

## Uma formulação de programação matemática para minimizar o *makespan* e o custo de energia em um problema de sequenciamento em máquinas paralelas

Julio Cesar Evaristo Moreira Pinto<sup>1</sup>, Luciano Perdigão Cota<sup>2</sup>,  
Frederico Gadelha Guimarães<sup>3</sup>, Marcone Jamilson Freitas Souza<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Programa de Pós-Graduação em Inst., Controle e Automação de Processos de Mineração,  
Universidade Federal de Ouro Preto e Instituto Tecnológico Vale,  
CEP 35.400-000, Ouro Preto (MG), Brasil

<sup>2</sup>Instituto Tecnológico Vale,  
CEP 35.400-000, Ouro Preto (MG), Brasil

<sup>3</sup>Departamento de Engenharia Elétrica – Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG),  
CEP 31.270-901, Belo Horizonte (MG), Brasil

<sup>4</sup>Departamento de Computação – Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP),  
CEP 35.400-000, Ouro Preto (MG), Brasil

julio.pinto@aluno.ufop.edu.br, luciano.p.cota@itv.org,  
fredericoguimaraes@ufmg.br, marcone@ufop.edu.br

### RESUMO

Este trabalho trata uma variação do problema de sequenciamento em máquinas paralelas não relacionadas com tempos de preparação dependentes da sequência, em que o objetivo é minimizar a soma ponderada dos valores normalizados do *makespan* e do custo total de energia. Neste problema há um conjunto de tarefas a serem executadas em um conjunto de máquinas ao longo de um período de tempo. Cada tarefa pode ser executada em qualquer máquina, mas o custo de sua realização é variável ao longo do dia. Além disso, há um tempo de preparação de cada máquina que depende da ordem em que as tarefas são processadas. Propõe-se uma formulação de programação linear inteira mista indexada no tempo para representar o problema. Esta formulação foi validada em instâncias com até 8 tarefas e 4 máquinas usando o resolvidor CPLEX.

**PALAVRAS CHAVE.** Máquinas paralelas, Sequenciamento, Formulação matemática indexada no tempo.

**Tópicos: PO na Indústria.**

### ABSTRACT

This work addresses a variation of the unrelated parallel machine scheduling problem with sequence dependent setup times, in which the objective is to minimize the weighted sum of normalized values of makespan and total energy cost. In this problem, there is a set of jobs to be carried out in a set of machines through over a period of time. Each job can be done by any machine, but the cost to do that is variable along the day. In addition, there is a set up time in each machine that depends on the sequence in which the jobs are processed. A time-indexed mixed integer linear programming formulation to represent the problem is proposed. This formulation was validated in instances with up to 8 jobs and 4 machines using the CPLEX solver.

**KEYWORDS.** Parallel Machines, Scheduling, Mathematical Programming, Time-indexed mathematical formulation.

**Paper topics: OR in Industry.**

## 1. Introdução

Este trabalho trata uma variação do problema de sequenciamento em máquinas paralelas não relacionadas com tempos de preparação dependentes da sequência, denotado por UPMSP-ST, do termo inglês *Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem with Sequence-Dependent Setup Times*). Neste problema há um conjunto de tarefas a serem executadas em um conjunto de máquinas ao longo de um período de tempo. Cada tarefa pode ser executada em qualquer máquina, mas o custo de sua realização é variável ao longo do dia. Além disso, há um tempo de preparação de cada máquina que depende da ordem das tarefas. O objetivo é minimizar a soma ponderada dos valores normalizados do *makespan* e do custo total de energia. Este problema possui diversas aplicações no ambiente industrial, desde a indústria química, até a produção de objetos plásticos, usinagem de peças, carga e descarga de caminhões em operações do tipo *cross docking* e em máquinas para lavra subterrânea [Liao et al., 2014; Sinan Gurel, 2007; Song et al., 2015].

Problemas de sequenciamento de tarefas em máquinas objetivam determinar a melhor forma de se alocar tarefas aos recursos limitados ao longo de um horizonte de tempo. A minimização do chamado *makespan*, isto é, do tempo total de execução de todas as tarefas, tem significativo impacto econômico, uma vez que possibilita um melhor uso dos recursos produtivos, evitando investimentos desnecessários [Pinedo, 2008]. Por outro lado, conforme apresentado por Cota et al. [2018], a minimização do consumo total de energia torna possível a utilização mais racional das fontes de energia e atende a um dos principais anseios atuais da sociedade: a produção limpa.

A energia é um dos mais importantes insumos dos sistemas produtivos. No cenário doméstico, segundo a EPE [2017] no Anuário Estatístico de Energia Elétrica, o setor industrial foi o maior consumidor setorial de energia elétrica do Brasil, sendo responsável por 35,5% do total ou 164.557 GWh. Considerando uma visão mais ampla tanto em relação a fontes de energia quanto no aspecto geográfico mundial, a EIA [2016] estimou que 54% de toda a energia produzida no mundo em 2017 seria consumida pelo setor industrial.

Devido à grande relevância das cargas industriais, que geralmente recebem a energia elétrica em média ou alta tensão, a estrutura tarifária horossazonal aplica a esses clientes uma tarifa diferenciada no horário de ponta do sistema [ANEEL, 2010]. O horário de ponta é conhecido como o período de 3 horas diárias consecutivas, exceto em sábados, domingos e feriados, no qual se concentra a maior parte da carga demandada pelos consumidores. Tal estrutura tarifária tem como objetivo estimular o deslocamento de cargas para outros horários do dia, de forma a evitar a expansão desnecessária dos sistemas de geração, transmissão e distribuição.

A diminuição do consumo de energia não implica, necessariamente, em uma redução do custo de produção, uma vez que o sistema tarifário impõe diferentes valores de tarifa ao longo do dia. Se, por exemplo, a produção for realizada em um período de tarifa mais elevada, a economia gerada pela redução do consumo pode se tornar insignificante. Assim, neste trabalho procura-se não somente reduzir os custos produtivos mas, também, o tempo necessário para realizar a produção.

Para cumprir este objetivo, o presente trabalho propõe uma formulação de programação matemática para esta variante do UPMSP-ST, em que o objetivo é a minimização da soma ponderada dos valores normalizados do *makespan* e do custo total de energia, levando em consideração o preço variável da energia elétrica ao longo do dia. Essa abordagem busca aumentar a aderência dos sistemas produtivos ao modo de produção limpa, sem, no entanto, penalizar os custos.

O restante deste trabalho está organizado como segue. Na Seção 2 o problema é caracterizado. Na Seção 3 é feita uma revisão bibliográfica acerca do problema de sequenciamento em máquinas paralelas não relacionadas com tempos de preparação dependentes da sequência. Na Seção 4 o modelo matemático proposto é apresentado e na Seção 5, os resultados computacionais

dos testes realizados são apresentados e analisados. Finalmente, na Seção 6 o trabalho é concluído e são apresentadas perspectivas para trabalhos futuros.

## 2. Caracterização do problema

O problema de sequenciamento em máquinas paralelas não relacionadas com tempos de preparação dependentes da sequência (UPMSP-ST) tem as seguintes características:

- Há um conjunto  $N$  de  $n$  tarefas, um conjunto  $M$  de  $m$  máquinas e um conjunto  $L$  de  $o$  diferentes modos de operação. Cada modo de operação  $l \in L$  implica em uma velocidade de processamento  $v_l$  e um consumo de energia;
- Cada máquina  $i \in M$  é independente e paralela, ou seja, o tempo de processamento de cada tarefa é diferente para cada máquina, dependendo apenas do modo de operação escolhido;
- Existe um conjunto  $H = \{0, \dots, hl\}$  de instantes de tempo em que cada tarefa pode ser inicializada;
- Todas as tarefas estão disponíveis para serem processadas no início do horizonte de planejamento  $h = 0$ ;
- Cada tarefa  $j \in N$  deve ser alocada a uma única máquina  $i \in M$ ;
- O tempo para processar uma tarefa  $j \in N$  em uma máquina  $i \in M$  é chamado de  $p_{ij}$ ;
- Existe um tempo de preparação  $S_{ijk}$  para executar a tarefa  $k \in N$  após a tarefa  $j \in N$  na máquina  $i \in M$ ;
- Cada máquina  $i \in M$  tem uma potência  $\pi_i$  na velocidade nominal de operação;
- Para cada modo de operação  $l \in L$ , existe um fator multiplicador  $1/v_l$  da velocidade, fazendo com que o tempo de processamento seja  $\frac{1}{v_l}p_{ij}$ ;
- Para cada modo de operação  $l \in L$ , existe um fator multiplicador,  $\lambda_l$ , da potência da máquina. Esse fator é necessário para calcular a energia consumida;
- Dentro do horizonte de tempo, existem dois instantes definidos para início e término do horário de ponta (*peak*), chamados  $start_{op}$  e  $finish_{op}$ , respectivamente;
- Existe uma tarifa a ser aplicada para a energia elétrica consumida no horário fora de ponta,  $tax_{off}$ , e dentro do horário de ponta,  $tax_{on}$ ;
- $C_{max}$ : define como objetivo do problema a minimização do *makespan*, que é o tempo de conclusão da última tarefa a ser processada;
- TEC: define como objetivo a minimização do custo total de energia (*Total Energy Cost*).

Seguindo a notação estabelecida por Graham et al. [1979], na qual os problemas de sequenciamento são descritos pela tripla  $\alpha|\beta|\gamma$ , em que  $\alpha$  descreve o ambiente da máquina,  $\beta$  fornece características e detalhes do processamento das tarefas, e o campo  $\gamma$  descreve o objetivo a ser otimizado, o UPMSP-ST aqui tratado é descrito pela tripla  $R_m|S_{ijk}|(C_{max}^{norm} + TEC^{norm})$ . Nessa notação,  $R_m$  indica que as máquinas são paralelas e não relacionadas,  $S_{ijk}$  que há tempos de preparação entre as tarefas e  $(C_{max}^{norm} + TEC^{norm})$  define que há um objetivo a ser atendido: a soma ponderada dos valores normalizados de *makespan* e do custo total de energia.

A minimização dos valores de *makespan* e custo total de energia são conflitantes, uma vez que a redução do *makespan* demanda o uso de velocidades de processamento mais altas e uma diminuição do consumo de energia requer o uso de velocidades mais baixas [Cota et al., 2018].

Os fatores multiplicadores de velocidade ( $1/v_l$ ) e potência ( $\lambda_l$ ) se relacionam com a velocidade de operação do seguinte modo:

$$\left\{ \begin{array}{ll} v_l = 1 \text{ e } \lambda_l = 1, & \text{velocidade e potência nominais de operação.} \\ 0 < v_l < 1 \text{ e } 0 < \lambda_l < 1, & \text{velocidade e potência abaixo dos nominais.} \\ v_l > 1 \text{ e } \lambda_l > 1, & \text{velocidade e potência acima dos nominais.} \end{array} \right. \quad (1)$$

### 3. Revisão bibliográfica

Os primeiros estudos acerca do sequenciamento de máquinas surgiram no início do século passado, com os trabalhos de Henry Gantt, cujos famosos gráficos são largamente utilizados ainda hoje para apresentar o sequenciamento de atividades. Entretanto, somente na década de 1950, o sequenciamento começou a tomar o rigor matemático próprio da pesquisa operacional, com trabalhos como o de Johnson [1953], que desenvolveram as bases da formulação matemática do tema. A partir de então, o assunto passou a ser amplamente estudado devido à sua importância no planejamento produtivo nos mais diversos tipos de indústrias.

Sousa e Wolsey [1992] desenvolveram uma formulação de programação matemática para o problema de sequenciamento em uma única máquina com tarefas não preemptivas e variáveis indexadas no tempo. Dyer e Wolsey [1990] estudaram o problema de sequenciamento em uma única máquina com datas de entrega, apresentando formulações de programação linear a partir das relaxações elaboradas. Esses dois trabalhos são, ainda hoje, as bases para o estudo do sequenciamento com variáveis indexadas no tempo. No campo das abordagens heurísticas, França et al. [1996] criaram um método heurístico baseado em Busca Tabu para o sequenciamento em máquinas idênticas com minimização do *makespan*.

Rosa e Souza [2009] focaram no sequenciamento de tarefas em uma máquina com tempos de preparação dependentes da sequência e janelas de entrega nas quais as tarefas deveriam ser preferencialmente finalizadas. Os autores apresentaram um modelo matemático indexado no tempo para minimizar a soma ponderada dos atrasos e antecipações. Além disso, eles combinaram os métodos GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) e POP (Princípio da Otimalidade Próxima) para determinação do horizonte de planejamento.

Avalos-Rosales et al. [2015] estudaram o problema de sequenciamento em máquinas paralelas não relacionadas com tempos de preparação e propuseram uma nova linearização para o *makespan*, além de desenvolverem diversas formulações inteiras mistas e uma meta-heurística baseada no método *Multi-Start* para resolver instâncias maiores do problema. Segundo os autores, essa meta-heurística mostrou-se eficaz na resolução de problemas de ordem média e grande.

A pesquisa realizada por Mansouri et al. [2016] pode ser considerada precursora no que diz respeito ao *green scheduling* – sequenciamento verde, em tradução direta. Os autores adicionaram ao problema de sequenciamento o critério de minimização do consumo de energia em máquinas que operam em diferentes rotações, levando a consumos de energia diversos. Mansouri e Aktas [2016], por sua vez, elaboraram heurísticas construtivas e um algoritmo genético multiobjetivo para o problema de *flowshop* no sequenciamento de duas máquinas com tempos de preparação dependentes da sequência. Uma das preocupações foi minimizar o consumo de energia como uma medida de sustentabilidade e o *makespan* como uma medida de produtividade.

Van Den Dooren et al. [2017] trataram o problema de sequenciamento em máquinas tendo como objetivo apenas a minimização do custo de energia. Os autores utilizaram uma predição do custo de energia para os instantes de tempo em que as tarefas são iniciadas e terminadas. Para resolver problemas de dimensões maiores, foi implementado um método heurístico baseado no *Late Acceptance Hill-Climbing* (LAHC).

Abdeljaoued et al. [2018] estudaram o sequenciamento em máquinas paralelas não relacionadas com o objetivo de minimizar o *makespan*, apresentando, além de uma formulação de programação matemática, duas heurísticas construtivas e um algoritmo *Simulated Annealing*. Laha

e Gupta [2018] utilizaram um método de busca populacional chamado *Initial Cuckoo Search Algorithm* (ICSA) para resolver o problema de sequenciamento em máquinas paralelas idênticas. Nesse trabalho, os autores iniciaram com uma população construída pelo critério do tempo mais longo de processamento para, então, utilizarem a meta-heurística ICSA, obtendo resultados melhores que os produzidos pelos 6 algoritmos estado da arte na época. Wu et al. [2018] utilizaram a meta-heurística *Water Flow-Like* (WFA) modificada para o problema de aceitação e sequenciamento de ordens. O trabalho considerou tarefas dependentes da sequência, datas de entrega, penalidades de atraso e lucro das ordens. O algoritmo WFA foi comparado com o algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas incorporado com a busca local *Variable Neighborhood Search* (VNS), apresentando resultados muito competitivos. Wang e Alidaee [2019], por sua vez, desenvolveram um algoritmo de busca local com melhoria sequencial e estratégias de múltiplos saltos na Busca Tabu para resolver problemas de grande escala no sequenciamento de máquinas paralelas com o objetivo de minimizar a soma ponderada dos tempos de término das tarefas.

Cota et al. [2018] trataram o UPMSP-ST com os objetivos de minimizar simultaneamente o *makespan* e o consumo total de energia. Além de desenvolverem uma formulação matemática para o problema, os autores utilizaram o método *Smart Pool* [Coelho et al., 2016] para encontrar soluções próximas à fronteira de Pareto.

#### 4. Modelo matemático proposto

A abordagem clássica do UPMSP-ST trata apenas da minimização do *makespan*, conforme apresentado nos trabalhos de Avalos-Rosales et al. [2012, 2015] e Rabadi et al. [2006]. O trabalho desenvolvido por Cota et al. [2018] acrescentou novas características ao problema a fim de possibilitar a minimização simultânea do *makespan* e do consumo total de energia e foi inspirador para o desenvolvimento deste trabalho, no qual se busca a minimização da soma ponderada dos valores normalizados do custo total de energia e do *makespan*. Para apresentar um modelo indexado no tempo, adaptamos a formulação de Rosa e Souza [2009], acrescida de algumas características apresentadas por Cota et al. [2018] para o cálculo de energia total consumida, além de novos aspectos que foram incorporados ao modelo.

Assim, sejam os seguintes parâmetros, além daqueles definidos na Seção 2:

- $Cost_{max}$ : custo máximo de energia usado para normalização;
- Fator de multiplicação  $\frac{10}{60}$ : necessário para converter o valor de tempo (intervalos de 10 minutos) em horas.

Sejam as seguintes variáveis de decisão e auxiliares:

- $x_{ijhl}$ : Variável binária que assume valor 1 se a tarefa  $j$  for alocada à máquina  $i$  no instante de tempo  $h$  e no modo de operação  $l$ , e valor 0, caso contrário;
- $PEC_{on}$ : Custo parcial de energia no horário de ponta - *Partial Energy Cost - on-peak*;
- $PEC_{off}$ : Custo parcial de energia no horário fora de ponta - *Partial Energy Cost - off-peak*;

Desta forma, o problema pode ser modelado pelas Equações (2)-(8):

$$\min \left[ \left( \frac{C_{max}}{h_l} \right) + \left( \frac{PEC_{on} + PEC_{off}}{Cost_{max}} \right) \right] \quad (2)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{l=1}^o \sum_{h=0}^{hl - \lceil \frac{p_{ij}}{v_l} \rceil} x_{ijhl} = 1, \quad \forall j \in N \quad (3)$$

$$x_{ijhl} + \sum_{u=h}^{\min\left(h + \left\lceil \frac{p_{ij}}{v_l} \right\rceil + s_{ijk-1}, h_l\right)} \sum_{l_1=1}^o x_{ikul_1} \leq 1, \quad \forall i \in M, j \in N, \quad (4)$$

$$k \in N, l \in L, j \neq k$$

$$C_{\max} \geq x_{ijhl} \times \left[ h + \left\lceil \frac{p_{ij}}{v_l} \right\rceil \right], \quad \forall i \in M, j \in N, h \in H, \quad (5)$$

$$l \in L$$

$$PEC_{on} \geq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^o \frac{\lambda_l \times \pi_i \times 10}{60} \times tax_{on} \times \left\{ \sum_{h=0}^{start_{op}} x_{ijhl} \times \left[ \max \left( 0, \min \left( h + \frac{p_{ij}}{v_l} - 1, finish_{op} \right) - (start_{op} - 1) \right) \right] + \sum_{h=start_{op}}^{finish_{op}} x_{ijhl} \times \left[ \min \left( h + \frac{p_{ij}}{v_l}, finish_{op} + 1 \right) - h \right] \right\} \quad (6)$$

$$PEC_{off} \geq \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^o \frac{\lambda_l \times \pi_i \times 10}{60} \times tax_{off} \times \left\{ \sum_{h=0}^{start_{op}} x_{ijhl} \times \left[ \min \left( h + \frac{p_{ij}}{v_l}, start_{op} \right) - h + \max \left( 0, h + \frac{p_{ij}}{v_l} - finish_{op} + 1 \right) \right] + \sum_{h=start_{op}}^{finish_{op}} x_{ijhl} \times \left[ \max \left( 0, h + \frac{p_{ij}}{v_l} - finish_{op} - 1 \right) \right] + \sum_{h=finish_{op}}^{hl} x_{ijhl} \times \left[ \frac{p_{ij}}{v_l} \right] \right\} \quad (7)$$

$$x_{ijhl} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in M, j \in N, h \in H, \quad (8)$$

$$l \in L.$$

A Equação (2) define o objetivo a ser minimizado: a soma ponderada dos valores normalizados de *makespan* e do custo total de energia. O conjunto de restrições (3) garante que cada tarefa será alocada a apenas uma máquina. As restrições (4) reservam o espaço para execução de cada tarefa adicionado ao tempo de preparação da próxima tarefa a ser executada. Convém ressaltar que essas restrições apenas funcionam se os tempos de execução das tarefas e os tempos de preparação respeitarem o critério da desigualdade triangular, conforme definido por Rosa e Souza [2009]. O *makespan* é calculado por meio das restrições (5).

O cálculo do custo total de energia (TEC) é dividido em duas partes: para o período dentro, chamado de *PEC<sub>on</sub>* (*partial energy cost - on-peak*), e fora do horário de ponta, chamado *PEC<sub>off</sub>* (*partial energy cost - off-peak*). A Equação (6) determina o custo da energia consumida no horário de ponta e é dividida em duas partes. A primeira parte, conforme apresentado na Figura 1, calcula o tempo em que tarefas que se iniciam antes do início do horário de ponta permaneceram sendo executadas nesse intervalo. Em destaque nas equações, são apresentados os componentes ativados pelas funções min e max e que garantem o cálculo adequado do tempo em que a tarefa permaneceu

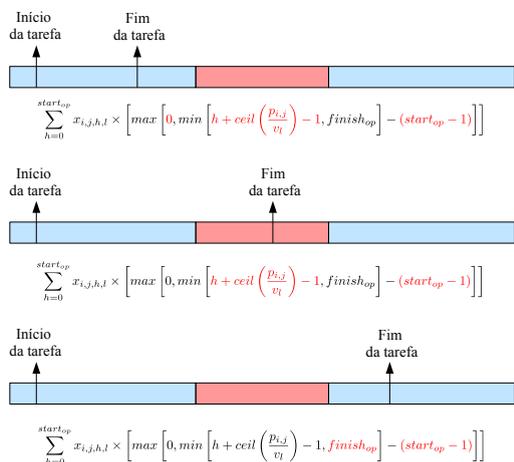


Figura 1: Cálculo do  $PEC_{on}$ : tarefas que se iniciam antes do início do horário de ponta.

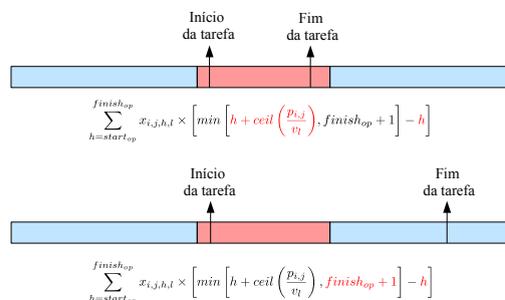


Figura 2: Cálculo do  $PEC_{on}$ : tarefas que se iniciam durante o horário de ponta.

sendo executada no horário de ponta. De forma semelhante, a Figura 2 exemplifica o cálculo para as tarefas que se iniciam depois do início do horário de ponta.

A Equação (7) define o valor do custo parcial da energia no horário fora de ponta e é dividida em 3 partes. A primeira parte, conforme apresentado na Figura 3, exemplifica o cálculo com destaque para os valores ativados pelas funções min e max para tarefas que se iniciam antes do início do horário de ponta e terminam antes, durante e depois do deste período.

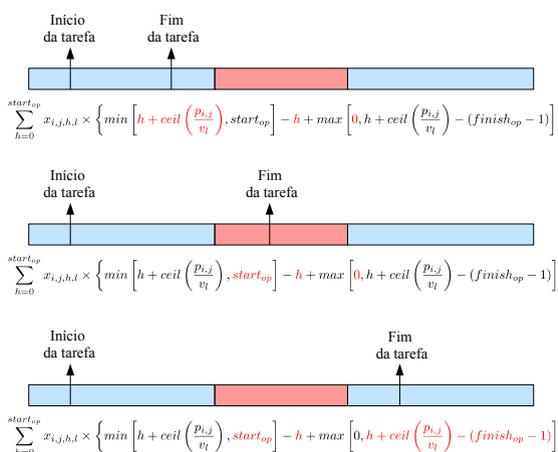


Figura 3: Cálculo do  $PEC_{off}$ : tarefas que se iniciam antes do horário de ponta.

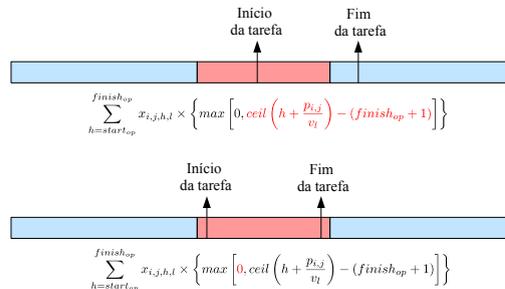


Figura 4: Cálculo do  $PEC_{off}$ : tarefas que começam depois do início do horário de ponta.

A segunda parte da Equação (7) agrega os valores das tarefas que começam depois do início do horário de ponta, conforme apresentado na Figura 4. Pela análise da figura, percebe-se que se a tarefa termina após o término do horário de ponta, a parcela que ela permaneceu sendo executada é agregada ao valor de  $PEC_{off}$ . Caso contrário, nenhum valor é adicionado.

A última parte da Equação (7) calcula os valores de tempo para tarefas que se iniciam depois do término do horário de ponta, conforme pode ser visto na Figura 5. O valor agregado para cada tarefa torna-se apenas a diferença entre o valor de término e de início.

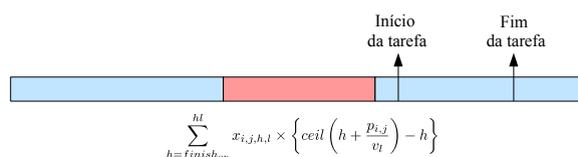


Figura 5: Cálculo do  $PEC_{off}$ : tarefas que começam depois do término do horário de ponta.

## 5. Experimentos computacionais

Os experimentos computacionais foram realizados utilizando um computador com processador Core i5, 3,10 GHz, 4 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 7. O modelo matemático foi resolvido com o uso do *software* IBM ILOG CPLEX, versão 12.5.

### 5.1. Geração de instâncias

Um conjunto de instâncias de pequeno porte, com 6 e 8 tarefas e um máximo de 4 máquinas, foi criado tendo por base o trabalho de Cota et al. [2018]. Todas as instâncias criadas satisfazem ao critério da desigualdade triangular, necessário para a aplicação do modelo proposto. As instâncias criadas possuem 3 modos de operação ( $o = 3$ ), representando as velocidades rápida ( $l = 1$ ), nominal ( $l = 2$ ) e lenta ( $l = 3$ ).

Para os testes foi considerado um horizonte de planejamento de um dia, em 144 intervalos de 10 minutos, perfazendo os 1440 minutos de um dia. Foram usados intervalos de 10 minutos porque, para intervalos de menor duração, não seria possível resolver o modelo na otimalidade. Dentro desse intervalo, os instantes de início e término do horário de ponta foram 108 e 125, respectivamente. Esses intervalos se referem ao período compreendido entre as 18 e 21 horas, período de 3 horas consecutivas no qual a maior parte das concessionárias de energia no Brasil determina junto à Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) como sendo seu horário de ponta [ANEEL, 2010].

### 5.2. Resultados do modelo proposto na tarifa horossazonal azul

A aplicação da tarifa horossazonal às instâncias tornou possível o cálculo do custo de energia consumida para essa modalidade tarifária. Os experimentos realizados levaram em consideração apenas a parcela de energia consumida e foi utilizado um valor de tarifa aplicado pela concessionária CEMIG no mês de abril de 2019 de R\$0,45959/kWh no horário de ponta e de R\$0,30488/kWh no horário fora de ponta.

Pela análise da Tabela 1, constata-se que os resultados para a minimização do *makespan* e da quantidade total de energia apresentam-se próximos aos obtidos pela aplicação da formulação proposta por Cota et al. [2018]. Nesse ponto é importante ressaltar que os valores não são exatamente iguais devido ao fato de o horizonte de planejamento ter sido dividido em intervalos de dez minutos. Com isso, se uma tarefa é finalizada durante esse intervalo, a seguinte somente poderá ser iniciada no próximo. Assim, nessa formulação não é possível iniciar uma tarefa no instante de tempo imediatamente posterior à tarefa predecessora. Por isso, os valores de *makespan* para essa formulação são ligeiramente superiores. Os consumos totais de energia também apresentam-se coerentes em relação aos obtidos pelo uso do modelo proposto por Cota et al. [2018].

Continuando a análise da Tabela 1, observa-se que todas as instâncias ficaram limitadas ao horizonte de tempo, o que fez com que aquelas em que a minimização do TAE (*Total Amount*

of Energy) exigia valores de tempo superiores ao horizonte de planejamento, tivessem de ter a velocidade de operação aumentada, o que também incrementou o consumo de energia. Esse fato pode ser claramente visto nas instâncias das linhas 2, 3, 5 e 7.

Os resultados para a minimização do custo total de energia também podem ser vistos na Tabela 1. Pela economia realizada em comparação com o experimento em que foi minimizado o consumo total de energia elétrica, percebe-se que em todos os testes o custo de energia foi reduzido, chegando a 10% de economia para valores de consumo de energia muito próximos, o que evidencia viabilidade da minimização do custo total de energia. Assim, além de manter a característica da produção limpa, é possível reduzir os custos de produção.

Tabela 1: Comparação de resultados na tarifa horossazonal azul: modelo proposto  $\times$  modelo clássico.

Inst.	Modelo Clássico				Modelo Indexado - THS-Azul														
	Cmax Minimizado		TAE Minimizado		Cmax Minimizado			TAE Minimizado			TEC Minimizado			Soma Ponderada Minimizada					
	Cmax	TAE	Cmax	TAE	Cmax	TAE	TEC	Cmax	TAE	TEC	Cmax	TAE	TEC	Economia	Soma Ponderada	Cmax	TAE	TEC	Economia
1	63,66	424	117,00	201,55	65	424	1367	143	201,550	698	143	202	650,644	7%	1,635	96	210	674,775	3%
2	95,00	339	363,00	172,03	96	339	1093	143	203,000	700	142	203	685,458	2%	1,910	129	203	705,853	-1%
3	44,00	341	201,00	125,64	45	341	1099	143	142,588	463	143	143	460,301	1%	1,808	97	165	530,837	-15%
4	35,00	528	92,00	200,91	35	528	1705	143	200,913	717	143	201	648,586	10%	1,492	80	209	671,573	6%
5	63,66	834	200,00	421,65	65	855	2758	143	447,875	1605	143	448	1489,458	7%	1,643	81	538	1733,839	-8%
6	74,83	577	114,00	345,61	77	577	1860	143	345,613	1203	143	346	1115,706	7%	1,769	108	352	1134,928	6%
7	60,33	464	181,00	194,94	61	464	1498	143	205,875	675	143	206	664,606	2%	0,944	68	270	870,605	-29%
8	36,00	334	97,00	183,54	37	399	1286	143	183,538	613	143	184	592,496	3%	0,866	45	221	710,648	-16%

Por fim, a Tabela 1 permite avaliar o impacto causado pelas diferentes grandezas minimizadas nos valores do *makespan* e do custo total de energia. Por meio desta análise, percebe-se que a minimização da soma ponderada dos valores normalizados é capaz de aproximar o custo total de energia do seu valor mínimo sem penalizar o *makespan*. Por outro lado, os valores do *makespan* são substancialmente reduzidos pela minimização da soma ponderada dos valores normalizados quando comparados com os cenários em que essa grandeza apresenta seus maiores valores: na minimização do TAE e do TEC.

A natureza conflitante dos objetivos pode ser vista em detalhes na Tabela 1 na coluna referente à minimização da soma ponderada dos valores normalizados de consumo total de energia e *makespan*. Nessa coluna nota-se que a melhora provocada na redução do *makespan* ocasiona um aumento nos valores do custo total de energia. Portanto, a minimização da soma ponderada dos valores normalizados busca uma melhora equilibrada entre os valores de *makespan* e TEC.

### 5.3. Resultados do modelo proposto na tarifa horossazonal verde

As tarifas de consumo de energia elétrica no horário de ponta na modalidade tarifária horossazonal verde caracterizam-se por serem consideravelmente mais altas que as da modalidade azul. Os testes descritos nesta seção apresentam os resultados para essa modalidade tarifária. Os testes realizados consideraram o valor da tarifa horossazonal da concessionária CEMIG na bandeira verde para o mês de abril de 2019, cujos valores foram R\$1,54333/kWh no horário de ponta e R\$0,32282/kWh no horário fora de ponta.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos pela aplicação do modelo proposto e os compara com os do modelo clássico para a tarifa horossazonal verde. Observa-se que os valores de consumo de energia para a estratégia de minimização do *makespan* são iguais aos obtidos para a modalidade tarifária horossazonal azul. Isso se deve ao fato de que com essa estratégia de minimização, em nenhuma das instâncias os valores de *makespan* foram superiores ao início do horário de ponta. Em outras palavras, como velocidades de operação mais elevadas foram utilizadas, as tarefas foram finalizadas antes do horário de ponta. Por outro lado, a minimização dos valores de TAE afeta de forma significativa o custo total de energia elétrica em quase todas as instâncias. Entretanto, essa redução do custo e do montante de energia consumida implica em uma grande elevação do valor de

*makespan*, uma vez que são utilizadas velocidades de operação mais baixas com menor consumo de energia.

A Tabela 2 também evidencia o impacto positivo da minimização do custo total de energia em detrimento da minimização do consumo total. Para valores muito semelhantes de redução do consumo de energia, é alcançada uma redução do custo total de energia elétrica de até 45%. Essa redução do custo total de energia elétrica é explicada pela alocação das tarefas em horários não compreendidos pelo horário de ponta do sistema, cujas tarifas são aproximadamente 478% mais caras que no horário fora de ponta.

Tabela 2: Comparação de resultados na tarifa horossazonal verde: modelo proposto × modelo clássico.

Inst.	Modelo Clássico				Modelo Indexado - THS-Verde														
	Cmax Minimizado		TAE Minimizado		Cmax Minimizado		TAE Minimizado		TEC Minimizado				Soma Ponderada Minimizada						
	Cmax	TAE	Cmax	TAE	Cmax	TAE	TEC	Cmax	TAE	TEC	Economia	Soma Ponderada	Cmax	TAE	TEC	Economia			
1	63,66	424	117,00	201,55	65	424	1367	143	201,55	1020	143	202	650,644	36%	1,63529	96	210	674,775	34%
2	95,00	339	363,00	172,03	96	339	1093	143	203	1002	143	231	766,729	23%	1,91046	129	203	705,853	30%
3	44,00	341	201,00	125,64	45	341	1099	143	142,5875	476	143	143	460,301	3%	1,80776	97	165	530,837	-12%
4	35,00	528	92,00	200,91	35	528	1705	143	200,9125	1184	143	201	648,586	45%	1,49218	80	209	671,573	43%
5	63,66	834	200,00	421,65	65	855	2758	143	447,875	2696	108	501	1614,423	40%	1,64335	81	538	1733,839	36%
6	74,83	577	114,00	345,61	77	577	1860	143	345,6125	1802	143	346	1115,706	38%	1,36542	108	352	1134,928	37%
7	60,33	464	181,00	194,94	61	464	1498	143	205,875	741	143	206	664,606	10%	0,94359	68	270	870,605	-17%
8	36,00	334	97,00	183,54	37	399	1286	143	183,5375	751	143	184	592,496	21%	0,86558	45	221	710,648	5%

As quatro últimas colunas da Tabela 2 apresentam os valores para a estratégia de minimização da soma ponderada dos valores normalizados de *makespan* e TEC. Devido ao valor elevado da tarifa no horário de ponta, alcança-se até 43% de economia, sem penalizar de forma significativa o tempo de conclusão total das tarefas.

## 6. Conclusão

Esse trabalho apresentou uma nova abordagem para o problema de sequenciamento em máquinas paralelas não relacionadas com tempos de preparação dependentes da sequência definido pela tripla  $R_m | S_{ijk} | (C_{\max}^{norm} + TEC^{norm})$ .

Tendo sido inspirado por trabalhos recentes da literatura, foi desenvolvido um modelo de programação matemática indexado no tempo para minimização da soma ponderada dos valores normalizados de *makespan* e do consumo total de energia. O desenvolvimento desse modelo teve como objetivo considerar o custo variável da energia elétrica durante o dia. Um conjunto de instâncias foi criado para testes, nos quais buscou-se comparar os efeitos da minimização de diferentes grandezas para duas modalidades tarifárias: horossazonal azul e verde. Devido ao elevado custo computacional para resolução desse problema na otimalidade, foram criadas instâncias de pequenas dimensões, no caso, com 6 e 8 tarefas apenas e um máximo de 4 máquinas.

Os experimentos realizados mostraram que a estratégia de minimização do custo total de energia foi capaz de promover dois efeitos benéficos: a redução do custo produtivo e do consumo de energia, mantendo essa importante característica da produção limpa.

Nos testes que utilizaram a modalidade tarifária horossazonal azul, o efeito da minimização da soma ponderada dos valores normalizados de *makespan* e TEC provocou uma piora dos valores de custo total de energia para maior parte dos testes. No entanto, os valores de *makespan* foram significativamente melhorados, ou seja, conforme esperado, a redução do *makespan* acarretou uma piora do custo total de energia, dada a natureza antagônica dessas duas grandezas. Por outro lado, os resultados obtidos nos testes conduzidos com valores da tarifa horossazonal verde mostraram-se consistentemente mais baixos com economia da ordem de até 43% mesmo na minimização da soma ponderada dos valores normalizados de *makespan* e custo total de energia.

Assim, conclui-se que a estratégia de minimização da soma ponderada dos valores normalizados de *makespan* e TEC é uma alternativa a ser considerada para esse tipo de problema, principalmente se for considerada a tarifa horossazonal verde. Conforme mostrado, os resultados obtidos

indicam que essa estratégia é capaz de reduzir os custos produtivos, de melhorar a utilização dos recursos e de diminuir o consumo de energia, permitindo ainda afirmar que essa abordagem mantém as características do *Green Scheduling*.

Como trabalhos futuros, propõe-se desenvolver uma meta-heurística para ser aplicada a instâncias de médio e grande porte.

### Agradecimentos

Os autores agradecem à Universidade Federal de Ouro Preto, ao Instituto Tecnológico Vale e às agências de fomento CNPq e FAPEMIG, pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho.

### Referências

- Abdeljaoued, M. A., Saadani, N. E. H., e Bahroun, Z. (2018). Heuristic and metaheuristic approaches for parallel machine scheduling under resource constraints. *Operational Research*. ISSN 1109-2858. URL <http://link.springer.com/10.1007/s12351-018-0412-3>.
- ANEEL (2010). Resolução normativa número 414. URL <http://www2.aneel.gov.br/cedoc/ren2010414.pdf>.
- Avalos-Rosales, O., Alvarez, A., e Angel-Bello, F. (2012). A Reformulation for the Problem of Scheduling Unrelated Parallel Machines with Sequence and Machine Dependent Setup Times. In *Proceedings of the Twenty-Third International Conference on Automated Planning and Scheduling*, number 2010, p. 278–282, Atibaia.
- Avalos-Rosales, O., Angel-Bello, F., e Alvarez, A. (2015). Efficient metaheuristic algorithm and reformulations for the unrelated parallel machine scheduling problem with sequence and machine-dependent setup times. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 76 (9-12):1705–1718.
- Coelho, V. N., Coelho, I. M., Coelho, B. N., Cohen, M. W., Reis, A. J., Silva, S. M., Souza, M. J., Fleming, P. J., e Guimarães, F. G. (2016). Multi-objective energy storage power dispatching using plug-in vehicles in a smart-microgrid. *Renewable Energy*, 89:730–742.
- Cota, L. P., Coelho, V. N., Guimarães, F. G., e Souza, M. J. F. (2018). Bi-criteria formulation for green scheduling with unrelated parallel machines with sequence-dependent setup times. *International Transactions in Operational Research*, 00:1–22. URL <https://doi.org/10.1111/itor.12566>.
- Dyer, M. E. e Wolsey, L. A. (1990). Formulating the single machine sequencing problem with release dates as a mixed integer program. *Discrete Applied Mathematics*, 26(2-3):255–270.
- EIA (2016). International Energy Outlook 2016. Technical report, U.S. Energy Information Administration EIA, Washington. URL [https://www.eia.gov/outlooks/aeo/pdf/0383\(2017\).pdf](https://www.eia.gov/outlooks/aeo/pdf/0383(2017).pdf).
- EPE (2017). Anuário Estatístico de Energia Elétrica. Technical report, Ministério de Minas e Energia, Brasília. URL <http://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-160/topico-168/Anuario2017vf.pdf>.
- França, P. M., Gendreau, M., Laporte, G., e Müller, F. M. (1996). A tabu search heuristic for the multiprocessor scheduling problem with sequence dependent setup times. *International Journal of Production Economics*, 43(2-3):79–89.

- Graham, R. L., Lawler, E. L., Lenstra, J. K., e RinnooyKan, A. H. G. (1979). Optimization and Approximation in Deterministic Sequencing and Scheduling: a Survey. In *Analys of Discrete Mathematics*, volume 5, p. 287–326.
- Johnson, S. M. (1953). Optimal Two - and Three-Stage Production Schedules with Setup Times Included. *Naval Research Logistics*, p. 10.
- Laha, D. e Gupta, J. N. (2018). An improved cuckoo search algorithm for scheduling jobs on identical parallel machines. *Computers & Industrial Engineering*, 126:348–360.
- Liao, T. W., Chang, P. C., Kuo, R. J., e Liao, C. J. (2014). A comparison of five hybrid metaheuristic algorithms for unrelated parallel-machine scheduling and inbound trucks sequencing in multi-door cross docking systems. *Applied Soft Computing Journal*, 21:180–193.
- Mansouri, S. A. e Aktas, E. (2016). Minimizing energy consumption and makespan in a two-machine flowshop scheduling problem. *Journal of the Operational Research Society*, 67(9): 1135–1145.
- Mansouri, S. A., Aktas, E., e Besikci, U. (2016). Green scheduling of a two-machine flowshop: Trade-off between makespan and energy consumption. *European Journal of Operational Research*, 248(3):772–788.
- Pinedo, M. L. (2008). *Scheduling*. Springer, New York, NY, 3 edition.
- Rabadi, G., Moraga, R. J., e Al-Salem, A. (2006). Heuristics for the Unrelated Parallel Machine Scheduling Problem with Setup Times. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 17(1):85–97.
- Rosa, B. F. e Souza, M. J. F. (2009). Uma nova formulação de programação matemática indexada no tempo para uma classe de problemas de sequenciamento em uma máquina. In *Anais do XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, p. 2898–2909, Porto Seguro.
- Sinan Gurel, M. S. A. (2007). Scheduling parallel CNC machines with time/cost trade-off considerations. *Computers and Operations Research*, 34(9):2774–2789.
- Song, Z., Schunnesson, H., Rinne, M., e Sturgul, J. (2015). Intelligent scheduling for underground mobile mining equipment. *PLoS ONE*, 10(6):1–21.
- Sousa, J. P. e Wolsey, L. A. (1992). A time indexed formulation of non-preemptive single machine scheduling problems. *Mathematical Programming*, 54(1-3):353–367.
- Van Den Dooren, D., Sys, T., Toffolo, T. A. M., Wauters, T., e Vanden Berghe, G. (2017). Multi-machine energy-aware scheduling. *EURO Journal on Computational Optimization*, 5(1-2):285–307.
- Wang, H. e Alidaee, B. (2019). Effective heuristic for large-scale unrelated parallel machines scheduling problems. *Omega*, 83:261–274.
- Wu, G.-H., Cheng, C.-Y., Yang, H.-I., e Chena, C.-T. (2018). An improved water flow-like algorithm for order acceptance and scheduling with identical parallel machines. *Applied Soft Computing*, 71:1072–1084.