otimização e, também, porque são critérios comumente citados na literatura técnica. São eles: **1)** Produção nas frentes; **2)** Qualidade da mistura de minérios; **3)** Relação estéril-minério e **4)** Tempo de espera na fila do equipamento de carga.

Antes do início da simulação, deverá ser estabelecida a ordem segundo a qual cada critério será utilizado para o caso de empate entre duas ou mais frentes de lavra. Por exemplo, a sequência $[4-3-1-2]$ indica que o primeiro critério de alocação é o tempo de espera do caminhão na fila do equipamento de carga; o segundo critério é a relação estéril-minério seguido pela produção nas frentes de lavra. Por fim, o quarto critério está associado à qualidade da mistura de minérios.

Após o Abastecimento, o caminhão que retorna à operação deverá ser alocado a uma frente de lavra. Os critérios utilizados para a escolha do melhor equipamento de carga a ser designado para carregar este caminhão são iguais aos mencionados anteriormente.

Os parâmetros utilizados nos algoritmos de alocação são:

V	conjunto dos caminhões;
C	conjunto dos equipamentos de carga (unidades de carregamento);
F	conjunto de todas as frentes de lavra: $F = M \cup E$;
M	conjunto das frentes de lavra localizadas no minério;
E	conjunto das frentes de lavra localizadas no estéril;
PC	conjunto dos parâmetros de controle da qualidade da mistura;
nc	número de equipamentos de carga em operação;
$Prod_{k\ plan}$	produção planejada na frente de lavra onde o equipamento de carga k está alocado (t);
$Prod_{k\ simul}$	produção simulada (estimada) na frente de lavra onde o equipamento de carga k está alocado (produção prevista no momento indicado pelo relógio da simulação), em t;
nPC	número de parâmetros de controle da qualidade da mistura;
$Por_{j\ plan}$	porcentagem planejada do parâmetro de controle j na mistura (%);
$Por_{j\ simul}$	porcentagem simulada (prevista no momento indicado pelo relógio da simulação) do parâmetro de controle j na mistura (%);
$fator_j$	valor cuja finalidade é tornar equiparáveis as diferenças percentuais entre os valores simulados e planejados dos parâmetros de controle da qualidade da mistura;
rem_{plan}	relação estéril-minério planejada;
rem_{simul}	relação estéril-minério simulada (ou seja, valor da *rem* esperado no momento indicado pelo relógio da simulação);
$ProdMin_{simul}$	produção de minério simulada (esperada), em t;
$ProdEst_{simul}$	produção de estéril simulada (esperada), em t.

Produção nas frentes

A utilização deste critério busca minimizar o desvio associado à produção programada para cada frente de lavra; assim, o caminhão será alocado à unidade de carregamento com o maior desvio (em %) da produção conforme algoritmo da Figura 6.9.

No momento da alocação, o desvio em relação à produção programada (planejada) será calculado através da Equação (6.5), sendo consideradas somente as frentes em que há viagens programadas para o caminhão. Para o caso de empate, será utilizado o próximo critério de alocação indicado no início da simulação. Senão, o caminhão será alocado à frente que apresentar o maior valor calculado $DProd_k$.

$$DProd_k = \left(1 - \frac{Prod_{k\ simul}}{Prod_{k\ plan}}\right) \times 100\% \qquad (6.5)$$

sendo $DProd_k$ o desvio da produção na frente de lavra na qual a unidade de carregamento k está trabalhando (em %).

Procedimento *ProduçãoFrentes*( );

$k \leftarrow 1$
enquanto $k \leq nc$
  se há viagens programadas do caminhão $l \in V$ ao equipamento de carga $k \in C$
    então estimar a produção $Prod_{k\ simul}$
      calcular o desvio de $Prod_{k\ simul}$ em relação à $Prod_{k\ plan}$ por meio da Eq. (6.5)
      $k \leftarrow k + 1$
      fim
    senão $k \leftarrow k + 1$
se não há empate entre as frentes de lavra
  então retornar k com o maior desvio da produção
  senão *PróximoCritério*( )
fim *ProduçãoFrentes*;

FIGURA 6.9 Algoritmo para o critério de alocação Produção nas frentes.

Qualidade da mistura de minérios

Segundo este critério de alocação, o destino do caminhão será a frente que apresentar o menor desvio (ou diferença) em relação aos valores especificados para os parâmetros de controle da mistura, conforme procedimento da Figura 6.10 e que será descrito a seguir.

Para cada frente de lavra onde há viagens programadas do caminhão l ($l \in V$) ao equipamento de carga k ($k \in C$) alocado a esta frente, a variável SD_k armazenará a soma de todos os desvios DPC_j ($j \in PC$). O valor absoluto deste desvio (diferença) é calculado através da Equação (6.6). Havendo empate, utiliza-se o próximo critério de alocação; caso contrário, o caminhão será alocado à frente com menor valor SD_k.

$$DPC_j = fator_j \times |Por_{j\ simul} - Por_{j\ plan}| \tag{6.6}$$

sendo DPC_j o desvio associado ao parâmetro de controle j na mistura.

```
Procedimento QualidadeDaMistura( )
k ← 1
enquanto k ≤ nc
   se há viagens programadas do caminhão l ∈ V à unidade de carregamento k ∈ C
      então  j ← 1
          enquanto j ≤ nPC
                calcular a porcentagem simulada do parâmetro de controle j ∈ PC na mistura
                calcular o desvio de Por_j simul em relação à Por_j plan por meio da Eq. (6.6)
                j ← j + 1
                fim
          SD_k ← soma de todos os desvios DPC_j (j ∈ PC) na frente onde se encontra o
                   equipamento de carga k
          k ← k + 1
          fim
      senão k ← k + 1
se não houver empate entre os valores de SD_k
    então retornar k com o menor valor SD_k
    senão PróximoCritério( )
fim QualidadeDaMistura;
```

FIGURA 6.10 Algoritmo para o critério de alocação Qualidade da mistura.

Relação estéril-minério

Pretende-se, com a utilização deste critério, que o caminhão seja alocado à frente que trouxer maior contribuição ao quociente entre as produções de estéril e minério ($ProdEst_{simul}/ProdMin_{simul}$) no sentido de reduzir a diferença entre os valores simulado e planejado (rem_{simul} e rem_{plan}).

Neste sentido, se o valor previsto (ou esperado) da relação estéril-minério no momento da alocação for maior que seu valor estabelecido no planejamento, um novo critério de alocação deverá ser utilizado, sendo considerados somente os equipamentos de carga alocados no minério; caso contrário, um novo critério de alocação também deverá ser utilizado, porém somente as frentes de lavra localizadas no estéril deverão ser consideradas, conforme procedimento da Figura 6.11.

```
Procedimento rem( );
rem_simul ← ProdEst_simul / ProdMin_simul
se rem_simul = rem_plan
    então PróximoCritério( ) considerando as frentes f ∈ F
    senão se rem_simul > rem_plan
            então PróximoCritério( ) considerando as frentes f ∈ M
            senão PróximoCritério( ) considerando as frentes f ∈ E
fim rem;
```

FIGURA 6.11 Algoritmo para o critério de alocação Relação estéril-minério.

Deve-se ressaltar que, nos algoritmos mostrados anteriormente, o índice *plan* se refere a um valor que foi definido na fase de planejamento. Ainda nestes algoritmos, o índice *simul* significa simulado (= previsto ou esperado), e é utilizado no sentido de que um valor (de produção, porcentagem ou *rem*) será estimado, no momento da alocação, considerando os caminhões que já tiverem sido alocados anteriormente à unidade de carregamento em questão; ou seja, serão levados em conta o caminhão que estiver sendo carregado, os caminhões que, eventualmente, estiverem esperando na fila e os que estiverem se dirigindo ao equipamento de carga (se houver) no momento da alocação.

Tempo de espera na fila do equipamento de carga

Este critério de alocação é utilizado para se evitar o seguinte cenário: fila de caminhões em uma determinada frente de lavra e equipamentos de carga ociosos em outras frentes. O caminhão deverá deixar o ponto de descarga (ou local de abastecimento) em direção à frente de lavra onde é esperado o menor tempo de espera na fila da unidade de carregamento que estiver trabalhando naquela frente. O algoritmo relacionado a este procedimento é mostrado na Figura 6.12 e descrito a seguir.

Se houver viagens programadas para o caminhão a uma determinada frente de lavra, é verificado o tempo de espera na fila do equipamento de carga. Nesta verificação, são levados em conta a hora de chegada à frente de lavra dos caminhões já alocados ao mesmo equipamento de carga e a hora de liberação de cada um destes caminhões. Assim, após a alocação do caminhão à frente que apresentar o menor tempo de espera na fila, eventualmente será necessário atualizar a hora de liberação das unidades que foram anteriormente alocadas ao equipamento de carga, mas que chegarão depois do caminhão cuja rota está sendo estabelecida.

```
Procedimento TempoFila( )
k ← 1
enquanto k ≤ nc
   se há viagens programadas do caminhão l ϵ V ao equipamento de carga k ϵ C
      então estimar o tempo de espera do caminhão l na fila do equipamento de carga k
            k ← k + 1
            fim
      senão k ← k + 1
se não houver empate entre as unidades de carregamento
    então retornar f ϵ F com o menor tempo de espera na fila do equipamento de carga k
          atualizar a hora de liberação das unidades já alocadas à frente f
          fim
    senão PróximoCritério( );
fim TempoFila( );
```

FIGURA 6.12 Algoritmo para o critério de alocação Tempo de espera na fila.

6.3 Módulo Despacho

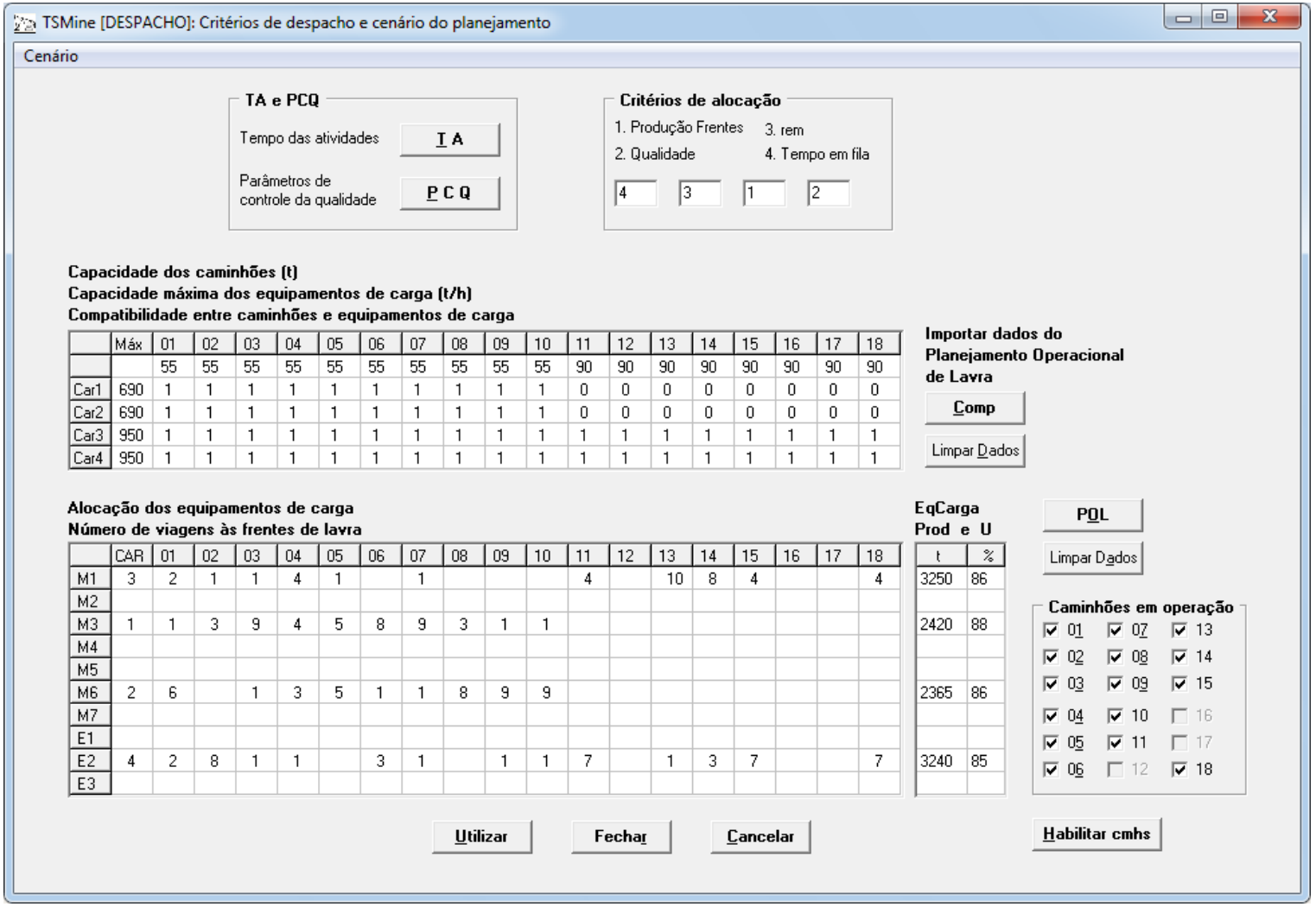
Segundo Soumis *et al*. (1989), o Planejamento Operacional de Lavra estabelece o cenário para a operação ótima que será reproduzida pelo sistema de Despacho. Este autor relembra que os sistemas que integram estas duas atividades (Planejamento e Despacho) são chamados S*oftwares* de Otimização para Despacho de Caminhões. O aplicativo computacional TSMine pertence à esta classe de *softwares*, uma vez que o algoritmo para Despacho foi implementado para reproduzir as operações do cenário resultante do Planejamento.

Não serão apresentados os resultados referentes à utilização do Módulo Despacho do TSMine, uma vez que os cenários simulados não foram implantados em um sistema real. No entanto, será mostrado um exemplo de como é feita a indicação da melhor frente de lavra para a qual o caminhão deverá se deslocar após a descarga no britador.

Para a utilização deste sistema, os dados resultantes do planejamento (plano de lavra) devem ser informados antes do início de um turno de trabalho. A Figura 6.13 mostra como isto é feito. Vale ressaltar que, além da prioridade dos critérios de alocação, o sistema de despacho usa estas informações na indicação do equipamento de carga que será designado para o carregamento do caminhão que deixa um dos pontos de descarga ou retorna do abastecimento.

A terminologia utilizada nesta figura é apresentada a seguir.

TA	entrada de dados (*input*) para o tempo das atividades;
PCQ	entrada de dados (input) para os parâmetros de controle da qualidade da mistura;
Comp	importar dados relativos à compatibilidade entre as unidades de carregamento e transporte;
POL	importar dados do plano operacional de lavra (alocação dos equipamentos de carga e número de viagens dos caminhões);
Máx	ritmo de lavra máximo das unidades de carregamento (t/h);
Car1 .. Car4	equipamentos de carga;
CAR	alocação dos equipamentos de carga às frentes de lavra;
M1 .. M7	frentes de lavra localizadas no minério;
E1 .. E3	frentes de lavra localizadas no estéril;
01 .. 18	número dos caminhões;
Prod e *U*	produção (em t) e utilização dos equipamentos de carga (em %) definidas no planejamento;
cmhs	caminhões.



	Máx	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
		55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	90	90	90	90	90	90	90	90
Car1	690	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Car2	690	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
Car3	950	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Car4	950	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

	CAR	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	t	%
M1	3	2	1	1	4	1		1				4		10	8	4			4	3250	86
M2																					
M3	1	1	3	9	4	5	8	9	3	1	1									2420	88
M4																					
M5																					
M6	2	6		1	3	5	1	1	8	9	9									2365	86
M7																					
E1																					
E2	4	2	8	1	1		3	1		1	1	7		1	3	7			7	3240	85
E3																					

FIGURA 6.13 Critérios de despacho e informações do cenário resultante do planejamento.

Os critérios utilizados para a alocação dos caminhões após a atividade de Descarga, Abastecimento ou Manutenção são os mesmos que foram definidos para o Módulo Simulação, ou seja:

1. Produção nas frentes;
2. Qualidade da mistura de minérios;
3. Relação estéril-minério;
4. Tempo de espera na fila do equipamento de carga.

Para o caso de empate na indicação da frente de lavra, deverá ser seguida a sequência [4 – 3 – 1 – 2] indicada na Figura 6.13; esta sequência estabelece a prioridade dos critérios que foi utilizada neste exemplo. Assim, o primeiro critério de despacho a ser utilizado é o menor Tempo de espera na fila da unidade de carregamento (critério número 4), seguido dos critérios *rem* (3), Produção nas frentes de lavra (1) e Qualidade da mistura (2).

No momento da alocação de um caminhão a uma determinada frente de lavra, serão levados em conta na avaliação (estimativa) de cada critério de alocação, o caminhão que já está sendo carregado na frente de lavra, os caminhões que eventualmente estiverem esperando na fila da unidade de carregamento e os que estiverem se dirigindo para a frente em questão (se houver).

O tempo (duração) das atividades de deslocamento vazio e carregamento usado no Módulo Despacho é obtido através de amostragem realizada em distribuições de probabilidade. Assim como no Módulo Simulação, nove distribuições teóricas estão disponíveis: Normal, LogNormal, Gama, Beta, Erlang, Triangular, Weibull, Exponencial Negativa e Uniforme Contínua. Se desejado, médias móveis poderão ser utilizadas ao invés das variáveis aleatórias, sendo as médias calculadas com os últimos valores dos tempos de deslocamento vazio ou carregamento.

Uma vez concluída a etapa de entrada de dados referentes ao plano operacional de lavra cujo cenário será reproduzido (e gerenciado) pelo Sistema de Despacho, o passo seguinte é posicionar os caminhões conforme sua localização na mina no início do turno. Este posicionamento inicial é feito utilizando a opção Alocar Início localizada na janela principal do Módulo Despacho (Figura 6.17 mostrada no final desta seção).

O Sistema de Despacho do TSMine gerencia, no decorrer do turno, as atividades de carregamento, transporte, descarga, deslocamento vazio além das paradas para abastecimento

e manutenção dos caminhões, sendo possível atualizar a posição destes equipamentos em tempo real.

Para atualizar a hora do término de uma atividade que compõe o ciclo do caminhão e, consequentemente, a sua posição na mina, a área denominada Término da Atividade localizada na janela principal do módulo para despacho (Figura 6.17) deverá ser utilizada. Estas atualizações em tempo real aumentam a eficiência do sistema, uma vez que as informações necessárias para a alocação dos próximos caminhões também serão atualizadas.

A Figura 6.14 mostra como isto funciona. Para indicar que o caminhão 02 chegou à frente de lavra E2 (Estéril 2), basta selecionar o número do caminhão no campo "Cmh" e, em seguida, clicar no botão relativo ao término da atividade; neste caso, Atividade 4 ou Deslocamento Vazio. No entanto, no momento da chegada do caminhão 02 à frente de lavra, o caminhão 15 já estava sendo carregado na frente E2 (cenário 'Antes' na parte superior da figura). Por isto, ele foi "colocado" na fila da unidade de carregamento. O cenário 'Depois' (parte inferior da figura) mostra o caminhão 02 em sua nova posição, isto é, na fila do equipamento de carga 04.

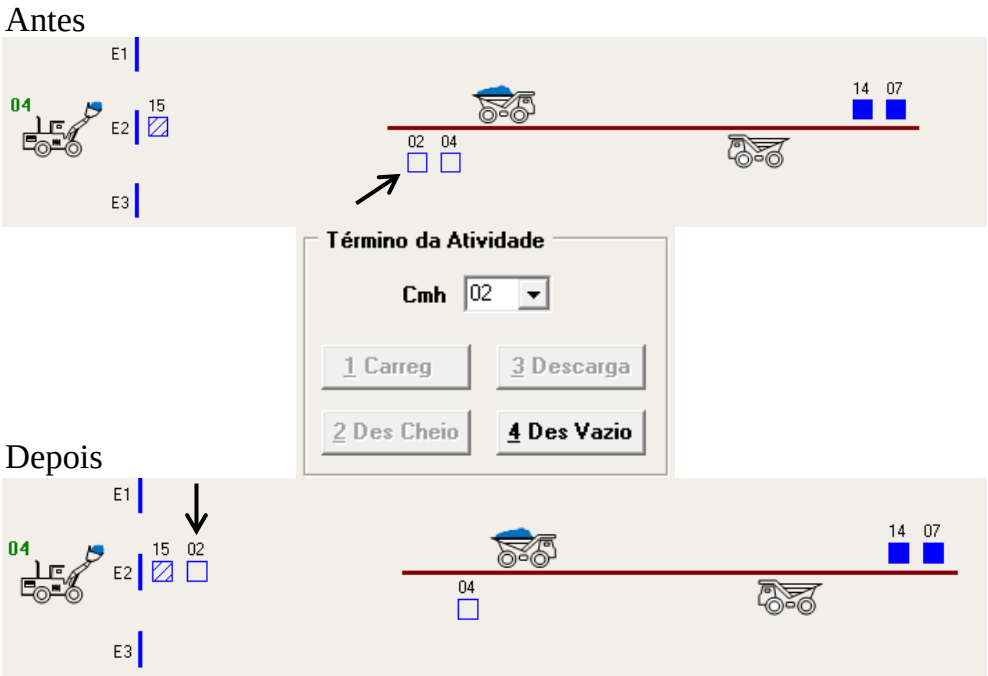


FIGURA 6.14 Atualização da posição do caminhão 02.

Similarmente à Figura 6.14, que ilustra o procedimento utilizado na atualização da posição de um caminhão que chega à unidade de carregamento, as Figuras 6.15 e 6.16

mostram como foi feita a indicação da melhor frente de lavra após o término da atividade de descarregamento. De acordo com a Figura 6.15, enquanto o caminhão 05 descarregava no britador, o caminhão 18 aguardava na fila deste ponto de descarga. Ao término da atividade de descarregamento, que ocorreu às 10:20:41, o procedimento descrito anteriormente para o caminhão 02 foi repetido para o caminhão 05. Então, o sistema de despacho exibiu uma mensagem (Figura 6.16) indicando para qual frente de lavra e, naturalmente, para qual unidade de carregamento este caminhão vazio deveria retornar, tendo sido utilizado o menor tempo de espera na fila como primeiro critério de despacho.

Ainda em relação à Figura 6.15, pode-se notar que após o caminhão 05 ter deixado o ponto de descarga, o caminhão 18, que estava na fila, iniciou sua nova atividade: descarga no britador. As posições das outras unidades de transporte que aparecem na figura (caminhões 09, 10, 11, 01 e 08) permaneceram inalteradas.

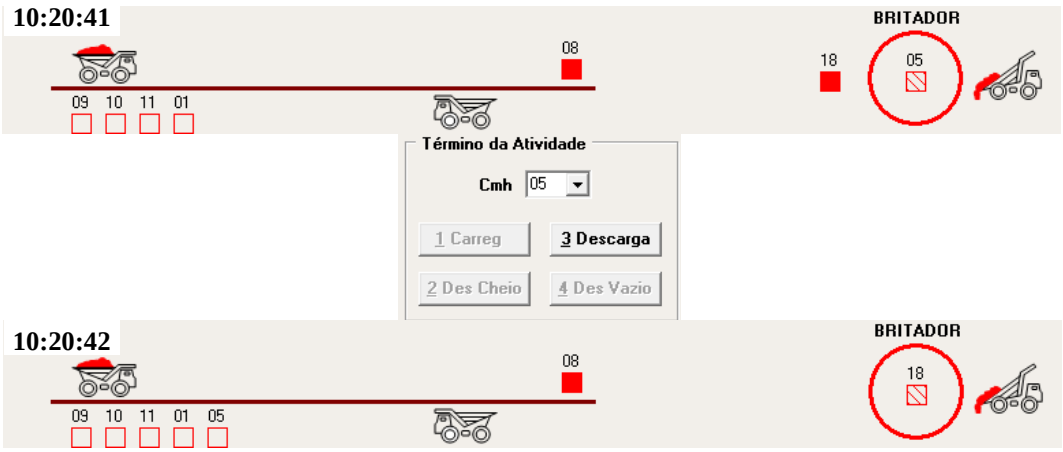


FIGURA 6.15 Atualização da posição do caminhão 05 após a descarga no britador.

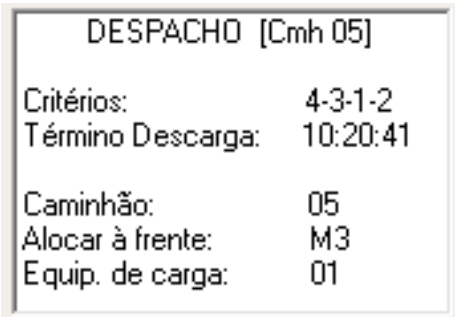
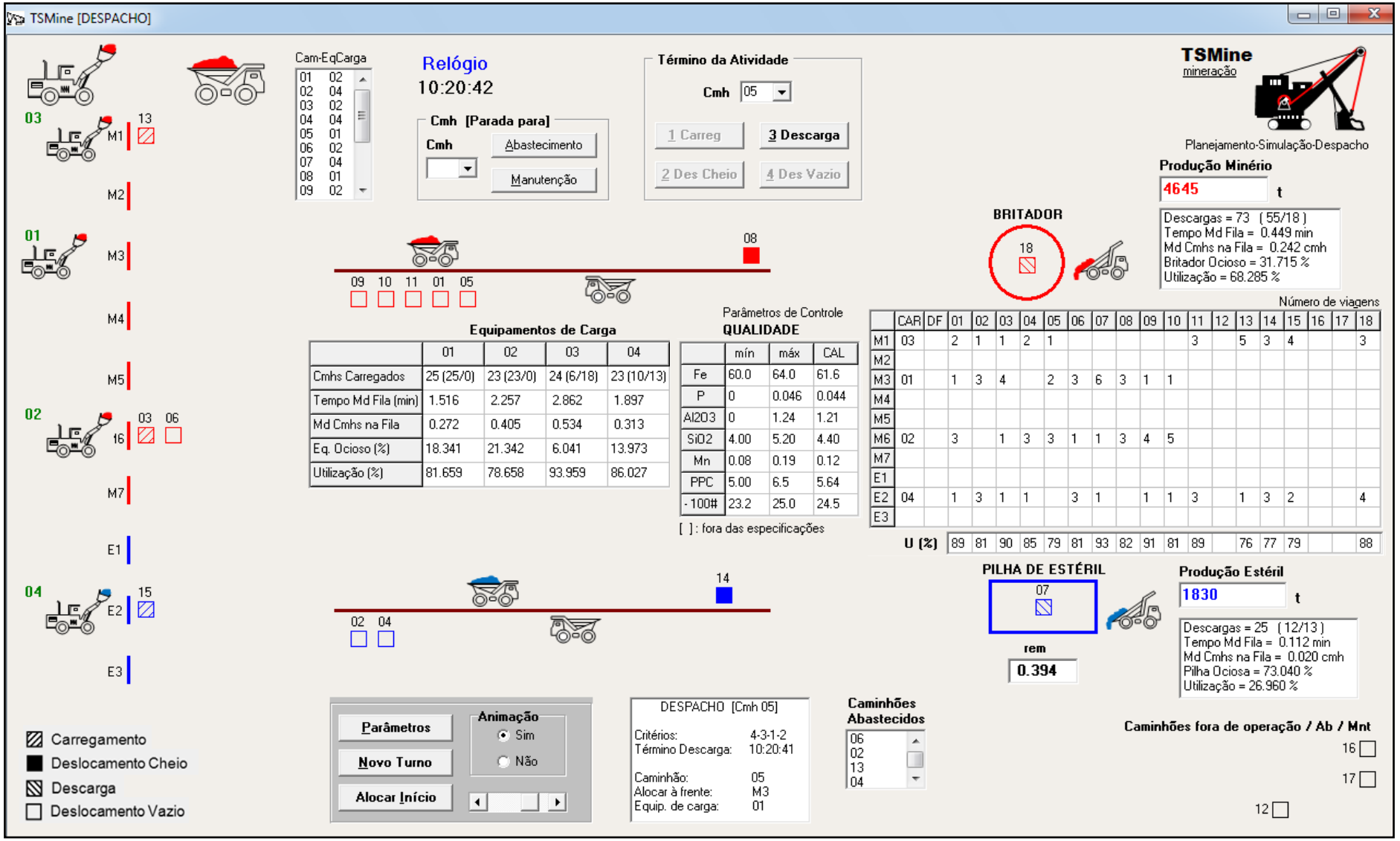


FIGURA 6.16 Indicação da frente de lavra para a qual o caminhão 05 deveria retornar ao término de sua atividade de descarregamento (às 10:20:41).

Um contexto mais abrangente dentro do qual a situação anterior está inserida, é ilustrado na Figura 6.17. Nela são exibidas as posições correspondentes às atividades de todos os equipamentos de carga e transporte às 10:20:42 (Relógio localizado margem superior da figura). Visto que o início do turno se deu às 08:00:00 (este horário foi previamente informado), as medidas dos indicadores de desempenho exibidas neste cenário foram obtidas após um período de produção de **02 h 20 min 42 s** (ou 140,70 min). Se desejado, estas medidas poderão ser comparadas com os valores previstos na simulação deste cenário, considerando, naturalmente, o mesmo intervalo de tempo (140,70 min).

O significado dos termos e abreviações utilizados na Figura 6.17 é como segue:

Cmhs Carregados	número de caminhões carregados (55 t / 90 t) pelo equipamento de carga;
Tempo Md Fila	tempo médio de espera na fila (min);
Md Cmhs na Fila	número médio de caminhões na fila (tamanho médio da fila);
Eq. Ocioso	equipamento ocioso (%);
Utilização	utilização das unidades de carregamento, britador ou pilha de estéril (%);
mín	valor mínimo para o parâmetro de controle estabelecido no planejamento (%);
máx	valor máximo para o parâmetro de controle estabelecido no planejamento (%);
CAL	valores calculados e atualizados em tempo real para os parâmetros de controle da qualidade no momento marcado por Relógio (%);
Descargas	número de descargas no britador ou na pilha de estéril (caminhões de 55 t / 90 t entre parênteses);
M	frentes de minério;
E	frentes de estéril;
CAR	número do equipamento de carga alocado à frente;
DF	disponibilidade das frentes de lavra (‘xxx’ se frente não disponível);
U	utilização dos caminhões (%);
PE Ociosa	pilha de estéril ociosa (em %);
Cam-EqCarga	número do caminhão alocado ao equipamento de carga;
rem	relação estéril-minério no momento indicado por Relógio;
Ab / Mnt	caminhões abastecendo ou em manutenção.



	01	02	03	04
Cmhs Carregados	25 (25/0)	23 (23/0)	24 (6/18)	23 (10/13)
Tempo Md Fila (min)	1.516	2.257	2.862	1.897
Md Cmhs na Fila	0.272	0.405	0.534	0.313
Eq. Ocioso (%)	18.341	21.342	6.041	13.973
Utilização (%)	81.659	78.658	93.959	86.027

	mín	máx	CAL
Fe	60.0	64.0	61.6
P	0	0.046	0.044
Al2O3	0	1.24	1.21
SiO2	4.00	5.20	4.40
Mn	0.08	0.19	0.12
PPC	5.00	6.5	5.64
-100#	23.2	25.0	24.5

[ ] : fora das especificações

	CAR	DF	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
M1	03		2	1	1	2	1						3		5	3	4			3
M2																				
M3	01		1	3	4		2	3	6	3	1	1								
M4																				
M5																				
M6	02		3		1	3	3	1	1	3	4	5								
M7																				
E1																				
E2	04		1	3	1	1		3	1		1	1	3		1	3	2			4
E3																				
U (%)			89	81	90	85	79	81	93	82	91	81	89		76	77	79			88

FIGURA 6.17 Medidas dos indicadores de desempenho atualizadas em tempo real pelo sistema de despacho.

Capítulo 7

Instância teste

A fim de manter elevada a qualidade dos produtos do alto-forno, o teor dos elementos químicos Fe, Mn, Si, P e C no gusa e MnO, SiO_2, CaO, MgO, Al_2O_3 e FeO na escória devem ser controlados. A Tabela 7.1 apresenta alguns valores relacionados à composição química do ferro-gusa e escória produzidos em um alto-forno a coque (Mourão *et al.,* 2007). Outros parâmetros, tais como basicidade da escória, quantidade produzida de escória por tonelada de gusa (*mE*/*mG* = massa de escória/massa de gusa) e a relação Fe/Mn na mistura que compõe a carga metálica do alto-forno também estão sujeitos a restrições.

TABELA 7.1 Valores de análises químicas típicas do gusa e da escória de um alto-forno a coque. **Fonte:** Mourão *et al*. (2007).

FERRO-GUSA (% em peso)							
Ti	Si	S	Mn	P	C	Fe	outros
0,03	0,38	0,026	0,69	0,091	4,82	93,86	0,1

ESCÓRIA DE ALTO-FORNO (% em peso)								
SiO_2	Al_2O_3	CaO	MgO	S	MnO	TiO_2	FeO	outros
34,65	11,59	42,8	6,81	1,22	0,83	0,53	0,35	1,22

Para fornecer matéria-prima que atenda às exigências impostas pelos processos metalúrgicos, a mineração deverá estabelecer um plano de lavra para extrair minério que atenta a determinadas especificações após a etapa de beneficiamento. A tabela exibida na Figura 7.1 exemplifica a forma de apresentação de uma solução-cenário resultante do Planejamento Operacional de Lavra para esta situação.

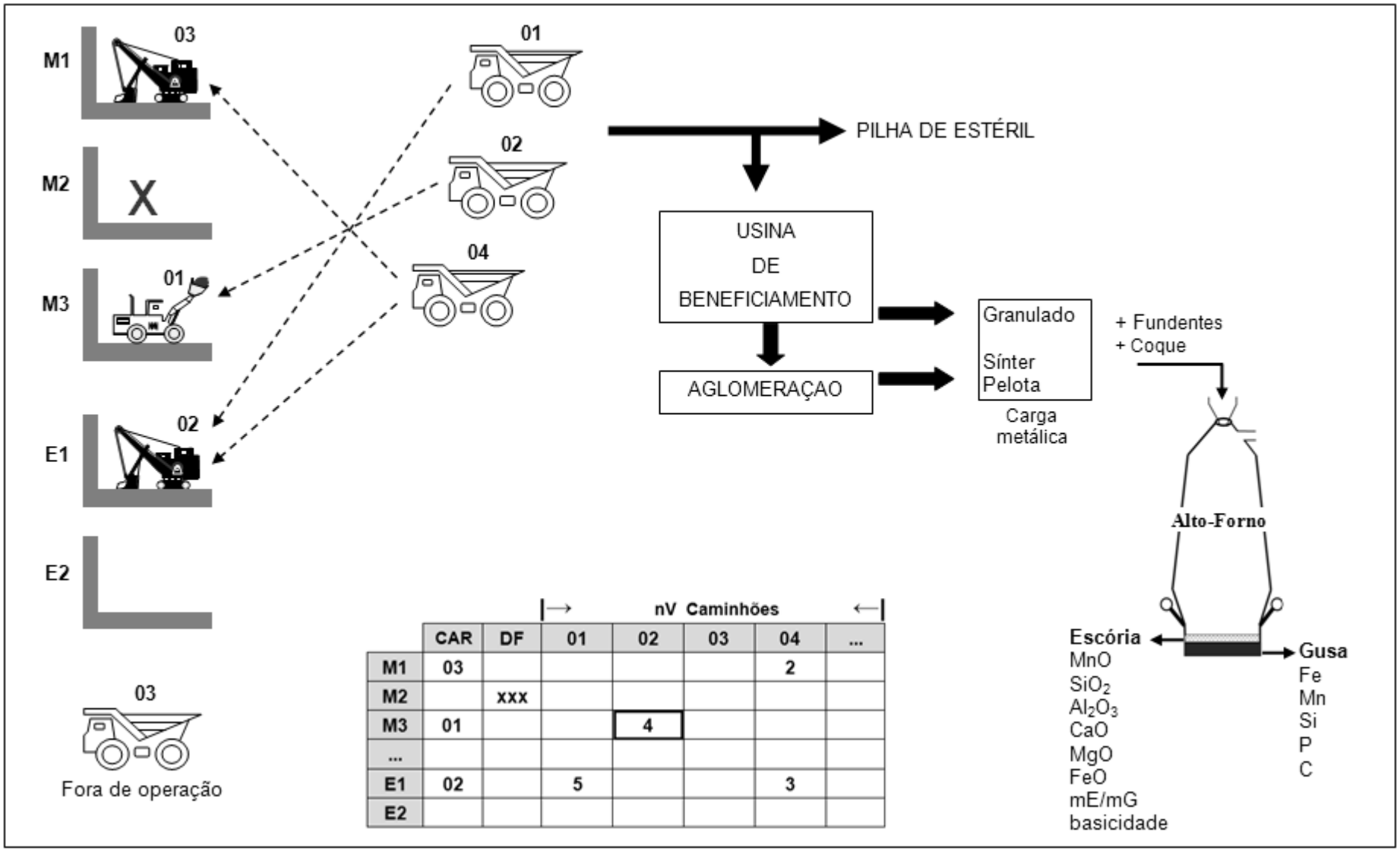


FIGURA 7.1 Representação esquemática de uma solução resultante do Planejamento Operacional de Lavra.

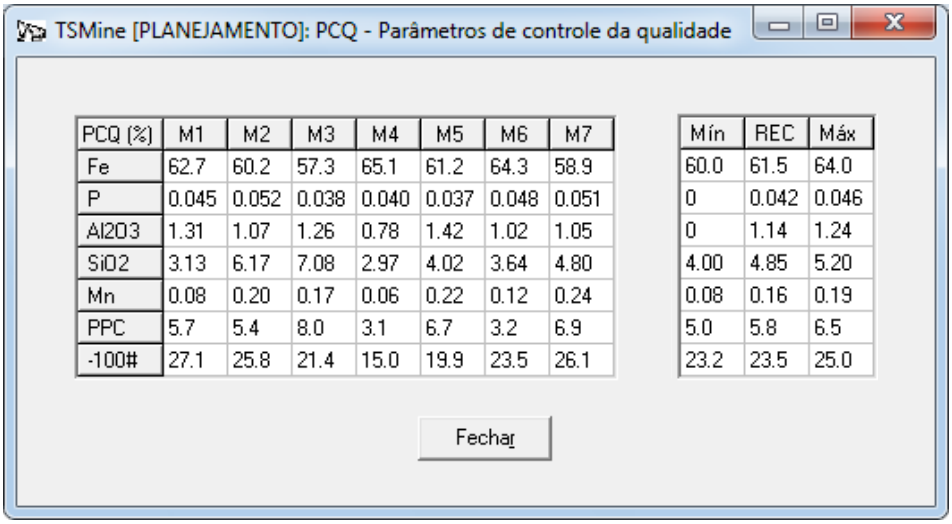
Nesta tabela, estão indicados a alocação dos equipamentos de carga e o número de viagens necessárias para produzir uma mistura adequada ao processo metalúrgico. São mostrados o conjunto das frentes de lavra (M para minério e E para estéril), a disponibilidade delas (coluna DF) e o número do equipamento de carga que foi alocado em cada frente (coluna CAR). Nas colunas restantes, é indicado o número de viagens (nV) que o caminhão deverá realizar a uma determinada frente de lavra. Assim, o número 4, destacado na tabela, indica que o caminhão 02 fará este número de viagens à frente Minério 3 (M3), onde se encontra alocado o equipamento de carga 01 (Pá Carregadeira). O símbolo 'xxx' indica que a frente não está disponível.

7.1 Dados de entrada: módulo planejamento

Foram considerados, na fase de Planejamento, sete parâmetros de controle da qualidade da mistura de minérios que será enviada à Usina de Beneficiamento (Tabela 7.2), sendo seis parâmetros químicos e um parâmetro granulométrico; a última linha da tabela está associada ao tamanho das partículas (sétimo parâmetro de controle). Na coluna PCQ (Parâmetros de Controle da Qualidade), PPC significa Perda Por Calcinação e o sinal menos ($-$), na última linha, representa a porcentagem de material passante na peneira de 100 # (abertura 0,147 mm). Ainda nesta tabela, as colunas M1 até M7 mostram as porcentagens dos parâmetros de controle da qualidade nas frentes de minério. Os elementos que não foram incluídos nesta tabela (p. ex. Ca, S e C) estarão presentes nos fundentes e/ou no coque.

As colunas Mín, REC e Máx da Tabela 7.2 correspondem, respectivamente, aos valores mínimo, recomendado e máximo estabelecidos para os parâmetros indicadores da qualidade da mistura de minérios.

TABELA 7.2 Valores (em %) associados aos parâmetros de controle utilizados na avaliação da qualidade da mistura.



PCQ (%)	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
Fe	62.7	60.2	57.3	65.1	61.2	64.3	58.9
P	0.045	0.052	0.038	0.040	0.037	0.048	0.051
Al2O3	1.31	1.07	1.26	0.78	1.42	1.02	1.05
SiO2	3.13	6.17	7.08	2.97	4.02	3.64	4.80
Mn	0.08	0.20	0.17	0.06	0.22	0.12	0.24
PPC	5.7	5.4	8.0	3.1	6.7	3.2	6.9
-100#	27.1	25.8	21.4	15.0	19.9	23.5	26.1

Mín	REC	Máx
60.0	61.5	64.0
0	0.042	0.046
0	1.14	1.24
4.00	4.85	5.20
0.08	0.16	0.19
5.0	5.8	6.5
23.2	23.5	25.0

A mineração responsável pelo fornecimento do minério possui 10 frentes de lavra, sendo 7 localizadas no minério e 3, no estéril. Há 2 pontos de descarga (um Britador e uma Pilha de Estéril) e uma frota de 18 caminhões está disponível, dos quais 10 têm capacidade de 55 t (caminhões de números 01 até 10) e 8 transportam até 90 t (caminhões 11 até 18). Há 4 equipamentos de carga, sendo 2 com capacidade produtiva de 690 t/h e 2 com capacidade de lavrar até 950 t/h (coluna Máx da Tabela 7.3).

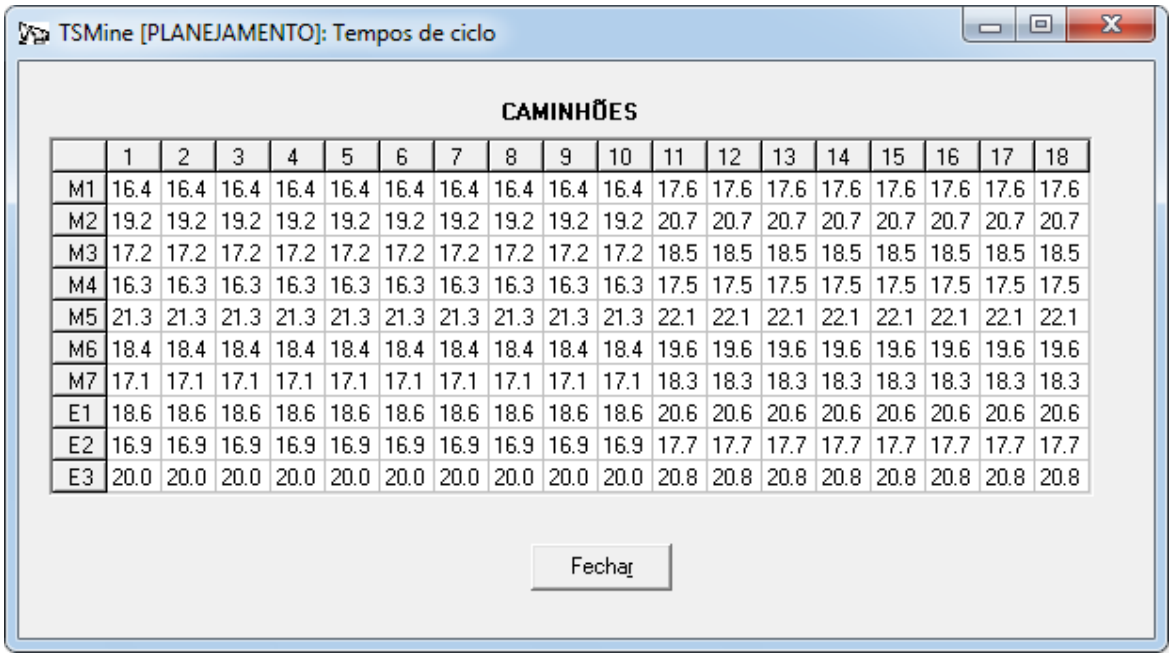
A disponibilidade dos equipamentos de carga é mostrada na coluna DC da mesma tabela, na qual se utiliza 1 (um) se o equipamento estiver disponível e 0 (zero) caso contrário. Com relação à compatibilidade entre os equipamentos de carga e transporte, o número 1 indica que o caminhão pode ser carregado pelo equipamento de carga e 0 indica o contrário. As informações desta tabela foram utilizadas como dados de entrada (*input*) para o Módulo Planejamento.

TABELA 7.3 Capacidade máxima dos equipamentos de carga (coluna Máx), disponibilidade destes equipamentos (coluna DC) e compatibilidade com os caminhões (linhas Car1 até Car4 e colunas 01 até 18).

				NÚMERO E CAPACIDADE (em t) DOS CAMINHÕES																	
		Máx (t/h)	DC	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
				55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	90	90	90	90	90	90	90	90
CARGA	**Car1**	690	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	Car2	690	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
	Car3	950	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	Car4	950	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Além das informações contidas nas Tabelas 7.2 e 7.3, os tempos de ciclo dos caminhões devem ser informados (Tabela 7.4). Estes valores são determinísticos no Módulo Planejamento e correspondem à média do tempo gasto nas quatro atividades que compõe o ciclo destes equipamentos (Carregamento, Deslocamento Cheio, Descarga e Deslocamento Vazio) em uma determinada rota.

TABELA 7.4 Tempos de ciclo dos caminhões (em min) relativo às frentes de minério (M) e estéril (E).



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
M1	16.4	16.4	16.4	16.4	16.4	16.4	16.4	16.4	16.4	16.4	17.6	17.6	17.6	17.6	17.6	17.6	17.6	17.6
M2	19.2	19.2	19.2	19.2	19.2	19.2	19.2	19.2	19.2	19.2	20.7	20.7	20.7	20.7	20.7	20.7	20.7	20.7
M3	17.2	17.2	17.2	17.2	17.2	17.2	17.2	17.2	17.2	17.2	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5	18.5
M4	16.3	16.3	16.3	16.3	16.3	16.3	16.3	16.3	16.3	16.3	17.5	17.5	17.5	17.5	17.5	17.5	17.5	17.5
M5	21.3	21.3	21.3	21.3	21.3	21.3	21.3	21.3	21.3	21.3	22.1	22.1	22.1	22.1	22.1	22.1	22.1	22.1
M6	18.4	18.4	18.4	18.4	18.4	18.4	18.4	18.4	18.4	18.4	19.6	19.6	19.6	19.6	19.6	19.6	19.6	19.6
M7	17.1	17.1	17.1	17.1	17.1	17.1	17.1	17.1	17.1	17.1	18.3	18.3	18.3	18.3	18.3	18.3	18.3	18.3
E1	18.6	18.6	18.6	18.6	18.6	18.6	18.6	18.6	18.6	18.6	20.6	20.6	20.6	20.6	20.6	20.6	20.6	20.6
E2	16.9	16.9	16.9	16.9	16.9	16.9	16.9	16.9	16.9	16.9	17.7	17.7	17.7	17.7	17.7	17.7	17.7	17.7
E3	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.0	20.8	20.8	20.8	20.8	20.8	20.8	20.8	20.8

7.2 Tempo (duração) das atividades: módulo simulação

Na Simulação, o intervalo de tempo entre eventos sucessivos é obtido através da interação entre os tempos individuais de execução das atividades. Segundo Taha (2008), a aleatoriedade na simulação de um sistema surge quando este intervalo de tempo é probabilístico. Assim, para que isto ocorra, os valores de tempo (duração) das atividades devem ser obtidos a partir de amostragens utilizando distribuições de probabilidade, deixando o modelo de simulação mais próximo do sistema real que ele representa.

Neste estudo, adotou-se que os tempos associados às atividades de Carregamento, Deslocamento Cheio, Descarga e Deslocamento Vazio têm Distribuição Normal cujos parâmetros média e desvio padrão são mostrados na Tabela 7.5. Nesta tabela, as letras M e E são usadas para frentes localizadas no minério e estéril, respectivamente; DPadrão é o desvio padrão, isto é, um dos parâmetros da Distribuição Normal. Os tempos de ciclo associados às

frentes de minério M2, M4, M5 e M7, e de estéril E1 não são mostrados, pois não foram utilizados pelo Módulo Simulação. Conforme Tabela 7.3, os equipamentos de carga com capacidade produtiva máxima de 690 t/h não carregam caminhões de 90 t.

TABELA 7.5 Valores (em min) para os parâmetros da Distribuição Normal (média e desvio padrão).

Caminhões 55 t

FRENTE	ATIVIDADE	Média	DPadrão
M1	Carregamento		
	690 t/h	4.783	0.446
	950 t/h	3.174	0.296
	Frente - Britador	6.749	0.629
	Descarga	1.356	0.126
	Britador - Frente	4.166	0.388
	Pilha de Estéril - Frente	4.295	0.400
M3	Carregamento		
	690 t/h	4.953	0.532
	950 t/h	3.563	0.383
	Frente - Britador	7.434	0.799
	Descarga	1.291	0.139
	Britador - Frente	4.287	0.461
	Pilha de Estéril - Frente	5.203	0.559
M6	Carregamento		
	690 t/h	4.801	0.566
	950 t/h	3.276	0.386
	Frente - Britador	7.869	0.927
	Descarga	1.255	0.148
	Britador - Frente	5.282	0.622
	Pilha de Estéril - Frente	4.791	0.564
E2	Carregamento		
	690 t/h	4.697	0.435
	950 t/h	3.288	0.304
	Frente - Pilha de Estéril	7.079	0.656
	Descarga	1.405	0.130
	Britador - Frente	4.271	0.395
	Pilha de Estéril - Frente	4.869	0.451
E3	Carregamento		
	690 t/h	5.225	0.513
	950 t/h	3.795	0.373
	Frente - Pilha de Estéril	8.597	0.844
	Descarga	1.273	0.125
	Britador - Frente	5.820	0.572
	Pilha de Estéril - Frente	5.289	0.519

Caminhões 90 t

FRENTE	ATIVIDADE	Média	DPadrão
M1	Carregamento		
	690 t/h		
	950 t/h	5.716	0.626
	Frente - Britador	6.235	0.683
	Descarga	1.409	0.154
	Britador - Frente	4.572	0.501
	Pilha de Estéril - Frente	4.328	0.474
M3	Carregamento		
	690 t/h		
	950 t/h	5.803	0.602
	Frente - Britador	7.021	0.728
	Descarga	1.347	0.140
	Britador - Frente	4.329	0.449
	Pilha de Estéril - Frente	4.916	0.510
M6	Carregamento		
	690 t/h		
	950 t/h	5.728	0.512
	Frente - Britador	7.747	0.692
	Descarga	1.265	0.113
	Britador - Frente	4.860	0.434
	Pilha de Estéril - Frente	4.500	0.402
E2	Carregamento		
	690 t/h		
	950 t/h	5.832	0.629
	Frente - Pilha de Estéril	6.504	0.701
	Descarga	1.505	0.162
	Britador - Frente	3.659	0.394
	Pilha de Estéril - Frente	4.360	0.470
E3	Carregamento		
	690 t/h		
	950 t/h	5.684	0.639
	Frente - Pilha de Estéril	8.230	0.926
	Descarga	1.300	0.146
	Britador - Frente	5.326	0.599
	Pilha de Estéril - Frente	6.231	0.701

As características do material em cada frente de lavra podem ser muito diferentes devido, por exemplo, a presença ou não de matacões. Isto faz com que frentes diferentes possuam parâmetros diferentes para as atividades de Carregamento e Descarga, mesmo que, nestas frentes, estejam alocados equipamentos de carga e transporte com características semelhantes.

O momento (hora Relógio) para retirar o caminhão de operação para abastecimento é uma variável aleatória cujo valor foi obtido de uma Distribuição Uniforme Contínua com parâmetros 0 e 14 horas.

Já tempo que o caminhão ficará fora de operação para abastecimento é uma variável que tem a Distribuição Triangular com parâmetros 26, 28 e 33 min (média = 29 min) para os caminhões de 55 t; e 29, 31 e 35 min (média = 31,667 min) para os de 90 t.

Para maior adequação ao tempo total da simulação de 4 h, o valor da variável aleatória associada ao tempo para retirada do caminhão para abastecimento foi dividido por 3,5 $\left(\text{de } \frac{14}{4}\right)$, sendo o valor 14 igual ao segundo parâmetro da Distribuição Uniforme utilizada. Similarmente, o valor da variável aleatória associada ao tempo total gasto para o abastecimento dos caminhões foi ajustado utilizando este mesmo critério de adequação.

DADOS AMOSTRAIS *versus* DISTRIBUIÇÃO TEÓRICA: TESTE DE ADERÊNCIA

A fim de verificar se os valores gerados para as variáveis aleatórias seguem a distribuição teórica esperada (aquela que foi considerada na amostragem), a distribuição Qui-quadrado foi utilizada para testar a adequação do ajuste (Seção 4.4).

Distribuição Normal

Para o teste de aderência relativo à Distribuição Normal, foram considerados os parâmetros utilizados na geração dos tempos de deslocamento na rota Britador – Frente Minério1 (tempo de Deslocamento Vazio) para os caminhões de 55 t. Conforme dados destacados na Tabela 7.5, os valores destes parâmetros são média = 4,166 min e desvio padrão = 0,388 min. A variável aleatória, cujos valores serão amostrados desta distribuição, será chamada de variável *N*; assim, $N \sim Norm(4{,}166;\ 0{,}388)$.

Snedecor e Cochran (1989) indicam que, para esta distribuição de probabilidade, o número de graus de liberdade é (k – l) se a média e o desvio padrão da população são conhecidos; ou (k – 3) se estes valores serão estimados a partir dos dados amostrais.

Considera-se *k* como sendo o número de classes utilizadas na determinação do valor da estatística de teste. Uma expressão geral para a determinação do número de graus de liberdade, e que poderá ser utilizada para qualquer distribuição, foi apresentada na Seção 4.4.

Os valores de tempo foram gerados utilizando o Método da Transformação Inversa juntamente com o método de Aproximação por Funções Racionais, uma vez que a Distribuição Normal não possui uma forma que permite manipulações analíticas para a inversa, F^{-1}, da função densidade acumulada, *F*, conforme detalhado na Subseção 4.1.1. Para as distribuições de probabilidade Normal e LogNormal, o TSMine utiliza estas técnicas combinadas.

Para a realização do teste, 312 valores da variável aleatória *N* foram gerados e agrupados inicialmente em 10 classes de amplitude 0,25 min (Figura 7.2). A escala utilizada no eixo vertical desta figura é **FreqAbs**, isto é, a frequência absoluta das classes. A função densidade de probabilidade da Distribuição Normal para uma variável *X* é:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{para } -\infty < x < \infty ,$$

sendo a média, μ, e o desvio padrão, σ, os parâmetros da distribuição ($-\infty < \mu < \infty$ e $\sigma > 0$).

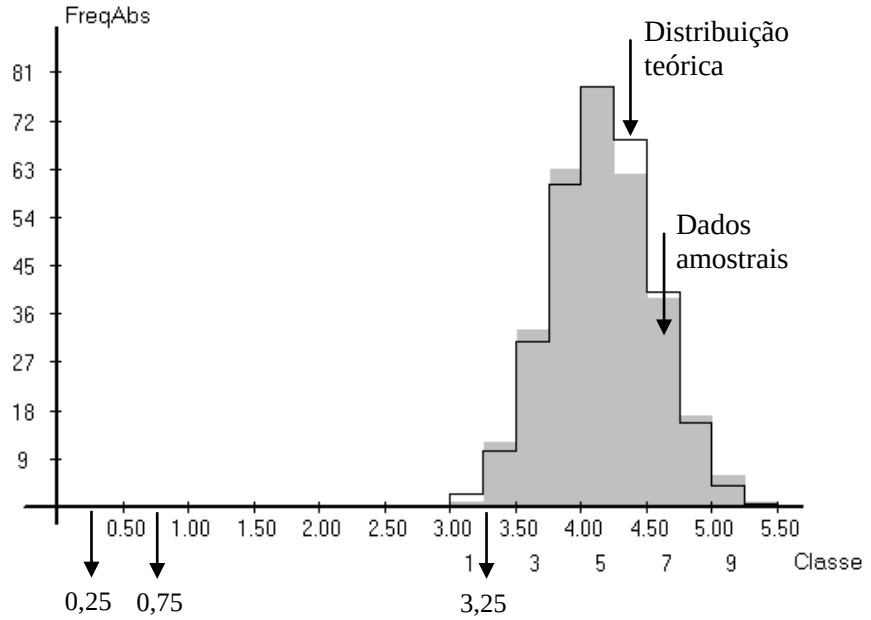


FIGURA 7.2 Histogramas de frequência associados aos dados amostrais (média = 4,159 min e desvio padrão = 0,402 min) e à distribuição *Norm*(4,166; 0,388) que gerou estes dados.

As Figuras 7.3 e 7.4 mostram outras formas de apresentação que permitem visualizar a aproximação das duas distribuições (teórica e observada). Para que a soma das áreas das

barras do histograma seja igual a 1 (um), a escala utilizada no eixo das ordenadas destas figuras é **FreqRel/Intv** (em %/min), ou seja, o valor da Frequência Relativa observada divido pela amplitude das classes do histograma (**Intv**); neste caso, Intv = 0,25 min. Desta forma, a curva de densidade da distribuição teórica pôde ser representada no mesmo gráfico.

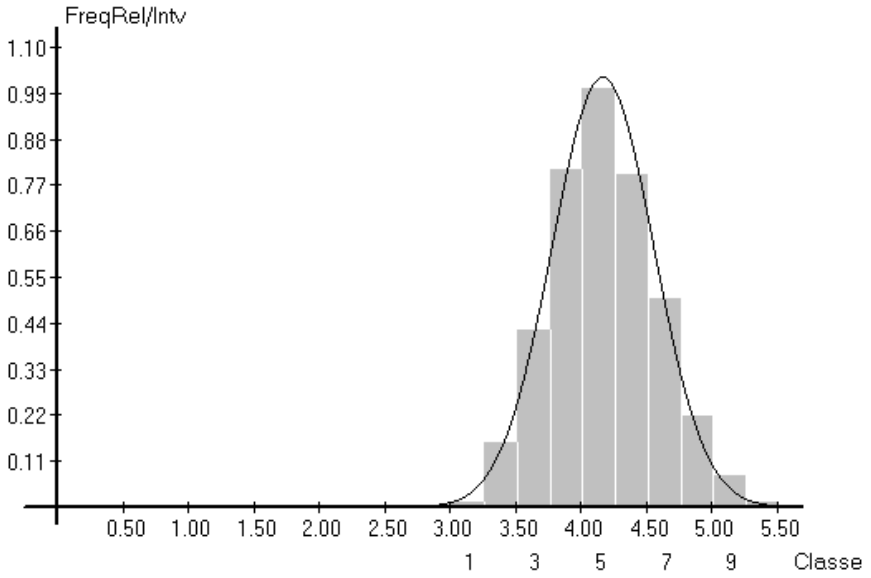


FIGURA 7.3 Curva de densidade da distribuição *Norm*(4,166; 0,388) e histograma de frequência dos dados amostrais.

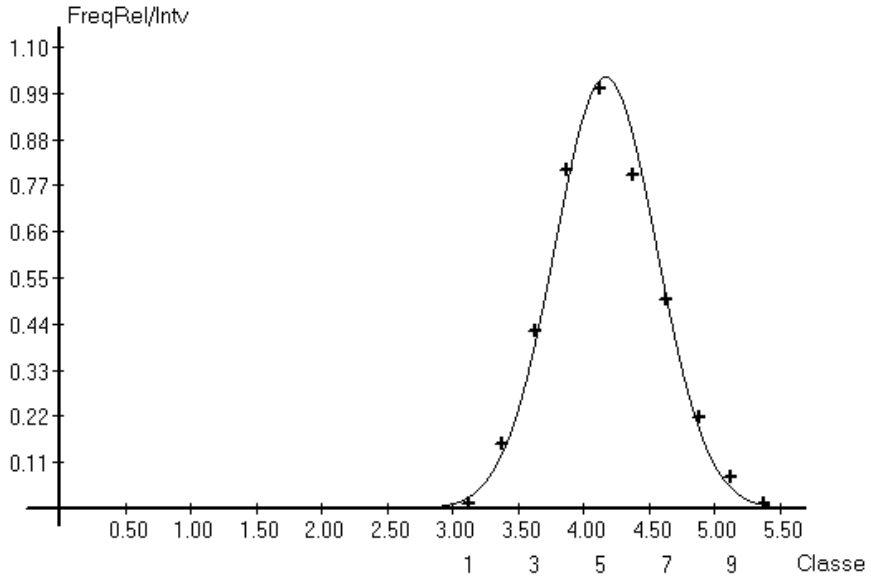
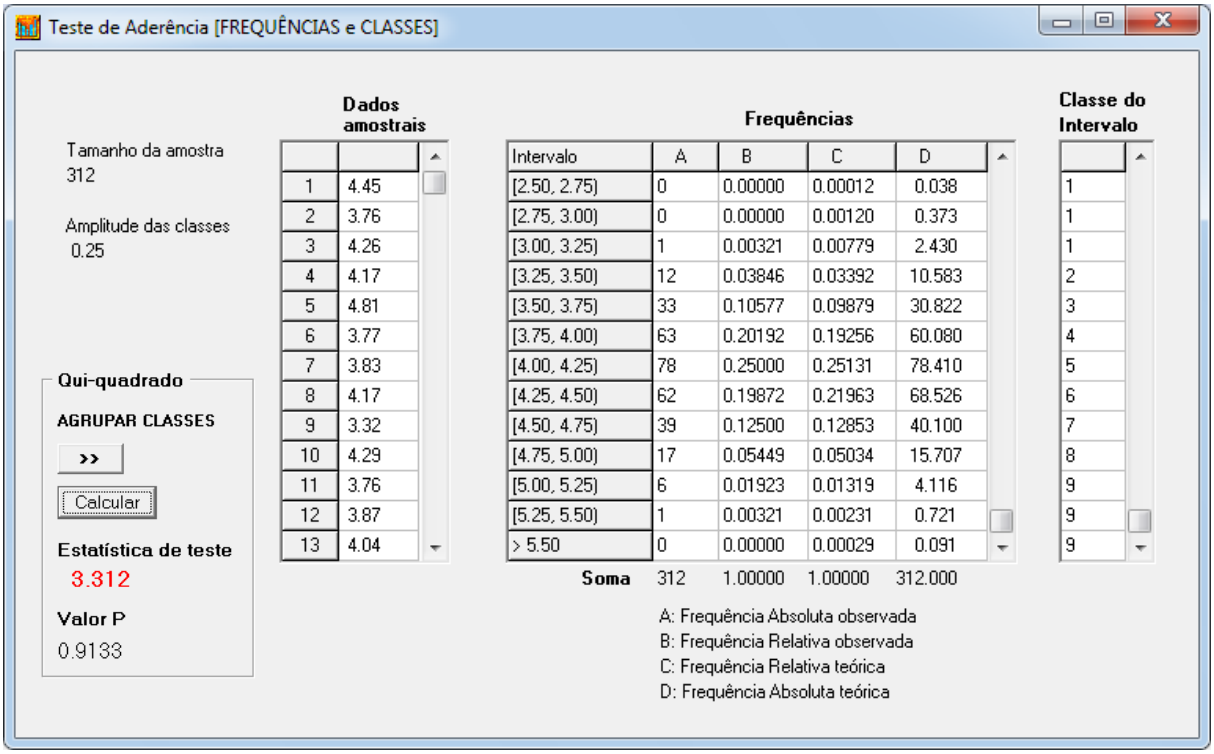


FIGURA 7.4 Curva de densidade da distribuição teórica *Norm*(4,166; 0,388) com indicação associada aos dados amostrais (sinal **+)**.

Para o cálculo do valor da estatística de teste, houve necessidade de agrupamento de algumas das classes iniciais, pois elas possuem valores de frequência absoluta teórica menores

que 3 (coluna D da Figura 7.5); esta adequação foi detalhada na Seção 4.4. O agrupamento realizado pode ser notado na coluna "Classe do Intervalo" da Figura 7.5.



		Intervalo	A	B	C	D	
1	4.45	[2.50, 2.75)	0	0.00000	0.00012	0.038	1
2	3.76	[2.75, 3.00)	0	0.00000	0.00120	0.373	1
3	4.26	[3.00, 3.25)	1	0.00321	0.00779	2.430	1
4	4.17	[3.25, 3.50)	12	0.03846	0.03392	10.583	2
5	4.81	[3.50, 3.75)	33	0.10577	0.09879	30.822	3
6	3.77	[3.75, 4.00)	63	0.20192	0.19256	60.080	4
7	3.83	[4.00, 4.25)	78	0.25000	0.25131	78.410	5
8	4.17	[4.25, 4.50)	62	0.19872	0.21963	68.526	6
9	3.32	[4.50, 4.75)	39	0.12500	0.12853	40.100	7
10	4.29	[4.75, 5.00)	17	0.05449	0.05034	15.707	8
11	3.76	[5.00, 5.25)	6	0.01923	0.01319	4.116	9
12	3.87	[5.25, 5.50)	1	0.00321	0.00231	0.721	9
13	4.04	> 5.50	0	0.00000	0.00029	0.091	9

FIGURA 7.5 Frequências Absoluta e Relativa da Distribuição Normal e dos dados amostrais. Apenas 13 dos 312 dados amostrados são mostrados na figura.

Portanto, o valor da estatística de teste χ_t^2 foi calculado utilizando 9 classes (k = 9), as quais foram definidas após o agrupamento mencionado no parágrafo anterior. O número de graus de liberdade também ficou estabelecido; seu valor é 8 ($gl = k - 1 = 9 - 1$), pois nem a média nem o desvio padrão da distribuição teórica foram estimados a partir dos dados amostrais.

Assim, para 8 graus de liberdade, o valor da estatística de teste (calculado pelo aplicativo computacional desenvolvido neste trabalho) é $\chi_t^2 = 3{,}312$ com *valor P* associado de 0,9133. Considerando um nível de significância $\alpha = 0{,}05$, o valor crítico é $\chi^2_{0{,}05,\,8} = 15{,}507$. Estas informações são mostradas nas Figuras 7.6 e 7.7.

As hipóteses consideradas no teste de aderência são: H_o: a distribuição da variável aleatória tempo de deslocamento Britador – Frente de Lavra M1 para os caminhões de 55 t (variável aleatória N) é Normal com média = 4,166 min e desvio padrão = 0,388 min; e H_1: a

distribuição da variável aleatória N não é $Norm(4{,}166;\ 0{,}388)$. A primeira é denominada hipótese nula e, a segunda, hipótese alternativa.

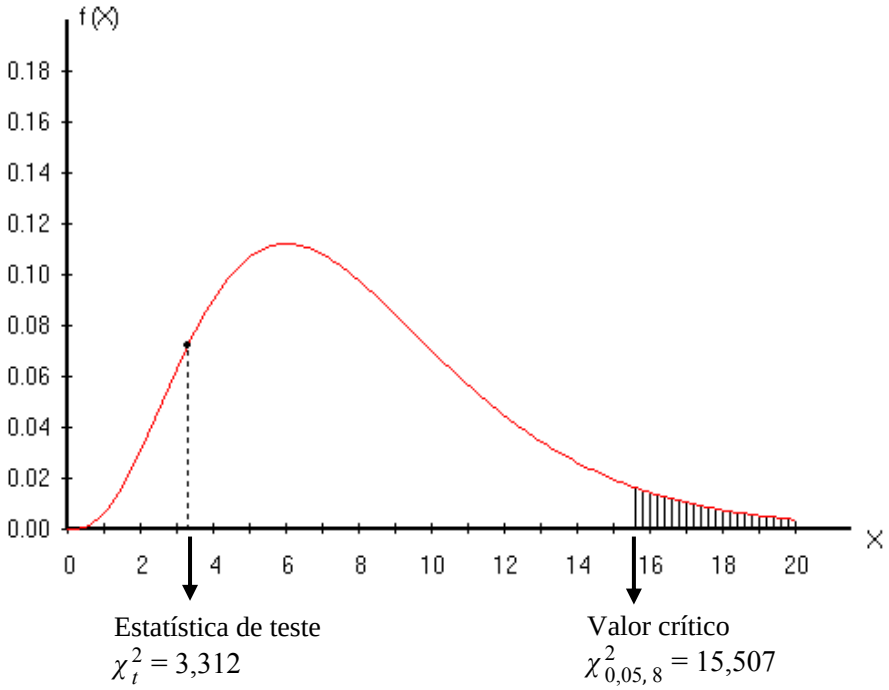


FIGURA 7.6 Curva de densidade da Distribuição Qui-quadrado ($gl = 8$) com indicação da região crítica (para $\alpha = 0{,}05$) e do valor da estatística de teste χ^2_t.

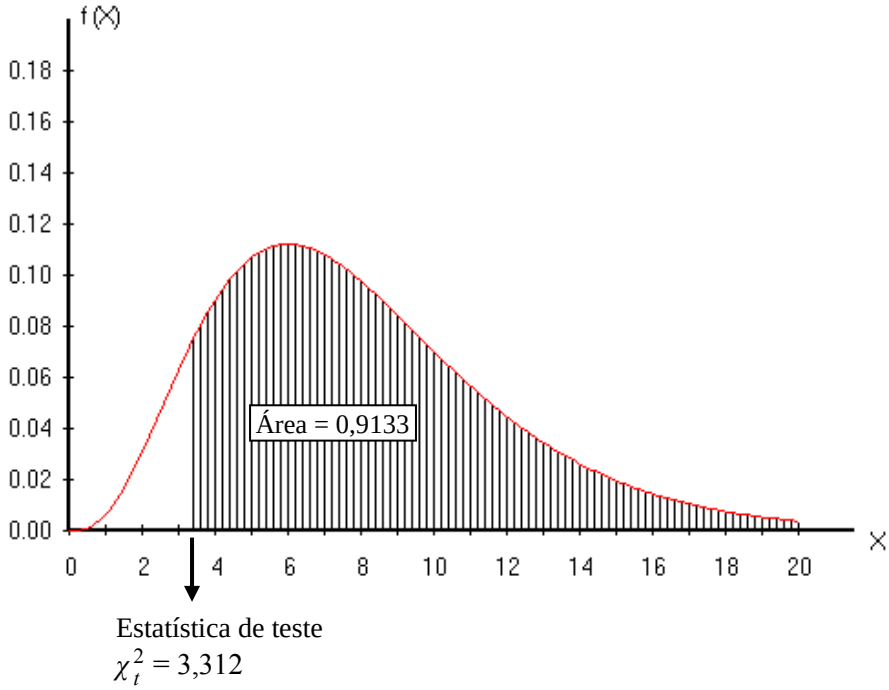


FIGURA 7.7 Curva de densidade da distribuição $Qui(8)$ e representação gráfica (área hachurada) do *valor P* = 0,9133.

Visto que $\chi^2_t = 3{,}312 \; < \; \chi^2_{0{,}05,\,8} = 15{,}507$ (Figura 7.6), *não* há evidência para rejeitar, a um nível de significância de 5 %, a afirmativa de que o tempo de deslocamento dos caminhões de 55 t na rota Britador – Frente M1 é normalmente distribuído com média e desvio padrão iguais a 4,166 min e 0,388 min, respectivamente. Similarmente, a hipótese nula *não* pode ser rejeitada, porque $P = 0{,}9133 > \alpha = 0{,}05$ (Figura 7.7).

Distribuição Uniforme Contínua

A variável aleatória *U*, que possui a Distribuição Uniforme, está associada ao momento (hora do relógio da simulação) de retirada do caminhão para reabastecimento. Os parâmetros populacionais são 0 e 14 horas ($U \sim Un(0;\, 14)$), sendo o segundo parâmetro o tempo máximo que os caminhões de 55 t e 90 t conseguem executar suas atividades sem que sejam reabastecidos.

Trezentos e cinquenta e nove valores foram amostrados para a realização do teste de aderência. Estes dados amostrais foram agrupados inicialmente em 9 classes, das quais 8 possuem amplitude de 1,75 h (Figuras 7.8, 7.9 e 7.10); a 9ª classe está associada ao intervalo [14,00; $+\infty$). A função densidade de probabilidade de uma variável *X* uniformemente distribuída é:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & \text{para } a \le x \le b, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

sendo *a* e *b* os parâmetros da distribuição. A média e a variância são $\frac{a+b}{2}$ e $\frac{(b-a)^2}{12}$, respectivamente.

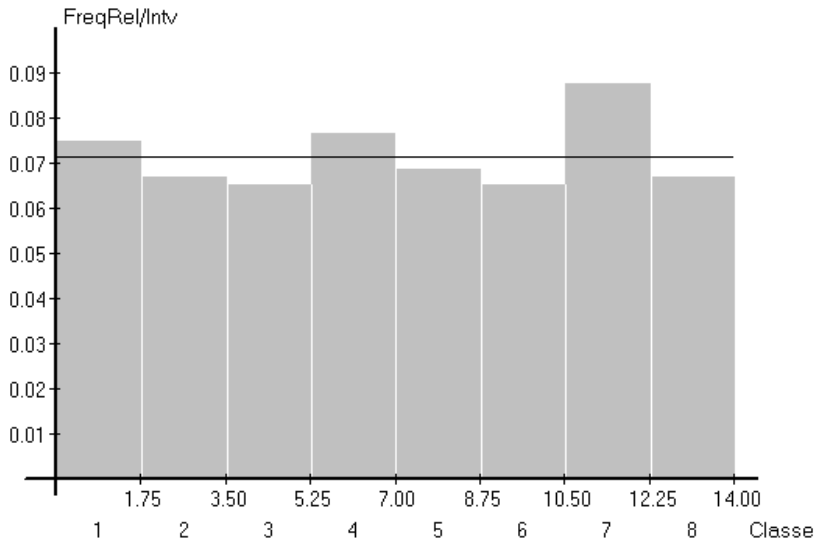


FIGURA 7.8 Curva de densidade da distribuição $Un(0;\, 14)$ e histograma de frequência dos dados amostrais (média = 7,054 h e desvio padrão = 4.113 h).

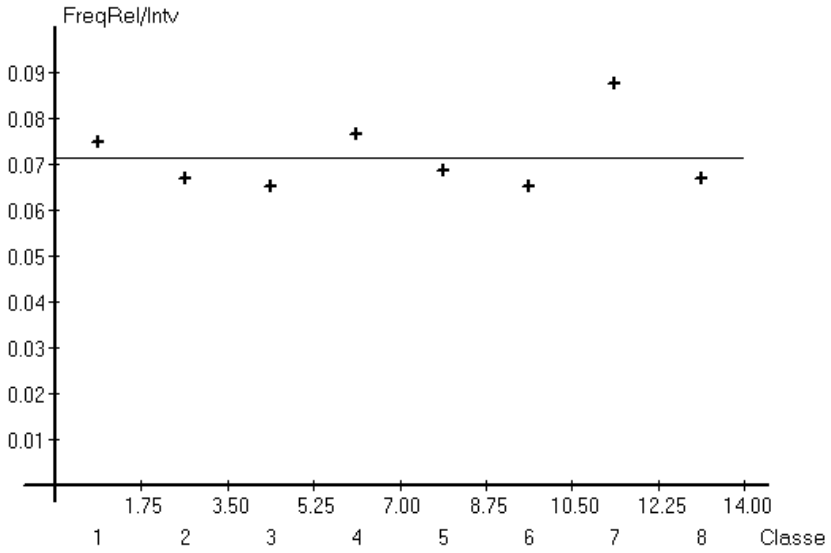


FIGURA 7.9 Curva de densidade da distribuição $Un(0;14)$ com indicação associada aos dados amostrais (sinal **+**).

Notar que o sinal " **+** " utilizado na Figura 7.9 possui abscissa igual ao ponto médio da classe; a sua ordenada é igual à altura da barra do histograma de frequência. A Figura 7.10 mostra que o valor da estatística de teste calculado pelo aplicativo é $\chi_t^2 = 3{,}719$, ao qual se associa o *valor P* de 0,8116 (k = 8 e $gl = k - 1 = 7$). As classes 8 e 9 foram agrupadas de acordo com a coluna "Classe do Intervalo" desta figura.

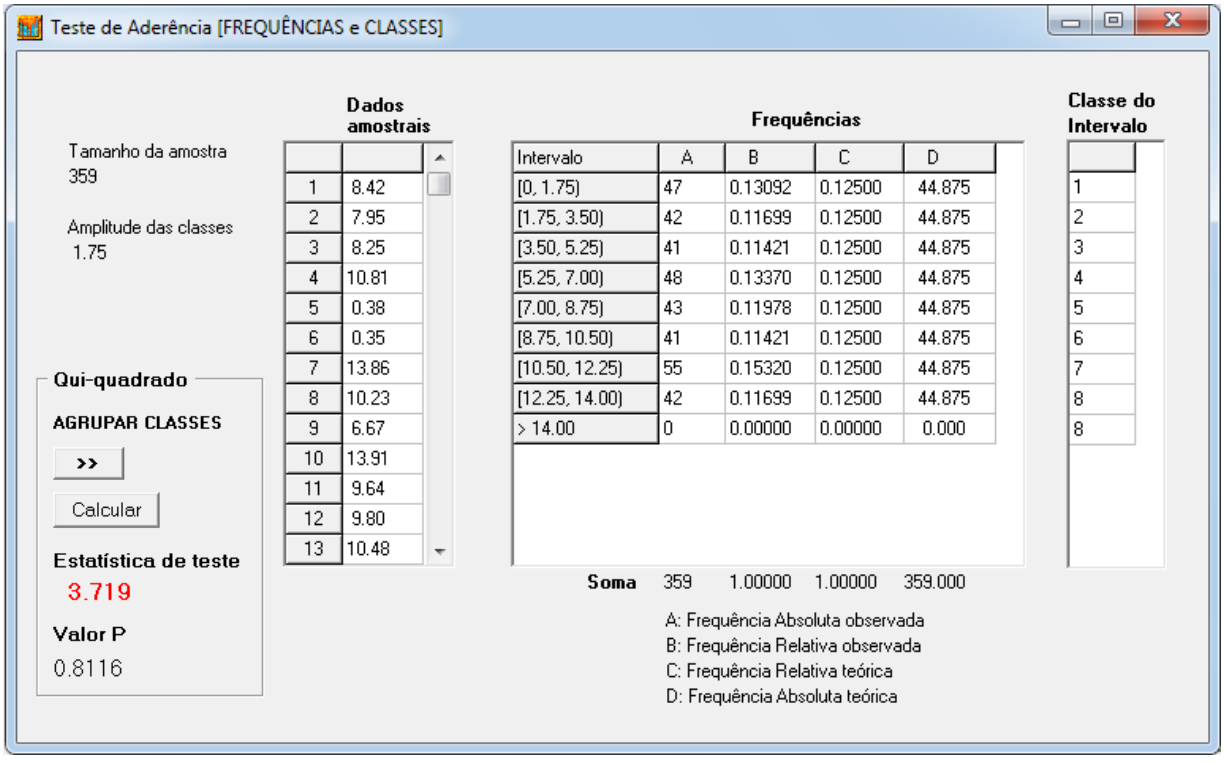


FIGURA 7.10 Frequências Absoluta e Relativa da distribuição teórica e dos dados amostrais.

Apenas 13 dos 359 valores amostrados são mostrados na Figura 7.10; o valor da estatística de teste χ_t^2 exibido nesta figura está indicado, também, nas Figuras 7.11 e 7.12.

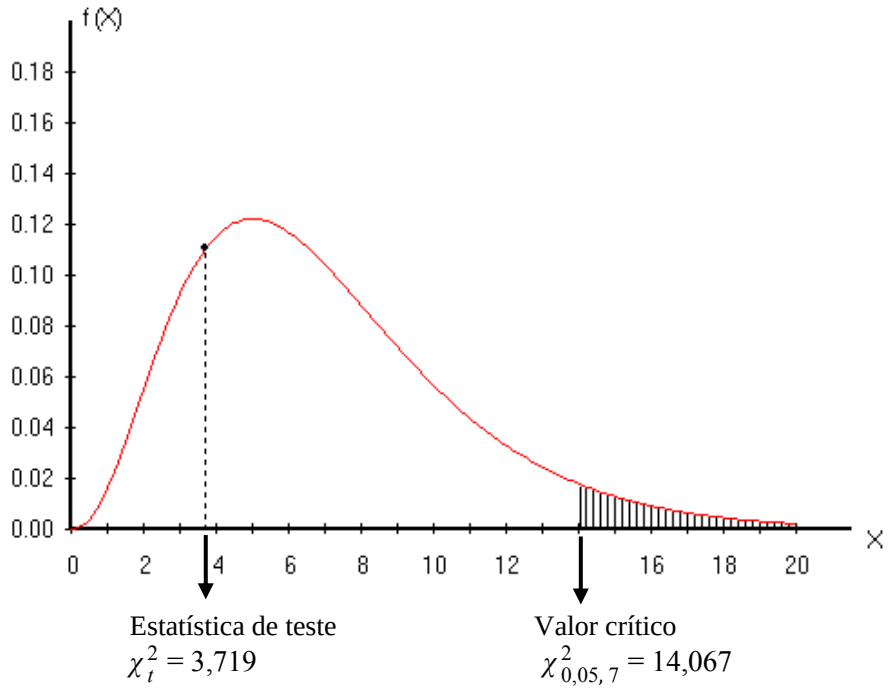


FIGURA 7.11 Curva de densidade da Distribuição Qui-quadrado (*gl* = 7) com indicação da região crítica (para $\alpha = 0{,}05$) e do valor da estatística de teste χ_t^2.

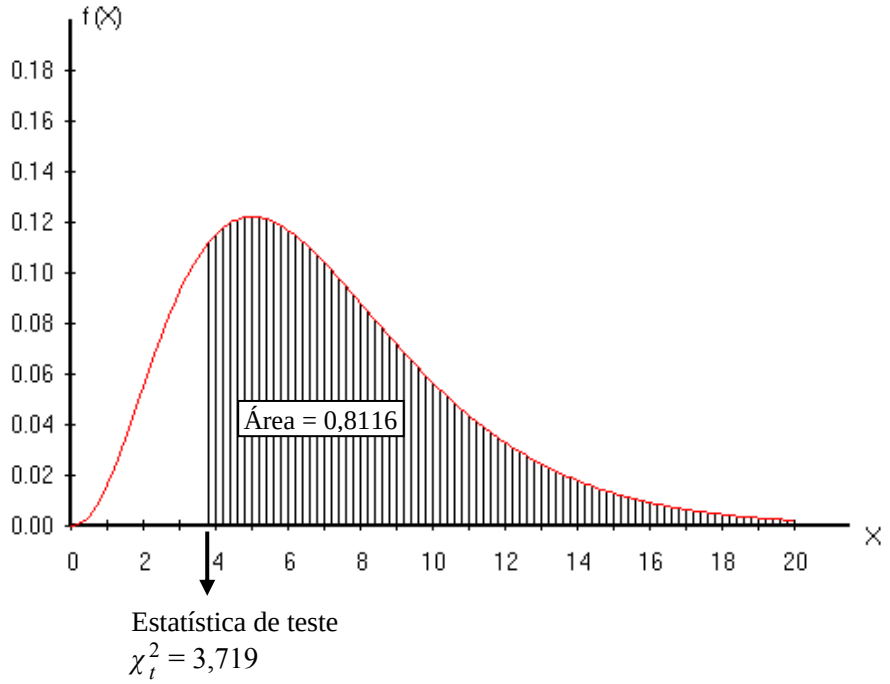


FIGURA 7.12 Curva de densidade da Distribuição *Qui*(7) e representação gráfica (área hachurada) do *valor P* = 0,8116.

As hipóteses nula e alternativa são, respectivamente, H_o: a distribuição da variável aleatória U é a distribuição $Un(0; 14)$; e H_1: o momento para retirada dos caminhões para reabastecimento não possui Distribuição Uniforme com parâmetros 0 e 14 h.

Uma análise rápida da Figura 7.11 mostra que $\chi^2_t = 3{,}719 \; < \; \chi^2_{0{,}05,\,7} = 14{,}067$, indicando que *não* há evidência, a um nível de significância de 5 %, para que a hipótese nula seja rejeitada. Isto é confirmado pela Figura 7.12, que mostra um *valor P* maior que o nível de significância utilizado neste teste de aderência; isto é $P = 0{,}8116 > \alpha = 0{,}05$.

Distribuição Triangular

A distribuição teórica do tempo total gasto para reabastecimento dos caminhões é a triangular. Para checar esta afirmação, foi realizada uma amostragem com 383 valores da variável aleatória T associada ao tempo para reabastecimento dos caminhões de 55 t. Estas observações foram agrupadas em 7 classes conforme Figura 7.13. A escala utilizada no eixo vertical é a Frequência Absoluta (**FreqAbs**) das classes dos histogramas.

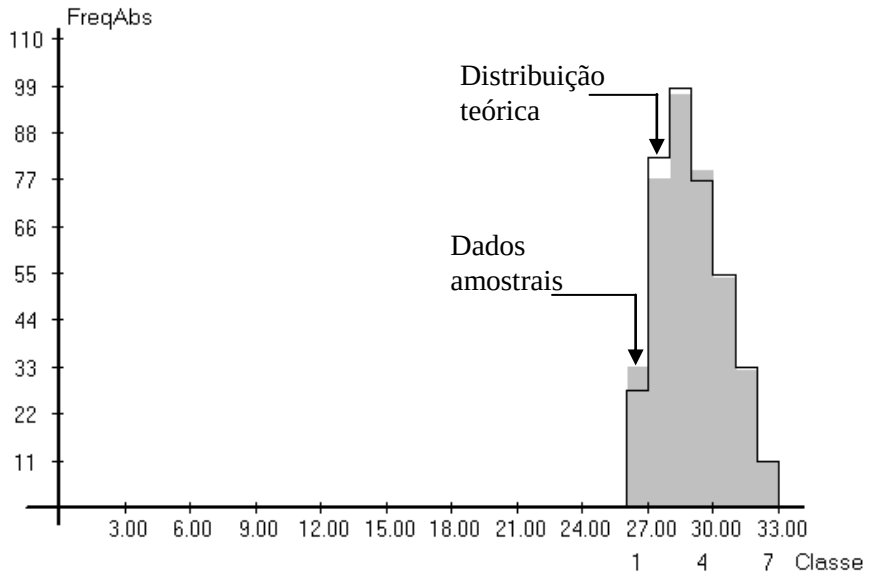


FIGURA 7.13 Histogramas de frequência associados aos dados amostrais e à distribuição *Tri* (26, 28, 33) que gerou estes dados.

A função densidade de probabilidade de uma variável aleatória X com Distribuição Triangular é:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)} & \text{para } a \le x \le b \\ \dfrac{2(c-x)}{(c-b)(c-a)} & \text{para } b < x \le c \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

sendo a, b e c os parâmetros da distribuição e $a \le b \le c$. A média e a variância são $\frac{a+b+c}{3}$ e $\frac{a^2+b^2+c^2-a\times b-a\times c-b\times c}{18}$, respectivamente. A Tabela 7.6 mostra estas medidas tanto para a distribuição teórica quanto para os dados amostrais. Os parâmetros da Distribuição Triangular utilizada para amostrar o tempo total gasto para reabastecimento dos caminhões de 55 t são a = 26 min, b = 28 min e c = 33 min; na forma abreviada, $T \sim Tri(26, 28, 33)$.

TABELA 7.6 Distribuição teórica *versus* valores amostrais.

	Distribuição teórica	Valores amostrais
Média (min)	29	28,963
Variância (min^2)	2,167	2,127
Desvio padrão (min)	1,472	1,459

As Figuras 7.14 e 7.15 fornecem um suporte gráfico para checar o nível de aproximação entre a distribuição teórica e o histograma obtido com os dados amostrais. A escala vertical é a Frequência Relativa (**FreqRel**) dividida pela amplitude das classes (**Intv** = 1,0 min). Embora o ajuste pareça adequado, esta constatação visual precisa ser verificada.

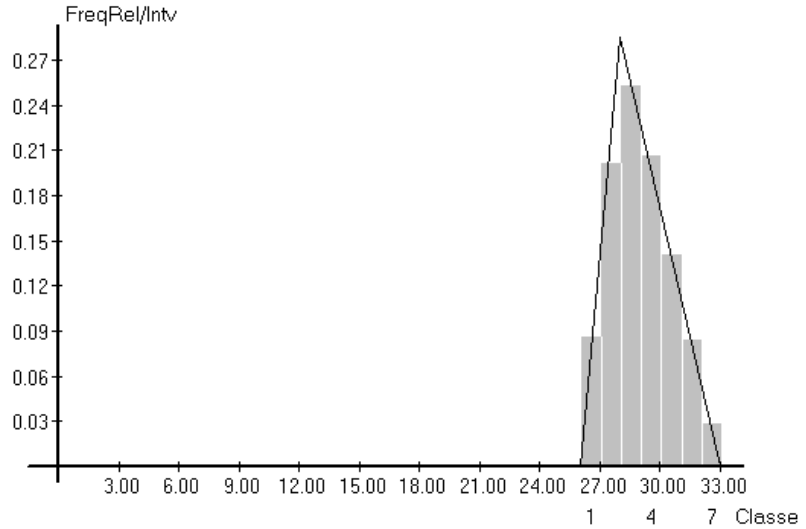


FIGURA 7.14 Curva de densidade da distribuição $Tri(26, 28, 33)$ e histograma de frequência dos dados amostrais.

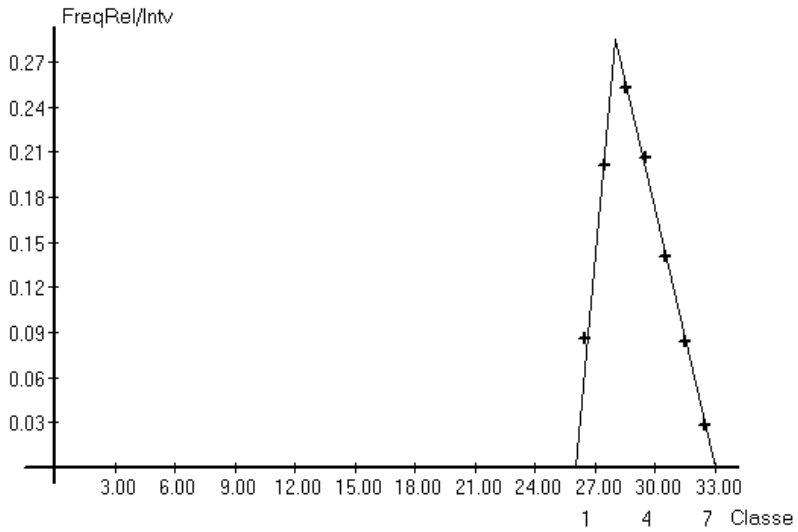


FIGURA 7.15 Curva de densidade da distribuição *Tri*(26, 28, 33) com indicação associada aos dados amostrais (sinal **+**).

Assim, com o propósito de checar a adequação do ajuste dos dados amostrais à distribuição teórica, o Teste Qui-quadrado foi realizado utilizando 7 classes (k = 7), conforme coluna "Classe do Intervalo" mostrada na Figura 7.16. Para este número de classes, o número de graus de liberdade, gl, é 6 ($gl = k - 1$).

Teste de Aderência [FREQUÊNCIAS e CLASSES]

Tamanho da amostra
383

Amplitude das classes
1.00

Qui-quadrado

AGRUPAR CLASSES

>>

Calcular

Estatística de teste
1.605

Valor P
0.9522

Dados amostrais

1	32.43
2	28.20
3	26.30
4	29.22
5	31.12
6	30.26
7	28.74
8	26.98
9	29.89
10	29.77
11	26.98
12	27.32
13	27.45

Frequências

Intervalo	A	B	C	D
[21.00, 22.00)	0	0.00000	0.00000	0.000
[22.00, 23.00)	0	0.00000	0.00000	0.000
[23.00, 24.00)	0	0.00000	0.00000	0.000
[24.00, 25.00)	0	0.00000	0.00000	0.000
[25.00, 26.00)	0	0.00000	0.00000	0.000
[26.00, 27.00)	33	0.08616	0.07143	27.357
[27.00, 28.00)	77	0.20104	0.21429	82.071
[28.00, 29.00)	97	0.25326	0.25714	98.486
[29.00, 30.00)	79	0.20627	0.20000	76.600
[30.00, 31.00)	54	0.14099	0.14286	54.714
[31.00, 32.00)	32	0.08355	0.08571	32.829
[32.00, 33.00)	11	0.02872	0.02857	10.943
> 33.00	0	0.00000	0.00000	0.000
Soma	383	1.00000	1.00000	383.000

Classe do Intervalo

1
1
1
1
1
1
2
3
4
5
6
7
7

A: Frequência Absoluta observada
B: Frequência Relativa observada
C: Frequência Relativa teórica
D: Frequência Absoluta teórica

FIGURA 7.16 Frequências Absoluta e Relativa da Distribuição Triangular e dos dados amostrais.

O valor da estatística de teste calculado, χ^2_t, é mostrado na Figura 7.16, com indicação no eixo das abscissas dos gráficos das Figuras 7.17 e 7.18. O *valor P* associado é 0,9522.

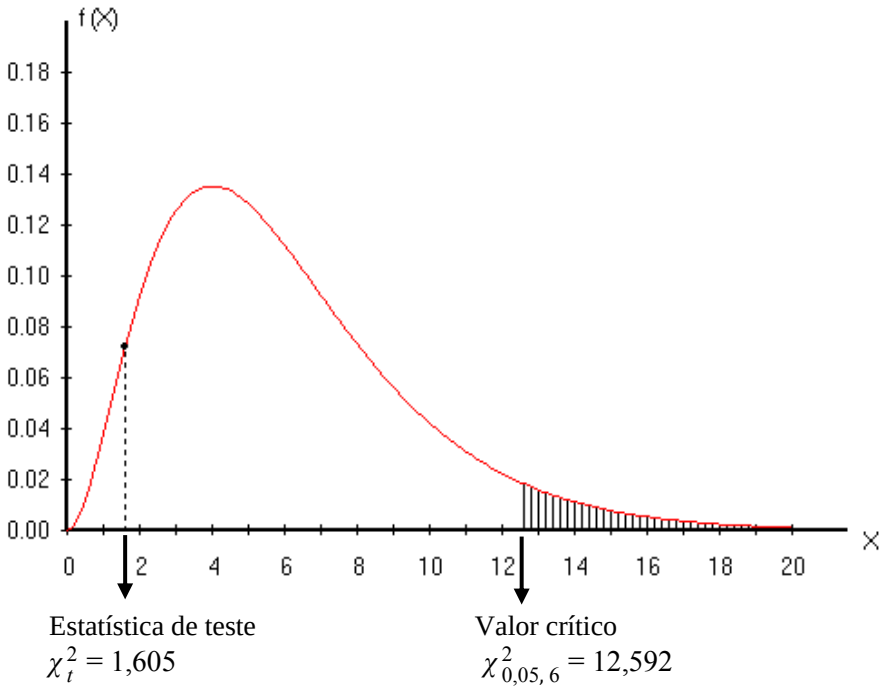


FIGURA 7.17 Curva de densidade da Distribuição Qui-quadrado (*gl* = 6) com indicação da região crítica (para α = 0,05) e do valor da estatística de teste χ^2_t.

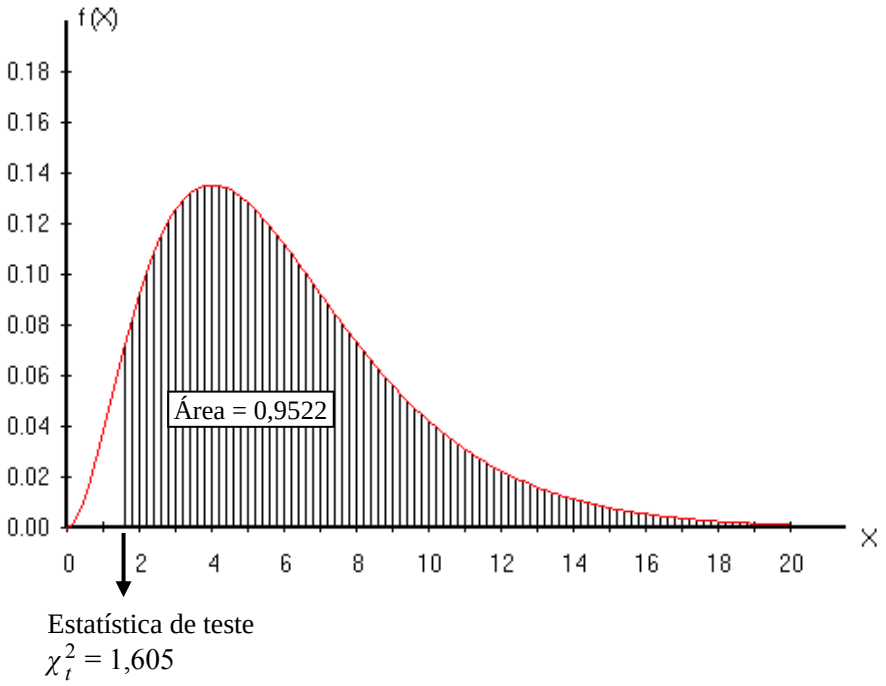


FIGURA 7.18 Curva de densidade da Distribuição *Qui*(6) e representação gráfica (área hachurada) do *valor P* = 0,9522.

Considerando um nível de significância de 5 % (α = 0,05) e *gl* = 6, o escore qui-quadrado crítico é $\chi^2_{0,05,\,6}$ = 12,592, indicado no eixo das abscissas do gráfico da Figura 7.17.

As hipóteses nula, H_o, e alternativa, H_1, são:

H_o: a distribuição do tempo total para reabastecimento dos caminhões de 55 t é a Triangular com parâmetros 26, 28 e 33 min, isto é, $T \sim Tri(26, 28, 33)$.

H_1: a distribuição da variável aleatória *T* não é a Triangular com parâmetros 26, 28 e 33 min.

Visto que $\chi^2_t = 1{,}605 \; < \; \chi^2_{0,05,\,6} = 12{,}592$, *não* há evidência para rejeitar, a um nível de significância de 5 %, a hipótese nula. A Figura 7.18 pode ser usada para confirmar esta afirmação, porque $P = 0{,}9522 > \alpha = 0{,}05$ (o *valor P* é maior que o nível de significância utilizado no teste).

Capítulo 8

Resultados e Discussão

8.1 Soluções metaheurísticas para o planejamento operacional de lavra

O Módulo Planejamento do *software* TSMine fornece soluções para o Problema da Mistura de Minérios considerando tanto Alocação Dinâmica (PADC) quanto Alocação Estática de Caminhões (PAEC).

Os algoritmos foram implementados na linguagem de programação Delphi em um notebook com processador Pentium Dual-Core, 1 GB de RAM e 1,86 GHz.

8.1.1 ALOCAÇÃO DINÂMICA DE CAMINHÕES

A solução metaheurística resultante do Módulo Planejamento para o PADC pode ser vista na Tabela 8.1; este foi o cenário considerado no Módulo Simulação.

Esta tabela mostra a alocação dos equipamentos de carga (coluna CAR) e o número de viagens que os caminhões devem realizar às frentes de lavra em 4 horas (colunas 01 até 18). Os valores esperados para a taxa de utilização dos caminhões (U em %) e a produção dos equipamentos de carga em t (coluna PROD), também são vistos na mesma tabela. Os números entre colchetes mostrados nesta coluna indicam a produção dos equipamentos de carga em termos percentuais (valores comparados com a capacidade produtiva máxima destes equipamentos para o período de 4 horas).

TABELA 8.1 Solução obtida considerando alocação dinâmica de caminhões (PADC).

			CAMINHÕES																	**PROD**	
	CAR	**DF**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**t**	**%**
M1	03		2	1	1	4	1		1				4		10	8	4			4	3250	[86]
M2																						
M3	01		1	3	9	4	5	8	9	3	1	1									2420	[88]
M4																						
M5																						
M6	02		6		1	3	5	1	1	8	9	9									2365	[86]
M7																						
E1																						
E2	04		2	8	1	1		3	1		1	1	7		1	3	7			7	3240	[85]
E3																						
	U (%)		81	85	86	86	81	86	86	83	83	83	81		81	81	81			81		

Serão necessários 15 caminhões para o transporte do material (minério e estéril), dos quais dez têm capacidade de 55 t e cinco pertencem à frota dos caminhões de 90 t.

Os equipamentos de carga deverão ser alocados às frentes de minério M1, M3 e M6 além da frente de estéril E2. A produção esperada de minério, para o tempo considerado de 4 horas, é de 8035 t (ou 2008,75 t/h) e, a de estéril, 3240 t (810 t/h), fornecendo um valor para a relação estéril-minério de 0,403. A comparação com os parâmetros da otimização mostrados na Figura 6.5 (ritmo de lavra recomendado de 2000 t/h para minério, 800 t/h para estéril e *rem* = 0,400) indica grande proximidade entre os valores recomendados e calculados (Tabela 8.2).

TABELA 8.2 Valores recomendados *versus* cenário resultante do planejamento (período = 4 h).

Indicadores de desempenho	**Valores recomendados**	**Cenário resultante do planejamento**	**Diferença (%)**
Produção de minério (t)	8000	8035	+ 0,44
Produção de estéril (t)	3200	3240	+ 1,25
rem	0,400	0,403	+ 0,75

Conforme Figura 8.1, os limites inferior e superior estabelecidos para os sete parâmetros de controle da qualidade da mistura foram respeitados. Os termos utilizados nesta figura são:

[.] cmhs	número de caminhões necessários para o transporte do minério e do estéril;
Sem.	semente para geração de números aleatórios;
ProdMin	produção de minério calculada [valor recomendado entre colchetes], em t;
ProdEst	produção de estéril calculada [valor recomendado entre colchetes], em t;
rem	relação estéril-minério calculada [valor recomendado entre colchetes];
Mín	valor mínimo aceitável para o parâmetro de controle (%);
REC	valor recomendado para o parâmetro de controle (%);
Máx	valor máximo aceitável para o parâmetro de controle (%);
PCQ (%)	parâmetros de controle da qualidade da mistura (em %). Se status = OK, então o valor calculado se encontra dentro dos limites Mín e Máx especificados;
PPC	perda por calcinação.

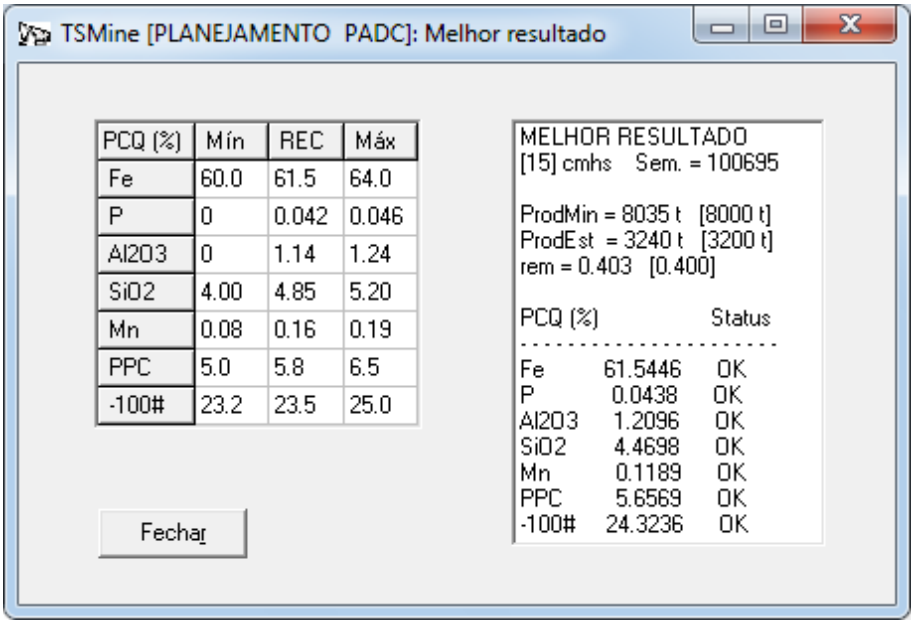


FIGURA 8.1 Melhor resultado para o PADC.

Outras soluções para o PADC

Outras soluções, que possuem o valor da função de avaliação ligeiramente maior que o da melhor solução encontrada, estarão disponíveis para serem, eventualmente, utilizadas na simulação. Embora os valores da função de avaliação sejam relativamente próximos, as soluções representam cenários muito diferentes. Em 3 minutos de processamento, foram encontradas, no mínimo, outras 10 soluções que poderiam representar cenários a serem simulados. Deste total, dois cenários alternativos são mostrados a seguir: o cenário alternativo 1 (Tabelas 8.3 e 8.4) com 14 caminhões em operação, e o cenário alternativo 2 (Tabelas 8.5 e 8.6), com 15.

TABELA 8.3 Cenário alternativo 1 com 14 caminhões em operação.

			CAMINHÕES																	**PROD**	
	CAR	**DF**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**t**	**%**
M1	02			3		5	6	10	1	2	10	6									2365	[86]
M2																						
M3																						
M4																						
M5	01			5		5	5	2	9	8	2	5									2255	[82]
M6																						
M7	04			1		1								10		9			8	8	3260	[86]
E1																						
E2	03			2									12	1	12	2			3	3	3080	[81]
E3																						
	U (%)			86		86	85	86	87	85	86	85	89	84	89	83			83	83		

TABELA 8.4 Valores recomendados *versus* cenário alternativo 1 (período = 4 h).

Indicadores de desempenho	**Valores recomendados**	**Cenário alternativo 1**	**Diferença (%)**
Produção de minério (t)	8000	7880	– 1,50
Produção de estéril (t)	3200	3080	– 3,75
rem	0,400	0,391	– 2,25
Parâmetros de controle (%)	[Mín; Máx]	Calculado	Status
Fe	[60,0; 64,0]	60,6987	OK
P	[0; 0,046]	0,0452	OK
Al_2O_3	[0; 1,24]	1,2339	OK
SiO_2	[4,00; 5,20]	4,0756	OK
Mn	[0,08; 0,19]	0,1863	OK
PPC	[5,0; 6,5]	6,4826	OK
– 100 #	[23,2; 25,0]	24,6259	OK

Embora sejam necessários 14 caminhões em operação no cenário alternativo 1 e não os 15 que foram considerados no cenário da simulação, ele não foi utilizado neste estudo, pois a produção de minério ficou 1,5 % abaixo da recomendada e, a de estéril, 3,75 % abaixo. Os resultados obtidos na simulação juntamente com as análises para validação deste cenário não serão apresentados neste trabalho.

TABELA 8.5 Cenário alternativo 2 com 15 caminhões em operação.

			CAMINHÕES																		**PROD**	
	CAR	**DF**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**t**	**%**
M1																						
M2																						
M3	01						7	12	9	8		7									2365	[86]
M4																						
M5																						
M6	04		1	1	3	1	1								7	5	6	7	6	1	3265	[86]
M7	02		11	11	3	11			3	4											2365	[86]
E1																						
E2																						
E3	03				5		3					4			3	5	4	3	4	9	3180	[84]
	U (%)		86	86	86	86	83	86	86	86		84			83	84	84	83	84	86		

TABELA 8.6 Valores recomendados *versus* cenário alternativo 2 (período = 4 h).

Indicadores de desempenho	**Valores recomendados**	**Cenário alternativo 2**	**Diferença (%)**
Produção de minério (t)	8000	7995	– 0,06
Produção de estéril (t)	3200	3180	– 0,62
rem	0,400	0,398	– 0,50
Parâmetros de controle (%)	[Mín; Máx]	Calculado	Status
Fe	[60,0; 64,0]	60,6320	OK
P	[0; 0,046]	0,0459	OK
Al_2O_3	[0; 1,24]	1,0999	OK
SiO_2	[4,00; 5,20]	5,0007	OK
Mn	[0,08; 0,19]	0,1703	OK
PPC	[5,0; 6,5]	5,7144	OK
– 100 #	[23,2; 25,0]	23,6479	OK

8.1.2 ALOCAÇÃO ESTÁTICA DE CAMINHÕES

A solução metaheurística para o PAEC é apresentada na Tabela 8.7. Esta solução foi encontrada pelo Módulo Planejamento do TSMine. A tabela mostra a alocação dos equipamentos de carga (coluna CAR), o número de viagens que os caminhões devem realizar às frentes de lavra em 4 horas (colunas 01 até 18), a taxa de utilização dos caminhões (*U* em %) e a produção dos equipamentos de carga em t (coluna PROD).

TABELA 8.7 Solução resultante do planejamento considerando alocação estática de caminhões (PAEC).

		CAMINHÕES																		PROD	
	CAR DF	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**t**	**%**
M1	03													12				11	11	3060	[81]
M2																					
M3	02			11			11	12	12											2530	[92]
M4																					
M5																					
M6	01	11	11		11						11									2420	[88]
M7																					
E1																					
E2																					
E3	04									10			10			10	10			3250	[86]
	U (%)	84	84	79	84		79	86	86	83	84		87	88		87	87	81	81		

Os equipamentos de carga devem ser alocados às frentes de minério M1, M3 e M6 além da frente de estéril E3. A produção destes equipamentos em termos percentuais, isto é,

(*produção, em t, dividida pela capacidade produtiva máxima do equipamento no período de 4 h*) × 100%,

é indicada pelos números entre colchetes mostrados na coluna PROD.

Para o PAEC, considerando um período de 4 horas, a produção esperada de minério é de 8010 t (ou 2002,5 t/h) e, a de estéril, 3250 t (812,5 t/h), fornecendo um valor para relação estéril-minério de 0,406 (Figura 8.2). Quando é feita a comparação destes valores calculados com os valores recomendados mostrados na Figura 6.5 (ritmo de lavra recomendado de 2000 t/h para minério, 800 t/h para estéril e rem = 0,400), nota-se uma ligeira diferença entre eles. Com relação aos sete parâmetros de controle da qualidade da mistura, percebe-se que os limites inferior e superior estabelecidos foram respeitados (Figura 8.2). Os termos utilizados nesta figura são os mesmos já apresentados para a Figura 8.1.

Serão necessários 15 caminhões da frota para o transporte do material (minério + estéril), dos quais nove "são de 55 t" e seis têm capacidade de 90 t.

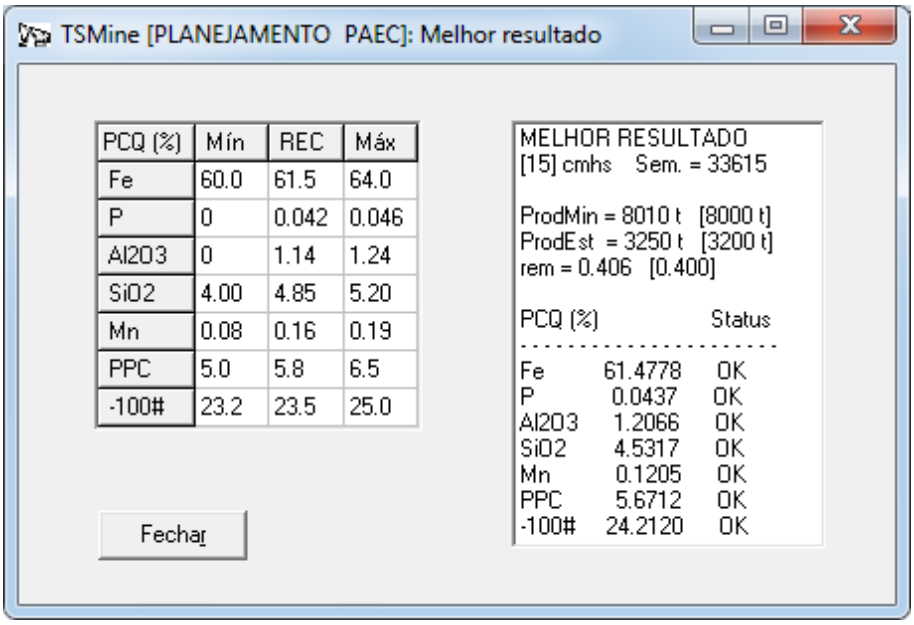


FIGURA 8.2 Melhor solução para o PAEC.

8.2 Simulação dos cenários resultantes do planejamento

O módulo para Simulação do *software* TSMine permite avaliar a solução (cenário) gerada pelo modelo metaheurístico implementado no Módulo Planejamento e verificar a possibilidade de reprodução das operações deste cenário em um sistema real. Para a validação do plano de lavra, foram utilizadas técnicas estatísticas na determinação de intervalos de confiança para a média de cada indicador de desempenho considerado no sistema. Então, foi possível verificar se as metas estabelecidas no planejamento poderiam ser atendidas.

8.2.1 ALOCAÇÃO INICIAL DOS EQUIPAMENTOS NA SIMULAÇÃO

A alocação dos equipamentos de carga às frentes de lavra foi realizada conforme indicação na coluna CAR das Tabelas 8.1 (PADC) e 8.7 (PAEC).

Para os caminhões, a alocação inicial foi feita de forma aleatória entre as atividades de Carregamento, Deslocamento Cheio, Descarga (Britador ou Pilha de Estéril) e Deslocamento Vazio, embora exista a possibilidade de que outras combinações de atividades sejam utilizadas, incluindo aquela em que somente a atividade de Carregamento (ou fila para carregamento) é considerada para alocar inicialmente estes caminhões. Quando comparada com esta última possibilidade, a alocação inicial aleatória é mais adequada, pois reduz os

efeitos do regime transiente (Subseção 5.2.1) na coleta dos dados necessários para a determinação das medidas de desempenho do sistema simulado.

A Tabela 8.8 mostra a alocação inicial aleatória dos 15 caminhões nas quatro atividades (ou filas) indicadas na Figura 8.3 considerando o cenário definido pelo planejamento para alocação dinâmica dos caminhões (PADC).

TABELA 8.8 Alocação inicial aleatória dos caminhões (PADC).

ATIVIDADES (ou filas)	**CAMINHÕES**
Carregamento	01, 14
Fila carregamento	
Deslocamento Cheio	18, 08, 05, 03, 15 e 04
Descarga	02 e 06
Fila descarga	13, 10 e 07
Deslocamento Vazio	11 e 09
Abastecimento	

O significado dos termos e abreviações utilizados na Figura 8.3 é mostrado a seguir:

Cmhs Carregados	número de caminhões carregados (caminhões de 55 t/90 t entre parênteses);
Tempo Md Fila	tempo médio de espera na fila (min);
Md Cmhs na Fila	número médio de caminhões na fila (tamanho médio da fila);
Eq. Ocioso	equipamento ocioso (%);
Utilização	utilização da unidade de carregamento, britador ou pilha de estéril (%);
mín	valor mínimo estabelecido para o parâmetro de controle (%);
máx	valor máximo estabelecido para o parâmetro de controle (%);
CAL	valores encontrados na simulação;
Descargas	número de descargas (caminhões de 55 t/90 t entre parênteses);
M	frentes de minério;
E	frentes de estéril;
CAR	número do equipamento de carga alocado à frente;
DF	disponibilidade das frentes de lavra (‘xxx’ se frente não disponível);
U	utilização dos caminhões (%);
PE Ociosa	pilha de estéril ociosa (em %);
POL	plano operacional de lavra;
Alocação inicial do Cmh	atividades (ou filas) consideradas na alocação inicial dos caminhões.

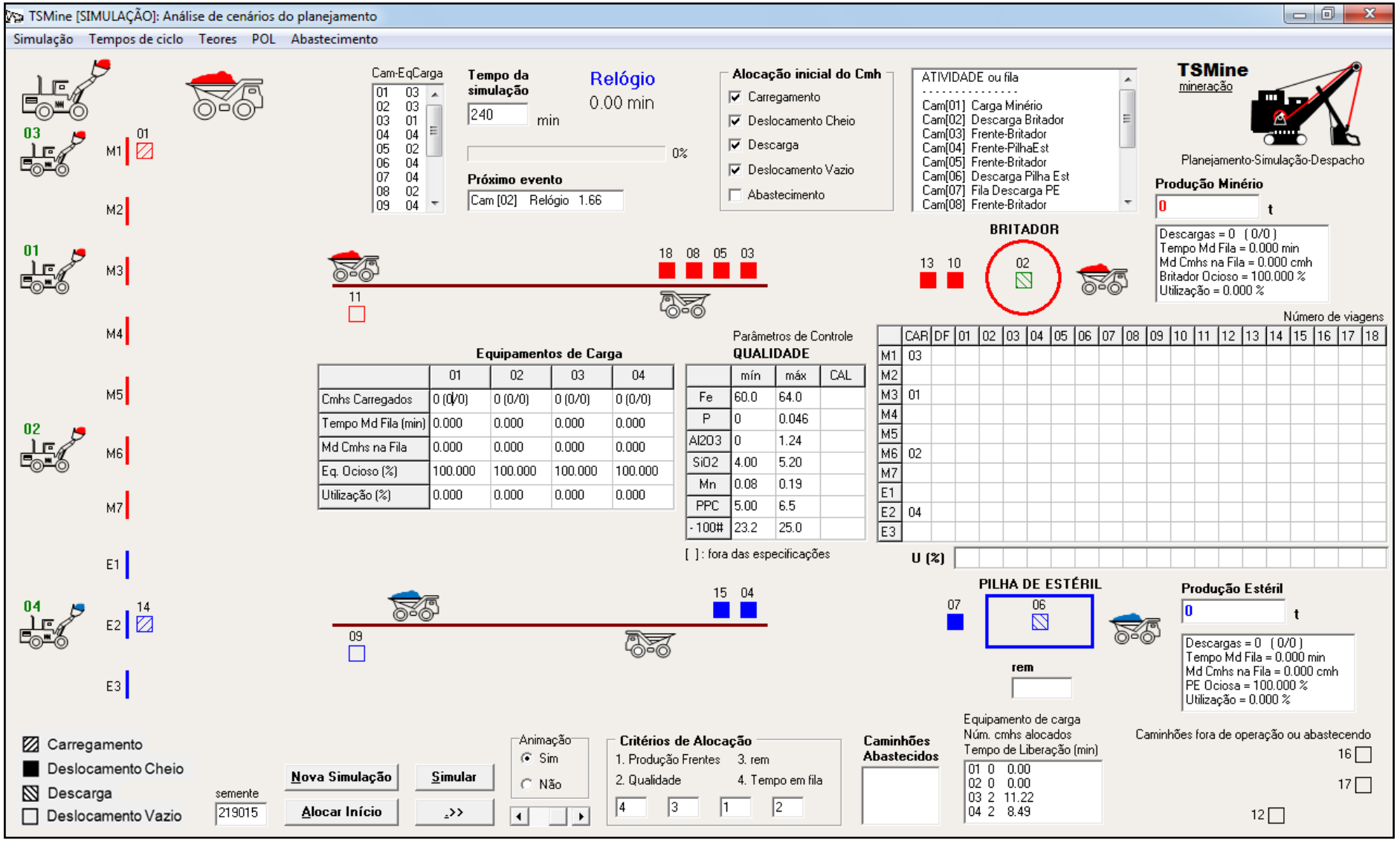


FIGURA 8.3 Alocação inicial dos equipamentos de carga e transporte (PADC).

A Tabela 8.9 mostra a alocação inicial aleatória dos 15 caminhões nas quatro atividades (ou filas) mostradas nas Figuras 8.4 e 8.5 para a simulação do cenário considerando alocação estática dos caminhões (PAEC).

TABELA 8.9 Alocação inicial aleatória dos caminhões (PAEC).

ATIVIDADES (ou filas)	**CAMINHÕES**
Carregamento	17 e 07
Fila carregamento	
Deslocamento Cheio	18, 10, 08, 06, 03 e 01
Descarga	13 e 09
Fila descarga	12
Deslocamento Vazio	02, 04, 15 e 16
Abastecimento	

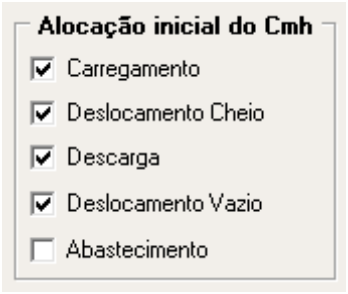


FIGURA 8.4 Atividades consideradas na alocação inicial dos caminhões indicadas na Figura 8.5.

A alocação inicial aleatória dos caminhões nos quatro segmentos que compõe seu ciclo de atividades (carregamento, deslocamento cheio, descarga e retorno para a frente de lavra) é mais representativa do estado estacionário do sistema.

O significado dos termos utilizados na Figura 8.5 é o mesmo que foi apresentado para a Figura 8.3.

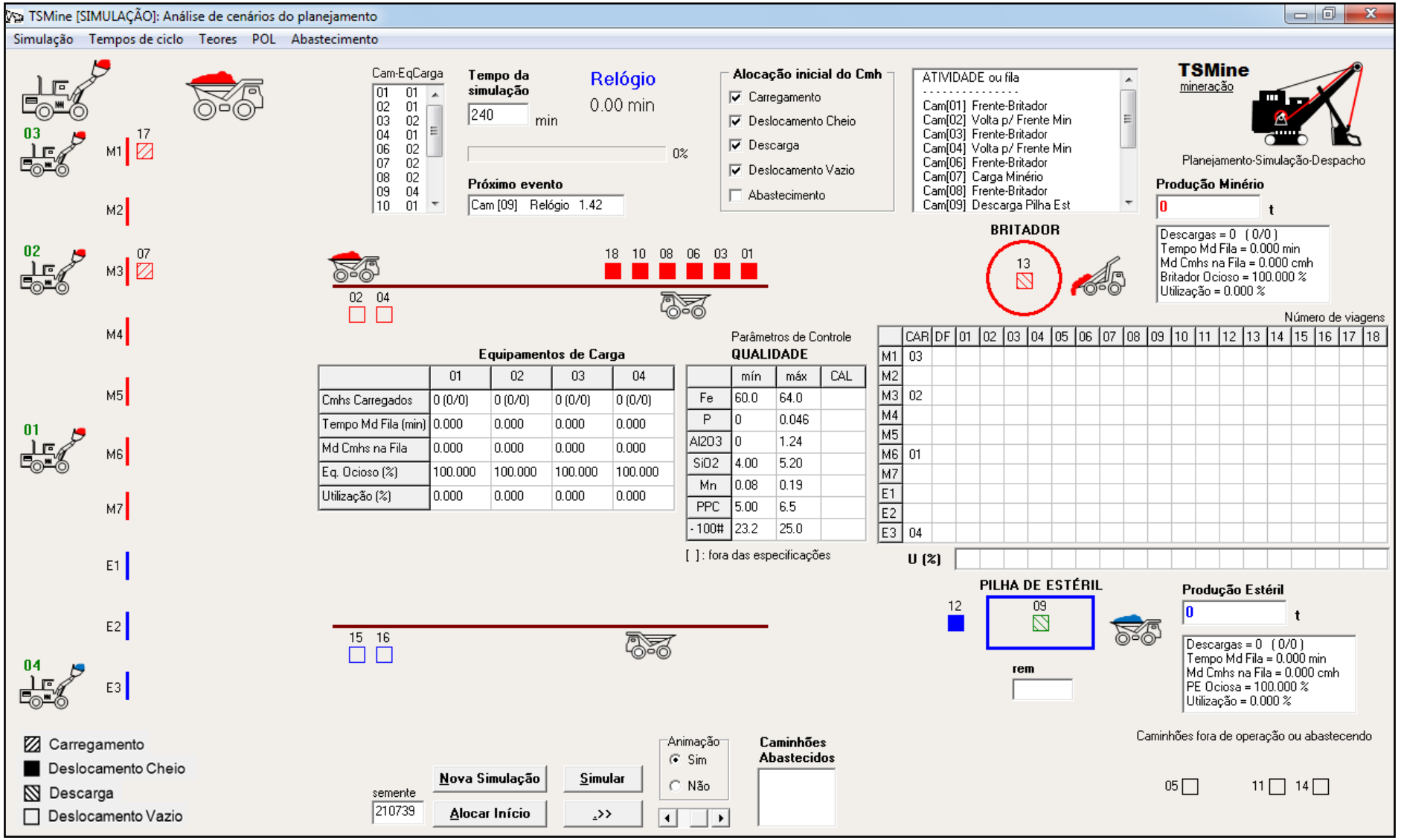


FIGURA 8.5 Alocação inicial dos equipamentos de carga e transporte (PAEC).

8.2.2 ALOCAÇÃO DOS CAMINHÕES DURANTE A SIMULAÇÃO E TEMPO DAS ATIVIDADES

Critérios para alocação dos caminhões

Para o PADC, a alocação dos caminhões ocorreu após o descarregamento (no britador ou na pilha de estéril) ou abastecimento. Foi considerado como primeiro critério de alocação o menor tempo de espera na fila da unidade de carregamento. Em caso de empate, o segundo critério utilizado para determinação da melhor frente foi a relação estéril-minério. Persistindo a indefinição, o melhor equipamento de carga a ser apontado para o caminhão foi aquele com o maior desvio da produção em relação à produção programada; por fim, a qualidade da mistura pôde ser utilizada como critério final para a determinação da frente para a qual o caminhão deveria retornar. Cada um dos quatro critérios de alocação mencionados foi detalhado na Subseção 6.2.4.

No cenário definido para a alocação estática, PAEC, os caminhões não trocam de frente de lavra. Assim, o caminhão sempre retornou, após a descarga ou abastecimento, para o mesmo equipamento de carga ao qual foi alocado inicialmente. Mesmo após a realização de todas as viagens programadas, o caminhão continuou retornando para a unidade de carregamento definida no início da simulação.

Tempo das atividades

O tempo das atividades no Módulo Simulação é estocástico, ou seja, uma variável aleatória cujo valor foi obtido de distribuições de probabilidade; os parâmetros das distribuições foram especificados antes do início da simulação. Foi considerado, neste trabalho, que o tempo dos quatro segmentos que compõe o ciclo dos caminhões é normalmente distribuído; a média e o desvio padrão são mostrados na Tabela 7.5 (Seção 7.2).

Já a retirada do caminhão de operação para abastecimento ocorreu da seguinte forma: no início da simulação, foi definido o momento (hora Relógio) para o abastecimento de todos os caminhões em operação. No entanto, o momento da retirada do caminhão para o abastecimento geralmente ocorreu em um tempo um pouco maior que o valor amostrado, porque era preciso esperar a atividade de descarregamento (no britador ou pilha de estéril) para que o caminhão fosse abastecido. Na Seção 7.2, são especificadas as distribuições (e seus parâmetros) utilizadas para definir o momento e o tempo total gasto para o abastecimento dos caminhões.

8.2.3 RELATÓRIO COM AS MEDIDAS DE DESEMPENHO

Alocação Dinâmica

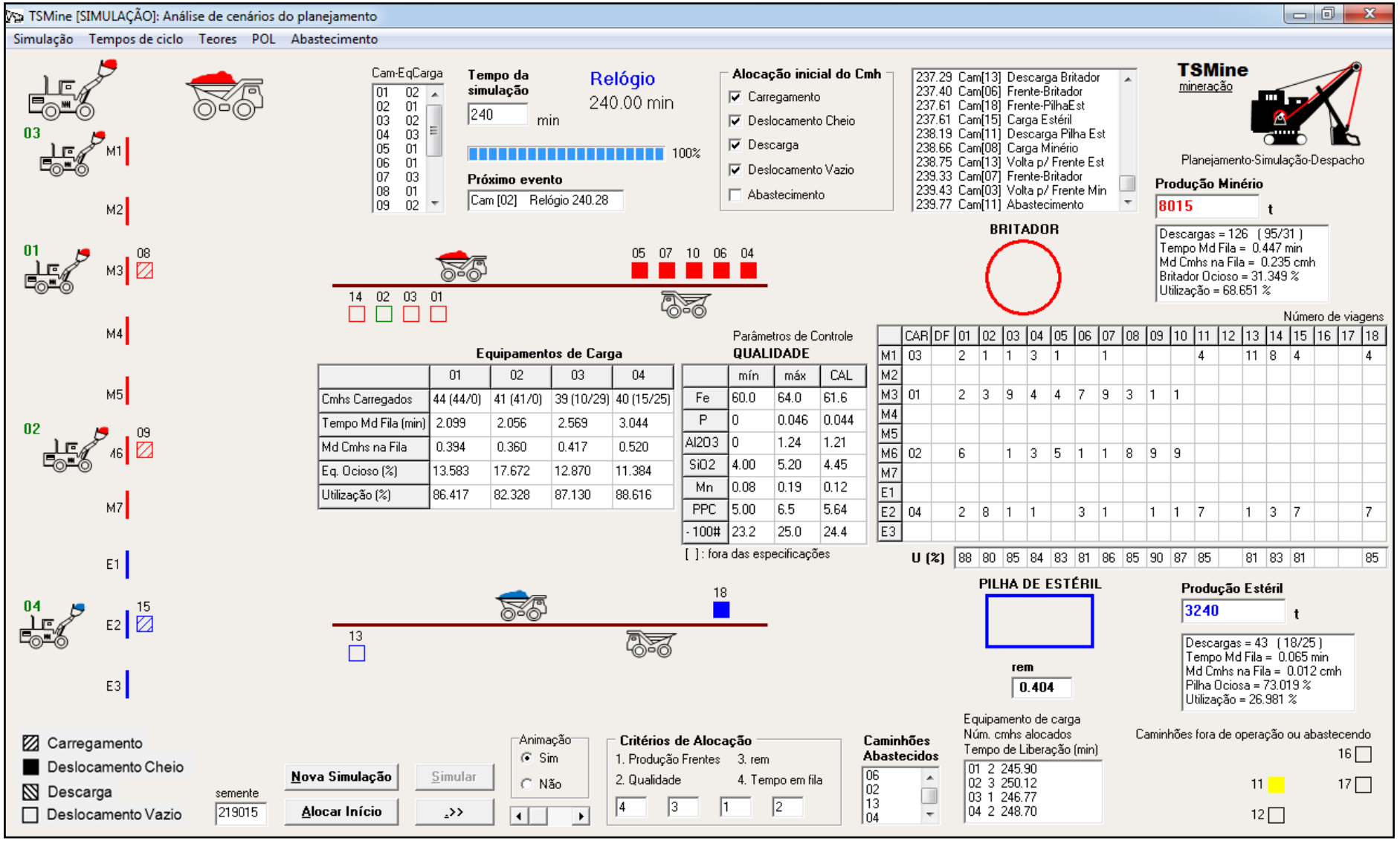
A Figura 8.6 e o Apêndice 2 mostram o relatório com os indicadores de desempenho apresentado pelo *software* TSMine ao final da simulação (tempo 240 min) para o cenário que considera alocação dinâmica de caminhões.

As produções de minério e estéril, quando calculadas em função do número de caminhões carregados pelos equipamentos de carga, podem ser ligeiramente diferentes das produções calculadas em função do número de caminhões que descarregaram nos pontos de descarga. Isto acontece, porque a alocação inicial dos equipamentos de transporte também ocorreu de forma aleatória nas atividades de Deslocamento Cheio e Descarga. Assim, as cargas dos caminhões alocados inicialmente nestas duas atividades foi "contada" apenas como produção no britador ou na pilha de estéril, mas não como produção do equipamento de carga que carregou estes caminhões. Como exemplo, pode-se citar o caminhão 02 na situação que simula o cenário que é solução para o PADC (Figura 8.3). Por outro lado, se ao final da simulação o caminhão estiver transportando a sua carga (p. ex. o caminhão 04 da Figura 8.6) ou ainda não concluiu a atividade de descarregamento, esta carga será considerada apenas como produção do equipamento de carga, mas não no britador ou na pilha de estéril.

Enquanto a Figura 8.6 mostra os resultados encontrados na simulação para o cenário relativo ao PADC, as Tabelas 8.10 a 8.13 permitem comparar estes resultados com os obtidos no planejamento.

TABELA 8.10 Comparação entre o cenário metaheurístico (Módulo Planejamento) e os resultados obtidos com a simulação (PADC).

Indicadores de desempenho		**Planejamento** (4 h)	**Simulação** (240 min)
Produção de minério (t)		8035	8015
Produção de estéril (t)		3240	3240
Relação estéril-minério		0,403	0,404
Parâmetros de controle da mistura (%)	Fe	61,5	61,6
	P	0,044	0,044
	Al_2O_3	1,21	1,21
	SiO_2	4,47	4,45
	Mn	0,12	0,12
	PPC	5,66	5,64
	– 100 #	24,3	24,4



	01	02	03	04
Cmhs Carregados	44 (44/0)	41 (41/0)	39 (10/29)	40 (15/25)
Tempo Md Fila (min)	2.099	2.056	2.569	3.044
Md Cmhs na Fila	0.394	0.360	0.417	0.520
Eq. Ocioso (%)	13.583	17.672	12.870	11.384
Utilização (%)	86.417	82.328	87.130	88.616

	mín	máx	CAL
Fe	60.0	64.0	61.6
P	0	0.046	0.044
Al2O3	0	1.24	1.21
SiO2	4.00	5.20	4.45
Mn	0.08	0.19	0.12
PPC	5.00	6.5	5.64
-100#	23.2	25.0	24.4

	CAR	DF	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
M1	03		2	1	1	3	1		1				4		11	8	4			4
M2																				
M3	01		2	3	9	4	4	7	9	3	1	1								
M4																				
M5																				
M6	02		6		1	3	5	1	1	8	9	9								
M7																				
E1																				
E2	04		2	8	1	1		3	1		1	1	7		1	3	7			7
E3																				
U (%)			88	80	85	84	83	81	86	85	90	87	85		81	83	81			85

FIGURA 8.6 Relatório para o PADC ao final da simulação (tempo = 240,00 min).

TABELA 8.11 Solução do planejamento para o PADC.

			CAMINHÕES																	PROD	
	CAR	**DF**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**t**	**%**
M1	03		2	1	1	4	1		1				4		10	8	4			4	3250	[86]
M2																						
M3	01		1	3	9	4	5	8	9	3	1	1									2420	[88]
M4																						
M5																						
M6	02		6		1	3	5	1	1	8	9	9									2365	[86]
M7																						
E1																						
E2	04		2	8	1	1		3	1		1	1	7		1	3	7			7	3240	[85]
E3																						
	U (%)		81	85	86	86	81	86	86	83	83	83	81		81	81	81			81		

TABELA 8.12 Resultados da simulação para o PADC.

			CAMINHÕES																	
	CAR	**DF**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
M1	03		2	1	1	**3**	1		1				4		**11**	8	4			4
M2																				
M3	01		**2**	3	9	4	**4**	**7**	9	3	1	1								
M4																				
M5																				
M6	02		6		1	3	5	1	1	8	9	9								
M7																				
E1																				
E2	04		2	8	1	1		3	1		1	1	7		1	3	7			7
E3																				
	U (%)		88	80	85	84	83	81	86	85	90	87	85		81	83	81			85

TABELA 8.13 Produção e outras medidas de desempenho relativas aos equipamentos de carga e aos pontos de descarga (PADC).

Indicadores de desempenho	**Equipamentos de carga**			
	01	**02**	**03**	**04**
Produção (t)	2420	2255	3160	3075
Tempo médio de espera na fila (min)	2.099	2.056	2.569	3.044
Tamanho médio da fila (em cmh)	0.394	0.360	0.417	0.520
Utilização (%)	86.4	82.3	87.1	88.6

	Britador	**Pilha de estéril**
Produção nos pontos de descarga (t)	8015	3240
Tempo médio de espera na fila (min)	0.447	0.065
Tamanho médio da fila (em cmh)	0.235	0.012
Utilização (%)	68.7	27.0

Alocação Estática

A Figura 8.7 e o Apêndice 4 mostram o relatório com as medidas de desempenho apresentado pelo Módulo Simulação do *software* TSMine ao término da simulação (tempo 240 min) considerando alocação estática de caminhões (para o PAEC).

Novamente, as produções de minério e estéril quando calculadas em função do número de caminhões carregados (produção dos equipamentos de carga) podem ser ligeiramente diferentes das produções calculadas em função do número de caminhões que descarregaram nos pontos de descarga. Isto aconteceu, porque na alocação inicial dos equipamentos de transporte, alguns caminhões já estavam carregados e se dirigindo aos pontos de descarga ou, até mesmo, descarregando. Assim, as cargas destes caminhões foram "contadas" como produção no ponto de descarga, mas não das unidades de carregamento às quais os caminhões estavam alocados. Por exemplo, a carga do caminhão 09 da Figura 8.5 não foi considerada como produção do equipamento de carga 04; esta carga foi considerada apenas como produção na pilha de estéril. Por outro lado, ao término da simulação, alguns caminhões estavam transportando suas cargas ou, ainda, não haviam terminado a descarga no britador ou na pilha de estéril (caminhões 02 e 15 da Figura 8.7). Como consequência, as cargas destes caminhões foram consideradas apenas como produção dos equipamentos ao qual eles estavam alocados, ou seja, unidades de carregamento 01 e 04, respectivamente.

A comparação dos resultados apresentados na Figura 8.7 com os resultados esperados (definidos pelo planejamento) pode ser feita com base nas Tabelas 8.14 a 8.17.

TABELA 8.14 Comparação entre o cenário metaheurístico e os resultados obtidos com a simulação (PAEC).

Indicadores de desempenho		**Planejamento** (4 h)	**Simulação** (240 min)
Produção de minério (t)		8010	8025
Produção de estéril (t)		3250	3215
Relação estéril-minério		0,406	0,401
Parâmetros de controle da mistura (%)	Fe	61,5	61,5
	P	0,044	0,044
	Al_2O_3	1,21	1,21
	SiO_2	4,53	4,50
	Mn	0,12	0,12
	PPC	5,67	5,69
	– 100 #	24,2	24,3

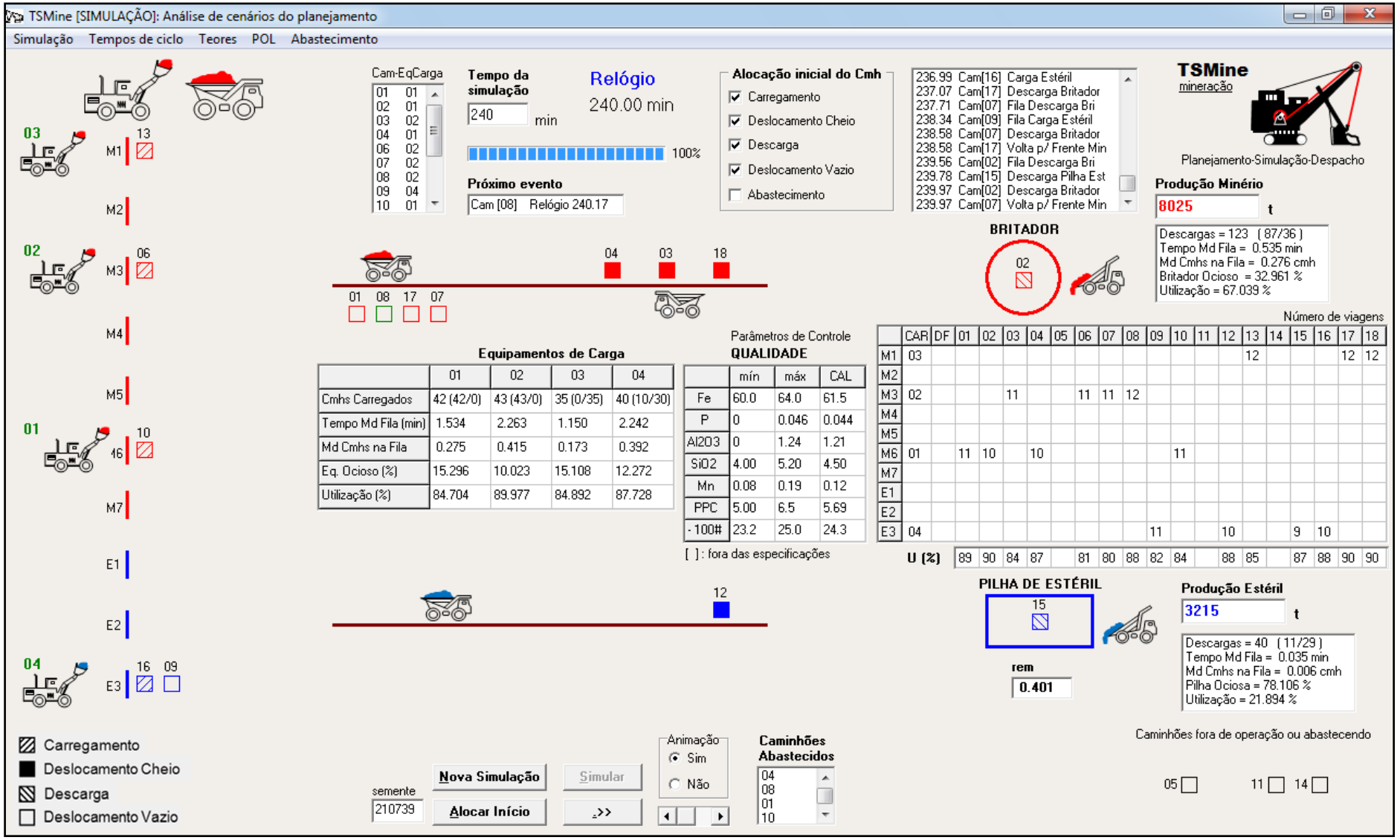


FIGURA 8.7 Relatório para o PAEC ao término da simulação (tempo = 240,00 min).

TABELA 8.15 Solução do planejamento para o PAEC.

			CAMINHÕES																	PROD	
	CAR	**DF**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**t**	**%**
M1	03														12				11	11	3060	[81]
M2																						
M3	02				11			11	12	12											2530	[92]
M4																						
M5																						
M6	01		11	11		11						11									2420	[88]
M7																						
E1																						
E2																						
E3	04										10			10			10	10			3250	[86]
	U (%)		84	84	79	84		79	86	86	83	84		87	88		87	87	81	81		

TABELA 8.16 Resultados da simulação para o PAEC.

			CAMINHÕES																	
	CAR	**DF**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
M1	03														12				**12**	**12**
M2																				
M3	02				11			11	**11**	12										
M4																				
M5																				
M6	01		11	**10**		**10**						11								
M7																				
E1																				
E2																				
E3	04										**11**			10			**9**	10		
	U (%)		89	90	84	87		81	80	88	82	84		88	85		87	88	90	90

TABELA 8.17 Produção e outras medidas de desempenho relativas aos equipamentos de carga e aos pontos de descarga (PAEC).

Indicadores de desempenho	**Equipamentos de carga**			
	01	**02**	**03**	**04**
Produção (t)	2310	2365	3150	3250
Tempo médio de espera na fila (min)	1.534	2.263	1.150	2.242
Tamanho médio da fila (em cmh)	0.275	0.415	0.173	0.392
Utilização (%)	84.7	90.0	84.9	87.7

	Britador	**Pilha de estéril**
Produção nos pontos de descarga (t)	8025	3215
Tempo médio de espera na fila (min)	0.535	0.035
Tamanho médio da fila (em cmh)	0.276	0.006
Utilização (%)	67.0	21.9

8.2.4 ANÁLISE ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

A simulação pelo Método de Monte Carlo é um experimento aleatório; logo, as medidas de desempenho do sistema simulado irão variar aleatoriamente. Por isto, os resultados *de um único experimento* não devem ser usados como base para tomada de decisões. É necessário que o experimento seja repetido várias vezes para que os dados de saída da simulação possam ser tratados estatisticamente e, então, oferecerem um suporte mais adequado ao processo de tomada de decisões.

A fim de fornecer as informações necessárias à realização das análises que irão **validar ou não** os cenários resultantes do planejamento, o TSMine possui o recurso da REPLICAÇÃO (isto é, repetição da simulação), que consiste na determinação das medidas de desempenho do sistema simulado utilizando sementes diferentes para a geração de números aleatórios. Isto permitiu que a análise para validação dos cenários fosse feita com base em intervalos de confiança e não em estimativas pontuais dos indicadores de desempenho.

Neste trabalho, foram realizadas 35 replicações tanto para alocação dinâmica quanto para alocação estática de caminhões. Este número foi informado previamente e, se necessário, pode ser alterado. A justificativa para a utilização deste número de replicações será dada a seguir.

Intervalos de confiança: alocação dinâmica

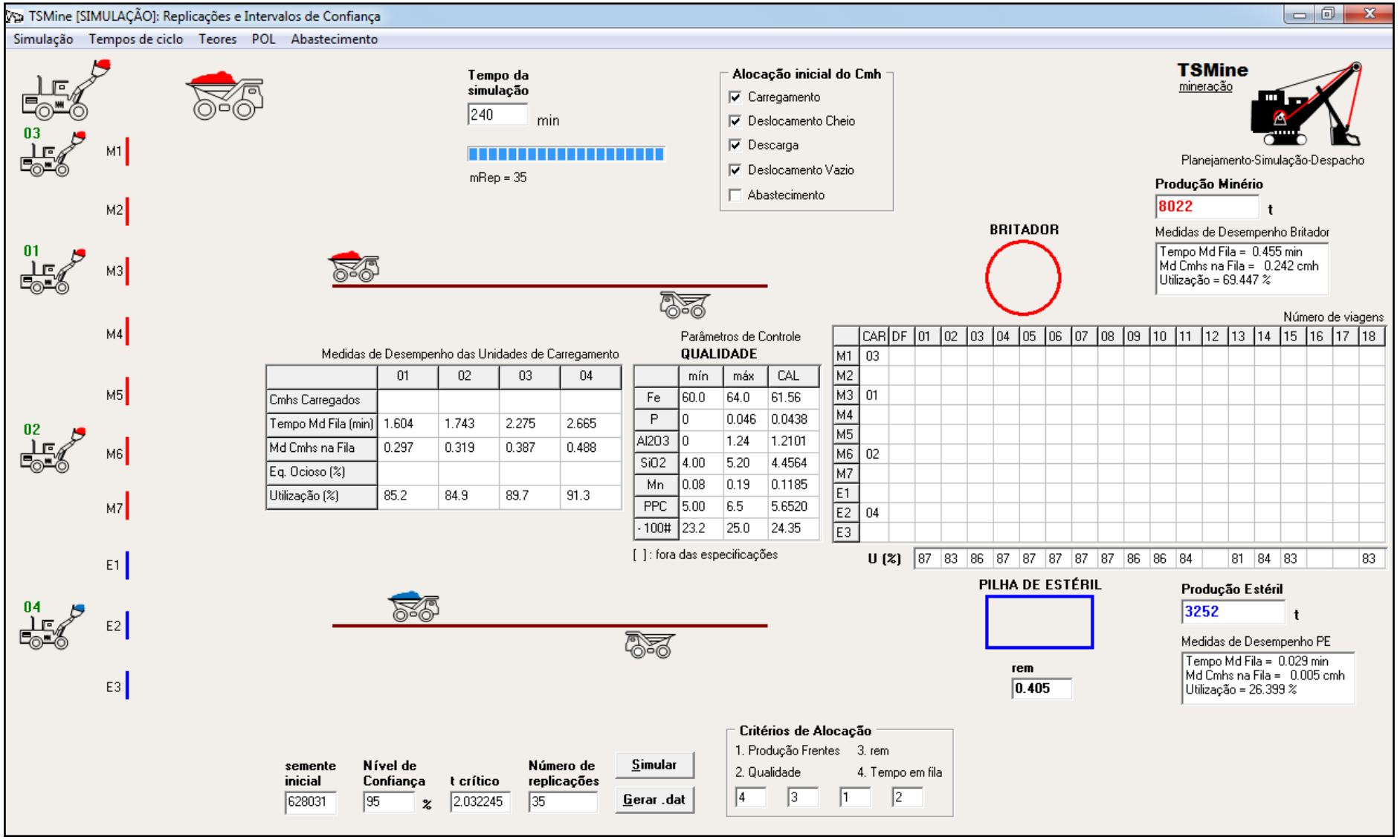
A Figura 8.8 mostra os resultados (médias amostrais) para os indicadores de desempenho do PADC.

Conforme visto na Subseção 5.2.2, a relação a seguir permite determinar os limites do intervalo de confiança para a média populacional, μ, de um determinado parâmetro (indicador de desempenho):

$$\bar{x} - t_{\alpha/2,\, n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{\alpha/2,\, n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}$$

sendo

μ: valor verdadeiro da média do parâmetro estimado (média populacional);
$\bar{x}$: média amostral do parâmetro de interesse;
s: desvio padrão amostral;
$t_{\alpha/2,n-1}$: valor crítico bicaudal da Distribuição t de Student para um nível de significância α e $n-1$ graus de liberdade;
n: tamanho amostral; neste trabalho, n é o número de replicações *nRep*.



	01	02	03	04
Cmhs Carregados				
Tempo Md Fila (min)	1.604	1.743	2.275	2.665
Md Cmhs na Fila	0.297	0.319	0.387	0.488
Eq. Ocioso (%)				
Utilização (%)	85.2	84.9	89.7	91.3

	mín	máx	CAL
Fe	60.0	64.0	61.56
P	0	0.046	0.0438
Al2O3	0	1.24	1.2101
SiO2	4.00	5.20	4.4564
Mn	0.08	0.19	0.1185
PPC	5.00	6.5	5.6520
-100#	23.2	25.0	24.35

	CAR	DF	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
M1	03																			
M2																				
M3	01																			
M4																				
M5																				
M6	02																			
M7																				
E1																				
E2	04																			
E3																				
U (%)			87	83	86	87	87	87	87	87	86	86	84		81	84	83			83

FIGURA 8.8 Relatório para o PADC com as médias amostrais para 35 replicações.

O erro máximo da estimativa, ou **Margem de Erro** (*MgErro*), pode ser determinado através da equação:

$$MgErro = t_{\alpha/2,\, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

Na determinação dos limites inferior e superior dos intervalos de confiança e, também, no cálculo da margem de erro, TSMine utiliza o valor crítico da Distribuição *t* de Student, $t_{\alpha/2,n-1}$. Isto, porque a) o desvio padrão populacional, σ, não é conhecido, b) não se pode assegurar que a população dos dados amostrais seja normalmente distribuída, e c) o tamanho amostral utilizado, *n*, é maior que 30 (seu valor é igual ao número de replicações, ou seja, 35). O fluxograma da Figura 5.10 foi utilizado para justificar a escolha do escore crítico *t* e o tamanho amostral (número de replicações) para a determinação dos intervalos de confiança. Tu e Hucka (1985) e Forsman *et al.* (1993) também usaram a Distribuição *t* para validarem o modelo para simulação das operações de sistemas com transporte por caminhões em minas a céu aberto, enquanto Runciman *et al.* (1997) utilizaram esta distribuição em um estudo sobre transporte de minérios em uma mina subterrânea.

Os exemplos a seguir ilustram como o TSMine estabeleceu o intervalo de confiança para a média de cada indicador de desempenho da Figura 8.8; estes intervalos são vistos entre colchetes no Relatório apresentado no Apêndice 3. O desvio padrão associado a cada medida de desempenho também pode ser visto neste mesmo apêndice. O escore crítico *t* bicaudal para $\alpha = 0{,}05$ e 34 graus de liberdade (número de replicações – 1) é $t_{0{,}025,\, 34} = 2{,}032245$.

Para a produção de minério, tem-se:

$$8022{,}4 - 2{,}032245 \times \frac{115{,}25}{\sqrt{35}} \leq \mu_{ProdMin} \leq 8022{,}4 + 2{,}032245 \times \frac{115{,}25}{\sqrt{35}}$$

ou

$$\boxed{7982{,}8 \leq \mu_{ProdMin} \leq 8062{,}0}$$

e

$$MgErro_{ProdMin} = 2{,}032245 \times \frac{115{,}25}{\sqrt{35}} = 39{,}59$$

Para a produção de estéril, o intervalo de confiança foi calculado como segue:

$$3252{,}1 - 2{,}032245 \times \frac{86{,}53}{\sqrt{35}} \leq \mu_{ProdEst} \leq 3252{,}1 + 2{,}032245 \times \frac{86{,}53}{\sqrt{35}}$$

ou

$$\boxed{3222{,}4 \leq \mu_{ProdEst} \leq 3281{,}8}$$

A margem de erro é:

$$MgErro_{ProdEst} = 2{,}032245 \times \frac{86{,}53}{\sqrt{35}} = 29{,}72$$

O intervalo de confiança e a margem de erro para a relação estéril-minério, *rem*, foram determinados conforme mostrado a seguir:

$$0{,}4054 - 2{,}032245 \times \frac{0{,}01007}{\sqrt{35}} \leq \mu_{rem} \leq 0{,}4054 + 2{,}032245 \times \frac{0{,}01007}{\sqrt{35}}$$

ou

$$\boxed{0{,}4019 \leq \mu_{rem} \leq 0{,}4089}$$

e

$$MgErro_{rem} = 2{,}032245 \times \frac{0{,}01007}{\sqrt{35}} = 0{,}003459$$

A Tabela 8.18 resume os valores encontrados para os limites dos intervalos de confiança para a média verdadeira da produção de minério, da produção de estéril e da relação estéril-minério. O nível de confiança é 95 % (ou nível se significância α = 0,05). Nesta tabela, Valores REC e PLAN significam valores recomendados e valores do planejamento, respectivamente.

TABELA 8.18 Limites inferior e superior dos intervalos de confiança (PADC).

			S I M U L A Ç Ã O			
Indicador de desempenho	**Valores REC**	**Valores PLAN**	**Média amostral**	**Limite inferior**	**Limite superior**	**Margem de erro**
Produção de minério (t)	8000	8035	8022	7983	8062	40
Produção de estéril (t)	3200	3240	3252	3222	3282	30
rem	0,400	0,403	0,405	0,402	0,409	0,003

De acordo com a interpretação relacionada a intervalos de confiança apresentada na Seção 5.1, pode-se dizer que, a um nível de confiança de 95 %, a média da **produção de minério** é 8022 t com uma margem de erro de ± 40 t; a média da **produção de estéril** é 3252 t, sendo o erro máximo desta estimativa de ± 30 t; e a média da **relação estéril-minério** é 0,405, com a diferença máxima em relação ao valor verdadeiro de ± 0,003. Uma interpretação errada (e outra correta) a respeito do nível de confiança pode ser vista nessa mesma seção.

Intervalos de confiança: alocação estática

A Figura 8.9 mostra os resultados (médias amostrais) para as medidas de desempenho do PAEC.

Novamente, os exemplos a seguir ilustram como o TSMine estabeleceu o intervalo de confiança para a média dos indicadores de desempenho da Figura 8.9; estes intervalos são vistos entre colchetes no Relatório apresentado no Apêndice 5. Este apêndice também mostra o desvio padrão associado a cada medida de desempenho, incluindo os valores utilizados nos cálculos a seguir.

O intervalo de confiança para a produção de minério foi determinado como segue:

$$8053{,}9 - 2{,}032245 \times \frac{140{,}67}{\sqrt{35}} \leq \mu_{ProdMin} \leq 8053{,}9 + 2{,}032245 \times \frac{140{,}67}{\sqrt{35}}$$

ou

$$\boxed{8005{,}6 \leq \mu_{ProdMin} \leq 8102{,}2}$$

e

$$MgErro_{ProdMin} = 2{,}032245 \times \frac{140{,}67}{\sqrt{35}} = 48{,}32$$

Similarmente, o intervalo de confiança para a média populacional da produção de estéril é:

$$3265{,}9 - 2{,}032245 \times \frac{90{,}39}{\sqrt{35}} \leq \mu_{ProdEst} \leq 3265{,}9 + 2{,}032245 \times \frac{90{,}39}{\sqrt{35}}$$

ou

$$\boxed{3234{,}8 \leq \mu_{ProdEst} \leq 3297{,}0}$$

A margem de erro é:

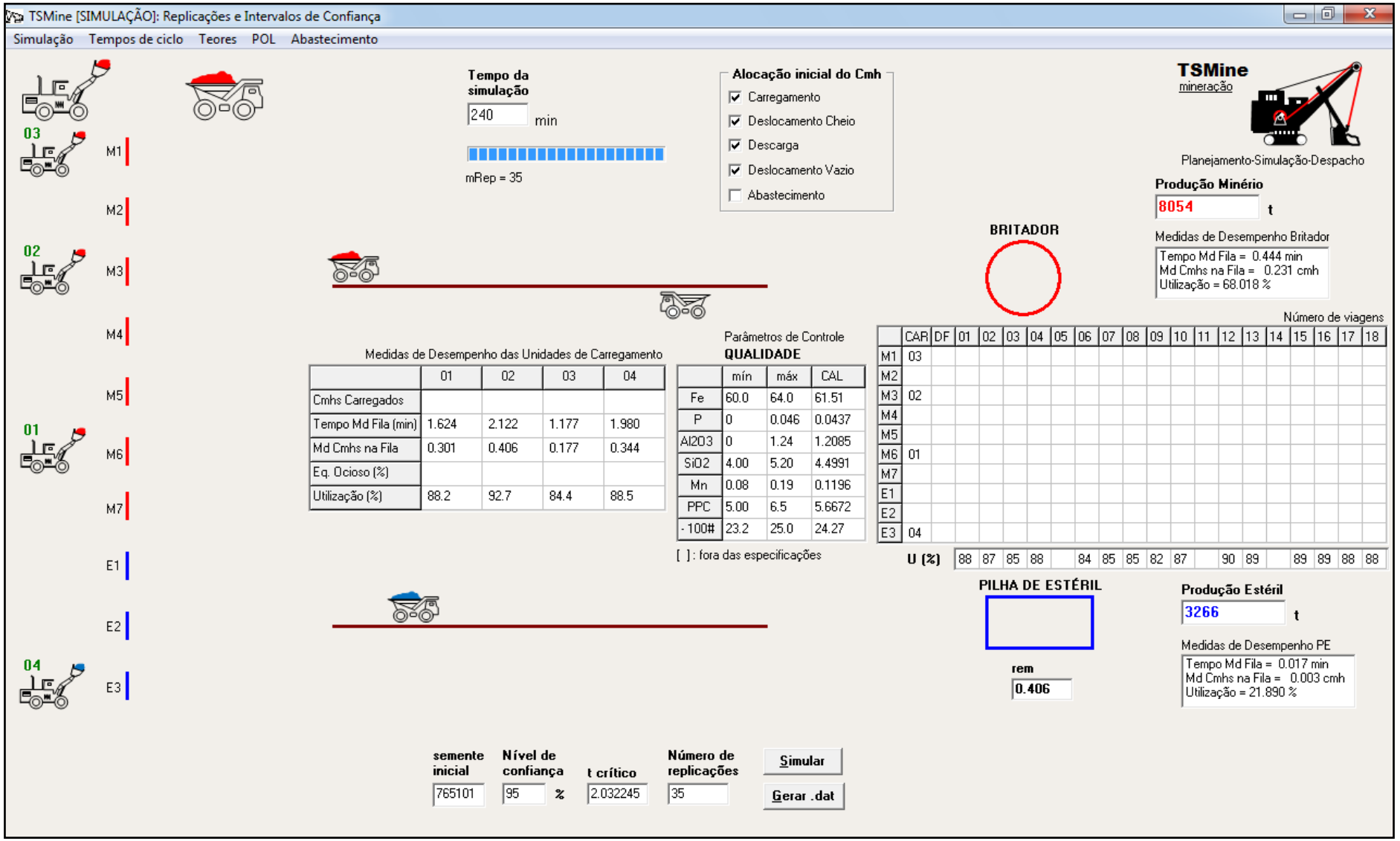
$$MgErro_{ProdEst} = 2{,}032245 \times \frac{90{,}39}{\sqrt{35}} = 31{,}05$$

Para a relação estéril-minério, *rem*, tem-se:

$$0{,}4056 - 2{,}032245 \times \frac{0{,}01229}{\sqrt{35}} \leq \mu_{rem} \leq 0{,}4056 + 2{,}032245 \times \frac{0{,}01229}{\sqrt{35}}$$

ou

$$\boxed{0{,}4014 \leq \mu_{rem} \leq 0{,}4098}$$



	01	02	03	04
Cmhs Carregados				
Tempo Md Fila (min)	1.624	2.122	1.177	1.980
Md Cmhs na Fila	0.301	0.406	0.177	0.344
Eq. Ocioso (%)				
Utilização (%)	88.2	92.7	84.4	88.5

	mín	máx	CAL
Fe	60.0	64.0	61.51
P	0	0.046	0.0437
Al2O3	0	1.24	1.2085
SiO2	4.00	5.20	4.4991
Mn	0.08	0.19	0.1196
PPC	5.00	6.5	5.6672
-100#	23.2	25.0	24.27

	CAR	DF	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
M1	03																			
M2																				
M3	02																			
M4																				
M5																				
M6	01																			
M7																				
E1																				
E2																				
E3	04																			
U (%)			88	87	85	88		84	85	85	82	87		90	89		89	89	88	88

FIGURA 8.9 Relatório para o PAEC exibindo as médias amostrais para 35 replicações.

e

$$MgErro_{rem} = 2{,}032245 \times \frac{0{,}01229}{\sqrt{35}} = 0{,}004222$$

O resumo dos valores calculados anteriormente pode ser visto na Tabela 8.19. É possível, também, comparar os resultados da simulação com os valores recomendados (coluna Valores REC) e com os valores definidos no planejamento (coluna Valores PLAN). O nível de confiança é 95 %, pois foi utilizado um nível de significância, α, de 0,05.

TABELA 8.19 Limites inferior e superior dos intervalos de confiança (PAEC).

			S I M U L A Ç Ã O			
Indicadores de desempenho	**Valores REC**	**Valores PLAN**	**Média amostral**	**Limite inferior**	**Limite superior**	**Margem de erro**
Produção de minério (t)	8000	8010	8054	8006	8102	48
Produção de estéril (t)	3200	3250	3266	3235	3297	31
rem	0,400	0,406	0,406	0,401	0,410	0,004

Na Seção 5.1, foi dada uma interpretação para intervalos de confiança. De acordo com aquela interpretação, pode-se afirmar, a um nível de confiança de 95 %, que a média da **produção de minério** para o PAEC é 8054 t, com a diferença máxima em relação ao valor verdadeiro de ± 48 t; a média da **produção de estéril** é 3266 t, sendo o erro máximo desta estimativa de ± 31 t; e a média da **relação estéril-minério** é 0,406, com uma margem de erro de ± 0,004.

Neste ponto, vale ressaltar uma ideia errada a respeito da interpretação do nível de confiança, a qual foi motivo de destaque na Seção 5.1. Não é correto afirmar:

> há uma *probabilidade* de 95 % de que a média verdadeira esteja contida no intervalo estimado.

Isto, porque a média populacional não é uma variável aleatória; ou ela está ou não está contida no intervalo. Assim, uma interpretação mais apropriada a respeito do nível de confiança é afirmar:

> *estamos* 95% *confiantes* em que a média verdadeira esteja dentro dos limites estabelecidos para o intervalo.

8.2.5 VALIDAÇÃO DOS CENÁRIOS RESULTANTES DO PLANEJAMENTO

Para a validação dos cenários resultantes da fase de otimização (planos de lavra), foram utilizados como base os limites mínimo e máximo estabelecidos no planejamento. Considerou-se que as metas fixadas para os indicadores de desempenho *serão atendidas* se o intervalo de confiança estiver dentro dos limites inferior e superior que foram especificados para eles na fase de planejamento. A Figura 8.10 ilustra esta situação. Os intervalos indicados nesta figura estão associados à produção de minério do PADC. Analisando este diagrama, pode-se afirmar que a meta estabelecida para este indicador de desempenho, *ProdMin* ϵ [7880; 8200], será atendida, pois a posição dos intervalos está em conformidade com o que foi colocado anteriormente, isto é, [7983; 8062] $\subset$ [7880; 8200].

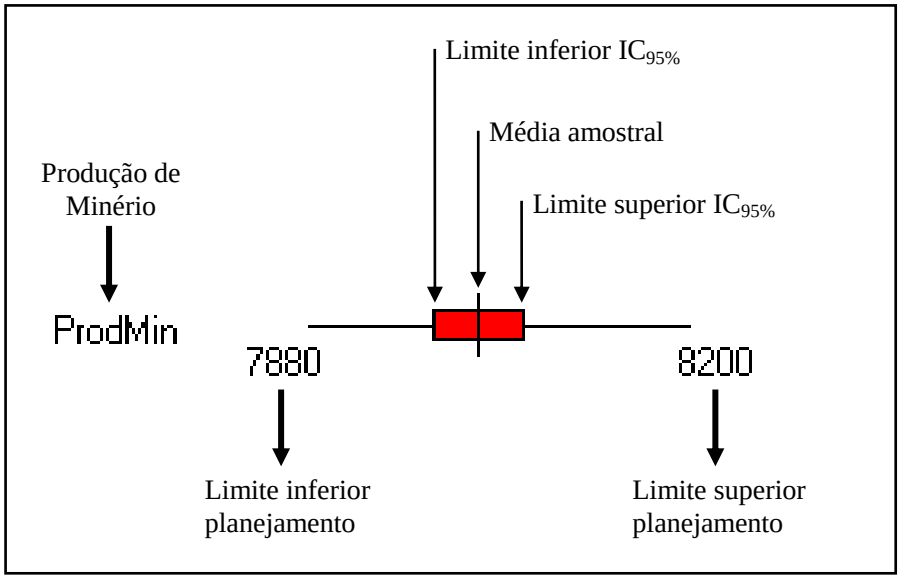


FIGURA 8.10 Indicação dos limites estabelecidos no planejamento e do intervalo de confiança ($IC_{(1-\alpha)\times 100\%}$) no diagrama de intervalos.

A Figura 8.11 mostra diagramas de intervalos para os indicadores de desempenho produção de minério (*ProdMin*), produção de estéril (*ProdEst*) e relação estéril-minério (*rem*). Os dados utilizados para a representação gráfica dos intervalos foram estabelecidos no planejamento (limites inferior e superior especificados na Figura 6.5) ou estão indicados nas Tabelas 8.18 e 8.19 (limites inferior e superior dos intervalos de confiança, $IC_{95\%}$, além da média amostral). Analisando esta figura, pode-se afirmar que as metas estabelecidas para os três indicadores de desempenho *serão atendidas* tanto para o cenário que considera alocação dinâmica (PADC) quanto para o que considera alocação estática de caminhões (PAEC).

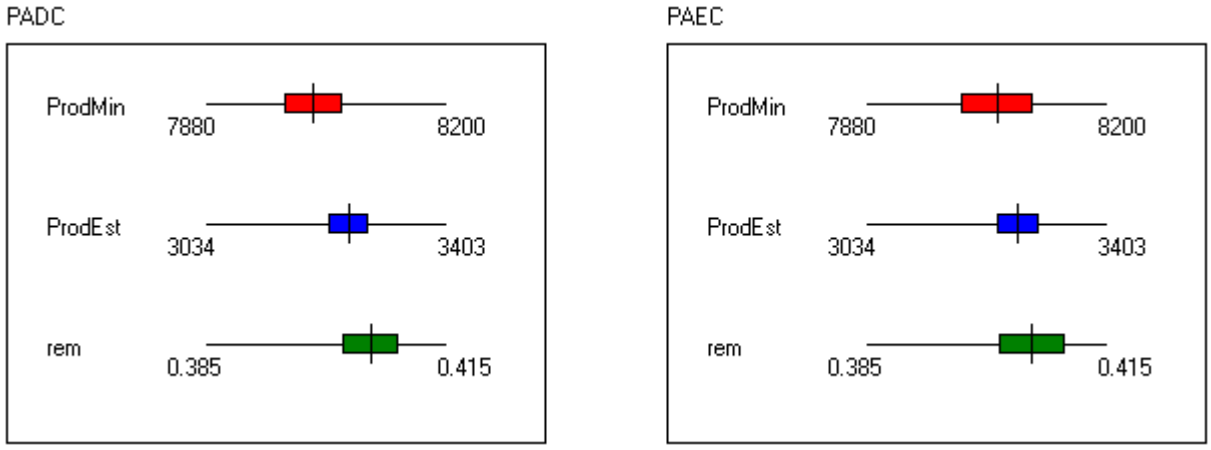


FIGURA 8.11 Diagrama de intervalos.

Os limites inferior e superior dos intervalos de confiança associados às outras medidas de desempenho dos sistemas simulados são mostrados nas Tabelas 8.20 e 8.21; o nível de confiança é 95 %. Os dados na última coluna destas tabelas indicam a *diferença máxima*, **$Dif_{máx}$**, entre o limite superior do intervalo de confiança e o limite superior estabelecido no planejamento ($Dif_{máx} > 0$) ou entre o limite inferior do intervalo de confiança e o limite inferior especificado no planejamento ($Dif_{máx} < 0$). Este valor deve ser calculado apenas para aquele indicador de desempenho cuja meta poderia não ser atendida. A Figura 8.12 ilustra como o valor desta diferença foi calculado para a taxa de utilização do equipamento de carga 04 (Tabela 8.20); para este exemplo, $Dif_{máx} = 92{,}2 - 89 = +3{,}2\,\% > 0$. No entanto, para o caminhão 13, $Dif_{máx} = 80{,}2 - 81 = -0{,}8\,\% < 0$.

	Limites do planejamento	**Limite superior**	**$Dif_{máx}$** (+/–)
Utilização dos equipamentos de carga (%)			
01	[81; 89]	86,2	
02	[81; 89]	85,9	
03	[81; 89]	90,4	+1,4%
04	[81; 89]	92,2	+3,2%

92,2 – 89 = +3,2 %

FIGURA 8.12 Determinação dos valores da coluna $Dif_{máx}$.

Os valores positivos para $Dif_{máx}$ relacionados à taxa de utilização dos caminhões podem ser explicados observando a pequena faixa de valores permitidos para este indicador de desempenho; ou seja, o intervalo [81; 86]. Vale a pena notar que se o limite superior fosse apenas 2 % maior (passando de 86 para 88 %), praticamente todas as metas relacionadas à taxa de utilização dos caminhões seriam satisfatoriamente atendidas.

TABELA 8.20 Intervalos de confiança *versus* valores do planejamento (PADC).

Indicadores de desempenho	Limites do planejamento	SIMULAÇÃO			$Dif_{máx}$ (+/–)
		Média amostral	Limite inferior	Limite superior	
Produção de minério (t)	[7880; 8200]	8022	7983	8062	
Produção de estéril (t)	[3034; 3403]	3252	3222	3282	
rem	[0,385; 0,415]	0,405	0,402	0,409	
Utilização dos equipamentos de carga (%)					
01	[81; 89]	85,2	84,3	86,2	
02	[81; 89]	84,9	84,0	85,9	
03	[81; 89]	89,7	88,9	90,4	+1,4%
04	[81; 89]	91,3	90,4	92,2	+3,2%
Utilização dos caminhões (%)					
01	[81; 86]	87,2	85,9	88,5	+2,5%
02	[81; 86]	82,6	81,3	84,0	
03	[81; 86]	85,9	84,7	87,1	+1,1%
04	[81; 86]	87,4	86,1	88,8	+2,8%
05	[81; 86]	87,3	86,2	88,6	+2,6%
06	[81; 86]	87,3	86,4	88,1	+2,1%
07	[81; 86]	86,6	85,4	87,7	+1,7%
08	[81; 86]	86,6	85,4	87,7	+1,7%
09	[81; 86]	85,9	84,6	87,1	+1,1%
10	[81; 86]	86,1	85,3	86,9	+0,9%
11	[81; 86]	84,3	83,3	85,4	
12					
13	[81; 86]	81,3	80,2	82,5	–0,8%
14	[81; 86]	83,5	82,5	84,6	
15	[81; 86]	82,7	81,4	84,0	
16					
17					
18	[81; 86]	83,5	82,3	84,7	
Parâmetros de controle da qualidade da mistura (%)					
Fe	[60,0; 64,0]	61,56	61,54	61,58	
P	[0; 0,046]	0,0438	0,0438	0,0438	
Al_2O_3	[0; 1,24]	1,210	1,209	1,211	
SiO_2	[4,00; 5,20]	4,46	4,45	4,47	
Mn	[0,08; 0,19]	0,1185	0,1184	0,1187	
PPC	[5,0; 6,5]	5,65	5,64	5,66	
−100 #	[23,2; 25,0]	24,35	24,33	24,36	

TABELA 8.21 Intervalos de confiança *versus* valores do planejamento (PAEC).

Indicadores de desempenho	Limites do planejamento	SIMULAÇÃO			$Dif_{máx}$ (+/–)
		Média amostral	Limite inferior	Limite superior	
Produção de minério (t)	[7880; 8200]	8054	8006	8102	
Produção de estéril (t)	[3034; 3403]	3266	3235	3297	
rem	[0,385; 0,415]	0,406	0,401	0,410	
Utilização dos equipamentos de carga (%)					
01	[81; 89]	88,2	87,4	89,0	
02	[81; 89]	92,7	92,1	93,4	+4,4%
03	[81; 89]	84,4	83,8	85,1	
04	[81; 89]	88,5	87,9	89,1	+0,1%
Utilização dos caminhões (%)					
01	[81; 86]	88,2	87,1	89,3	+3,3%
02	[81; 86]	87,2	86,3	88,2	+2,2%
03	[81; 86]	84,6	83,8	85,3	
04	[81; 86]	87,6	86,7	88,4	+2,4%
05					
06	[81; 86]	84,5	83,5	85,5	
07	[81; 86]	84,9	84,0	85,7	
08	[81; 86]	84,6	83,7	85,6	
09	[81; 86]	82,4	81,3	83,5	
10	[81; 86]	86,7	85,7	87,6	+1,6%
11					
12	[81; 86]	90,1	89,4	90,8	+4,8%
13	[81; 86]	88,9	87,8	90,0	+4,0%
14					
15	[81; 86]	89,5	88,5	90,5	+4,5%
16	[81; 86]	89,4	88,4	90,5	+4,5%
17	[81; 86]	88,3	87,3	89,3	+3,3%
18	[81; 86]	87,8	86,8	88,8	+2,8%
Parâmetros de controle da qualidade da mistura (%)					
Fe	[60,0; 64,0]	61,51	61,50	61,52	
P	[0; 0,046]	0,0437	0,0437	0,0437	
Al_2O_3	[0; 1,24]	1,2085	1,2080	1,2091	
SiO_2	[4,00; 5,20]	4,50	4,49	4,51	
Mn	[0,08; 0,19]	0,1196	0,1194	0,1198	
PPC	[5,0; 6,5]	5,67	5,66	5,68	
–100 #	[23,2; 25,0]	24,27	24,26	24,29	

O valor elevado de $Dif_{máx}$ relativo ao equipamento de carga 02 (valor + 4,4 % na Tabela 8.21) é devido à alta taxa de utilização deste equipamento (92 %) no cenário definido para o PAEC no planejamento (Tabela 8.7 e Figura 8.13).

		CAMINHÕES																		PROD	
	CAR	DF	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	t	%
M1		03													12				11	11	3060	[81]
M2																						
M3		02			11			11	12	12											2530	[92]
M4																						

Linhas superiores da Tabela 8.7 onde se nota a elevada taxa de utilização do equipamento de carga 02 na solução metaheurística para o PAEC.

FIGURA 8.13 Utilização do equipamento de carga 02.

A taxa de utilização do britador e da pilha de estéril além do tempo médio de espera e do número médio de caminhões nas filas destes pontos de descarga podem ser vistos na Tabela 8.22 e nos Apêndices 3 (PADC) e 5 (PAEC). Nesta tabela, o primeiro valor é a média amostral e os valores entre colchetes correspondem aos limites dos intervalos de confiança (o nível de confiança utilizado foi de 95 %).

TABELA 8.22 Médias amostrais e intervalos de confiança relacionados aos pontos de descarga.

```
PADC
                        BRITADOR
UTILIZAÇÃO (em %)              : 69.447   [69.096, 69.797]
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)   :  0.455   [0.433, 0.476]
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh):  0.242   [0.230, 0.254]

                        PILHA DE ESTÉRIL
UTILIZAÇÃO (em %)              : 26.399   [26.111, 26.688]
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)   :  0.029   [0.015, 0.044]
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh):  0.005   [0.003, 0.008]


PAEC
                        BRITADOR
UTILIZAÇÃO (em %)              : 68.018   [67.593, 68.443]
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)   :  0.444   [0.424, 0.464]
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh):  0.231   [0.220, 0.242]

                        PILHA DE ESTÉRIL
UTILIZAÇÃO (em %)              : 21.890   [21.645, 22.135]
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)   :  0.017   [0.008, 0.027]
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh):  0.003   [0.001, 0.005]
```

Capítulo 9

Conclusões

O *software* TSMine mostrou-se eficiente tanto em relação à qualidade das soluções resultantes do Planejamento Operacional de Lavra quanto no processo de Simulação destes cenários.

De fato, levando em conta 1) a alocação dos equipamentos de carga, 2) a produção em cada frente de lavra e 3) o número de viagens dos caminhões, os quais são definidos pelos cenários metaheurísticos encontrados para o PADC e o PAEC, pode-se dizer que, em termos operacionais, as restrições que foram estabelecidas aos parâmetros da otimização foram atendidas satisfatoriamente. Além disto, para transportar o minério e o estéril, o número de caminhões em operação foi minimizado.

O tratamento estatístico realizado com os dados de saída da simulação gerou relatórios com os intervalos de confiança para a média de cada indicador de desempenho do sistema. A análise destes relatórios mostra que *seria possível encontrar* os resultados esperados com a implantação, em uma mina real, dos cenários resultantes do planejamento; ou seja, pode-se considerar, tanto para o PADC quanto para o PAEC, que 1) as metas para produção seriam alcançadas, 2) os limites fixados para a taxa de utilização dos equipamentos seriam respeitados (desconsiderando pequenas diferenças) e 3) as restrições especificadas para as porcentagens dos parâmetros de controle da qualidade da mistura seriam atendidas. Consequentemente, o minério, após beneficiado, atenderia às exigências estabelecidas pelos processos metalúrgicos.

Assim, a simulação, utilizada com a intenção de avaliar e validar os cenários (planos de lavra) estabelecidos na fase planejamento, forneceu informações que indicam *a viabilidade da*

implantação dos cenários simulados (PADC e PAEC) num contexto real, o que poderia ser feito através da reprodução e gerenciamento das operações, principalmente do PADC, pelo Sistema de Despacho do TSMine.

Os Testes de Aderência Qui-quadrado foram realizados e as afirmativas de que a distribuição das variáveis aleatórias utilizadas na simulação é a mesma distribuição teórica considerada na amostragem destas variáveis (hipóteses nulas) *não* foram rejeitadas.

A inclusão de novas atividades, tais como aquelas relacionadas com as paradas devido às falhas ou manutenção dos equipamentos, bem como um novo dimensionamento das frotas dos equipamentos de carga e transporte, poderão ser implementados facilmente nos Módulos Simulação e Despacho, adaptando estes procedimentos às necessidades específicas de cada mina a céu aberto. Isto permite que o *software* desenvolvido neste trabalho seja aplicável às empresas de pequeno, médio e grande porte, porque ele pode ser facilmente dimensionado em função do tamanho das frotas dos equipamentos de carga e transporte e, também, adaptado ao número de frentes de lavra e pontos de descarga da mina.

Deve-se ressaltar que o TSMine é um programa fácil de ser utilizado, dispensando, uma vez dimensionado, a necessidade de qualquer programação auxiliar, e possui animações gráficas que permitem a visualização dos elementos que compõe o sistema simulado.

Contribuições originais deste trabalho

É de conhecimento do autor a inexistência de um aplicativo computacional que execute as atividades de Planejamento Operacional de Lavra (otimização via modelos Metaheurísticos), Simulação e Despacho de caminhões de maneira integrada e de forma interativa. O *software* TSMine faz isso.

Como este *software* foi desenvolvido pelo autor neste trabalho, modificações poderão ser feitas na intenção de produzir no modelo os ajustes necessários para uma maior adequação à realidade das empresas que necessitam de um programa como o TSMine para auxiliar na tomada de decisões decorrentes das análises de cenários alternativos resultantes do planejamento.

Sugestões para trabalhos futuros

A representação dos cenários nos Módulos Simulação e Despacho do *software* TSMine não leva em conta o *layout* (desenho ou configuração) real da mina. No estágio atual, a representação das frentes de lavra, vias de acesso, localização do britador e pilha de estéril é feita de forma esquemática.

Assim, o autor pretende substituir a forma atual de representação do sistema por um desenho que mais se aproxima da realidade. Isto poderá ser feito com a utilização de coordenadas geográficas (latitude e longitude) e/ou UTM (*Universal Transverse Mercator*) para um posicionamento dos equipamentos de carga, dos caminhões, das frentes de lavra, da pilha de estéril e demais instalações da mina o mais próximo possível do sistema real.

Vale destacar que este tipo de representação facilitaria a atualização da posição real dos caminhões ao longo do turno de trabalho, trazendo benefícios para a utilização futura de um sistema de posicionamento global (GPS) para informar a localização destes equipamentos na mina em tempo real, contribuindo para o aumento da eficiência do sistema de alocação, isto é, do Sistema de Despacho de Caminhões.

Referências bibliográficas

ANDRADE, E. L. *Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para análise de decisões*. 3ª ed., LTC, Rio de Janeiro, 2004.

ARAÚJO, F. C. R. e SOUZA, M. J. F. Uma heurística para o planejamento operacional de lavra com alocação dinâmica de caminhões. *Revista Escola de Minas*, 64:1, p. 69-76, 2011.

ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R. e YANASSE, H. *Pesquisa Operacional*. Elsevier, Rio de Janeiro, 2007.

ARNOLD, M. J. e WHITE, J. W. Computer-based truck dispatching. *World Mining*, April, p.53-57, 1983.

BANDOPADHYAY, S. e RAMANI, R. V. Simulation of a dragline operation in an eastern Kentucky mine. *CIM Bulletin*, v. 78, n. 882, October, p. 52-58, 1985.

BANKS, J.; CARSON II, J. S.; NELSON, B. L. e NICOL, D. M. *Discrete-Event System Simulation*. 3rd ed., Prentice-Hall, Inc., London, 2001.

BUSSAB, W. de O. e MORETTIN, P. A. *Estatística Básica*. 5ª ed., Ed. Saraiva, São Paulo, 2002.

COLIN, E. C. *Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas*. LTC, Rio de Janeiro, 2007.

COSTA, F. P. *Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto*. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral, UFOP, Ouro Preto, 2005.

DORIGO, M. e STÜTZLE, T. *The Ant Colony Optimization Metaheuristic: Algorithms, Applications, and Advances*. *In:* Glover, F. e Kochenberger, G. A., editors, *Handbook of Metaheuristics*. Kluwer Academic Publishers, New York, 2003.

EZAWA, L. e SILVA, K. S. Alocação Dinâmica de caminhões visando qualidade. *Anais do VI Congresso Brasileiro de Mineração*, Salvador, p. 15-22, 1995.

FORSMAN, B.; RÖNNKVIST, E. e VAGENAS, N. Truck dispatch computer simulation in Aitik open pit mine. *International Journal of Surface Mining and Reclamation* 7, p. 117-120, 1993.

FYTAS, K. e SINGHAL, R. K. Computer Program matches Trucks with Shovels. *Coal Age*, May, p. 48-53, 1987.

GAMERMAN, D. e LOPES, H. F. *Markov Chain Monte Carlo: stochastic simulation for Bayesian inference*. 2nd ed., Chapman & Hall / CRC, Boca Raton, 2006.

GLOVER, F. e KOCHENBERGER, G. *Handbook of Metaheuristics*. Kluwer Academic Publishers, New York, 2003.

GUIMARÃES, F. A. C.; SOUZA, M. J. F.; COSTA, T. A. e COSTA, F. P. Iterated Local Search aplicado ao Planejamento Operacional de Lavra em minas a céu aberto considerando alocação dinâmica de caminhões. *XXXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Goiânia, p. 1369-1380, 2006.

GUIMARÃES, I. F. G.; SOUZA, M. J. F. e PANTUZA JÚNIOR, G. Modelo de simulação computacional para validação dos resultados de alocação dinâmica de caminhões com atendimento de metas de qualidade e de produção em minas a céu aberto. *XIV Simpósio de Engenharia de Produção*, Bauru, p. 1-11, 2007.

HANSEN, P. e MLADENOVIĆ, N. *Variable Neighborhood Search*. *In:* Glover, F. e Kochenberger, G. A., editors, *Handbook of Metaheuristics.* Kluwer Academic Publishers, New York, 2003.

HANSEN, P.; MLADENOVIĆ, N. e PÉREZ, J. A. M. Variable neighbourhood search: methods and applications. *4OR*, v. 6, p. 319-360, 2008.

HILLIER, F. S. e LIEBERMAN, G. J. *Introduction to Operations Research.* 9th ed., McGraw-Hill, New York, 2010.

HINES, W. W.; MONTGOMERY, D. C.; GOLDSMAN, D. M. e BORROR, C. M. *Probabilidade e Estatística na Engenharia*. 4ª ed., LTC, Rio de Janeiro, 2006.

HUNT, C. Simulation model of ore transport at the Henderson Mine. *Computers & Geosciences*, 20:1, p. 75-84, 1994.

KENNEDY, B. A. *Surface Mining*. 2nd ed., SME, Littleton, Colorado, 1194p., 1990. *Apud:* Munirathinam, M. e Yingling, J. C. A review of computer-based truck dispatching strategies for surface mining operations. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment* 8, p. 1-15, 1994.

LOURENÇO, H. R.; MARTIN, O. C. e STÜTZLE, T. *Iterated Local Search*. *In:* Glover, F. e Kochenberger, G. A., editors, *Handbook of Metaheuristics*. Kluwer Academic Publishers, New York, 2003.

MILONE, G. *Estatística Geral e Aplicada*. Thomson Learning, São Paulo, p. 36, 2006.

MONTGOMERY, D. C. e RUNGER, G. C. *Applied Statistics and Probability for Engineers*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1994.

MONTGOMERY, D. C. e RUNGER, G. C. *Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros*. 2ª ed., LTC, Rio de Janeiro, 2003.

MOURÃO, M. B. (coordenador) *et al*. *Introdução à Siderurgia*. ABM: Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, São Paulo, 2007.

MUELLER, E. R. Simplified Dispatching Board Boosts Truck Productivity at Cyprus Pima. *Mining Engineering*, v. 68, n. 4, p. 72-76, 1979. *Apud:* Tu, J. H. e Hucka, V. J. Analysis of open-pit truck haulage system by use of a computer model. *CIM Bulletin*, July, v. 78, n. 879, p. 53-59, 1985.

MUNIRATHINAM, M. e YINGLING, J. C. A review of computer-based truck dispatching strategies for surface mining operations. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment* 8, p. 1-15, 1994.

PINTO, L. R. Uso de técnicas de pesquisa operacional na otimização das operações de lavra. *Anais do VI Congresso Brasileiro de Mineração*, p. 53-61, Salvador, 1995.

PORTUGAL, L. da S. *Simulação de Tráfego: Conceitos e Técnicas de Modelagem*. Ed. Interciência, Rio de Janeiro, 2005.

PRADO, D. S. do. *Teoria das filas e da Simulação*. 4ª ed., INDG: Instituto de Desenvolvimento Gerencial S.A., Nova Lima, 2009.

RODRIGUES, L. F. *Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto*. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia, UFMG, Belo Horizonte, 2006.

ROSS, S. *Probabilidade: um curso moderno com aplicações*. 8ª ed., Bookman, Porto Alegre, 2010.

RUBINSTEIN, R. Y. *Simulation and The Monte Carlo Method*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1981.

RUNCIMAN, N.; VAGENAS, N. e CORKAL, T. Simulation of Haulage Truck Loading Techniques in an Underground Mine Using WITNESS. *Simulation*, 68:5, p. 291-299, May, 1997.

SCHEAFFER, R. L. e McCLAVE, J. T. *Probability and Statistics for Engineers*. 2nd ed., Duxbury Press, PWS Publishers, Boston, 1986.

SHIMIZU, T. *Pesquisa Operacional em Engenharia, Economia e Administração: Modelos Básicos e Métodos Computacionais*. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1984.

SNEDECOR, G. W. e COCHRAN, W. G. *Statistical Methods*. 8th ed., Iowa State University Press, Ames, 1989.

SOUMIS, F.; ETHIER, J. e ELBROND, J. Truck dispatching in an open pit mine. *International Journal of Surface Mining* 3, p. 115-119, 1989.

SOUZA, M. J. F.; COELHO, I. M.; RIBAS, S.; SANTOS, H. G. e MERSCHMANN, L. H. C. A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem. *European Journal of Operational Research*, 207, p. 1041-1051, 2010.

STURGUL, J. R. Using exact statistical distributions for truck shovel simulation studies. *International Journal of Surface Mining and Reclamation* 6, p. 137-139, 1992.

STURGUL, J. R. e THURGOOD, S. R. Simulation Model for Materials Handling system for Surface Coal Mine. *Bulk Solids Handling*, v.13, n. 4, November, p. 817-820, 1993.

TAHA, H. A. *Simulation Modeling and SIMNET*. Prentice Hall International, Inc., London, 1988.

TAHA, H. A. *Pesquisa Operacional: uma visão geral*. 8ª ed., São Paulo, Pearson Prentice Hall, 2008.

TEMPONI, E. C. C. *Uma proposta de resolução do problema de corte bidimensional via abordagem metaheurística*. Dissertação de Mestrado, Curso de Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional, CEFET - MG, Belo Horizonte, 2007.

TRIOLA, M. F. *Introdução à Estatística*. 9ª ed., Ed. LTC, Rio de Janeiro, 2005.

TU, J. H. e HUCKA, V. J. Analysis of open-pit truck haulage system by use of a computer model. *CIM Bulletin*, July, v. 78, n. 879, p. 53-59, 1985.

WINSTON, W. L. *Operations Research: Applications and Algorithms*. 3rd ed., Duxbury Press, Wadsworth Publishing Company, Belmont, 1994.

Apêndice 1

Metaheurística v*ersus* Programação Matemática

Comparação entre os resultados obtidos através do Módulo Planejamento do *software* TSMine (Tabela A1.1) e a solução encontrada pelo Modelo de Programação Matemática apresentado na Seção 3.3, o qual foi resolvido utilizando o *software* LINGO v.13.0 da LINDO Systems Inc (Tabela A1.2). Os dados de entrada foram apresentados na Seção 7.1.

TABELA A1.1 Solução metaheurística considerando alocação dinâmica de caminhões (PADC).

			CAMINHÕES																	**PROD**	
	CAR	**DF**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**t**	**%**
M1	03		2	1	1	4	1		1				4		10	8	4			4	3250	[86]
M2																						
M3	01		1	3	9	4	5	8	9	3	1	1									2420	[88]
M4																						
M5																						
M6	02		6		1	3	5	1	1	8	9	9									2365	[86]
M7																						
E1																						
E2	04		2	8	1	1		3	1		1	1	7		1	3	7			7	3240	[85]
E3																						
	U (%)		81	85	86	86	81	86	86	83	83	83	81		81	81	81			81		

TABELA A1.2 Solução obtida utilizando o modelo de programação matemática da Seção 3.3.

			CAMINHÕES																	**PROD**	
	CAR	**DF**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**t**	**%**
M1																						
M2																						
M3	02			11					10		11	12									2420	[88]
M4																						
M5																						
M6	04									1				10	10	10		5			3205	[84]
M7	01		12				8	8	2	10	1										2255	[82]
E1	03					11	3	3					10					5	10		3185	[84]
E2																						
E3																						
	U (%)		86	79		85	80	80	86	79	86	86	86	82	82	82		84	86			

A Tabela A1.3 apresenta um quadro comparativo dos resultados obtidos com a utilização das duas metodologias: metaheurística e programação matemática.

TABELA A1.3 Modelo metaheurístico *versus* programação matemática (período = 4 h).

Indicadores de desempenho	**Valores recomendados**	**Modelo metaheurístico**	**Programação matemática**
Produção de minério (t)	8000	8035 (+ 0,44 %)	7880 (– 1,50 %)
Produção de estéril (t)	3200	3240 (+ 1,25 %)	3185 (– 0,47 %)
rem	0,400	0,403 (+ 0,75 %)	0,404 (+ 1,00 %)
Parâmetros de controle (%)	[Mín; Máx]		
Fe	[60,0; 64,0]	61,5446	60,6049
P	[0; 0,046]	0,0438	0,0458
Al_2O_3	[0; 1,24]	1,2096	1,1023
SiO_2	[4,00; 5,20]	4,4698	5,0284
Mn	[0,08; 0,19]	0,1189	0,1697
PPC	[5,0; 6,5]	5,6569	5,7329
– 100 #	[23,2; 25,0]	24,3236	23,5991

Deve-se ressaltar que o modelo apresentado na Seção 3.3 não considera, em sua função objetivo, o número de caminhões em operação; assim, foram acrescentadas, àquele modelo, restrições relacionadas a este parâmetro. Foi utilizada uma variável binária proposta por Guimarães *et al.* (2007). A função objetivo foi, então, ligeiramente alterada, passando a ter a forma abaixo:

$$\min \sum_{j \in S} \alpha^- d_j^- + \sum_{j \in S} \alpha^+ d_j^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ + \sum_{l \in V} \omega_l \, . \, usou_l$$

em que ω_l é a penalidade associada à utilização do caminhão l e $usou_l$ é uma variável de decisão binária que foi acrescentada ao modelo; ela assume o valor 1 se o caminhão l é utilizado, e 0 caso contrário.

As duas restrições adicionais que passaram a ser consideradas são mostradas a seguir:

$$\left(\sum_{i \in F} n_{il} \, T_{il} \right) / 60 \leq usou_l \qquad \forall \, l \in V \qquad (3.23)$$

$$usou_l \in \{0, 1\} \qquad \forall \, l \in V \qquad (3.24)$$

Apêndice 2

```
RELATÓRIO TSMine [PADC]
SEMENTE INICIAL: 219015
NÚM. DE REPLICAÇÕES: 1

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
RESULTADOS DA SIMULAÇÃO PARA 1 REPLICAÇÃO
- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

PRODUÇÃO
PROD. MINÉRIO (t): 8015
PROD. ESTÉRIL (t): 3240
rem:              0.404

                      EQUIPAMENTOS DE CARGA
UTILIZAÇÃO (em %)
01: 86.4
02: 82.3
03: 87.1
04: 88.6
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)
01:  2.099
02:  2.056
03:  2.569
04:  3.044
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh)
01:  0.394
02:  0.360
03:  0.417
04:  0.520

                      CAMINHÕES
UTILIZAÇÃO (em %)
01: 88.4
02: 80.2
03: 85.3
04: 83.6
05: 83.2
06: 80.8
07: 85.5
08: 85.1
09: 89.9
10: 87.0
11: 84.9
12:
13: 81.2
14: 83.1
15: 80.6
16:
17:
18: 84.8

                      PARÂMETROS DE CONTROLE (em %)
Fe    : 61.58
P     : 0.0438
Al2O3 : 1.2097
SiO2  : 4.4460
```

Mn : 0.1184
PPC : 5.6410
-100#: 24.36

BRITADOR

UTILIZAÇÃO (em %) : 68.651
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min) : 0.447
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh): 0.235

PILHA DE ESTÉRIL

UTILIZAÇÃO (em %) : 26.981
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min) : 0.065
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh): 0.012

Apêndice 3

```
RELATÓRIO TSMine [PADC]
SEMENTE INICIAL: 628031
NÚM. DE REPLICAÇÕES: 35
NÍVEL DE CONFIANÇA: 95 %
ESCORE CRÍTICO t: 2.032245

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
MÉDIA AMOSTRAL E INTERVALO DE CONFIANÇA
- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

PRODUÇÃO
PROD. MINÉRIO (t): 8022  [7983, 8062]
PROD. ESTÉRIL (t): 3252  [3222, 3282]
rem:              0.405  [0.402, 0.409]

                      EQUIPAMENTOS DE CARGA
UTILIZAÇÃO (em %)
01: 85.2  [84.3, 86.2]
02: 84.9  [84.0, 85.9]
03: 89.7  [88.9, 90.4]
04: 91.3  [90.4, 92.2]
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)
01:  1.604  [1.475, 1.733]
02:  1.743  [1.603, 1.882]
03:  2.275  [2.141, 2.409]
04:  2.665  [2.490, 2.839]
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh)
01:  0.297  [0.274, 0.321]
02:  0.319  [0.294, 0.345]
03:  0.387  [0.363, 0.410]
04:  0.488  [0.456, 0.519]

                      CAMINHÕES
UTILIZAÇÃO (em %)
01: 87.2   [85.9, 88.5]
02: 82.6   [81.3, 84.0]
03: 85.9   [84.7, 87.1]
04: 87.4   [86.1, 88.8]
05: 87.4   [86.2, 88.6]
06: 87.3   [86.4, 88.1]
07: 86.6   [85.4, 87.7]
08: 86.6   [85.4, 87.7]
09: 85.9   [84.6, 87.1]
10: 86.1   [85.3, 86.9]
11: 84.3   [83.3, 85.4]
12:
13: 81.3   [80.2, 82.5]
14: 83.5   [82.5, 84.6]
15: 82.7   [81.4, 84.0]
16:
17:
18: 83.5   [82.3, 84.7]

                      PARÂMETROS DE CONTROLE (em %)
Fe   : 61.56    [61.54, 61.58]
P    : 0.0438   [0.0438, 0.0438]
```

Al_2O_3 : 1.2101 [1.2094, 1.2107]
SiO_2 : 4.4564 [4.4471, 4.4656]
Mn : 0.1185 [0.1184, 0.1187]
PPC : 5.6520 [5.6415, 5.6625]
-100#: 24.35 [24.33, 24.36]

BRITADOR
UTILIZAÇÃO (em %) : 69.447 [69.096, 69.797]
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min) : 0.455 [0.433, 0.476]
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh): 0.242 [0.230, 0.254]

PILHA DE ESTÉRIL
UTILIZAÇÃO (em %) : 26.399 [26.111, 26.688]
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min) : 0.029 [0.015, 0.044]
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh): 0.005 [0.003, 0.008]

- - - - - - -
DESVIO PADRÃO
- - - - - - -

DPadrão PROD. MINÉRIO (t): 115.25
DPadrão PROD. ESTÉRIL (t): 86.53
DPadrão rem: 0.01007

EQUIPAMENTOS DE CARGA
DPadrão UTILIZAÇÃO (em %)
01: 2.69546
02: 2.89534
03: 2.29044
04: 2.57752
DPadrão TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)
01: 0.37509
02: 0.40575
03: 0.38954
04: 0.50811
DPadrão TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh)
01: 0.06816
02: 0.07418
03: 0.06778
04: 0.09165

CAMINHÕES
DPadrão UTILIZAÇÃO (em %)
01: 3.69030
02: 3.96784
03: 3.52935
04: 3.89276
05: 3.46829
06: 2.40429
07: 3.37962
08: 3.44782
09: 3.61924
10: 2.22769
11: 3.13805
12:
13: 3.36451
14: 3.01174
15: 3.84691
16:
17:
18: 3.56651

```
DPadrão PARÂMETROS DE CONTROLE (em %)
Fe    :  0.04627
P     :  0.00006
Al2O3 :  0.00199
SiO2  :  0.02698
Mn    :  0.00057
PPC   :  0.03050
-100#:  0.03628

BRITADOR
DPadrão UTILIZAÇÃO (em %)               : 1.02099
DPadrão TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)    : 0.06381
DPadrão TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh) : 0.03495

PILHA DE ESTÉRIL
DPadrão UTILIZAÇÃO (em %)               : 0.84023
DPadrão TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)    : 0.04225
DPadrão TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh) : 0.00769
```

Apêndice 4

```
RELATÓRIO TSMine [PAEC]
SEMENTE INICIAL: 210739
NÚM. DE REPLICAÇÕES: 1

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
RESULTADOS DA SIMULAÇÃO PARA 1 REPLICAÇÃO
- - - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

PRODUÇÃO
PROD. MINÉRIO (t): 8025
PROD. ESTÉRIL (t): 3215
rem:              0.401

                      EQUIPAMENTOS DE CARGA
UTILIZAÇÃO (em %)
01: 84.7
02: 90.0
03: 84.9
04: 87.7
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)
01:  1.534
02:  2.263
03:  1.150
04:  2.242
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh)
01:  0.275
02:  0.415
03:  0.173
04:  0.392

                      CAMINHÕES
UTILIZAÇÃO (em %)
01: 89.3
02: 90.4
03: 84.4
04: 86.5
05:
06: 80.6
07: 79.8
08: 88.4
09: 82.2
10: 83.5
11:
12: 88.2
13: 84.8
14:
15: 87.1
16: 88.2
17: 90.3
18: 89.7

                      PARÂMETROS DE CONTROLE (em %)
Fe    : 61.50
P     : 0.0437
Al2O3 : 1.2111
SiO2  : 4.4950
```

Mn : 0.1193
PPC : 5.6897
-100#: 24.31

BRITADOR

UTILIZAÇÃO (em %) : 67.039
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min) : 0.535
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh): 0.276

PILHA DE ESTÉRIL

UTILIZAÇÃO (em %) : 21.894
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min) : 0.035
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh): 0.006

Apêndice 5

```
RELATÓRIO TSMine [PAEC]
SEMENTE INICIAL: 765101
NÚM. DE REPLICAÇÕES: 35
NÍVEL DE CONFIANÇA: 95 %
ESCORE CRÍTICO t: 2.032245

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -
MÉDIA AMOSTRAL E INTERVALO DE CONFIANÇA
- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

PRODUÇÃO
PROD. MINÉRIO (t): 8054  [8006, 8102]
PROD. ESTÉRIL (t): 3266  [3235, 3297]
rem:              0.406  [0.401, 0.410]

                      EQUIPAMENTOS DE CARGA
UTILIZAÇÃO (em %)
01: 88.2  [87.4, 89.0]
02: 92.7  [92.1, 93.4]
03: 84.4  [83.8, 85.1]
04: 88.5  [87.9, 89.1]
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)
01:  1.624  [1.529, 1.719]
02:  2.122  [2.031, 2.212]
03:  1.177  [1.087, 1.267]
04:  1.980  [1.868, 2.092]
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh)
01:  0.301  [0.285, 0.317]
02:  0.406  [0.390, 0.421]
03:  0.177  [0.164, 0.189]
04:  0.344  [0.325, 0.362]

                      CAMINHÕES
UTILIZAÇÃO (em %)
01: 88.2   [87.1, 89.3]
02: 87.2   [86.3, 88.2]
03: 84.6   [83.8, 85.3]
04: 87.6   [86.7, 88.4]
05:
06: 84.5   [83.5, 85.5]
07: 84.9   [84.0, 85.7]
08: 84.6   [83.7, 85.6]
09: 82.4   [81.3, 83.5]
10: 86.7   [85.7, 87.6]
11:
12: 90.1   [89.4, 90.8]
13: 88.9   [87.8, 90.0]
14:
15: 89.5   [88.5, 90.5]
16: 89.4   [88.4, 90.5]
17: 88.3   [87.3, 89.3]
18: 87.8   [86.8, 88.8]

                      PARÂMETROS DE CONTROLE (em %)
Fe   : 61.51    [61.50, 61.52]
P    : 0.0437   [0.0437, 0.0437]
```

Al_2O_3 : 1.2085 [1.2080, 1.2091]
SiO_2 : 4.4991 [4.4910, 4.5073]
Mn : 0.1196 [0.1194, 0.1198]
PPC : 5.6672 [5.6592, 5.6752]
-100#: 24.27 [24.26, 24.29]

BRITADOR
UTILIZAÇÃO (em %) : 68.018 [67.593, 68.443]
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min) : 0.444 [0.424, 0.464]
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh): 0.231 [0.220, 0.242]

PILHA DE ESTÉRIL
UTILIZAÇÃO (em %) : 21.890 [21.645, 22.135]
TEMPO MÉDIO NA FILA (em min) : 0.017 [0.008, 0.027]
TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh): 0.003 [0.001, 0.005]

- - - - - - -
DESVIO PADRÃO
- - - - - - -

DPadrão PROD. MINÉRIO (t): 140.67
DPadrão PROD. ESTÉRIL (t): 90.39
DPadrão rem: 0.01229

EQUIPAMENTOS DE CARGA
DPadrão UTILIZAÇÃO (em %)
01: 2.30026
02: 1.87688
03: 1.86548
04: 1.74637
DPadrão TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)
01: 0.27558
02: 0.26312
03: 0.26195
04: 0.32587
DPadrão TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh)
01: 0.04654
02: 0.04570
03: 0.03702
04: 0.05256

CAMINHÕES
DPadrão UTILIZAÇÃO (em %)
01: 3.08733
02: 2.82390
03: 2.26258
04: 2.43736
05:
06: 2.83796
07: 2.51594
08: 2.79148
09: 3.20033
10: 2.77911
11:
12: 1.91525
13: 3.10361
14:
15: 2.90348
16: 2.99347
17: 2.92099
18: 2.89921

```
DPadrão PARÂMETROS DE CONTROLE (em %)
Fe    :  0.03725
P     :  0.00005
Al2O3 :  0.00164
SiO2  :  0.02370
Mn    :  0.00054
PPC   :  0.02329
-100#:  0.03537

BRITADOR
DPadrão UTILIZAÇÃO (em %)               : 1.23709
DPadrão TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)    : 0.05800
DPadrão TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh) : 0.03196

PILHA DE ESTÉRIL
DPadrão UTILIZAÇÃO (em %)               : 0.71313
DPadrão TEMPO MÉDIO NA FILA (em min)    : 0.02640
DPadrão TAMANHO MÉDIO DA FILA (em cmh) : 0.00456
```