

FORMULAÇÕES DE PROGRAMAÇÃO  
MATEMÁTICA E UM ALGORITMO HEURÍSTICO  
PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE  
MAMÓGRAFOS



MARCOS VINÍCIUS ANDRADE DE CAMPOS

FORMULAÇÕES DE PROGRAMAÇÃO  
MATEMÁTICA E UM ALGORITMO HEURÍSTICO  
PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE  
MAMÓGRAFOS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Modelagem Matemática e Computacional.

ORIENTADOR: MARCONE JAMILSON FREITAS SOUZA

COORIENTADOR: SÉRGIO RICARDO DE SOUZA

Belo Horizonte

Outubro de 2020

C198f Campos, Marcos Vinícius Andrade de  
Formulações de programação matemática e um algoritmo heurístico para o problema de localização de mamógrafos / Marcos Vinícius Andrade de Campos. – 2020.  
60 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.

Orientador: Marcone Jamilson Freitas Souza.

Coorientador: Sérgio Ricardo de Souza.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Mamografia – Modelos matemáticos – Teses. 2. Otimização matemática – Teses. 3. Algoritmos – Teses. 4. Recozimento simulado – Teses. I. Souza, Marcone Jamilson Freitas. II. Souza, Sérgio Ricardo de. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 519.6



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE MESTRADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

**“FORMULAÇÕES DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA E UM  
ALGORITMO BASEADO EM SIMULATED ANNEALING PARA O  
PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE MAMÓGRAFOS”**

Dissertação de Mestrado apresentada por **Marcos Vinicius Andrade de Campos**, em 19 de outubro de 2020, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG, e aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza (Orientador)  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Sérgio Ricardo de Souza (Coorientador)  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Antônio Augusto Chaves  
Universidade Federal de São Paulo

Prof.ª Dr.ª Maria Amélia Lopes Silva  
Universidade Federal de Viçosa

Prof.ª Dr.ª Elisângela Martins de Sá  
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Visto e permitida a impressão,

Prof. Dr. Thiago de Souza Rodrigues  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
Modelagem Matemática e Computacional



# Agradecimentos

À minha família, em especial aos meus pais Pedro e Zélia, pelo suporte que tem me dado desde os primeiros passos na busca pelo conhecimento.

À minha namorada Viviane Carvalho, por estar ao meu lado durante todo esse tempo.

Ao meu orientador Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza, por ter me inspirado no início dessa caminhada, acreditado no meu potencial e me acompanhado com dedicação, profissionalismo e entusiasmo.

Ao meu coorientador Prof. Dr. Sérgio Ricardo de Souza, pelos ensinamentos durante esse tempo de CEFET-MG e pelo apoio cotidiano durante a pesquisa.

A todos os professores do programa de Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG que contribuíram com minha formação.

Aos meus professores do curso de Sistemas de Informação da PUC Minas Arcos, em especial ao Prof. Alisson Rabelo Arantes e a Prof. Odete de Souza Sanábio.

Aos amigos que fiz durante a pós graduação, pela troca de experiências e momentos de descontração.

Ao apoio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais ao trabalho desenvolvido.

Aos amigos e companheiros de IFMG, que viabilizaram o apoio da instituição.

O autor também registra o seu agradecimento à Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Nível Superior (CAPES), código de financiamento 001, por disponibilizar o Portal de Periódicos.



*“When you walk through a storm  
Hold your head up high  
And don’t be afraid of the dark  
At the end of a storm  
There’s a golden sky  
And the sweet silver song of a lark  
Walk on through the wind  
Walk on through the rain  
Though your dreams be tossed and blown  
Walk on, walk on  
With hope in your heart  
And you’ll never walk alone  
You’ll never walk alone  
Walk on, walk on  
With hope in your heart  
And you’ll never walk alone  
You’ll never walk alone”*

(Gerry & The Pacemakers, You’ll Never Walk Alone)



# Resumo

O câncer de mama é o mais comum na população feminina. O diagnóstico precoce desta doença, por meio do rastreamento por mamografia, pode elevar as chances de cura a 95%. Estudos mostram que o Brasil tem um número de mamógrafos relativamente satisfatório, mas esses equipamentos estão mal distribuídos geograficamente. O foco, neste trabalho, é o Problema de Localização de Mamógrafos (PLM), o qual visa a encontrar uma distribuição eficiente dos equipamentos de mamografia, de forma a aumentar a demanda coberta. Para tratar esse problema, inicialmente é desenvolvida uma formulação de programação linear inteira mista, cujo objetivo é maximizar a cobertura de mamografias dado o número de equipamentos disponíveis. Considerando que o PLM é da classe NP-difícil, também desenvolvemos um algoritmo baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*, para tratar instâncias maiores do problema. Instâncias baseadas em dados reais dos Estados de Minas Gerais e Rondônia foram usadas para testar os dois métodos de solução. A comparação entre os métodos é feita com relação à qualidade da solução e o tempo gasto para obtê-la. Com foco no Estado de Minas Gerais, também é feita uma análise considerando que, na prática, há dificuldade de realocar equipamentos já instalados. Assim, é feita uma proposta de designação gradativa de novos mamógrafos até que o acréscimo de um novo equipamento não aumente a cobertura. Outros dois cenários são abordados: o primeiro restringe o fornecimento de exames de mamografia a cidades da mesma microrregião; e o segundo, em locais em que o tipo de gestão do mamógrafo é considerado no cálculo da cobertura atual. Os resultados mostraram que há possibilidade de melhoria na distribuição atual dos equipamentos, uma vez que tanto o método exato quanto o algoritmo heurístico conseguiram fornecer uma cobertura significativamente maior.

**Palavras-chave:** Problema de Localização de Mamógrafos. Localização de Máxima Cobertura. Localização de Facilidades. *Simulated Annealing*.



# Abstract

Breast cancer is the most commonly occurring one in the female population. Early diagnosis of this disease, through mammography screening, can increase the chances of cure to 95%. Studies show that Brazil has a relatively satisfactory number of mammography units, but this equipment is poorly geographically distributed. This work focuses on the Mammography Unit Location Problem (MULP), which aims to distribute mammography units to increase the covered demand. Considering that the MULP is an NP-hard problem, we have also developed an algorithm based on the *Simulated Annealing* metaheuristic to deal with larger instances of the problem. We used instances based on real data from the states of Minas Gerais State and Rondônia State to test the two solution methods. We compare both methods concerning the quality of the solution and the time spent to obtain it. Focusing on the Minas Gerais State, we analyzing a scenario considering that there are some difficulties in relocating already installed equipment in the real world. Thus, a proposal is made for the gradual designation of new mammography units until new equipment does not increase the coverage. We analyze two other scenarios: the first restricts the supply of mammography screenings to cities in the same micro-region; and the second, where we considered the type of management of the equipment when calculating the current coverage. The results showed that there is room for improving the current distribution of the mammography units since both the exact method and the heuristic algorithm were able to provide significantly greater coverage.

**Keywords:** Mammography Unit Location, Maximal Covering Location, Facility Location, Simulated Annealing.



# Lista de Figuras

2.1	Exemplo de dois mamógrafos para atender cinco cidades. . . . .	9
3.1	Representação de uma solução com dois mamógrafos e quatro cidades . . .	20
3.2	Exemplo de utilização de capacidade ociosa. . . . .	23
4.1	Evolução da cobertura do <i>Simulated Annealing</i> em função de $k$ . . . . .	39
4.2	Comparação entre <i>Simulated Annealing</i> e CPLEX com relação à evolução da cobertura em função do tempo. . . . .	40
4.3	Comparação entre <i>Simulated Annealing</i> e CPLEX com relação à evolução da cobertura em função do tempo, com a inclusão do limite superior. . . .	41
4.4	Cobertura atual em Minas Gerais, considerando produtividade de 5069 mamografias por ano. . . . .	46
4.5	Cobertura proposta pelo modelo para Minas Gerais, considerando produtividade de 5069 mamografias por ano. . . . .	47



# Lista de Tabelas

2.1	Contribuições de alguns trabalhos sobre localização de equipamentos de saúde preventiva . . . . .	13
2.2	Descrição dos parâmetros e variáveis de decisão . . . . .	15
3.1	Exemplo de cenário para alocação de um mamógrafo . . . . .	22
4.1	Características das Instâncias. . . . .	30
4.2	Comparação entre CPLEX e <i>Simulated Annealing</i> . . . . .	34
4.3	Comparação entre CPLEX e <i>Simulated Annealing</i> considerando Microrregiões de Saúde . . . . .	36
4.4	Cobertura e perdas de atendimento ao considerar ou não microrregiões de saúde - CPLEX . . . . .	37
4.5	Cobertura e perdas de atendimento ao considerar ou não microrregiões de saúde - Heurística . . . . .	38
4.6	Resultados de 30 execuções do algoritmo para vários valores de $k$ . . . . .	39
4.7	Evolução da cobertura ao longo do tempo fornecida pelo CPLEX . . . . .	42
4.8	Resultados da aquisição de novos mamógrafos com produtividade igual a 5069 exames anuais. . . . .	43
4.9	Resultados da aquisição de novos mamógrafos com produtividade igual a 6758 exames anuais. . . . .	44
4.10	Destino de novos mamógrafos considerando produtividade igual a 5069 mamografias anuais . . . . .	45
4.11	Comparação entre cenários que consideram e que não consideram o tipo de gestão dos mamógrafos, com produtividade igual a 5069 . . . . .	50
4.12	Comparação entre cenários que consideram e que não consideram o tipo de gestão dos mamógrafos, com produtividade igual a 6758 . . . . .	51



# Sumário

Agradecimentos	vii
Resumo	xi
Abstract	xiii
Lista de Figuras	xv
Lista de Tabelas	xvii
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Contextualização . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	2
1.3 Motivação . . . . .	3
1.4 Metodologia . . . . .	3
1.5 Contribuições . . . . .	4
1.6 Limitações . . . . .	4
1.7 Organização da Dissertação . . . . .	5
<b>2 Problema de Localização de Mamógrafos: Descrição, Formulação e Revisão de Literatura</b>	<b>7</b>
2.1 Descrição do Problema . . . . .	7
2.2 Revisão de Literatura . . . . .	9
2.3 Formulação de Programação Matemática . . . . .	14
<b>3 Algoritmo Heurístico Proposto</b>	<b>19</b>
3.1 Representação de uma Solução . . . . .	19
3.2 Solução Inicial . . . . .	20
3.3 Capacidade de Atendimento Ociosa . . . . .	20
3.4 Exploração da Vizinhança . . . . .	23

3.5	Função de Avaliação . . . . .	25
3.6	Algoritmo <i>Simulated Annealing</i> . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Experimentos Computacionais</b>	<b>29</b>
4.1	Características das Instâncias . . . . .	29
4.2	Solução baseada em <i>Simulated Annealing</i> . . . . .	31
4.2.1	Comparação entre CPLEX e SA utilizando Microrregiões de Saúde	35
4.2.2	Comportamento do Algoritmo Heurístico . . . . .	38
4.3	Análise da Aquisição de Novos Equipamentos . . . . .	43
4.3.1	Influência do tipo de gestão na análise do cenário atual . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>53</b>
5.1	Conclusões . . . . .	53
5.2	Trabalhos Futuros . . . . .	54
5.3	Trabalhos Gerados . . . . .	55
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>57</b>

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Contextualização

O câncer de mama é a causa mais comum de mortes entre mulheres [Bray et al., 2018]. Somente no Brasil, este tipo de câncer levou a óbito 16724 mulheres em 2017, o que representa 2,9% das mortes femininas [INCA, 2017].

Combinada com o tratamento adequado, a detecção precoce da doença contribui para uma redução da taxa de mortalidade de mulheres com câncer de mama [Berry et al., 2005]. Quando um tumor é detectado nos estágios iniciais, a chance de cura chega a ser maior que 95% [Witten & Parker, 2018]. Por sua vez, o rastreamento por mamografia é o principal método de detecção precoce para diagnóstico de neoplasias malignas ligadas à mama [Xavier et al., 2016].

O Ministério da Saúde do Brasil recomenda que mulheres entre 50 e 69 anos realizem mamografia, pelo menos, uma vez a cada dois anos [Brasil, 2017]. Além disso, é estimado que, por indicação diagnóstica, 8,9% das mulheres desta faixa etária e 20% da população feminina entre 40 e 49 anos de idade necessite realizar o exame anualmente. Desta forma, 58,9% das mulheres, entre 50 e 69 anos, devem realizar o exame de mamografia anualmente, além de 20% daquelas entre 40 e 49.

De acordo com Amaral et al. [2017], o sistema de saúde brasileiro possui uma quantidade significativa de equipamentos de mamografia para atender a população. Amaral et al. [2017] estimaram que, em dezembro de 2015, haviam 4647 equipamentos em uso, dos quais 2083 estavam disponíveis para uso no Sistema Único de Saúde (SUS). Essa quantidade de mamógrafos seria suficiente para cobrir a demanda estimada de 12,7 milhões de exames por ano. Por outro lado, os mesmos autores ressaltam a determinação do Ministério da Saúde de que a distância máxima aceitável entre a paciente e o mamógrafo que irá atendê-la é de 60km. Levando-se em conta esta diretriz,

4,5% dos exames necessários não seriam realizados. A situação fica ainda pior se forem considerados somente equipamentos disponíveis no sistema público de saúde. Desta forma, o número de mulheres não atendidas subiria de 4,5% para 17%, o que representaria 2,17 milhões de exames não realizados, devido à inexistência de um mamógrafo disponível em um raio de no máximo 60 km.

O cenário que se apresenta é de uma distribuição geográfica ineficiente dos equipamentos de mamografia, como detectado por vários autores, além daqueles supracitados [Miranda & Patrocínio, 2018; Silva et al., 2018]. Cada um desses trabalhos possui um foco diferente, mas todos eles concordam que, apesar da quantidade de equipamentos ser relativamente adequada, a má distribuição dos mamógrafos ainda gera dificuldade de acesso ao exame.

Neste trabalho, busca-se propor uma melhora na distribuição geográfica dos mamógrafos disponíveis para o SUS, com foco no Estado de Minas Gerais. Inicialmente, é proposto um Modelo de Programação Linear Inteira Mista para tratar o Problema de Localização de Mamógrafos (PLM). Dois cenários são analisados. No primeiro, é considerada a impossibilidade de modificar a localização dos equipamentos existentes, e a meta é determinar onde novos mamógrafos deverão ser instalados; no segundo, há liberdade para mover os equipamentos, o que permite melhores resultados com a mesma quantidade de equipamentos.

O problema sob estudo pode ser formulado como um Problema de Localização de Máxima Cobertura (*Maximal Covering Location Problem*) [Church & ReVelle, 1974] com restrições adicionais. Esse problema é considerado NP-difícil [Garey & Johnson, 1979], e essa característica limita o uso de métodos exatos de resolução, uma vez que o tempo necessário para tal pode se tornar inviável para os tomadores de decisão em instâncias reais. Partindo desta premissa, foi desenvolvido um algoritmo, baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*, para tratar instâncias maiores do problema. É feita uma comparação dos resultados dos métodos exato e heurístico. O software Irace [López-Ibáñez et al., 2016] foi utilizado para calibrar um dos parâmetros do método.

Também são apresentadas variações da formulação de programação matemática e do algoritmo heurístico, com o objetivo de contemplar restrições de mamógrafos sob gestão municipal e de região de saúde, respectivamente.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho tem, como objetivo geral, desenvolver uma formulação de programação matemática e um algoritmo heurístico para tratar o Problema de Localização

de Mamógrafos.

Os objetivos específicos são os seguintes:

- Desenvolver uma formulação de programação matemática para tratar o problema;
- Implementar o modelo de programação matemática no otimizador CPLEX;
- Desenvolver e implementar, na linguagem C++, um algoritmo heurístico baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*, para resolver instâncias maiores do problema;
- Calibrar os parâmetros do algoritmo heurístico por um projeto de experimentos;
- Analisar diferentes cenários de alocação de mamógrafos.
- Apresentar uma proposta de destinação de possíveis compras de novos equipamentos de mamografia

## 1.3 Motivação

Diante do cenário de ineficiência na distribuição dos mamógrafos, apontado por vários autores, ficou nítida a oportunidade de um rearranjo na localização de tais equipamentos. Em um país com constantes restrições orçamentárias na área de saúde pública, uma distribuição mais racional dos equipamentos de mamografia pode significar economia de recursos públicos. Outra grande motivação para o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa é a possibilidade de proporcionar alternativas para que mais mulheres possam fazer exames preventivos contra o câncer de mama.

## 1.4 Metodologia

A metodologia desta pesquisa consiste em:

- Revisão de literatura de modelos e algoritmos para resolver o problema de localização de mamógrafos;
- Obtenção de dados de distâncias entre os municípios de Minas Gerais, das demandas de cada cidade e da quantidade de mamógrafos disponível;
- Implementação do modelo de programação matemática;

- Implementação de um algoritmo heurístico baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*;
- Realização de um projeto de experimentos para calibrar os parâmetros do algoritmo proposto;
- Realização de testes e discussão dos resultados.

## 1.5 Contribuições

Esta dissertação tem as seguintes contribuições:

- (i) Uma nova formulação de programação matemática que dispensa o uso de pré-processamento;
- (ii) Uma proposta de realocação dos mamógrafos disponíveis nos Estados de Minas Gerais e Rondônia;
- (iii) Uma análise de compras de novos equipamentos, uma vez que realocar mamógrafos já instalados pode ser impossível;
- (iv) Uma análise do impacto na cobertura ao se aplicar a restrição de microrregião de saúde;
- (v) Uma análise de um cenário em que não há convênios entre municípios e os mamógrafos sob gestão municipal atendem somente às pessoas da própria cidade;
- (vi) Um algoritmo heurístico, baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*, para tratar instâncias maiores do problema e ser uma alternativa de solução do problema.

## 1.6 Limitações

Este trabalho tem as seguintes limitações:

- (i) As informações relativas ao número de equipamentos de mamografia disponíveis foram obtidas no site do DATASUS. Entretanto, nem sempre essas informações estão atualizadas e os equipamentos podem não estar em operação;
- (ii) A demanda por exames de mamografia foi baseada em dados populacionais de 2010, projetados para 2020;

- (iii) Nos modelos desenvolvidos, desconsiderou-se que haja convênios em relação aos equipamentos de gestão municipal;
- (iv) Para atender à restrição de deslocamento máximo de uma mulher ao seu local de atendimento, considerou-se o deslocamento por carro. Entretanto, grande parte da população usa o serviço de transporte público para se deslocar;
- (v) Não foram levantados dados com relação a quais cidades possuem infraestrutura hospitalar para sediar um mamógrafo. A solução foi estipular uma demanda mínima necessária para que uma cidade seja candidata a sediar um equipamento;

## 1.7 Organização da Dissertação

O restante desta dissertação está organizado como segue. O Capítulo 2 apresenta uma descrição do problema, uma revisão da literatura relacionada e uma formulação de programação matemática para o PLM. Um algoritmo baseado na meta-heurística *Simulated Annealing* é proposto no Capítulo 3. Os resultados dos experimentos computacionais são apresentados no Capítulo 4. Finalmente, as conclusões, os trabalhos futuros e a publicação gerada no desenvolvimento deste trabalho estão apresentadas no Capítulo 5.



## Capítulo 2

# Problema de Localização de Mamógrafos: Descrição, Formulação e Revisão de Literatura

Este capítulo está organizado como segue. Na Seção 2.1, descrevemos o Problema de Localização de Mamógrafos, considerando as diretrizes estabelecidas pelo Ministério da Saúde brasileiro. Na Seção 2.2, é feita uma revisão da literatura relacionada ao problema. Na Seção 2.3, apresentamos uma formulação de programação matemática para representá-lo.

### 2.1 Descrição do Problema

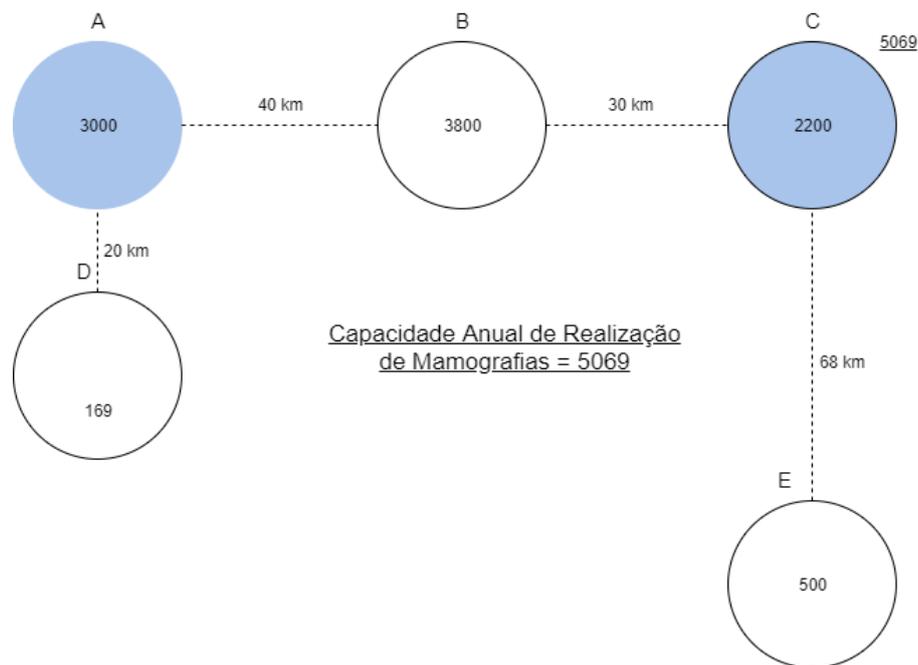
Nesta seção é apresentada a descrição do Problema de Localização de Mamógrafos (PLM). As características deste problema são as seguintes:

- Existe um conjunto  $S$  de  $n$  localidades candidatas a receber um total de  $p$  mamógrafos;
- Cada mamógrafo possui uma capacidade anual de realização de mamografias igual a  $cap$ ;
- Cada cidade  $i$  possui uma demanda anual por exames de mamografia. De acordo com as recomendações do Ministério da Saúde Brasil [2017], este número é composto por 58,9% da população feminina na faixa etária de 50 a 69 anos e de 20% das mulheres de 40 a 49 anos idade;

- As mulheres de uma cidade  $j$  podem ser atendidas por mamógrafos instalados em uma outra cidade  $i$ , porém a distância entre  $i$  e  $j$  não pode ultrapassar  $R$  km. No Brasil, o Ministério da Saúde Brasil [2017] recomenda que  $R$  seja igual a 60km;
- Para que uma cidade  $i$  seja sede de um equipamento de mamografia, é necessário que ela possua estrutura para tal. Nesta pesquisa foi considerado que, para que uma cidade seja candidata a receber um mamógrafo, sua demanda por exames precisa ser maior ou igual a  $demMin$  exames;
- Uma cidade  $j$  pode ser atendida por uma ou mais cidades  $i$ ;
- Uma cidade pode ser sede de um mamógrafo e, ainda assim, ter parte de sua demanda coberta por mamógrafos de outra cidade. Isso ocorrerá se o(s) equipamento(s) que ela sedia não for(em) suficiente(s) para cobrir toda sua demanda;
- Uma cidade  $i$  pode atender uma ou mais cidades  $j$ . Porém, para fornecer mamografias para outras cidades, é preciso que toda a demanda de  $i$  já tenha sido coberta.

O objetivo do PLM é maximizar a cobertura de mamografias, dada a quantidade de mamógrafos disponíveis. Assim, é necessário estabelecer em quais cidades os mamógrafos devem ser instalados e a quantidade de equipamentos que cada uma irá sediar. Além disso, é preciso definir quais cidades serão atendidas por esses mamógrafos e em qual proporção.

A Figura 2.1 ilustra um cenário em que existem 5 cidades (A, B, C, D e E) e 2 mamógrafos. A capacidade anual de realização de exames de cada equipamento é igual a 5069 mamografias. Neste exemplo, os mamógrafos estão instalados nas cidades A e C. A demanda de A, igual a 3000 mamografias, é totalmente coberta pelos mamógrafos que ela sedia. Sua capacidade ociosa de 2069 exames é usada para atender toda a demanda de D, igual a 169 mamografias, e 50% da demanda de B, o que representa 1900 exames. Os outros 50% da demanda de B são atendidos pela capacidade ociosa de C. Depois de atender toda a sua demanda (2200 exames) e cobrir 50% da demanda de B, a cidade C ainda possui uma capacidade de atendimento excedente de 969 mamografias. Essa quantidade seria suficiente para cobrir toda a demanda da cidade E, equivalente a 500 exames. No entanto, como a distância entre as cidades C e E é superior a 60 km, a cidade E não pode ser atendida por equipamentos instalados na cidade C.



**Figura 2.1.** Exemplo de dois mamógrafos para atender cinco cidades.

## 2.2 Revisão de Literatura

A localização de uma facilidade é uma questão crítica, seja para uma indústria ou para uma instalação de atenção a saúde [Daskin & Dean, 2005]. Neste tipo de problema, existem clientes, com suas respectivas demandas, e locais, onde potencialmente as facilidades serão instaladas. Facilidades podem ser entendidas como instalações físicas, tais como um centro de distribuição, uma escola, um hospital, uma antena, entre outros [Sathler et al., 2017]. O objetivo é determinar em quais desses locais serão abertas facilidades e, conseqüentemente, a quais destas facilidades cada cliente será associado.

O primeiro estudo de localização de facilidades data de 1909. O objetivo era determinar a localização de um armazém de forma que a distância dele para seus clientes fosse minimizada [Weber, 1929]. Desde então, este tema vem sendo objeto de estudo de vários autores [Ahmadi-Javid et al., 2017].

Um modelo de Localização de Facilidades pode ser classificado como contínuo ou discreto. Modelos contínuos são aqueles em que as facilidades podem ser localizadas em qualquer ponto da região viável, uma vez que trata-se de uma região contínua, possibilitando, em tese, uma infinidade de possibilidades. Por outro lado, modelos discretos só permitem que as facilidades sejam estabelecidas em locais pré-determinados, os quais eventualmente podem também ser ponto de demanda [Eiselt & Marianov, 2011]. Mo-

delos discretos podem ser classificados em três categorias: (i) modelos baseados em medianas; (ii) modelos de cobertura; e (iii) outros modelos [Ahmadi-Javid et al., 2017]. Modelos baseados em medianas são caracterizados por localizar facilidades de forma que a média ponderada das distâncias entre os pontos de demandas e as facilidades nas quais eles estão associados seja minimizada. Por sua vez, nos modelos de localização baseados em cobertura, dado um nível específico de cobertura de demanda a ser atingido, a meta é encontrar a quantidade e a localização das facilidades a serem abertas, garantindo que a distância (ou tempo) entre os pontos de demanda e a facilidade que os atende esteja dentro do limite especificado. A terceira categoria inclui problemas que não se enquadram em nenhuma das duas categorias citadas acima, tendo como exemplo o problema de  $p$ -dispersão, o problema de máxima dispersão e outros.

Problemas que lidam com serviços de saúde, como o Problema de Localização de Mamógrafos, são frequentemente do tipo cobertura. De acordo com Ahmadi-Javid et al. [2017], esta categoria é subdividida em problemas de localização de  $p$ -centros, problemas de cobertura de conjuntos e problemas de localização de máxima cobertura. O problema de localização de  $p$ -centros consiste em localizar uma facilidade, tal como uma escola ou um hospital, de forma que a distância do cliente mais distante em relação a ela seja minimizada [Hakimi, 1964]. O problema de cobertura de conjuntos visa à minimização do número de facilidades abertas, garantindo que toda demanda seja atendida e respeitando a distância máxima ou tempo máximo entre cada cliente e a facilidade que o atende [Toregas et al., 1971]. Por fim, dado um número fixo de facilidades a serem abertas, o Problema de Localização de Máxima Cobertura (MCLP - *Maximal Covering Location Problem*) procura determinar a melhor localização delas, de forma a cobrir o máximo possível da demanda [Church & ReVelle, 1974].

Modelos baseados no MCLP são amplamente utilizados na área de saúde, especialmente no setor público, devido às constantes restrições orçamentárias.

A localização de facilidades de saúde preventiva é tratada em vários trabalhos, tais como Verter & Lapierre [2002]; Zhang et al. [2009, 2010]; Gu et al. [2010]; Zhang et al. [2012]; Davari et al. [2016]; Dogan et al. [2019].

Verter & Lapierre [2002] propuseram um modelo para determinar a configuração ótima de uma rede de instalações de saúde preventiva. O objetivo era maximizar a participação em programas de prevenção, incluindo a realização de exames de mamografia. O modelo apresentado baseava-se em três premissas: (i) cada indivíduo buscaria a instalação mais próxima; (ii) a probabilidade de participação de uma pessoa em um programa de prevenção diminui à medida que a distância dela para a instalação aumenta; (iii) cada instalação aberta precisaria ter um número mínimo de clientes. Para modelar a probabilidade de participação, os autores usaram uma função de decaimento

com valores que variam entre 0 (zero) e 1. Para distâncias maiores que o máximo permitido, o valor da função seria 0 (zero). À medida que a distância se aproxima de 0 (zero), o valor da função aumenta progressivamente até 1. O modelo foi aplicado para localizar centros de mamografia na cidade de Montreal, Canadá.

Zhang et al. [2009] adicionaram o conceito de congestionamento. Ao contrário do estudo anterior, em que somente o tempo ou a distância eram os fatores que definiam a acessibilidade à facilidade, os autores também consideraram o tempo total despendido. Esse tempo é composto pelo tempo de viagem, o tempo de espera para receber o serviço e o tempo de serviço de fato. Para resolução do problema foram desenvolvidas uma heurística de alocação e quatro de localização.

Em Zhang et al. [2010], os autores acrescentaram uma variável de decisão em relação ao trabalho anterior. Além de decidir se uma facilidade será aberta ou não, havia uma preocupação em relação ao número de serviços que cada instalação iria oferecer. A proposta de abordagem de solução foi a construção de um modelo de otimização não-linear de dois níveis. Um algoritmo baseado em Busca Tabu foi desenvolvido para tratar o problema.

Uma nova medida de acessibilidade foi apresentada por Gu et al. [2010]. Ao contrário dos trabalhos anteriores, nos quais a distância (ou o tempo) eram o principal fator de acessibilidade, a medida proposta combinou disponibilidade regional, distância entre clientes e facilidades, e o número mínimo de clientes que esta facilidade atrai. Para estimar a carga de trabalho de uma facilidade, foi utilizado um modelo de localização competitiva, baseado no modelo de Huff [1964]. Os autores apresentaram uma formulação de otimização linear com a soma ponderada de dois objetivos: cobertura e eficiência. A parcela que mensura a eficiência visa à maximização do bem-estar social ao procurar um arranjo ideal dos serviços de saúde. A parcela de cobertura, por sua vez, visa ao atendimento do maior número de pessoas dentro de uma área alvo. Para resolver instâncias reais do problema, os autores aplicaram um algoritmo heurístico de busca local que explora o espaço de soluções do problema por meio de movimentos de realocação de uma facilidade.

No trabalho de Zhang et al. [2012], a probabilidade de um cliente escolher uma determinada facilidade foi considerada. Os autores apresentaram dois modelos. O primeiro partia do pressuposto que o cliente escolhe uma facilidade com certa probabilidade, a qual aumenta de acordo com a atratividade da instalação. O outro modelo define que o cliente escolherá a facilidade com maior atratividade. Quanto mais próxima uma instalação estiver do cliente, mais atraente ela será para ele. Para resolver o problema, uma heurística baseada em busca probabilística e um algoritmo genético foram propostos.

Davari et al. [2016] apresentaram um modelo que incorpora restrições orçamentárias. Como método de solução, foi usado um algoritmo baseado em VNS (*Variable Neighborhood Search*) [Hansen et al., 2019]. Dogan et al. [2019] apresentaram um modelo multiobjetivo, composto por três termos: (i) minimização do desvio médio ponderado entre os atendimentos realizados e a participação esperada no período planejado; (ii) minimização do desvio resultante do excesso do tempo de espera na facilidade em relação ao limite de espera aceitável; e (iii) minimização do desvio resultante do excesso de custo. O modelo foi aplicado para localizar centros de diagnóstico, triagem e treinamento para câncer em Istambul, Turquia.

Apesar de trazerem contribuições significativas, os trabalhos citados acima não retratam a realidade brasileira. São poucos os estudos que buscam obter uma distribuição geográfica mais eficiente dos equipamentos de mamografia e que estejam focados na realidade nacional. Entre eles, podem ser citados Corrêa et al. [2018], Souza et al. [2019] e Souza et al. [2020].

Corrêa et al. [2018] buscaram descobrir se era possível uma distribuição mais racional dos mamógrafos existentes, tendo, como estudo de caso, um conjunto de 12 regiões de saúde do Estado de Minas Gerais, envolvendo 142 cidades em um raio de 100km de distância da cidade de Ouro Preto e um total de 55 equipamentos. Os autores desenvolveram quatro formulações de programação matemática inteira, baseadas no problema clássico de  $p$ -medianas, cujo objetivo era minimizar o somatório das distâncias entre as localidades atendidas e as localidades que as atendem. A primeira formulação adiciona uma restrição de distância máxima entre cada cidade e a cidade que fornece os exames de mamografia a ela. Na segunda formulação, é permitida a violação da restrição de distância, penalizando o desvio positivo de distância na função objetivo. A terceira e a quarta formulações reproduzem a primeira e a segunda, respectivamente. Porém, nesse caso, também é considerada na função objetivo, além da distância entre a cidade que atende e a cidade que é atendida, a demanda de mulheres da cidade que precisa do atendimento. Os autores concluíram que a quantidade de mamógrafos na região estudada é suficiente para atender toda a demanda por mamografias, sendo necessário para isso somente 46 equipamentos.

O trabalho de Souza et al. [2019] estudou a distribuição de mamógrafos no Estado de Rondônia. Os autores propuseram duas formulações de programação matemática, ambas visando a maximizar o número de mulheres atendidas. As restrições de demanda mínima para que uma cidade seja sede de um equipamento, e a restrição de distância máxima entre cada cidade atendida e a cidade que fornece o atendimento também se aplicam aos dois modelos. As duas formulações se diferem com respeito à forma de cobertura de cada cidade. Na primeira formulação, a demanda de uma cidade deve

ser totalmente coberta, seja por ela mesma ou por uma cidade vizinha dentro do raio de cobertura. Nesse caso, ou a cidade é totalmente atendida ou não é atendida. Na segunda formulação, é possível realizar um atendimento parcial, isto é, uma cidade pode ter frações de sua demanda atendidas por diferentes cidades. Para resolver o problema, é necessário realizar um pré-processamento, no qual cada cidade com demanda superior à capacidade de atendimento de um mamógrafo recebe  $p$  equipamentos, sendo  $p$  a parte inteira da divisão da demanda da cidade pela capacidade de realização de exames do equipamento.

**Tabela 2.1.** Contribuições de alguns trabalhos sobre localização de equipamentos de saúde preventiva

Trabalho	Contribuição
Verter & Lapierre [2002]	Primeira formulação para tratar de localização de facilidades de saúde preventiva.
Zhang et al. [2009]	Conceito de congestionamento.
Zhang et al. [2010]	Quantidade de serviços que cada instalação irá oferecer.
Gu et al. [2010]	Medida de acessibilidade que combina três fatores.
Zhang et al. [2012]	Foco na probabilidade de o cliente escolher determinada instalação.
Davari et al. [2016]	Adição de restrições orçamentárias.
Dogan et al. [2019]	Modelo que concilia três objetivos distintos.
Corrêa et al. [2018]	Formulação baseada no problema das $p$ -Medianas.
Souza et al. [2019]	Formulações considerando atendimento integral e parcial.
Souza et al. [2020]	Algoritmo VNS para uma formulação considerando atendimento integral.

Já em Souza et al. [2020] os autores apresentaram um algoritmo baseado na meta-heurística VNS para resolver o problema. No trabalho, os autores consideraram atendimento integral. Isso significa que uma cidade deverá ser atendida somente por uma outra cidade, e essa cobertura precisa ser integral. Para construir uma solução inicial, as cidades candidatas são ordenadas, em ordem decrescente da demanda de sua região de cobertura. Por região de cobertura, entende-se as cidades que estão em um raio de 60 km da cidade candidata a sediar um equipamento de mamografia. Com isso, a cidade com maior demanda regional seria a primeira a ser atendida. Para os casos de capacidade de atendimento ociosa, usou-se o problema da mochila para definir os municípios vizinhos que se beneficiariam. Com base em dados populacionais do ano de 2010, o método foi aplicado em instâncias referentes ao Estado de Minas Gerais. Além do algoritmo VNS desenvolvido, também foi usado o *solver* Gurobi para implementar um modelo de programação matemática para o problema. Os autores consideraram que a cobertura obtida foi muito maior que a cobertura atual, tanto para o modelo

exato quanto em relação ao método heurístico. Por fim, foi observado que o algoritmo baseado em VNS obteve melhores resultados em relação ao *solver* Gurobi em duas das seis instâncias usadas para teste, ao se fixar um tempo limite de processamento.

A Tabela 2.1 traz um resumo das contribuições dadas pelos trabalhos que serviram de inspiração para esta dissertação.

## 2.3 Formulação de Programação Matemática

Esta seção apresenta a formulação de programação matemática proposta para representar o Problema de Localização de Mamógrafos. Além da formulação padrão, uma alternativa também é apresentada.

A formulação de programação matemática apresentada nesta pesquisa é baseada no trabalho de Souza et al. [2019]. No estudo mencionado, é necessário que a demanda por mamografias, em cada cidade, seja menor do que a capacidade de realização de exames de um mamógrafo. Para garantir que esta condição seja satisfeita, um procedimento de pré-processamento torna-se necessário. Para cada cidade com demanda superior à capacidade do equipamento, são alocados quantos mamógrafos forem necessários, até que a demanda residual seja menor que a capacidade de realização de exames do equipamento. Ao final do procedimento, todas as cidades apresentam demanda menor do que a capacidade de atendimento do mamógrafo, e o número de equipamentos utilizados para isso é subtraído do total disponível.

Nesta dissertação, foram adicionadas variáveis e restrições que tornam o pré-processamento desnecessário. A Tabela 2.2 apresenta os parâmetros do problema e as variáveis de decisão.

**Tabela 2.2.** Descrição dos parâmetros e variáveis de decisão

Parâmetros do Problema	
$N$	Conjunto de cidades candidatas
$S_i$	Conjunto de cidades cuja distância em relação a cidade $i$ seja menor ou igual a $R$ km, isto é, $S_i = \{j \in N \mid d_{ij} \leq R \text{ e } d_{ji} \leq R\}$ .
$d_{ij}$	Distância da cidade $i$ para a cidade $j$ .
$dem_j$	Demanda de mamografias da cidade $j$ .
$cap$	Capacidade anual de realização de exames de cada mamógrafo.
$p$	Número de mamógrafos a serem alocados.
$R$	Distância máxima que as mulheres devem viajar para realizar uma mamografia.
$demMin$	Quantidade mínima de exames, por ano, que uma cidade precisa para que seja candidata a sediar um equipamento de mamografia.
Variáveis de Decisão	
$x_{ij}$	Variável contínua no intervalo $[0, 1]$ que indica a fração da demanda da cidade $j$ que é atendida por mamógrafos instalados na cidade $i$ .
$y_i$	Variável inteira que representa a quantidade de equipamentos instalados na cidade $i$ .
$z_i$	Variável binária que assume o valor 1 se $i$ é sede de um equipamento e 0, caso contrário.
$t_i$	Variável binária que assume o valor 1 se a demanda da cidade $i$ é totalmente coberta por mamógrafos instalados nela mesma e 0, caso contrário.

A formulação de programação inteira mista proposta é dada pelas Equações (2.1)-(2.15):

$$\max \sum_{i \in N} \sum_{j \in S_i} dem_j \cdot x_{ij} \quad (2.1)$$

$$suj.a \sum_{i \in S_j} x_{ij} \leq 1 \quad \forall j \in N \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in N} y_i = p \quad (2.3)$$

$$\sum_{j \in S_i} dem_j \cdot x_{ij} \leq cap \cdot y_i \quad \forall i \in N \quad (2.4)$$

$$z_i \geq y_i/p \quad \forall i \in N \quad (2.5)$$

$$z_i \leq y_i \quad \forall i \in N \quad (2.6)$$

$$t_i \leq z_i \quad \forall i \in N \quad (2.7)$$

$$t_i \geq dem_i \cdot x_{ii} - dem_i + 1 \quad \forall i \in N \quad (2.8)$$

$$t_i \leq x_{ii} \quad \forall i \in N \quad (2.9)$$

$$t_i \geq x_{ij} \quad \forall i, \forall j \in N \mid i \neq j \quad (2.10)$$

$$y_i = 0 \quad \forall i \in N \mid dem_i < demMin \quad (2.11)$$

$$x_{ij} \in [0, 1] \quad \forall i, \forall j \in N \quad (2.12)$$

$$y_i \in \mathbb{Z} \quad \forall i \in N \quad (2.13)$$

$$z_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad (2.14)$$

$$t_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N \quad (2.15)$$

A função objetivo (2.1) visa à maximização da cobertura da demanda por mamografias. As restrições (2.2) garantem que a cidade  $j$  seja atendida em no máximo 100% de sua demanda. A restrição (2.3) força a utilização de todos os  $p$  mamógrafos disponíveis, permitindo que uma cidade  $i$  sedie de 0 a  $p$  equipamentos. As restrições (2.4) garantem que a capacidade de realização de exames do mamógrafo seja respeitada. As restrições (2.5) e (2.6) fazem com que  $z_i$  seja 1 se houver pelo menos um equipamento instalado na cidade  $i$  e 0, caso contrário. As restrições (2.7), (2.8), e (2.9) forçam com que  $t_i$  seja igual a 1 se a demanda da cidade  $i$  é totalmente coberta pelos seus próprios mamógrafos e 0, caso contrário. As restrições (2.10) estipulam que a cidade  $i$  somente fornecerá exames para outra cidade  $j$  se a demanda dela estiver sendo totalmente coberta por seus próprios mamógrafos. As restrições (2.11) evitam que uma cidade com demanda inferior àquela mínima estabelecida hospede um equipamento. Finalmente, as restrições (2.12), (2.13), (2.14), e (2.15) impõe o domínio das variáveis de decisão.

A formulação apresentada acima trabalha em um cenário em que há liberdade para realocar equipamentos. Embora essa estratégia melhore a distribuição dos equipamentos, no mundo real pode ser difícil executar essa operação. Dessa forma, algumas modificações precisam ser feitas no modelo, de forma a manter a distribuição atual dos mamógrafos já instalados e otimizar a localização de equipamentos que venham a ser adquiridos. Nesta formulação alternativa, é necessário adicionar o seguinte parâmetro:

$c_i$  = Número de mamógrafos atualmente instalados na cidade  $i$

Finalmente, para concluir esta nova formulação, basta adicionar o seguinte conjunto de restrições:

$$y_i \geq c_i \quad \forall i \in \mathcal{N} \quad (2.16)$$

As restrições (2.16) determinam que o número de mamógrafos instalados em cada cidade precisa ser maior ou igual ao número de equipamentos que esta cidade já possui atualmente.



# Capítulo 3

## Algoritmo Heurístico Proposto

Este capítulo apresenta o algoritmo heurístico proposto, baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*, para a solução do Problema de Localização de Mamógrafos. A criação deste algoritmo deve-se ao fato de o PLM ser considerado NP-difícil, o que inviabiliza a resolução de instâncias maiores em tempo de tomada de decisão. Na Seção 3.1 é explicado como uma solução do PLM pode ser representada computacionalmente. A maneira como é gerada uma solução inicial do problema é descrita na Seção 3.2. A Seção 3.3 mostra como é tratada a capacidade ociosa de um equipamento. A forma como é feita a exploração da vizinhança é mostrada na Seção 3.4, enquanto na Seção 3.5 é apresentada a função de avaliação. Finalmente, na Seção 3.6, é apresentado o algoritmo proposto propriamente dito.

### 3.1 Representação de uma Solução

Uma solução  $s$  do PLM é representada por um par  $(y, x)$ , no qual  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  é um vetor de dimensão  $n$ , e  $y_i$  representa o número de mamógrafos instalados na cidade  $i$ ;  $x = (x_{ij})$  é uma matriz  $n \times n$ , em que  $x_{ij}$  representa a fração da demanda da cidade  $j$  que é coberta pela capacidade de realização de mamografias da cidade  $i$ .

Como exemplo, a Figura 3.1 ilustra uma solução  $s = (y, x)$  para um problema com 4 cidades e 2 mamógrafos. As posições 1 e 3 do vetor  $y$  indicam que as cidades correspondentes possuem um equipamento cada, enquanto as outras não sediam nenhum. Na matriz  $x$ , as células  $x_{11}$  e  $x_{33}$  indicam que os equipamentos atendem toda a demanda das localidades onde estão instalados. Finalmente, as células  $x_{14}$ ,  $x_{12}$  e  $x_{32}$  indicam que a capacidade ociosa de atendimento da cidade 1 cobre 90% da demanda

Vetor $y$				
	1	2	3	4
	1	0	1	0

Matriz $x$				
	1	2	3	4
1	1	0,3	0	0,9
2	0	0	0	0
3	0	0,6	1	0
4	0	0	0	0

**Figura 3.1.** Representação de uma solução com dois mamógrafos e quatro cidades

da cidade 4 e 30% da demanda da cidade 2. Por outro lado, a cidade 3 é responsável pelo atendimento de 60% da demanda da cidade 2.

## 3.2 Solução Inicial

O *Simulated Annealing* (SA) é uma meta-heurística que não depende de uma boa solução inicial para gerar bons resultados. Sendo assim, optou-se por criar uma solução inicial aleatória. O processo inicia-se com a geração de um subconjunto de cidades candidatas a sediar mamógrafos. Para que uma cidade seja considerada apta a receber um equipamento, é necessário que ela possua demanda igual ou superior à demanda mínima estabelecida. O próximo passo é escolher, aleatoriamente, uma dessas cidades para hospedar o equipamento. Feito isso, todos os mamógrafos são atribuídos a esse local. Finalmente, a capacidade ociosa de realização de mamografias destes equipamentos deve ser usada para atender outras cidades em um raio de  $R$  quilômetros, como descrito na Seção 3.3.

## 3.3 Capacidade de Atendimento Ociosa

A capacidade ociosa de um equipamento instalado em uma determinada cidade  $i$  pode ser usada para cobrir a demanda de uma ou mais cidades. Todas as cidades localizadas a não mais que  $R$  quilômetros da cidade  $i$  são candidatas a ter sua demanda, ou parte dela, atendida por essa cidade. Dentre as cidades candidatas, será dada prioridade àquelas que não têm outra opção de cobertura além da cidade  $i$ . Para

qualquer cidade ser uma opção de cobertura para outra, ela deve estar dentro de um raio de  $R$  quilômetros e ter a demanda mínima necessária para hospedar uma unidade de mamografia.

Se a soma das demandas residuais das cidades prioritárias exceder a capacidade ociosa da cidade  $i$ , a preferência de alocação será dada às cidades com menor demanda residual. A demanda residual de uma cidade é a diferença entre o número total de exames demandados por ela e a parte dessa demanda já coberta. Finalmente, se mesmo após atender a toda demanda residual das cidades prioritárias, ainda houver capacidade ociosa na cidade  $i$ , as outras cidades candidatas serão analisadas, dando preferência novamente àquelas com menor demanda residual.

---

**Algoritmo 1:** GerencieCapacidadeOciosa( $s, i$ )
 

---

**Entrada:** Solução  $s = (y, x)$ , Cidade  $i$  com exames ociosos

**Saída:** Solução  $s = (y, x)$

```

1 início
2    $cap\_o \leftarrow$  Capacidade ociosa de exames da cidade  $i$ ;
3   se ( $cap\_o > 0$ ) então
4      $Lcp \leftarrow$  Lista de cidades candidatas prioritárias;
5     enquanto ( $Lcp \neq \emptyset$ ) e ( $cap\_o > 0$ ) faça
6        $c \leftarrow$  Cidade com menor demanda residual de  $Lcp$ ;
7       Conecte a cidade  $c$  à cidade  $i$  através da matriz  $x$ ;
8        $Lcp \leftarrow Lcp \setminus \{c\}$ ;
9     fim
10  fim
11  se ( $cap\_o > 0$ ) então
12     $Lc \leftarrow$  Lista de cidades candidatas não prioritárias;
13    enquanto ( $Lc \neq \emptyset$ ) e ( $cap\_o > 0$ ) faça
14       $c \leftarrow$  Cidade com menor demanda residual de  $Lc$ ;
15      Conecte a cidade  $c$  à cidade  $i$  através da matriz  $x$ ;
16       $Lc \leftarrow Lc \setminus \{c\}$ ;
17    fim
18  fim
19 fim

```

---

O Algoritmo 1 mostra o funcionamento do processo de aproveitamento de capacidade ociosa. Uma solução  $s$  é passada como entrada do algoritmo, bem como a cidade  $i$  cuja capacidade ociosa de mamografias deseja-se aproveitar. Na linha 2, é calculada a quantidade de exames excedentes em  $i$ . Caso esta quantidade seja maior que zero, é gerada uma lista de cidades candidatas prioritárias (linha 4) para se aproveitarem deste excedente. Se essa lista não for vazia, a cidade  $c$  com menor demanda residual é selecionada (linha 6) e conectada à cidade  $i$  (linha 7), fazendo com que  $i$  cubra o máximo

possível da demanda residual de  $c$ . Feito isso, a cidade  $c$  é retirada da lista (linha 8). O processo se repete até que não exista mais capacidade ociosa em  $i$  ou todas as cidades da lista tenham sido atendidas (linha 5). Na sequência, na linha 11, é verificado se, mesmo após cobrir a demanda das cidades candidatas prioritárias, ainda há ociosidade em  $i$ . Caso haja, na linha 12, é gerada uma lista  $Lc$  com todas as outras cidades candidatas. Assim como feito no intervalo da linha 5 a linha 9, enquanto houver capacidade excedente de exames na cidade  $i$  e a lista  $Lc$  possuir elementos (linha 13), a cidade  $c$  de menor demanda residual é escolhida (linha 14), conectada à cidade  $i$  (linha 15) e retirada da lista  $Lc$  (linha 16).

A Figura 3.2 apresenta um exemplo da utilização da capacidade de atendimento ociosa de um mamógrafo. No caso em questão, temos um mamógrafo com capacidade de realização de 5000 mamografias para ser instalado em uma de sete cidades disponíveis. A Tabela 3.1 traz os dados de demanda residual de cada cidade neste cenário, além de identificar como isoladas as cidades que possuem no máximo uma cidade em condições de atendê-las na região.

**Tabela 3.1.** Exemplo de cenário para alocação de um mamógrafo

Cidade	Demanda Residual	Cidade Isolada
1	4000	Não
2	500	Sim
3	200	Não
4	400	Não
5	600	Não
6	100	Sim
7	800	Não

Neste exemplo, assumimos que todas as cidades possuem demanda mínima para receber um equipamento. No primeiro momento, a cidade 1 é aleatoriamente escolhida para sediar o mamógrafo. A capacidade do equipamento de realizar 5000 exames é suficiente para atender toda a demanda da cidade 1, igual a 4000, e ainda gera uma capacidade ociosa de 1000 mamografias. Essa capacidade ociosa será utilizada para atender a demanda das cidades vizinhas, porém, as cidades 6 e 7 não entram como candidatas por estarem a uma distância superior a 60 km da cidade 1. Dessa forma, as cidades 2, 3, 4 e 5 tornam-se então candidatas a ter sua demanda coberta pelo mamógrafo da cidade 1, seja parcial ou integralmente. Como a cidade 2 é a única cidade considerada isolada, ela é a primeira ser atendida. O atendimento é integral, a demanda residual da cidade 2 vai a zero e a capacidade ociosa na cidade 1 cai para 500. Na sequência, dentre as cidades 3, 4 e 5, a cidade 3 é escolhida por ter a menor demanda

residual. Mais uma vez o atendimento é integral, a demanda residual da cidade 3 é zerada e a capacidade ociosa na cidade 1 passa a ser de 300 mamografias. Por fim, a cidade 4 é escolhida em detrimento da cidade 5, também por ter uma demanda residual menor. Dessa vez, a capacidade ociosa de 1, nesse momento igual a 300, não é suficiente para atender a demanda da cidade 4 em sua totalidade. O atendimento então é parcial, sendo que com 75% das mulheres da cidade 4 na faixa etária indicada para o exame serão atendidas pelo mamógrafo instalado na cidade 1. Com isso, a capacidade ociosa do mamógrafo instalado na cidade 1 é zerada, não sendo possível cobrir a demanda da cidade 5.

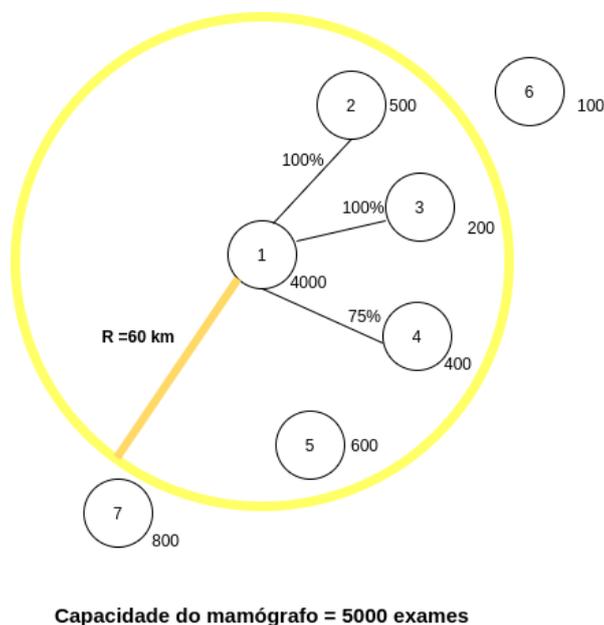


Figura 3.2. Exemplo de utilização de capacidade ociosa.

### 3.4 Exploração da Vizinhaça

O espaço de soluções do PLM é explorado por meio de movimentos de realocação. Este movimento consiste em remover um mamógrafo de uma cidade  $i$  e instalá-lo em uma cidade  $j$  diferente, assumindo que a cidade  $j$  tenha demanda igual ou superior a  $demMin$ . Uma eventual capacidade de atendimento ociosa na cidade  $j$  é tratada como descrito na Seção 3.3. O conjunto de vizinhos  $s'$  de uma solução  $s$ , gerados por este tipo de movimento, forma a vizinhaça  $\mathcal{N}(s)$ .

Realocar um equipamento requer atenção, uma vez que a demanda da cidade  $i$ , da qual o equipamento foi removido, pode ficar total ou parcialmente descoberta. Consequentemente, os atendimentos às cidades de sua região podem ficar comprometidos.

Por outro lado, a cidade que recebe o mamógrafo pode ter toda ou parte de sua demanda atendida, além de, usando uma eventual capacidade ociosa, poder atender outras cidades vizinhas, seja de forma parcial ou integral.

O Algoritmo 2 mostra o pseudocódigo da função  $realoca(s, i, j)$ , envolvendo o movimento de realocação de um mamógrafo da cidade  $i$  para uma cidade  $j$  relativa à solução  $s$ .

---

**Algoritmo 2:**  $Realoca(s, i, j)$

---

**Entrada:** Solução  $s = (y, x)$ , Cidades  $i$  e  $j$  envolvidas na realocação

**Saída:** Solução vizinha  $s' = (y', x')$

1 **início**

2  $L_i \leftarrow$  Lista das cidades que fornecem exames para a cidade  $i$ ;

3  $L_j \leftarrow$  Lista das cidades que fornecem exames para a cidade  $j$ ;

4  $s' \leftarrow s$ ;

5 Desfaça todas as ligações envolvendo a cidade  $i$ ;

6 Desfaça todas as ligações envolvendo a cidade  $j$ ;

7 Desfaça todas as ligações envolvendo as cidades de  $L_i$ ;

8 Desfaça todas as ligações envolvendo as cidades de  $L_j$ ;

9  $y'_i \leftarrow y_i - 1$ ; // Exclua um mamógrafo da cidade  $i$

10  $y'_j \leftarrow y_j + 1$ ; // Adicione um mamógrafo à cidade  $j$

11 **se**  $(|L_i| > 0)$  **então**

12     **enquanto** *houver cidade*  $c \in L_i$  **faça**

13          $GerencieCapacidadeOciosa(s', c)$ ;

14     **fim**

15 **fim**

16  $GerencieCapacidadeOciosa(s', i)$ ;

17 **se**  $(|L_j| > 0)$  **então**

18     **enquanto** (*houver cidade*  $c \in L_j$ ) **faça**

19          $GerencieCapacidadeOciosa(s', c)$ ;

20     **fim**

21 **fim**

22  $GerencieCapacidadeOciosa(s', j)$ ;

23 **fim**

---

Inicialmente, nas linhas 2 e 3 do Algoritmo 2, são geradas listas das cidades que fornecem exames para as cidades  $i$  e  $j$ , respectivamente. É importante mencionar que, apesar de  $i$  possuir pelo menos 1 mamógrafo, ela ainda pode estar se beneficiando de algum equipamento de outra cidade. Na linha 4, cria-se uma cópia  $s'$  da solução  $s$

corrente. Na sequência, nas linhas 5 e 6, todas as ligações envolvendo essas cidades são desfeitas, sejam as cidades  $i$  e  $j$  fornecendo exames ou recebendo exames. Nas linhas 7 e 8, são desfeitas também todas as ligações das cidades que, porventura, cobriam toda ou parte da demanda dos locais  $i$  ou  $j$ . Na linha 9, o número de equipamentos instalados na cidade  $i$  diminui em uma unidade, enquanto na linha 10, a quantidade de equipamentos em  $j$  é acrescida em um mamógrafo. Posteriormente, na linha 11, é verificado se a lista de cidades que fornecem exames para a cidade  $i$  possui algum elemento. Caso haja, para cada uma dessas cidades  $c \in L_i$  (lista de cidades que fornecem exames para  $i$ ) é aplicada a função *GerencieCapacidadeOciosa* (linha 13), a qual irá lidar com os exames excedentes delas. Feito isso, na linha 16 é a vez de gerenciar a capacidade ociosa da cidade  $i$ . Nas linhas 17 a 22, o processo realizado em relação à cidade  $i$  nas linhas de 11 a 16 é repetido para a cidade  $j$ . Sendo assim, na linha 17 verifica-se a quantidade de cidades que fornecem exames para a cidade  $j$ , e na linha 19 é aplicada a função *GerencieCapacidadeOciosa* para essas cidades, caso existam. Por fim, a capacidade ociosa da cidade  $j$  é tratada na linha 22.

### 3.5 Função de Avaliação

Uma solução do PLM é avaliada de acordo com a Equação (2.1), em que  $x_{ij}$  representa a fração da demanda da cidade  $j$  coberta pela cidade  $i$ . Essa equação visa a maximização da cobertura da demanda por mamografias das  $n$  cidades do problema.

### 3.6 Algoritmo *Simulated Annealing*

A meta-heurística *Simulated Annealing* (SA) [Kirkpatrick et al., 1983] faz uma analogia com o processo de recozimento de metais. Nesse processo, o metal é aquecido a uma temperatura alta e, depois, resfriado lentamente, para que o produto final seja uma massa homogênea [Haeser & Ruggiero, 2008].

Diferentemente dos métodos tradicionais de descida, em que soluções vizinhas são aceitas apenas se gerarem uma melhora na função objetivo, o SA também aceita soluções de piora, de acordo com a função de probabilidade [Dowsland, 1993], dada pela Equação (3.1):

$$P(\Delta, T) = e^{-\Delta/T} \quad (3.1)$$

em que  $P(\Delta, T)$  é a probabilidade de se aceitar um movimento,  $\Delta$  é a variação no valor da função objetivo (uma variação negativa, caso seja encontrada uma solução melhor),

e  $T$  é a temperatura corrente.

A ideia do SA é começar de uma temperatura inicial alta e, à medida que as iterações avançam, resfriá-la até que seja atingido um valor de congelamento ao final do procedimento. O pseudocódigo do método SA é descrito no Algoritmo 3.

---

**Algoritmo 3:** *SimulatedAnnealing*( $s, T_{zero}, SMax, \alpha$ )

---

**Entrada:** Solução  $s = (y, x)$ ,  $T_i$ ,  $T_{zero}$ ,  $SMax$ ,  $\alpha$ ;

**Saída:** Solução  $s^*$ ;

```

1 início
2    $s^* \leftarrow s$ ;
3    $T \leftarrow T_i$ ;
4   enquanto ( $T > T_{zero}$ ) faça
5      $IterT \leftarrow 0$ ;
6     enquanto ( $IterT < SMax$ ) faça
7        $IterT \leftarrow IterT + 1$ ;
8       Escolher aleatoriamente uma cidade  $i$ , tal que  $y_i \geq 1$ 
9       Escolher aleatoriamente uma cidade  $j$ , tal que  $dem_j \geq demMin$ 
10       $s' \leftarrow realoca(s, i, j)$ ;
11       $\Delta = f(s) - f(s')$ ;
12      se ( $\Delta < 0$ ) então
13         $s \leftarrow s'$ ;
14        se ( $f(s) > f(s^*)$ ) então
15           $s^* \leftarrow s$ ;
16        fim
17      senão
18        Gerar aleatoriamente  $x \in [0, 1]$ ;
19        se ( $x < e^{-\Delta/T}$ ) então
20           $s \leftarrow s'$ ;
21        fim
22      fim
23    fim
24     $T \leftarrow \alpha \cdot T$ ;
25  fim
26 fim
```

---

Na linha 2 do Algoritmo 3, a solução corrente é armazenada na variável  $s^*$ , a qual representa a melhor solução obtida até o momento. Na linha 4, é verificado se a temperatura atingiu o valor de congelamento. Se esse valor não for atingido, o procedimento entra em um processo iterativo (linhas 6 a 23) executado durante  $SMax$  (parâmetro de entrada) iterações. Em cada iteração será gerada uma solução vizinha  $s'$  da solução  $s$  corrente. Para gerá-la, são escolhidas duas cidades  $i$  e  $j$ , representando, respectivamente, a cidade que perderá um mamógrafo e a que ganhará um mamógrafo.

A escolha de  $i$  e  $j$  é aleatória, porém é necessário que  $i$  seja sede de pelo menos um mamógrafo (linha 8) e que  $j$  demande uma quantidade de mamografias maior ou igual à demanda mínima estabelecida (linha 9). Feito isso, a função *realoca* é aplicada na linha 10 para gerar  $s'$ . Cada vizinho é avaliado na linha 11. Na linha 12, é verificado se houve melhora e, se houver, a solução vizinha se torna a solução corrente (linha 13). Se a nova solução gerada for a melhor solução obtida até o momento (linha 14), ela será armazenada na variável  $s^*$  (linha 15). Na hipótese de a solução vizinha não ter gerado melhoria, o teste de probabilidade é realizado na linha 19, de acordo com a Eq. (3.1), o que pode permitir que essa solução, mesmo sendo de piora, torne-se a nova solução corrente (linha 20). Na linha 24, a temperatura corrente é resfriada com base em um fator  $\alpha$ , recebido como um parâmetro de entrada. O SA encerra-se quando é alcançada a temperatura de congelamento  $T_{zero}$ . O retorno do método é a solução  $s^*$ , a melhor solução encontrada durante a busca.

Como dito anteriormente, a temperatura inicial do SA precisa ser suficientemente alta. Para determinar qual seria esse valor, é aplicado um procedimento de simulação [Gomes Júnior et al., 2005], o qual funciona da seguinte maneira. Dada uma solução inicial qualquer, gerada aleatoriamente, e uma temperatura baixa ( $T_i$ ) como temperatura inicial da simulação, o procedimento verifica quantas soluções são aceitas em  $SAm_{ax}$  iterações do procedimento. Caso  $\gamma \times SAm_{ax}$  soluções forem aceitas, sendo  $\gamma > 0$  o parâmetro que representa o percentual de soluções aceitas no início do processo, a temperatura corrente é considerada a temperatura inicial ideal. Do contrário, a temperatura deve ser aumentada em uma taxa  $\beta > 1$ . Dessa forma, a temperatura inicial a ser utilizada no método é aquela na qual  $\gamma\%$  das soluções são aceitas.



# Capítulo 4

## Experimentos Computacionais

Neste capítulo são apresentados os experimentos computacionais com os métodos desenvolvidos. O modelo de programação matemática foi implementado usando o otimizador CPLEX, versão 12.7.1, com a configuração padrão. O algoritmo heurístico proposto, baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*, foi implementado na linguagem C++ usando o compilador gcc, versão 5.4.0. Todos os testes foram realizados em um computador Intel Core i5-4200U 1.6 GHz CPU com 6 GB de RAM sob o sistema operacional Ubuntu, versão 16.04.2.

A Seção 4.1 mostra as características das instâncias usadas para testar os métodos. Na Seção 4.2, são comparados os resultados obtidos pelo algoritmo *Simulated Annealing* e o otimizador CPLEX. Na sequência, a Seção 4.3 apresenta uma análise da melhor localização dos novos mamógrafos adquiridos. Uma comparação é feita entre um cenário onde há liberdade para realocar todos mamógrafos existentes e um outro onde somente os novos equipamentos a serem adquiridos podem ter suas localização otimizadas. Todas as soluções obtidas pelo otimizador CPLEX e pelo algoritmo *Simulated Annealing* estão disponíveis em <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/projects/MULP/MULP.html>.

### 4.1 Características das Instâncias

Para testar os métodos, 8 instâncias foram utilizadas. Essas instâncias referem-se à projeção da população feminina em 2020, dentro da faixa etária indicada para mamografia. A Tabela 4.1 mostra as características delas.

**Tabela 4.1.** Características das Instâncias.

# ID	Nome da Instância	# Equip.	Demanda Mínima	Produtividade do Mamógrafo
1	RO-8-1800-5069	8	1800	5069
2	RO-8-1800-6758	8	1800	6758
3	MG-344-375-5069	344	375	5069
4	MG-258-375-6758	258	375	6758
5	MG-324-375-5069	324	375	5069
6	MG-324-375-6758	324	375	6758
7	MG-324-0-5069	324	0	5069
8	MG-324-0-6758	324	0	6758

A primeira coluna da Tabela 4.1 contém o identificador da instância. Em seguida, na segunda coluna há um nome para cada instância para indicar suas características, na forma “Estado-Quantidade de Mamógrafos-Demanda Mínima-Produtividade”. A terceira, quarta e quintas colunas representam, respectivamente, o número de equipamentos, a demanda mínima (*demMin*) e a capacidade anual de realização de mamografias do equipamento. Por exemplo, as instâncias “RO-8-1800-5069” e “RO-8-1800-6758” referem-se ao Estado de Rondônia. Nestas duas instâncias, o número de mamógrafos é igual a 8, e a demanda mínima por exames que uma cidade precisa ter para sediar um equipamento é de 1800 exames. A diferença entre elas está na produtividade do equipamento. No primeiro caso, um mamógrafo é capaz de realizar 5069 mamografias por ano, enquanto no outro, este número é 6758.

As outras 6 instâncias referem-se ao Estado de Minas Gerais. Nas instâncias “MG-344-375-5069” e “MG-258-375-6758”, os dados referentes ao número existente de mamógrafos variam em função da capacidade de realização de exames deles. As quantidades de 344 e 258 equipamentos são obtidas através da divisão da demanda total, equivalente a 1739432 exames, pela produtividade do equipamento. Nas últimas 4 instâncias o número de equipamentos corresponde ao cenário de agosto de 2019, totalizando 324 mamógrafos. A diferença entre elas está na produtividade do mamógrafo e na demanda mínima considerada.

Instâncias com demanda mínima igual a 0 (zero) foram criadas para analisar cenários em que cidades localizadas em regiões remotas e com baixa demanda por exames podem ficar sem cobertura.

A população feminina indicada para o exame de mamografia em 2020 foi estimada da seguinte forma. A partir de dados do Censo 2010 [Brasil, 2010], assumimos que a população feminina na faixa etária de 30 a 39 anos em 2010 representa a população feminina com idade entre 40 e 49 anos em 2020. O mesmo ocorre para a população

na faixa etária entre 50 e 69 anos, a qual é representada, em 2020, pela população de 40 a 59 anos de em 2010. Conseqüentemente, é possível estimar a demanda por exames de mamografia de cada cidade, de acordo com os percentuais recomendados (ver Capítulo 2, Seção 2.1). Essa projeção foi feita, nas duas primeiras instâncias, utilizando dados relativos ao Estado de Rondônia, e nas últimas seis, a base de dados de Minas Gerais foi utilizada. Para Rondônia, a demanda total estimada é de 73900 exames, enquanto em Minas Gerais esse número é igual a 1739432.

A quantidade de mamógrafos existente em todas as instâncias, exceto as instâncias 3 e 4, foi calculada usando informações do site do DATASUS [Brasil, 2019] referentes a agosto de 2019. A capacidade anual de realização de mamografias de cada equipamento foi definida em 5069 exames pelo Instituto Nacional de Câncer (INCA), em 1 de Novembro de 2015 [INCA, 2015]. No entanto, em 2017, esta capacidade foi alterada para 6758 exames [Brasil, 2017]. A diferença entre estas duas estimativas está relacionada à quantidade de mamografias que é possível realizar em uma hora. Para atingir 5069 exames por ano, um mamógrafo precisa estar disponível em 80% do tempo para 22 dias de trabalho em cada um dos 12 meses do ano, considerando uma jornada de trabalho de 8 horas por dia e 20 minutos para cada mamografia. Por outro lado, se assumirmos que uma mamografia é realizada em 15 minutos, seria possível realizar anualmente 6758 exames.

O parâmetro  $R$ , o qual estabelece a distância máxima entre duas cidades que possuem relação de atendimento, é definido como 60, seguindo recomendações do Ministério da Saúde [Brasil, 2017]. As distâncias entre cidades, as quais são fundamentais para definir a elegibilidade para um atendimento, foram obtidas pelo *Google Maps API*.

Finalmente, para definir se uma cidade tem estrutura para hospedar um mamógrafo, foi estabelecido que seria necessário uma demanda mínima para tal. Analisando a atual distribuição dos mamógrafos em Rondônia e Minas Gerais, foi definido como parâmetro de demanda mínima, a demanda da cidade que, entre aquelas que já sediam um equipamento, tenha a menor população feminina dentro da faixa etária indicada para mamografia. Em Minas Gerais, este valor foi definido como 375 e em Rondônia 1800.

## 4.2 Solução baseada em *Simulated Annealing*

Nesta Seção, são apresentados os resultados da aplicação do otimizador CPLEX e do algoritmo *Simulated Annealing* para a resolução das instâncias apresentadas na Tabela 4.1. As execuções no otimizador CPLEX foram limitadas a 3600 segundos para

cada instância. Os resultados do algoritmo heurístico foram baseados em 30 execuções para cada instância.

Os parâmetros do algoritmo heurístico seguiram os valores utilizados em de Campos et al. [2020]. A taxa de resfriamento foi definida como  $\alpha = 0.99$ , enquanto a temperatura de congelamento foi igual a  $T_{zero} = 0.1$ . Quanto à temperatura inicial, ela foi obtida pelo método de simulação, no qual a temperatura baixa para iniciar o processo foi definida como 500. Para os outros dois parâmetros do método de simulação, foram atribuídos os valores  $\gamma = 0.95$  e  $\beta = 2$ . Esses valores são tradicionalmente utilizados em algoritmos baseados em *Simulated Annealing*.

Com relação ao parâmetro  $SAmax$ , este é um dos mais sensíveis do algoritmo, uma vez que quanto maior o seu valor, melhor tende a ser o resultado da função objetivo. Porém, essa mesma razão de proporcionalidade se aplica ao tempo gasto, ou seja, quanto maior for  $SAmax$ , maior também será o tempo de execução. Um bom direcionamento para a definição do valor de  $SAmax$  é utilizar um valor proporcional à dimensão da instância. Em de Campos et al. [2020], foi estabelecido que a dimensão de uma instância do problema de localização de mamógrafos depende do número de municípios envolvidos. Portanto,  $SAmax$  seria igual a  $n \cdot k$ , sendo  $n$  o número de cidades do problema e  $k$  um multiplicador de proporcionalidade. Em de Campos et al. [2020], após testes empíricos, adotou-se  $k = 20$ .

Nesta dissertação, ao contrário, recorreremos ao pacote *irace* [López-Ibáñez et al., 2016] para determinar qual o valor ideal de  $k$ . De início, definimos os seguintes possíveis valores para  $k$ : 5, 8, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50 e 100. Para esse teste, foram utilizadas as instâncias “MG-258-375-6758”, “MG-324-375-5069”, “MG-344-375-5069” e “RO-8-1800-5069”. O número máximo de experimentos foi definido como 150. O resultado retornado pelo *irace* foi  $k = 50$ . Dessa forma, deveríamos usar  $SAmax = 50 \times n$ . Para testar esse novo valor, foram realizadas 30 execuções do algoritmo utilizando a instância “MG-324-375-5069”. Os resultados mostraram ganhos tanto no resultado médio quanto no melhor valor das 30 execuções. Para esta instância e usando  $SAmax = 50 \times n$ , o melhor resultado foi 1640934, enquanto que ao usar  $SAmax = 20 \times n$  a maior cobertura alcançada foi de 1640576. Quanto à média, usando o parâmetro sugerido pelo *Irace*, ela ficou em 1639890, contra 1639375 ao se usar  $SAmax = 20 \times n$ . O ponto negativo nessa configuração ficou por conta do tempo de processamento, que subiu de 537 segundos para 1359 segundos, em média.

O próximo passo foi estipular o tempo máximo para a execução do algoritmo, usando novamente o *irace* para calibrar o valor do parâmetro. Analisando os resultados de todas as execuções do método que utilizaram  $k = 20$ , verificou-se que o maior tempo de execução foi 858 segundos, usando a instância “MG-324-0-5069”. Baseado neste

dados, foi estipulado um tempo máximo de 900 segundos, equivalente a um quarto do tempo limite atribuído ao otimizador CPLEX. Neste experimento, os valores possíveis para  $k$  foram: 15, 20, 25 e 30. O número máximo de experimentos do *irace* foi ampliado para 2000. Desta vez, o *irace* retornou  $k = 20$ . Com isso, podemos afirmar que, limitando o tempo de execução em no máximo quinze minutos, os melhores resultados do *Simulated Annealing* nessas instâncias serão obtidos utilizando  $SA_{max} = 20 \cdot n$ .

A Tabela 4.2 apresenta parte dos resultados dos experimentos que comparam solução obtidas via CPLEX e *Simulated Annealing*. A primeira coluna indica o nome da instância. Na sequência, a coluna “CPLEX” é dividida em outras quatro colunas. A primeira indica o tempo de execução, em segundos. Os resultados obtidos, isto é, valor da função objetivo, limite superior e GAP em relação a este limite, são mostrados na sequência. A coluna *Simulated Annealing* também possui quatro sub-colunas. A coluna “Melhor” traz o melhor resultado encontrado em 30 execuções do método, enquanto a coluna “Média” mostra o resultado médio destas execuções. O tempo médio de execução é mostrado na coluna “Tempo Médio (seg)”. Na coluna “GAP (Médio)”, é apresentado o GAP do resultado médio obtido pelo SA em relação ao limite superior da instância, obtido via CPLEX.

Com relação às instâncias baseadas em dados do Estado de Rondônia (“RO-8-1800-5069” e “RO-8-1800-6758”), o algoritmo *Simulated Annealing* obteve a solução ótima em todas as 30 execuções de cada instância. Para as instâncias relacionadas ao Estado de Minas Gerais, o algoritmo *Simulated Annealing* encontrou valores muito próximos àqueles gerados pelo CPLEX. Em nenhuma dessas instâncias, o GAP em relação ao limite superior atingiu a marca de 1%. Para a instância “MG-324-0-6758”, o valor ótimo foi encontrado. No que diz respeito à instância “MG-324-375-6758”, o ótimo global foi alcançado, mas houve um GAP de 0,001%.

Devido ao tempo limite de execução definido em 3600 segundos, em três instâncias o CPLEX não chegou ao valor ótimo. Comparativamente, nas mesmas instâncias, o algoritmo *Simulated Annealing* obteve resultados de qualidade similar, com tempos de execução inferiores a 600 segundos.

**Tabela 4.2.** Comparação entre CPLEX e *Simulated Annealing*.

Instância	CPLEX					<i>Simulated Annealing</i>			
	Tempo (seg)	Resultado	Limite Superior	GAP (%)	Melhor	Média	Tempo Médio (seg)	GAP (Médio) (%)	
RO-8-1800-5069	<1	40552	40552	0,000	40552	40552	8	0,000	
RO-8-1800-6758	<1	50621	50621	0,000	50621	50621	8	0,000	
MG-344-375-5069	3600	1705656	1708758	0,182	1698617	1695581	514	0,771	
MG-258-375-6758	356	1695966	1695966	0,000	1684046	1680693	534	0,901	
MG-324-375-5069	3600	1642031	1642356	0,020	1640576	1639375	537	0,182	
MG-324-375-6758	16	1738872	1738872	0,000	1738872	1738860	414	0,001	
MG-324-0-5069	3600	1642152	1642356	0,012	1641280	1640302	556	0,125	
MG-324-0-6758	16	1739432	1739432	0,000	1739432	1739432	412	0,000	

### 4.2.1 Comparação entre CPLEX e SA utilizando Microrregiões de Saúde

Outro cenário analisado foi aquele em que se considera as microrregiões de saúde do Estado de Minas Gerais. Definidas no Plano Diretor de Regionalização [GERAIS, 2011], as microrregiões têm como objetivo auxiliar no planejamento das ações de saúde do Estado. Os dados referentes a qual microrregião de saúde cada município pertence estão disponíveis no site da Secretaria de Estado de Saúde de Minas Gerais [GERAIS, 2011]. Sendo assim, é necessário adaptar o modelo para que somente exista relação de atendimento entre cidades pertencentes à mesma microrregião. Para tanto, é preciso que seja criado o seguinte parâmetro:

$reg_i =$  Microrregião à qual a cidade  $i$  pertence

Feito isso, o conjunto de restrições a ser adicionado a qualquer das formulações de programação matemática estabelecidas anteriormente é:

$$x_{ij} = 0 \quad \forall i, \forall j \in N \mid reg_i \neq reg_j \quad (4.1)$$

As restrições (4.1) garantem que mulheres de determinada cidade só poderão ser atendidas por mamógrafos instalados em municípios pertencentes à mesma microrregião do município delas.

Com relação ao algoritmo baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*, uma simples adaptação é necessária. Ao se tratar da capacidade ociosa de determinada cidade, conforme descrito na Seção 3.3, basta alterar o critério que define se uma cidade é candidata. Para que mulheres de determinada cidade  $j$  possam aproveitar a capacidade ociosa de mamógrafos instalados em uma cidade  $i$ , é necessário que a cidade  $j$ , além estar a no máximo  $R = 60$  km de distância da cidade  $i$ , também pertença à mesma microrregião de saúde da cidade que proverá as mamografias.

A Tabela 4.3 mostra o mesmo experimento de comparação entre o algoritmo proposto e a resolução via CPLEX executado anteriormente, porém acrescentando a restrição de microrregião de saúde.

**Tabela 4.3.** Comparação entre CPLEX e *Simulated Annealing* considerando Microrregiões de Saúde

Instância	CPLEX				<i>Simulated Annealing</i>			
	Tempo (seg)	Resultado	Limite Superior	GAP (%)	Melhor	Média	Tempo Médio (seg)	GAP (Médio) (%)
MG-344-375-5069	3600	1659924	1680516	1,225	1657561	1655787	388	1,472
MG-258-375-6758	3600	1634440	1652029	1,065	1632488	1630042	393	1,331
MG-324-375-5069	3600	1609901	1627874	1,104	1609794	1608532	655	1,188
MG-324-375-6758	3600	1732279	1734752	0,143	1728753	1727489	355	0,419
MG-324-0-5069	3600	1612104	1632533	1,251	1609584	1608423	393	1,477
MG-324-0-6758	3600	1736599	1739432	0,163	1729311	1727681	356	0,676

Nota-se que o tempo de 3600 segundos não foi suficiente para atingir o valor ótimo em nenhuma das instâncias. Além disso, apenas as instâncias “MG-324-375-6758” e “MG-324-0-6758” apresentaram GAP abaixo de 1%. Claramente, a restrição de microrregião de saúde tornou o problema mais complexo. Por outro lado, no que se refere ao algoritmo heurístico, os GAPs ficaram próximos daqueles encontrados pelo CPLEX, mesmo utilizando em média, pouco mais de 10% do tempo de execução destinado ao otimizador.

Em ambos os casos, seja utilizando o otimizador CPLEX ou o algoritmo baseado em *Simulated Annealing*, e para todas as instâncias testadas, o acréscimo da restrição de microrregião de saúde reduziu a quantidade de mulheres que poderia ser atendida.

As Tabelas 4.4 e 4.5 fazem a comparação dos resultados com e sem microrregião de saúde, utilizando resultados obtidos pelo otimizador e pelo algoritmo, respectivamente. Em cada uma destas tabelas, a primeira coluna identifica a instância. A segunda coluna, em ambas as tabelas, traz o melhor resultado de cobertura obtido no modelo sem restrição de microrregião de saúde. Por sua vez, a terceira coluna de cada tabela apresenta a cobertura obtida ao se considerar a restrição de microrregiões de saúde. Na quarta coluna é apresentada a quantidade de exames não realizados por adicionar esta restrição ao modelo. Finalmente, na última coluna, é apresentado o percentual de perda de cobertura que a restrição de microrregiões de saúde produz.

**Tabela 4.4.** Cobertura e perdas de atendimento ao considerar ou não microrregiões de saúde - CPLEX

Instância	Sem Microrregião de Saúde	Com Microrregião de Saúde	Qtde de Exames Não Realizados	Perda de Atendimentos (%)
MG-344-375-5069	1705656	1659924	45732	2,68
MG-258-375-6758	1695966	1634440	61526	3,63
MG-324-375-5069	1642031	1609901	32130	1,96
MG-324-375-6758	1738872	1732279	6593	0,38
MG-324-0-5069	1642152	1612104	30048	1,83
MG-324-0-6758	1739432	1736599	2833	0,16

Ao examinar os dados das Tabelas 4.4 e 4.5, chama a atenção a instância “MG-258-375-6758”, em que a diferença de se considerar ou não as microrregiões fica em 61526 exames, quando se trata do uso do otimizador, e de 65924 ao se usar o método heurístico. Em termos percentuais, a perda de atendimentos na referida instância fica acima de de 3,5%, o que pode ser considerado um valor alto, uma vez que estamos tratando de uma grandeza na casa dos milhões. Em todas as outras instâncias analisadas também houve perda de cobertura ao se adicionar essa restrição.

**Tabela 4.5.** Cobertura e perdas de atendimento ao considerar ou não microrregiões de saúde - Heurística

Instância	Sem Microrregião de Saúde	Com Microrregião de Saúde	Qtde de Exames Não Realizados	Perda de Atendimentos (%)
MG-344-375-5069	1705656	1655787	49869	2,92
MG-258-375-6758	1695966	1630042	65924	3,89
MG-324-375-5069	1642031	1608532	33499	2,04
MG-324-375-6758	1738872	1727489	11383	0,65
MG-324-0-5069	1642152	1608423	33729	2,05
MG-324-0-6758	1739432	1727681	11751	0,68

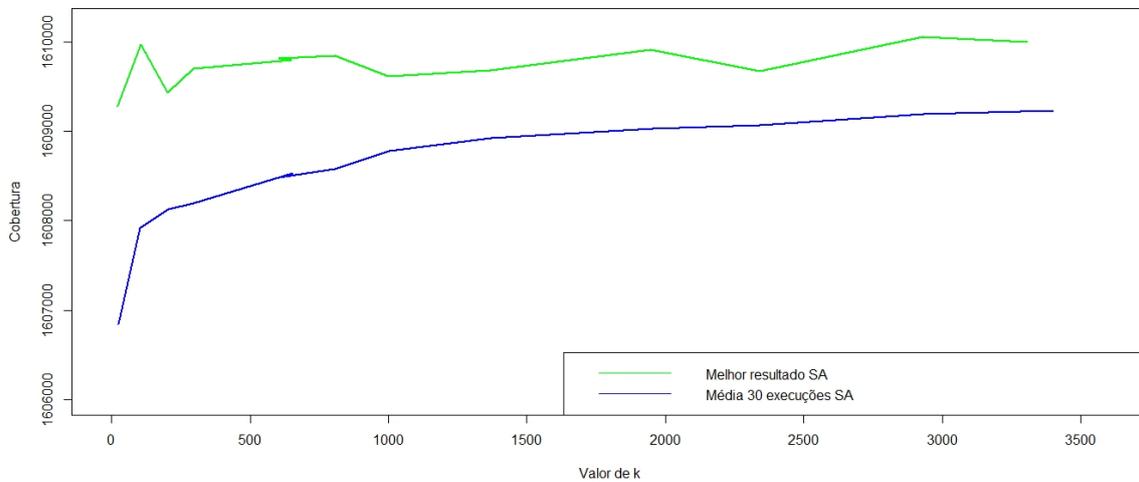
Exceção feita à instância “MG-258-375-6758”, mencionada anteriormente, as instâncias que consideram a capacidade anual de realização de mamografias igual a 6758 foram as menos afetadas. De toda forma, os resultados indicam que, pelo menos no que se refere à realização de exames preventivos de mamografia, as microrregiões do Estado de Minas Gerais deveriam ser repensadas.

#### 4.2.2 Comportamento do Algoritmo Heurístico

Os resultados da seção anterior mostraram maior dificuldade do CPLEX em resolver o PLM considerando as microrregiões de saúde do que sem considerá-las. A partir dessa constatação, decidimos verificar qual seria o comportamento do algoritmo heurístico caso fosse dado a ele o mesmo tempo de execução que fora concedido ao CPLEX. Para isso, realizamos novos testes utilizando à instância “MG-324-375-5069”

As figuras 4.1, 4.2 e 4.3 trazem gráficos que ilustram o comportamento do algoritmo heurístico sob determinadas perspectivas.

No primeiro deles, na Figura 4.1, mostra-se a evolução dos resultados do algoritmo heurístico à medida que o valor de  $SAm_{ax}$  aumenta. Para isso, o multiplicador  $k$  assumiu os seguintes valores: 1, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50, 70, 100, 120, 150 e 170. Ao se usar  $k = 10$ , por exemplo, estamos definindo  $SAm_{ax} = 10 \cdot n$ . Além disso, para cada valor de  $k$ , foram realizadas 30 execuções do algoritmo, sempre considerando a restrição de microrregião de saúde. É possível notar que a média, representada pela linha azul, possui um comportamento previsível, melhorando a cobertura à medida que  $SAm_{ax}$  aumenta. Porém, a linha verde, que traz a informação do melhor resultado do método em 30 execuções, mostra claramente o caráter estocástico do algoritmo, uma vez que é possível obter resultados de qualidade mesmo com valores pequenos de  $SAm_{ax}$ . A Tabela 4.6 traz os dados deste experimento. A primeira coluna mostra o



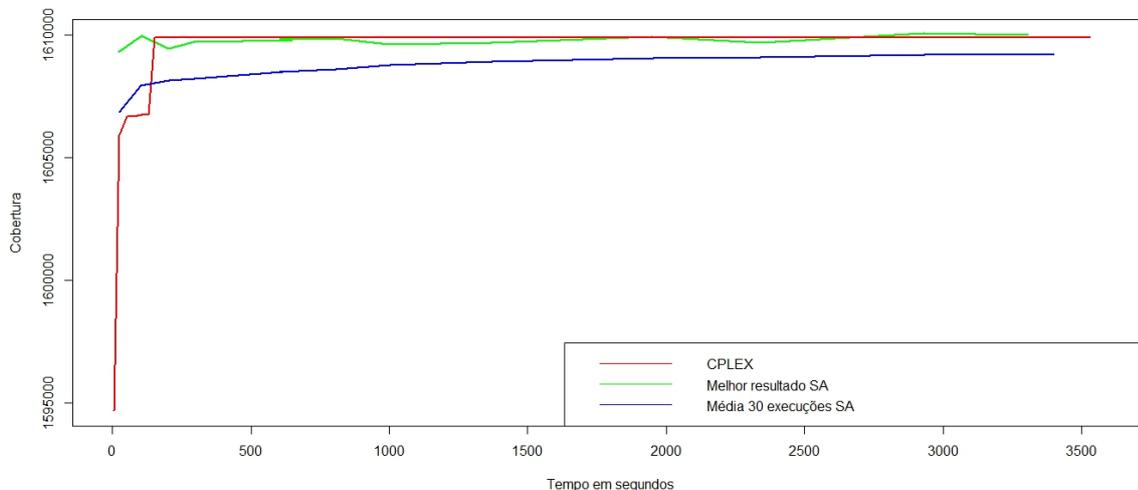
**Figura 4.1.** Evolução da cobertura do *Simulated Annealing* em função de  $k$ .

valor de  $k$ . A segunda coluna informa o melhor resultado de 30 execuções do método usando  $SMax = k \cdot n$ . Na sequência, temos o tempo gasto pelo algoritmo para gerar a solução, a média das 30 execuções e o tempo médio gasto pelo *Simulated Annealing*.

**Tabela 4.6.** Resultados de 30 execuções do algoritmo para vários valores de  $k$

$k$	Melhor	Tempo Melhor (seg.)	Média	Tempo Médio (seg.)
1	1609275	22	1606842	23
5	1609967	104	1607919	103
10	1609428	202	1608127	203
15	1609701	294	1608199	296
20	1609794	648	1608532	655
30	1609810	603	1608482	605
40	1609841	807	1608579	806
50	1609612	1000	1608779	1004
70	1609680	1368	1608923	1370
100	1609906	1946	1609030	1955
120	1609669	2341	1609071	2339
150	1610056	2930	1609192	2932
170	1609999	3306	1609234	3399

Nos outros dois gráficos, exibidos nas Figuras 4.2 e 4.3, foram incluídos dados da execução do otimizador CPLEX. Com isso, é feita uma análise da cobertura em função do tempo de execução.

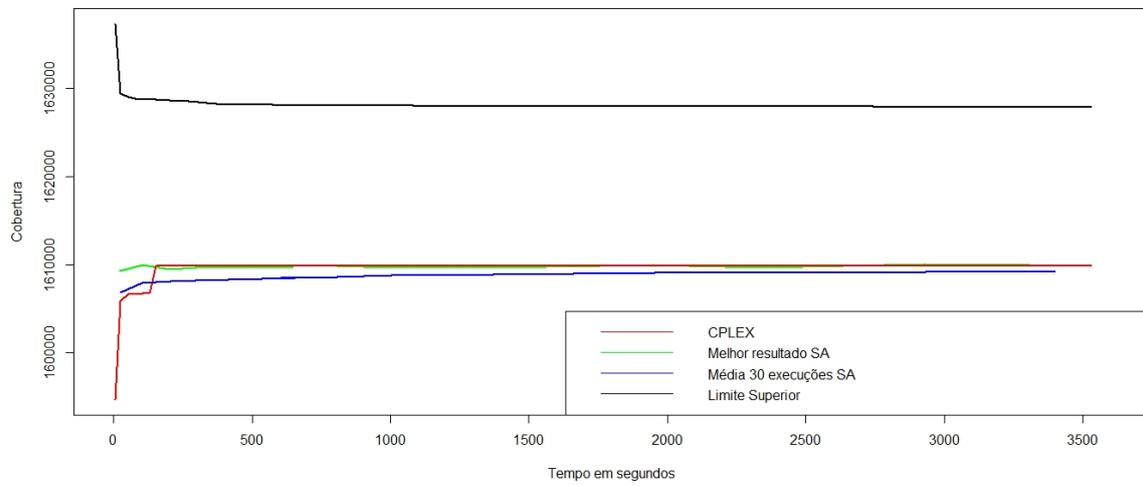


**Figura 4.2.** Comparação entre *Simulated Annealing* e CPLEX com relação à evolução da cobertura em função do tempo.

No primeiro gráfico, é incluída a linha vermelha representando a evolução do resultado do otimizador. Durante os 3600 segundos estabelecidos como tempo limite, os resultados do CPLEX mantiveram-se à frente da média do *Simulated Annealing*. Entretanto, é possível notar que os melhores resultados do algoritmo estão alinhados com os resultados do método exato.

O último gráfico é semelhante ao anterior, porém uma linha preta é incluída. Essa linha representa o limite superior da instância, em função do tempo, definido pelo CPLEX. Com isso, podemos observar que, com relação ao GAP entre o valor da cobertura e o limite superior, o algoritmo heurístico apresenta qualidade satisfatória, viabilizando-se como alternativa ao otimizador. Devido a natureza estocástica do *Simulated Annealing*, é possível encontrar em 100 segundos, usando  $SAm_{ax} = 5 \cdot n$ , um valor igual a 1609967. Este valor é maior que os 1609901 da cobertura da melhor solução encontrada em 3600 segundos pelo otimizador.

Os resultados referentes à execução do CPLEX estão na Tabela 4.7. Na primeira coluna temos o instante de tempo observado, enquanto nas duas colunas seguintes são mostradas a cobertura e o limite superior, respectivamente, naquele instante.



**Figura 4.3.** Comparação entre *Simulated Annealing* e CPLEX com relação à evolução da cobertura em função do tempo, com a inclusão do limite superior.

**Tabela 4.7.** Evolução da cobertura ao longo do tempo fornecida pelo CPLEX

<b>Tempo (seg.)</b>	<b>Cobertura</b>	<b>Limite Superior</b>
6	1594674	1637313
25	1605887	1629396
52	1606654	1628978
78	1606654	1628811
104	1606755	1628731
129	1606755	1628701
152	1609882	1628701
176	1609882	1628622
201	1609882	1628595
235	1609882	1628577
270	1609882	1628576
371	1609882	1628260
471	1609882	1628163
572	1609882	1628109
672	1609882	1628072
774	1609882	1628045
876	1609882	1628028
977	1609882	1628017
1082	1609882	1628005
1182	1609882	1627995
1283	1609882	1627984
1381	1609882	1627974
1479	1609882	1627966
1577	1609882	1627959
1674	1609882	1627952
1771	1609882	1627945
1869	1609882	1627940
1967	1609882	1627936
2063	1609882	1627931
2160	1609882	1627926
2258	1609901	1627922
2355	1609901	1627917
2452	1609901	1627913
2551	1609901	1627909
2648	1609901	1627907
2744	1609901	1627903
2843	1609901	1627898
2941	1609901	1627895
3039	1609901	1627892
3137	1609901	1627888
3235	1609901	1627884
3335	1609901	1627880
3433	1609901	1627877
3531	1609901	1627874

## 4.3 Análise da Aquisição de Novos Equipamentos

No mundo real, a realocação de um equipamento pode ser uma tarefa inviável. Com base nessa realidade, é importante que o modelo aponte pelo menos o melhor destino para novos equipamentos. As Tabelas 4.8 e 4.9 trazem os resultados das aquisições de novos mamógrafos, tendo como diferença entre eles somente a produtividade do equipamento, com valores iguais a 5069 e 6758 exames anuais, respectivamente.

**Tabela 4.8.** Resultados da aquisição de novos mamógrafos com produtividade igual a 5069 exames anuais.

Qtde. Adic.	Potencial Cobertura	Fixo			Livre		
		Cobertura	Taxa de Utiliz. (%)	Taxa de Cobertura (%)	Cobertura	Taxa de Utiliz. (%)	Taxa de Cobertura (%)
0	1642356	1383109	84,21	79,51	1641755	99,96	94,38
1	1647425	1388178	84,26	79,81	1646694	99,96	94,67
2	1652494	1393247	84,31	80,10	1651005	99,91	94,92
3	1657563	1398316	84,36	80,39	1655267	99,86	95,16
4	1662632	1403385	84,41	80,68	1659367	99,80	95,40
5	1667701	1408454	84,45	80,97	1663399	99,74	95,63
...	...	...	...	...	...	...	...
47	1880599	1621222	86,21	93,20	1736843	92,36	99,85
48	1885668	1625997	86,23	93,48	1737153	92,36	99,87
49	1890737	1630378	86,23	93,73	1737639	91,90	99,90
50	1895806	1634478	86,22	93,97	1737732	91,66	99,90
51	1900875	1638548	86,20	94,20	1738387	91,45	99,94
...	...	...	...	...	...	...	...
112	2210084	1738468	78,66	99,94	1738872	78,68	99,97
113	2215153	1738695	78,49	99,96	1738872	78,50	99,97
114	2220222	1738872	78,32	99,97	1738872	78,32	99,97
115	2225291	1738872	78,14	99,97	1738872	78,14	99,97

Em cada linha destas tabelas,  $p$  mamógrafos são adicionados às instâncias (“MG-324-375-5069” e “MG-324-375-6758”) que representam o cenário real (agosto de 2019), nas quais a quantidade de equipamentos é igual a 324. A coluna “Potencial Cobertura” representa o máximo de mamografias possíveis de serem realizadas, usando o número de mamógrafos original somado ao de  $p$  equipamentos adicionados. Para chegar a este número é necessário multiplicar a soma do número de equipamentos pela capacidade anual de realização de mamografias deles. Na coluna “Fixo” são exibidos os resultados com relação à cobertura, taxa de utilização dos equipamentos e taxa de cobertura, considerando que os mamógrafos previamente instalados não podem ser realocados.

**Tabela 4.9.** Resultados da aquisição de novos mamógrafos com produtividade igual a 6758 exames anuais.

Qtde. Adic.	Potencial Cobertura	Fixo			Livre		
		Cobertura	Taxa de Utiliz. (%)	Taxa de Cobertura (%)	Cobertura	Taxa de Utiliz. (%)	Taxa de Cobertura (%)
0	2189592	1568675	71,64	90,18	1738872	79,42	99,97
1	2196350	1575433	71,73	90,57	1738872	79,17	99,97
2	2203108	1582191	71,82	90,96	1738872	78,93	99,97
3	2209866	1588949	71,90	91,35	1738872	78,69	99,97
4	2216624	1595707	71,99	91,74	1738872	78,45	99,97
5	2223382	1602465	72,07	92,13	1738872	78,21	99,97
...	...	...	...	...	...	...	...
8	2243656	1622185	72,30	93,26	1738872	77,50	99,97
9	2250414	1627885	72,34	93,59	1738872	77,27	99,97
10	2257172	1632660	72,33	93,86	1738872	77,04	99,97
...	...	...	...	...	...	...	...
75	2696442	1738433	64,47	99,94	1738872	64,49	99,97
76	2703200	1738660	64,32	99,96	1738872	64,33	99,97
77	2709958	1738872	64,17	99,97	1738872	64,17	99,97
78	2716716	1738872	64,01	99,97	1738872	64,01	99,97

Por outro lado, os resultados na coluna “Livre” partem da premissa que todos os equipamentos podem ser movidos livremente. Para esses cenários, as tabelas mostram o número de mulheres atendidas, o percentual de uso dos equipamentos, e a taxa de cobertura obtida. Neste experimento foi utilizado a formulação de programação matemática e o otimizador CPLEX para resolvê-la. O tempo máximo de execução foi de 1200 segundos, para ambas as instâncias e em todas simulações.

Com base nos resultados, podemos notar o quão ineficiente é a atual distribuição dos equipamentos. Na Tabela 4.8, a taxa de cobertura atual não chega a 80% da demanda. Se houvesse liberdade para realocar os equipamentos, esta cobertura chegaria a 94,4%. Se a produtividade considerada for igual a 6758 exames de mamografias por ano (ver Tabela 4.9), a disparidade é um pouco menor, mas 170197 (isto é, 1738872 - 1568675) exames adicionais poderiam ser realizados.

Já em relação ao percentual de utilização dos equipamentos (“Taxa de Utiliz.”), ele é obtido pela divisão do número de mulheres atendidas pelo potencial de atendimento dos equipamentos instalados. Este dado é de grande interesse dos tomadores de decisão no serviço público, uma vez que a eficiência é um dos objetivos da administração pública. Quando existe liberdade de movimentação dos mamógrafos, à medida que novos equipamentos são inseridos, o percentual de utilização dos equipamentos

**Tabela 4.10.** Destino de novos mamógrafos considerando produtividade igual a 5069 mamografias anuais

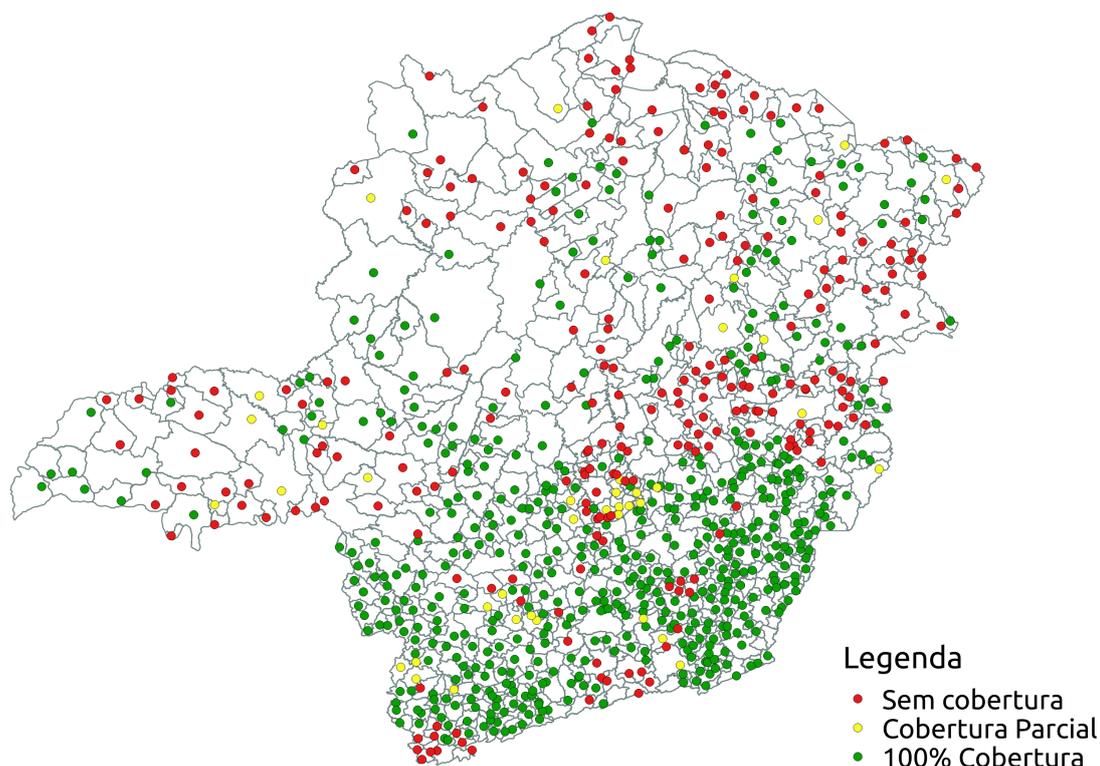
Qtde. $p$ de Mamógrafos Adicionados	Destino dos Equipamentos	Cobertura
1	Uberlândia	1388178
2	Pai Pedro, Rio Vermelho	1393247
3	Juatuba (3)	1398316
4	Betim, Catuti, Frei Inocência, Itumirim	1403385
5	Baldim, Engenheiro Caldas, Itapeva, Itumirim, Sardoá	1408454
6	Baldim, Divinolândia de Minas, Mateus Leme (3), Sardoá	1413523
7	Araguari (2), Lagoa Santa (4), São João Evangelista	1418592
8	Esmeraldas (3), Itanhomi, São José da Lapa (4)	1423661
9	Baldim, Mário Campos (6), Padre Paraíso, Sardoá	1428730
10	Cana Verde, Esmeraldas, Jequitibá, Munhoz, Pedro Leopoldo (6)	1433799

diminui. Por outro lado, quando é necessário manter a distribuição atual dos equipamentos, torna-se necessário adicionar novos mamógrafos para que a máxima utilização possa ser obtida. Mantendo a localização dos equipamentos previamente instalados, e considerando a produtividade anual de 5069 mamografias, o percentual máximo de uso é igual a 86,23%, o qual é atingido ao se adicionar 48 ou 49 novos mamógrafos. Para uma produtividade igual a 6758, o melhor uso é obtido ao adicionar 9 novos equipamentos, chegando a um percentual de uso de 72,34%.

É possível observar que há um limite com relação à taxa de cobertura. Nas primeiras linhas, quanto mais mamógrafos são adicionados, mais mulheres são atendidas. Entretanto, mesmo sem cobrir 100% da demanda, há um limite no qual a adição de novos equipamentos não aumenta a cobertura. Este dado pode subsidiar uma tomada de decisão baseada em eficiência. Na Tabela 4.8, isso ocorre quando 115 mamógrafos são adicionados. Por outro lado, na Tabela 4.9, o limite é 78. Esse fato ocorre porque existem cidades que não têm infraestrutura para sediar um equipamento, ao mesmo tempo em que a distância destas cidades para a cidade vizinha mais próxima com infraestrutura é superior a  $R = 60$  quilômetros.

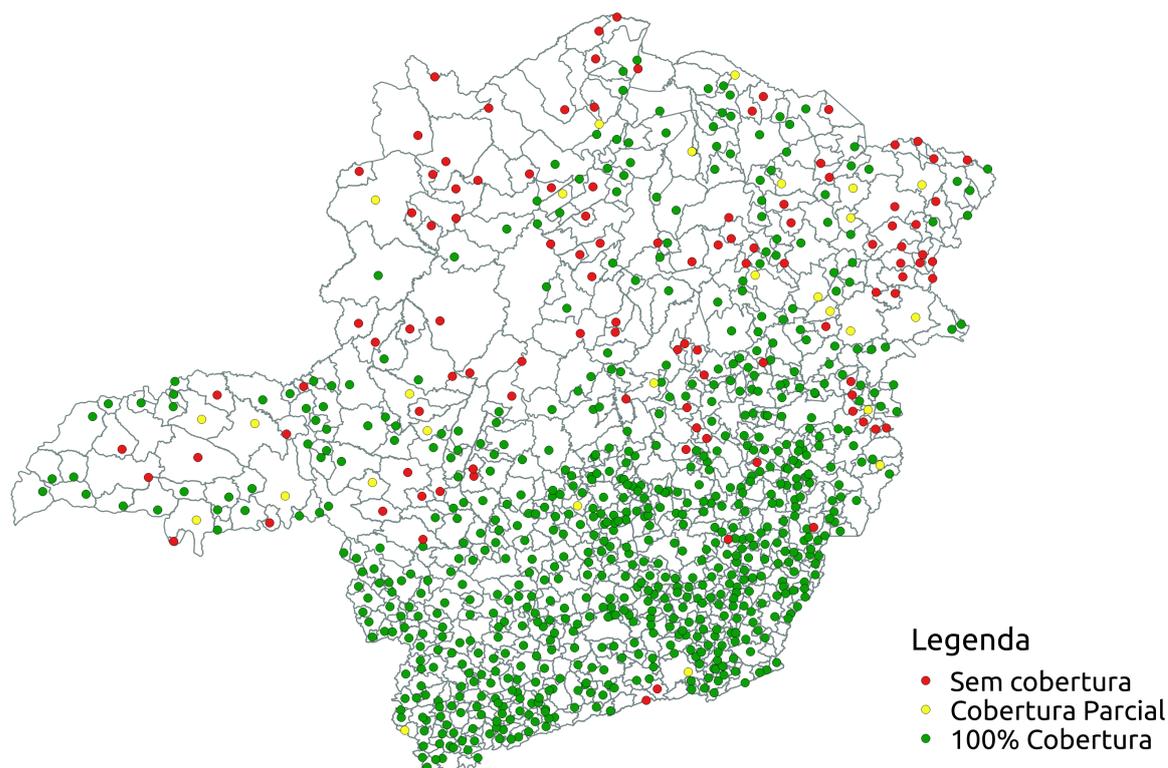
A Tabela 4.10 aponta o destino ideal ao se adicionar  $p$  novos mamógrafos, man-

tendo a localização dos equipamentos previamente instalados e considerando uma produtividade de 5069 mamografias por ano. Na primeira coluna é mostrada a quantidade de mamógrafos adicionada, a segunda coluna traz o destino ideal desses equipamentos, enquanto na terceira coluna temos a cobertura total obtida com estas aquisições. Por exemplo, ao adquirir 7 novos mamógrafos, a recomendação é que quatro deles sejam instalados em Lagoa Santa, dois em Araguari e um em São João Evangelista. É importante ter em mente que, como na formulação de programação matemática proposta uma cidade pode cobrir a sua demanda e a de cidades que estejam em um raio de 60 km dela, é possível que a melhor solução contemple a instalação de mais equipamentos que o necessário para cobrir somente a demanda da cidade que sediará os mamógrafos.



**Figura 4.4.** Cobertura atual em Minas Gerais, considerando produtividade de 5069 mamografias por ano.

As figuras 4.4 e 4.5 ilustram a cobertura da demanda por mamografias no Estado de Minas Gerais, utilizando-se como referência a instância “MG-324-375-5069”. Os pontos nos mapas representam cada uma das 853 cidades do Estado. Em verde temos



**Figura 4.5.** Cobertura proposta pelo modelo para Minas Gerais, considerando produtividade de 5069 mamografias por ano.

representados municípios com cobertura total da demanda, em amarelo cidades com cobertura parcial e, por fim, em vermelho, localidades sem nenhum atendimento.

Na Figura 4.4, considera-se a atual distribuição dos equipamentos de mamografia do Estado. Observa-se que mantendo a sede atual de todos os mamógrafos, é possível cobrir toda a demanda de 556 municípios e atender parcialmente 37 cidades, enquanto outras 260 cidades estão sem nenhuma cobertura.

Por outro lado, na Figura 4.5, ilustra-se a distribuição dos equipamentos aplicando-se o modelo de programação matemática proposto com a liberdade de realocar todos os atuais equipamentos disponíveis no Estado. Observa-se, nessa condição, que é possível cobrir 100% da demanda de 713 municípios e atender parcialmente outros 27, deixando 113 cidades sem cobertura.

As duas figuras mencionadas deixam claro que a solução apresentada pelo modelo é capaz de melhorar o acesso da população ao exame preventivo. Os mapas ainda mostram uma distribuição desigual dos recursos por todo o Estado, seja na configuração

com equipamentos fixos ou até no próprio modelo proposto neste trabalho. Regiões com maiores distâncias entre os municípios, como as regiões norte e noroeste do Estado, tendem a ter menor cobertura, ao passo que, para o sul de Minas e a zona da mata, o modelo foi capaz de garantir cobertura total na maioria das cidades.

### 4.3.1 Influência do tipo de gestão na análise do cenário atual

De acordo com dados do DATASUS, um equipamento de mamografia pode estar sob gestão municipal, estadual ou dupla. Dos 324 mamógrafos disponíveis para o SUS em agosto de 2019, 255 encontravam-se sob gestão municipal, o que representa mais de 78% dos equipamentos. A priori, esses equipamentos têm como objetivo atender a população do próprio município, podendo servir a cidades da região mediante a celebração de acordos de cooperação. Até aqui, nesta seção, foi considerado que a capacidade ociosa de realização de exames dos mamógrafos instalados em uma cidade  $i$  estaria disponível para ser utilizada por qualquer cidade  $j$ , desde que respeitados critérios de distância máxima e, eventualmente, de microrregiões de saúde. Porém, como não foi possível apurar dados de convênios existentes entre as cidades, não é possível garantir que a capacidade ociosa de um mamógrafo instalado na cidade  $i$  possa ser utilizada por mulheres da cidade  $j$ , mesmo que as cidades  $i$  e  $j$  não distem mais do que 60km e pertençam à mesma microrregião de saúde.

Como exemplo, podemos citar uma cidade hipotética  $i$  que tenha uma demanda de 1000 mamografias por ano, e possua 1 mamógrafo com capacidade de realização de 5069 exames anuais. Caso exista algum acordo de cooperação entre os municípios da região, a capacidade ociosa de 4069 exames pode ser utilizada para cobrir a demanda de uma vizinha  $j$  que tenha, por exemplo, uma demanda de 800 mamografias. Porém, se este mamógrafo está sob gestão da cidade  $i$  e não existe qualquer acordo de cessão de capacidade ociosa de realização de mamografias com a cidade  $j$ , os 4069 exames excedentes não poderiam ser utilizados para cobrir toda ou parte da demanda da cidade  $j$ . Como consequência, seriam necessários mais equipamentos para cobrir a demanda de uma mesma quantidade de mulheres.

Para que o modelo se comporte de forma a respeitar o tipo de gestão do equipamento, é necessário que haja um pré-processamento dos dados de entrada e uma adaptação do modelo. Com relação aos dados, é necessário recalcular a demanda de cada cidade, subtraindo do valor original a quantidade que possa ser atendida pelos mamógrafos sob gestão municipal. O parâmetro de entrada  $p$  também precisa sofrer modificações, tendo subtraído de seu valor a quantidade de equipamentos sob gestão municipal. Quanto ao modelo, os conjuntos de restrições (2.8) e (2.10) só devem ser

aplicados a cidades com demanda maior que zero. Feito isso, e executado o modelo, a quantidade de mulheres cobertas será a soma da função objetivo obtida via modelo mais o somatório do que fora subtraído da demanda original de cada cidade.

No exemplo de uma cidade  $i$  que possua demanda de 1000 mamografias, e sedie 1 mamógrafo sob gestão própria, a demanda desta cidade seria transformada em 0, uma vez que os mamógrafos da própria cidade, que estão sob sua gestão, seriam suficientes para cobrir toda a demanda. Caso a cidade  $i$  possuísse uma demanda superior à capacidade de realização de exames do equipamento, a diferença seria então a nova demanda. Como exemplo, se a mesma cidade  $i$  tivesse uma demanda igual a 7069 mamografias, após o processamento inicial este valor torna-se-ia 2000 exames.

Para efeitos de cálculo da demanda mínima, deve-se considerar a demanda original da cidade e não a demanda após o pré-processamento. Isso ocorre pois parte-se do pressuposto de que a demanda por exames de uma cidade é proporcional à sua população, e cidades muito pequenas teriam dificuldades de prover a estrutura necessária. Sendo assim, considerar a demanda pós pré-processamento pode fazer com que uma cidade apta a sediar mamógrafos deixe de ser candidata a receber um equipamento.

As Tabelas 4.11 e 4.12 mostram um comparativo da forma de analisar o cenário em que os mamógrafos são fixos, considerando tipo de gestão ou não. Na Tabela 4.11 a produtividade considerada é de 5069 mamografias por ano, enquanto na Tabela 4.12 esse número é igual a 6758. Em ambas as tabelas, as primeiras duas colunas são idênticas àquelas das Tabelas 4.8 e 4.9, mostrando a quantidade de mamógrafos adicionada em relação aos 324 disponíveis atualmente e o potencial de cobertura que este somatório pode oferecer. A terceira e a quarta colunas, intituladas “Sem Considerar Tipo de Gestão” e “Considerando Tipo de Gestão”, respectivamente, subdividem-se, cada uma, em três outras colunas. Nesta subdivisão, a primeira coluna mostra a quantidade de mulheres que pode ser atendida pela quantidade de mamógrafos disponível, enquanto a segunda e a terceira trazem os percentuais de uso do equipamento e o percentual da demanda que está sendo coberto, respectivamente.

O fato de considerar o tipo de gestão dos equipamentos, assumindo que não haja acordos entre os municípios, faz com que o cenário atual seja ainda pior. Se a produtividade a ser considerada for de 5069 exames por ano, considerar o tipo de gestão reduziria a cobertura atual de 1383109 exames para 1175404, o que significa 207705 mulheres a menos com acesso a mamografia. Neste caso, a taxa de cobertura cairia de 79,51% para 67,57%. Caso a capacidade anual de realização de exames a ser considerada for 6758, a queda na cobertura é ainda maior, passando de 1568675 exames para 1334364, o que representa uma redução na cobertura atual de 14,9%, saindo de 90,18% para 76,71%. Conseqüentemente, o número de equipamentos necessários para

**Tabela 4.11.** Comparação entre cenários que consideram e que não consideram o tipo de gestão dos mamógrafos, com produtividade igual a 5069

Qtde Adic.	Potencial Cobertura	Sem Considerar Tipo de Gestão			Considerando Tipo de Gestão		
		Cobertura	Taxa de Utiliz. (%)	Taxa de Cobertura (%)	Cobertura	Taxa de Utiliz. (%)	Taxa de Cobertura (%)
0	1642356	1383109	84,21	79,51	1175404	71,57	67,57
1	1647425	1388178	84,26	79,81	1180473	71,66	67,87
2	1652494	1393247	84,31	80,10	1185542	71,74	68,16
3	1657563	1398316	84,36	80,39	1190611	71,83	68,45
4	1662632	1403385	84,41	80,68	1195680	71,91	68,74
5	1667701	1408454	84,45	80,97	1200749	72,00	69,03
6	1672770	1413523	84,50	81,26	1205818	72,09	69,32
7	1677839	1418592	84,55	81,55	1210887	72,17	69,61
...	...	...	...	...	...	...	...
45	1870461	1611214	86,14	92,63	1403509	75,04	80,69
46	1875530	1616283	86,18	92,92	1408578	75,10	80,98
47	1880599	1621222	86,21	93,20	1413647	75,17	81,27
48	1885668	1625997	86,23	93,48	1418716	75,24	81,56
49	1890737	1630378	86,23	93,73	1423785	75,30	81,85
50	1895806	1634478	86,22	93,97	1428854	75,37	82,14
51	1900875	1638548	86,20	94,20	1433923	75,43	82,44
52	1905944	1642561	86,18	94,43	1438992	75,50	82,73
...	...	...	...	...	...	...	...
92	2108704	1727761	81,93	99,33	1640488	77,80	94,31
93	2113773	1728511	81,77	99,37	1644769	77,81	94,56
94	2118842	1729243	81,61	99,41	1648910	77,82	94,80
95	2123911	1729967	81,45	99,46	1653010	77,83	95,03
96	2128980	1730679	81,29	99,50	1656775	77,82	95,25
97	2134049	1731310	81,13	99,53	1660311	77,80	95,45
...	...	...	...	...	...	...	...
112	2210084	1738468	78,66	99,94	1699062	76,88	97,68
113	2215153	1738695	78,49	99,96	1700979	76,79	97,79
114	2220222	1738872	78,32	99,97	1702609	76,69	97,88
115	2225291	1738872	78,14	99,97	1704507	76,60	97,99
...	...	...	...	...	...	...	...
153	2417913	1738872	71,92	99,97	1738221	71,89	99,93
154	2422982	1738872	71,77	99,97	1738505	71,75	99,95
155	2428051	1738872	71,62	99,97	1738695	71,61	99,96
156	2433120	1738872	71,47	99,97	1738872	71,47	99,97
157	2438189	1738872	71,32	99,97	1738872	71,32	99,97

**Tabela 4.12.** Comparação entre cenários que consideram e que não consideram o tipo de gestão dos mamógrafos, com produtividade igual a 6758

Qtde Adic.	Potencial Cobertura	Sem Considerar Tipo de Gestão			Considerando Tipo de Gestão		
		Cobertura	Taxa de Utiliz. (%)	Taxa de Cobertura (%)	Cobertura	Taxa Utiliz. (%)	Taxa de Cobertura (%)
0	2189592	1568675	71,64	90,18	1334364	60,94	76,71
1	2196350	1575433	71,73	90,57	1341122	61,06	77,10
2	2203108	1582191	71,82	90,96	1347880	61,18	77,49
3	2209866	1588949	71,90	91,35	1354638	61,30	77,88
4	2216624	1595707	71,99	91,74	1361396	61,42	78,27
5	2223382	1602465	72,07	92,13	1368154	61,53	78,66
6	2230140	1609223	72,16	92,51	1374912	61,65	79,04
7	2236898	1615981	72,24	92,90	1381670	61,77	79,43
8	2243656	1622185	72,30	93,26	1388428	61,88	79,82
9	2250414	1627885	72,34	93,59	1395186	62,00	80,21
10	2257172	1632660	72,33	93,86	1401944	62,11	80,60
11	2263930	1637064	72,31	94,11	1408702	62,22	80,99
...	...	...	...	...	...	...	...
42	2473428	1717814	69,45	98,76	1605441	64,91	92,30
43	2480186	1718974	69,31	98,82	1610156	64,92	92,57
44	2486944	1720125	69,17	98,89	1614854	64,93	92,84
45	2493702	1721159	69,02	98,95	1619485	64,94	93,10
46	2500460	1722141	68,87	99,01	1623988	64,95	93,36
47	2507218	1723119	68,73	99,06	1628392	64,95	93,62
48	2513976	1724031	68,58	99,11	1632134	64,92	93,83
49	2520734	1724936	68,43	99,17	1636773	64,93	94,10
50	2527492	1725686	68,28	99,21	1640861	64,92	94,33
51	2534250	1726418	68,12	99,25	1644742	64,90	94,56
...	...	...	...	...	...	...	...
76	2703200	1738660	64,32	99,96	1711131	63,30	98,37
77	2709958	1738871	64,17	99,97	1712639	63,20	98,46
78	2716716	1738872	64,01	99,97	1714109	63,09	98,54
79	2723474	1738872	63,85	99,97	1715544	62,99	98,63
80	2730232	1738872	63,69	99,97	1716872	62,88	98,70
81	2736990	1738872	63,53	99,97	1718072	62,77	98,77
...	...	...	...	...	...	...	...
111	2939730	1738872	59,15	99,97	1738311	59,13	99,94
112	2946488	1738872	59,02	99,97	1738595	59,01	99,95
113	2953246	1738872	58,88	99,97	1738872	58,88	99,97
114	2960004	1738872	58,75	99,97	1738872	58,75	99,97

atingir a taxa de cobertura máxima de 99,97% passa de 114 para 156, no caso de produtividade igual a 5069, e de 78 para 113 para produtividade igual 6758.

# Capítulo 5

## Considerações Finais

### 5.1 Conclusões

Este trabalho tratou o Problema de Localização de Mamógrafos, considerando restrições estabelecidas pelo Ministério da Saúde do Brasil. Baseado na formulação apresentada por Souza et al. [2019], um novo modelo de programação linear inteira mista foi proposto. A vantagem deste modelo é que não é necessário o pré-processamento mencionado por esses autores. O otimizador CPLEX, na versão 12.7.1, foi usado para implementar o modelo de programação matemática. Dados dos estados de Rondônia e Minas Gerais foram usados como estudo de caso. Além disso, para tratar instâncias maiores do problema, também foi desenvolvido um algoritmo baseado na meta-heurística *Simulated Annealing*.

Os resultados mostraram que há um grande espaço para melhorias na distribuição dos equipamentos de mamografia no Estado de Minas Gerais. Considerando dados reais do Estado, tanto o método exato quanto o algoritmo heurístico conseguiram aumentar expressivamente a cobertura da demanda por exames. Os dois métodos ainda foram aplicados a um cenário que também considera como restrição a vinculação de uma cidade à sua microrregião de saúde. A inclusão dessa restrição gerou resultados piores quanto comparados com aqueles em que não há vinculação de uma cidade à sua microrregião. Por esse estudo, pelo menos em relação à localização de mamógrafos, conclui-se que o atual agrupamento das cidades em microrregiões de saúde não é adequado.

No experimento com microrregiões de saúde verificou-se que os *gaps* entre o valor da função objetivo e o limite superior das instâncias testadas foram maiores em relação à formulação que não considera microrregiões de saúde. Essa observação motivou a realização de mais testes envolvendo o *Simulated Annealing*, garantindo ao método

tempo de execução similar ao do otimizador de programação matemática CPLEX. O algoritmo heurístico mostrou-se capaz de gerar soluções de qualidade próximas às obtidas via CPLEX, tornando-se uma alternativa a ele, principalmente se levado em conta os custos da adoção do software de programação matemática. Por outro lado, apesar de não conseguir entregar a solução ótima para todas as instâncias testadas no tempo definido, o CPLEX mostrou-se a melhor opção de resolução deste problema. O bom comportamento do método exato ocorreu devido ao fato de que na abordagem considerada, o subproblema de designação de uma cidade ao seu ponto de atendimento, é contínuo, isto é, é permitido que uma cidade seja parcialmente atendida por outra. No trabalho de Souza et al. [2020], um algoritmo baseado em VNS foi capaz de superar o otimizador Gurobi. Entretanto, naquele trabalho, uma das restrições do modelo era com relação à cobertura integral. Neste caso, o problema da mochila binária aparece como subproblema, na qual a capacidade ociosa de cada cidade representa o tamanho da mochila e a demanda de cada cidade da região representa um item. Como sabido, o problema da mochila binária é NP-difícil, o que torna a solução do problema mais difícil.

O outro experimento realizado diz respeito à aquisição de novos equipamentos. Foram usadas duas instâncias, baseadas em dados reais do Estado de Minas Gerais, e comparados dois cenários: no primeiro, existe a possibilidade de realocar os equipamentos existentes, enquanto no segundo esta realocação não é permitida. Neste segundo experimento, além de mostrar a má qualidade da distribuição atual dos equipamentos, ficou clara a importância de um planejamento racional do destino de novos equipamentos, mesmo que seja impossível realocar os já instalados.

Por fim, foi mostrado que a situação atual pode ser ainda pior, caso se considere o tipo de gestão dos equipamentos de saúde. Nas análises anteriores, mesmo em cenários em que há impossibilidade de realocação de mamógrafos, o excedente de exames destes equipamentos pode cobrir parte ou toda a demanda de cidades vizinhas. Mamógrafos sob gestão municipal dependem de acordos entre municípios para a cessão de exames, o que nem sempre é a realidade.

## 5.2 Trabalhos Futuros

O tratamento das limitações do trabalho, apresentadas na Seção 1.6, pode ser um foco de atenção em trabalhos futuros, com o objetivo de que os dados de entrada do problema sejam os mais fiéis possíveis à realidade.

O algoritmo heurístico também pode receber melhorias, com o objetivo de au-

mentar a qualidade dos seus resultados. Uma possibilidade é alterar o Algoritmo 2, responsável pela realocação de um mamógrafo. A remoção de um mamógrafo de determinada cidade impacta a cobertura de outras cidades que eventualmente estejam se beneficiando deste equipamento para cobrir suas demandas. A alternativa seria, para cada uma dessas cidades prejudicadas por esse movimento de remoção, verificar se não existe outra cidade na região delas que possui capacidade de atendimento ociosa, a qual poderia cobrir parte ou toda essa perda.

Além dos pontos citados acima, outras duas questões podem motivar trabalhos futuros. A primeira diz respeito aos custos envolvidos na operação. Além do custo do mamógrafo propriamente dito, há gastos elevados com estrutura física para instalá-los, assim como despesas com recursos humanos que irão operar esses equipamentos. Cenários com baixa utilização dos equipamentos podem indicar mal uso de recursos públicos. Sendo assim, o uso de unidades móveis de mamografia pode vir a ser uma solução. Para isso, seria necessário definir critérios para que uma cidade receba um mamógrafo, além do já existente critério de demanda mínima. Além disso, a rota destas unidades móveis também precisa ser otimizada.

A segunda questão diz respeito a uma distribuição mais socialmente igualitária entre os municípios. Neste trabalho, o objetivo principal foi maximizar a cobertura, ou seja, a quantidade de mulheres que podem ser atendidas pela mesma quantidade de mamógrafos. Porém, ficou claro que o modelo mantém privilégios de algumas regiões em relação a outras (ver Figuras 4.4 e 4.5), uma vez que cada mamógrafo tende a ser mais bem aproveitado em regiões com maior densidade populacional. Uma solução poderia ser garantir um percentual mínimo de cobertura para cada município. Outra frente que pode ser aberta diz respeito à demanda não coberta. Seria útil incorporar no modelo algum mecanismo que minimizasse a distância dessas mulheres em relação a um mamógrafo disponível, mesmo que este equipamento não esteja a uma distância de até 60km. Por fim, seria importante equilibrar as distâncias percorridas pelas mulheres, uma vez que, como o objetivo é puramente maximizar a cobertura, municípios com demandas maiores são privilegiados. Todos estes pontos indicam que uma abordagem por otimização multiobjetivo seja mais adequada para tratar essas questões.

## 5.3 Trabalhos Gerados

A realização desta dissertação resultou, até o momento, na publicação do trabalho de Campos et al. [2020] na *22th International Conference on Enterprise Information Systems*. Nessa publicação, foi apresentada uma formulação de programação matemá-

tica e desenvolvido um algoritmo baseado em *Simulated Annealing*.

# Referências Bibliográficas

- Ahmadi-Javid, A.; Seyedi, P. & Syam, S. S. (2017). A survey of healthcare facility location. *Computers & Operations Research*, 79:223--263.
- Amaral, P.; Luz, L.; Cardoso, F. & Freitas, R. (2017). Distribuição espacial de equipamentos de mamografia no brasil. *Revista Brasileira de Estudos Urbanos e Regionais (RBEUR)*, 19(2):326--341.
- Berry, D. A.; Cronin, K. A.; Plevritis, S. K.; Fryback, D. G.; Clarke, L.; Zelen, M.; Mandelblatt, J. S.; Yakovlev, A. Y.; Habbema, J. D. F. & Feuer, E. J. (2005). Effect of screening and adjuvant therapy on mortality from breast cancer. *New England Journal of Medicine*, 353(17):1784--1792. PMID: 16251534.
- Brasil (2010). População residente por sexo, situação e grupos de idade. Disponível em <https://sidra.ibge.gov.br/tabela/200>. Acesso em 14 de Agosto, 2019.
- Brasil (2017). Critérios e parâmetros assistenciais para o planejamento e programação de ações e serviços de saúde no âmbito do Sistema Único de Saúde. Ministério da Saúde, Secretaria de Atenção à Saúde, Departamento de Regulação, Avaliação e Controle de Sistemas. Disponível em <https://bit.ly/2t6WvjG>. Acesso em 14 de Agosto, 2019.
- Brasil (2019). Tabnet win32 3.0: CNES - Recursos Físicos - Equipamentos - Minas Gerais. Disponível em <http://tabnet.datasus.gov.br/cgi/deftohtm.exe?cnes/cnv/equipoMG.def>. Acesso em 20 de Setembro, 2019.
- Bray, F.; Ferlay, J.; Soerjomataram, I.; Siegel, R. L.; Torre, L. A. & Jemal, A. (2018). Global cancer statistics 2018: Globocan estimates of incidence and mortality worldwide for 36 cancers in 185 countries. *CA: a cancer journal for clinicians*, 68(6):394--424.
- Church, R. & ReVelle, C. (1974). The maximal covering location problem. *Papers in regional science*, 32(1):101--118.

- Corrêa, V. H. V.; Lima, B. J. C.; Silva-e Souza, P. H.; Penna, P. H. V. & Souza, M. J. F. (2018). Localização de mamógrafos: um estudo de caso na rede pública de saúde. Em *Anais do L Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Rio de Janeiro. SOBRAPO.
- Daskin, M. S. & Dean, L. K. (2005). Location of health care facilities. Em Brandeau, M. L.; Sainfort, F. & Pierskalla, W. P., editores, *Operations research and health care*, volume 70, pp. 43--76. Springer, Boston, MA.
- Davari, S.; Kilic, K. & Naderi, S. (2016). A heuristic approach to solve the preventive health care problem with budget and congestion constraints. *Applied Mathematics and Computation*, 276:442--453.
- de Campos, M. V. A.; de Sá., M. V. S. M.; Rosa., P. M.; Penna., P. H. V.; de Souza., S. R. & Souza, M. (2020). A mixed linear integer programming formulation and a simulated annealing algorithm for the mammography unit location problem. Em *Proceedings of the 22nd International Conference on Enterprise Information Systems - Volume 1: ICEIS*, pp. 428--439. INSTICC, SciTePress.
- Dogan, K.; Karatas, M. & Yakici, E. (2019). A model for locating preventive health care facilities. *Central European Journal of Operations Research*, pp. 1--31. Disponível em <https://doi.org/10.1007/s10100-019-00621-4>.
- Dowsland, K. A. (1993). Some experiments with simulated annealing techniques for packing problems. *European Journal of Operational Research*, 68(3):389--399.
- Eiselt, H. & Marianov, V. (2011). *Foundations of Location Analysis*, volume 155. Springer Science & Business Media. ISBN 978-1-4419-7571-3.
- Garey, M. R. & Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman & Co., New York. ISBN 0716710447.
- GERAIS, S. D. E. D. S. D. M. (2011). Plano diretor de regionalização da saúde de minas gerais (pdr/mg). Disponível em [https://www.saude.mg.gov.br/images/noticias\\_e\\_eventos/000\\_2016/Livro%20Plano%20Diretor%20de%20Regionalizacao%20-%20PDR-SUS-MG.pdf](https://www.saude.mg.gov.br/images/noticias_e_eventos/000_2016/Livro%20Plano%20Diretor%20de%20Regionalizacao%20-%20PDR-SUS-MG.pdf). Acesso em 20 de Janeiro, 2020.
- Gomes Júnior, A. d. C.; Souza, M. J. F. & Martins, A. X. (2005). Simulated annealing aplicado à resolução do problema de roteamento de veículos com janela de tempo. *TRANSPORTES*, 13(2):5--20.

- Gu, W.; Wang, X. & McGregor, S. E. (2010). Optimization of preventive health care facility locations. *International journal of health geographics*, 9(1):17.
- Haeser, G. & Ruggiero, M. G. (2008). Aspectos teóricos de simulated annealing e um algoritmo duas fases em otimização global. *Trends in Applied and Computational Mathematics*, 9(3):395--404.
- Hakimi, S. L. (1964). Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations research*, 12(3):450--459.
- Hansen, P.; Mladenović, N.; Brimberg, J. & Pérez, J. A. M. (2019). Variable neighborhood search. Em Gendreau, M. & Potvin, J.-Y., editores, *Handbook of Metaheuristics*, pp. 57--97. Springer International Publishing, Cham.
- Huff, D. L. (1964). Defining and estimating a trading area. *Journal of marketing*, 28(3):34--38.
- INCA (2015). Revisão do parâmetro para cálculo da capacidade de produção de um mamógrafo simples. Disponível em <https://bit.ly/2ZrgvJU>. Acesso em 14 de Agosto, 2019.
- INCA (2017). Atlas on-line de mortalidade. Disponível em <https://mortalidade.inca.gov.br/MortalidadeWeb/pages/Modelo01/consultar.xhtml>. Acesso em 30 de Setembro, 2019.
- Kirkpatrick, S.; Gelatt, C. D. & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *science*, 220(4598):671--680.
- López-Ibáñez, M.; Dubois-Lacoste, J.; Pérez Cáceres, L.; Stützle, T. & Birattari, M. (2016). The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. *Operations Research Perspectives*, 3:43--58.
- Miranda, S. M. R. & Patrocínio, A. C. (2018). Distribuição de mamógrafos por macrorregião do Brasil. Em *Anais do V Congresso Brasileiro de Eletromiografia e Cinesiologia e X Simpósio de Engenharia Biomédica*, pp. 433--436, Uberlândia. Even3. Disponível em <https://doi.org/10.29327/cobecseb.78881>.
- Sathler, T. M.; Conceição, S. V.; Almeida, J. F.; Pinto, L. R.; de Campos, F. C. C. & Miranda Júnior, G. (2017). Problema de localização e alocação de centros de especialidades médias no estado de minas gerais. Em *Anais do XLIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – XLIX SBPO*, pp. 2988--2999, Blumenau, Brasil. SOBRAPO.

- Silva, M. T. A. d.; Silva Júnior, V. B. d.; Mangueira, J. d. O.; Gurgel Junior, G. D. & Leal, E. M. M. (2018). Distribution of mammograms and mammography offering in relation to the parametric care of the Public Health Care System in Pernambuco. *Revista Brasileira de Saúde Materno Infantil*, 18(3):609 – 618. Disponível em <http://dx.doi.org/10.1590/1806-93042018000300009>.
- Souza, M. J. F.; Penna, P. H. V.; Moreira de Sá, M. V. S. & Rosa, P. M. (2020). A vns-based algorithm for the mammography unit location problem. Em Benmansour, R.; Sifaleras, A. & Mladenović, N., editores, *Variable Neighborhood Search*, pp. 37--52. Springer International Publishing.
- Souza, M. J. F.; Penna, P. H. V.; Stilpen, M.; Rosa, P. M.; Monteiro, J. C. & Lisboa, M. R. (2019). Localização de mamógrafos: formulações e estudo preliminar de caso de Rondônia. Em *LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, volume 2, Limeira. Galoá. Disponível em <https://bit.ly/39sozia>.
- Toregas, C.; Swain, R.; ReVelle, C. & Bergman, L. (1971). The location of emergency service facilities. *Operations research*, 19(6):1363--1373.
- Verter, V. & Lapierre, S. D. (2002). Location of preventive health care facilities. *Annals of Operations Research*, 110(1):123--132. ISSN 1572-9338.
- Weber, A. (1929). *Theory of the Location of Industries*. University of Chicago Press.
- Witten, M. & Parker, C. C. (2018). Screening mammography recommendations and controversies. *Surgical Clinics of North America*, 98(4):667–675.
- Xavier, D. R.; Oliveira, R. A. D. d.; Matos, V. P. d.; Viacava, F. & Carvalho, C. d. C. (2016). Cobertura de mamografias, alocação e uso de equipamentos nas regiões de saúde. *Saúde em Debate*, 40(110):20 – 35. ISSN 0103-1104.
- Zhang, Y.; Berman, O.; Marcotte, P. & Verter, V. (2010). A bilevel model for preventive healthcare facility network design with congestion. *IIE Transactions*, 42(12):865--880.
- Zhang, Y.; Berman, O. & Verter, V. (2009). Incorporating congestion in preventive healthcare facility network design. *European Journal of Operational Research*, 198(3):922--935.
- Zhang, Y.; Berman, O. & Verter, V. (2012). The impact of client choice on preventive healthcare facility network design. *OR spectrum*, 34(2):349--370.