

VICTOR LUIZ GUIMARÃES

**Planejamento operacional de lavra: um estudo de
caso - Parte 2**

OURO PRETO - MG

2014

VICTOR LUIZ GUIMARÃES

Planejamento operacional de lavra: um estudo de caso - Parte 2

Relatório final sobre a bolsa, referente ao período agosto de 2013 a julho de 2014, apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), como parte das exigências do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação em Desenvolvimento Tecnológico e Inovação do CNPq – PIBITI/CNPq.

Orientador:

Prof. Marcone Jamilson Freitas Souza, D.Sc.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

OURO PRETO - MG

2014

Planejamento operacional de lavra: um estudo de caso - Parte 2

Victor Luiz Guimarães

Relatório final sobre a bolsa, referente ao período agosto de 2013 a julho de 2014, apresentado à Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), como parte das exigências do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação em Desenvolvimento Tecnológico e Inovação do CNPq – PIBITI/CNPq.

Victor Luiz Guimarães
(Bolsista)

Prof Marcone Jamilson Freitas Souza, D.Sc. / DECOM-UFOP
(Orientador)

Ouro Preto, 31 de julho de 2014.

Resumo

Este trabalho trata um problema de planejamento de lavra. Neste problema há conjuntos de frentes de lavra, de carregadeiras, de caminhões e de pontos de descarga para o material lavrado. Cada frente de lavra é subdividida em blocos, os quais são subdivididos em sub-blocos com diferentes tipos de material. Cada sub-bloco somente pode ser lavrado se os sub-blocos precedentes tiverem sido totalmente lavrados. A cada ponto de descarga está associada uma quantidade de material a ser produzido e uma faixa de qualidade a ser respeitada. O objetivo é alocar as carregadeiras aos blocos e determinar o número de viagens que cada caminhão deve fazer a cada sub-bloco para atender a meta de produção e os limites de qualidade estabelecidos para cada descarga. Para resolvê-lo foi desenvolvido um algoritmo baseado nas metaheurísticas GRASP e Late Acceptance Hill-Climbing. Experimentos mostram que o algoritmo proposto apresenta resultados competitivos com aqueles do otimizador LINGO.

Palavras-chave: Planejamento de minas a céu aberto, GRASP, Late Acceptance Hill-Climbing, Metaheurística.

Abstract

This work deals with a particular problem of mine planning. In this problem there is a set of pit mining, shoves, trucks and delivery points for the discharge of materials. Each pit is subdivided into blocks, which are subdivided into sub-blocks, that could be of different material. Furthermore, each sub-block can only be mined if the preceding sub-blocks have been fully mined. Every point of discharge is associated with production target and quality limits of material previously established. The objective is to determine the allocation of shoves to blocks and the number of trips that each truck must do to each sub-block in order to meet the production target and the quality limits required for each discharge. A heuristic algorithm based on GRASP and Late Acceptance Hill-Climbing metaheuristics was developed in order to solve this problem. Experiments show that the proposed algorithm is competitive with the LINGO optimizer.

Keywords: Operational Planning of Mining of Open Pit Mines, GRASP, Late Acceptance Hill-Climbing, Metaheuristics.

Siglas e Abreviações

<i>GRASP</i>	:	Greedy Randomized Adaptative Search Procedure
<i>LAHC</i>	:	Late Acceptance Hill-Climbing
<i>POLAD</i>	:	Problema de planejamento de lavras em minas a céu aberto
<i>REM</i>	:	Relação estéril miinério
<i>RDS</i>	:	Restauração das dependências de um sub-bloco

Sumário

Lista de Figuras	p. viii
Lista de Tabelas	p. ix
Lista de Algoritmos	p. 11
1 Introdução	p. 1
1.1 O Problema de Planejamento de lavras em minas a céu aberto	p. 1
1.2 Objetivos do trabalho	p. 2
1.2.1 Objetivos específicos	p. 2
1.3 Estrutura do trabalho	p. 3
2 Revisão Bibliográfica	p. 4
3 Descrição do Problema Abordado	p. 8
4 Metodologia	p. 11
4.1 Formulação de Programação Matemática	p. 11
4.1.1 Formulação de [Martins, 2013]	p. 11
4.1.1.1 Parâmetros	p. 12
4.1.1.2 Variáveis de Decisão	p. 14
4.1.1.3 Função Objetivo	p. 14
4.1.1.4 Restrições do Modelo	p. 15
4.2 Representação de uma solução	p. 19
4.3 Restauração das dependências de um sub-bloco(RDS)	p. 20

4.4	Avaliação dos sub-blocos comparados as descargas	p. 21
4.5	Estruturas de vizinhança	p. 22
4.5.1	Adicionar uma Viagem - N^{AV}	p. 22
4.5.2	Trocar Carregadeiras de Dois Blocos Alocando Viagens - N^{TCAV} .	p. 23
4.5.3	Trocar Carregadeiras de Dois Blocos Removendo Viagens - N^{TCRV}	p. 24
4.5.4	Remover Viagens de uma Frota de Caminhões - N^{RVC}	p. 24
4.5.5	Remover Viagens de um Sub-bloco - N^{RVS}	p. 24
4.5.6	Retirar Carregadeira de um Bloco - N^{RCB}	p. 24
4.5.7	Remover uma Viagem de um Sub-bloco - N^{RUVS}	p. 25
4.5.8	Adicionar Carregadeira a um Bloco - N^{AC}	p. 25
4.5.9	Mover uma Viagem de um Sub-bloco - N^{MV}	p. 25
4.6	Avaliação da solução	p. 25
4.7	Algoritmo proposto	p. 27
4.7.1	<i>Late Acceptance Hill-Climbing</i> (LAHC)	p. 27
4.7.2	Método Construtivo	p. 29
4.7.2.1	<i>Greedy Randomized Construction</i>	p. 31
4.7.2.1.1	Avaliação dos blocos	p. 31
4.7.2.1.2	Alocação das carregadeiras aos blocos	p. 33
4.7.2.1.3	Alocação das viagens de caminhão	p. 35
4.7.2.2	Busca Local	p. 39
5	Resultados Computacionais	p. 41
5.1	Cenários	p. 42
5.1.1	InstBru1	p. 42
5.1.2	InstBru2	p. 43
5.1.3	InstBru3	p. 44
5.2	Resultados	p. 45

5.2.1	Resultados na instância InstBru1	p. 45
5.2.2	Resultados na instância InstBru2	p. 47
5.2.3	Resultados na instância InstBru3	p. 48
6	Conclusões e Trabalhos Futuros	p. 51
6.1	Conclusões	p. 51
6.2	Atividades Futuras	p. 53
7	Produções	p. 54
	Referências	p. 55

Lista de Figuras

1	Frente de lavra na Cota 990	p. 8
2	Divisão do bloco	p. 9
3	Compatibilidade entre equipamentos e descargas	p. 10
4	Representação de solução para o POLAD	p. 20

Lista de Tabelas

1	Características do cenário de InstBru1	p. 42
2	Características das carregadeiras de InstBru1	p. 42
3	Características das frotas de caminhões de InstBru1	p. 42
4	Características das descargas de InstBru1	p. 43
5	Características das carregadeiras de InstBru2	p. 43
6	Características das frotas de caminhões de InstBru2	p. 43
7	Características do cenário de InstBru3	p. 44
8	Características das carregadeiras de InstBru3	p. 44
9	Características das frotas de caminhões de InstBru3	p. 44
10	Características das descargas de InstBru3	p. 45
11	Resultados para InstBru1	p. 46
12	Produção, em toneladas, nas descargas na InstBru1	p. 46
13	Desvios dos limites de qualidade nas descargas de minério(%) para Inst- Bru1	p. 46
14	Características das melhores soluções para InstBru1	p. 47
15	Resultados na InstBru2	p. 47
16	Produção, em toneladas, nas descargas na InstBru2	p. 48
17	Desvios dos limites de qualidade nas descargas de minério(%) para Inst- Bru2	p. 48
18	Características das melhores soluções para InstBru2	p. 48
19	Resultados na InstBru3	p. 49
20	Produção, em toneladas, nas descargas na InstBru3	p. 49

21	Desvios dos limites de qualidade nas descargas de minério(%) para Inst- Bru3	p. 50
22	Características das melhores soluções para InstBru3	p. 50
23	Cronograma do projeto	p. 52

Lista de Algoritmos

1	LAHC	p. 28
2	GRASP	p. 30
3	Greedy Randomized Construction Carregadeira	p. 33
4	Greedy Randomized Construction CaminhÃ£o	p. 35
5	Aloca Viagens Esteril	p. 36
6	Aloca Viagens Minerio	p. 38
7	Subida Randômica	p. 40

1 Introdução

1.1 O Problema de Planejamento de lavras em minas a céu aberto

Um bom planejamento em processos industriais é de suma importância para que a empresa ofereça uma boa qualidade de serviço, tenha bom desempenho nos mercados nacionais e internacionais além de ser fundamental para mantê-la competitiva em relação as demais empresas existentes no mercado.

Uma boa forma de executar este planejamento é através de métodos computacionais que conseguem analisar um número de opções infinitamente maior que uma pessoa ou um conjunto delas, o que provavelmente levará a um bom planejamento operacional.

O planejamento de lavra está presente em processos industriais mineradores, sendo que todo o desempenho da mina depende de como este foi feito. Um bom planejamento pode possibilitar uma boa produção, ou seja, uma produção que atenda os requisitos de qualidade e de quantidade total a ser produzida.

Hoje em dia, em muitas mineradoras do mundo, esse planejamento é feito a mão, geralmente por pessoas com certa experiência, embora muitas vezes no começo do mês sejam obtidos resultados razoáveis, ao final é difícil manter os padrões de qualidade devido a redução das opções de locais a ser lavrados, além disso o resultado desse planejamento muitas vezes é imprevisível, podendo ser até desastroso.

O planejamento operacional de minas consiste na alocação de equipamentos de carga e de transporte de forma a maximizar a produção de minério, sendo que este deve seguir padrões de qualidade, que são controlados pelos teores que o minério apresenta. Tudo isso obedecendo restrições operacionais como produção máxima dos equipamentos de carga, número máximo de viagens dos equipamentos de transporte, quantidade horária que uma

usina de beneficiamento consegue beneficiar de minério, entre outras restrições operacionais, que são detalhadas na Seção 3.

Ao contrário de [Martins, 2013], que tratou este problema utilizando uma abordagem matemática, nesta pesquisa propomos o desenvolvimento de um algoritmo heurístico para obtenção de boas soluções para o mesmo. A justificativa para essa abordagem é que o esforço computacional exigido por modelos matemáticos de otimização para obtenção de uma solução ótima é muito grande, ao contrário do esforço exigido por técnicas heurísticas.

1.2 Objetivos do trabalho

Este trabalho tem como objetivo geral desenvolver um algoritmo eficiente de otimização para resolver o POLAD, considerando alocação dinâmica de caminhões.

1.2.1 Objetivos específicos

São os seguintes os objetivos específicos:

1. Fazer uma revisão de literatura sobre os métodos utilizados para resolver o problema de planejamento de lavra em minas a céu aberto;
2. Fazer uma revisão de literatura sobre técnicas metaheurísticas;
3. Tratar um problema real;
4. Desenvolver um algoritmo heurístico para o problema;
5. Contribuir com a divulgação de técnicas de otimização aplicadas à resolução do problema, possibilitando à indústria extrativa nacional melhorar sua produtividade e tornar-se mais competitiva;
6. Contribuir com a formação de recursos humanos especializados nessa área do conhecimento;
7. Capacitar o bolsista do projeto com técnicas no estado da arte;
8. Contribuir para a consolidação das linhas de pesquisa "Otimização e simulação de operações de lavra em minas a céu aberto e subterrâneas" e "Otimização Combinatória" do grupo de Logística e Pesquisa Operacional da UFOP;

1.3 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está dividido em sete capítulos, incluindo esta introdução.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre os diversos métodos utilizados na resolução do problema de planejamento de lavras, bem como a forma com que diversos autores tratam esse problema.

O Capítulo 3 apresenta a definição do problema abordado neste trabalho, o Problema de planejamento de lavras em minas a céu aberto (POLAD).

No Capítulo 4 é apresentado o algoritmo proposto para resolver o POLAD.

No Capítulo 5 são apresentados e analisados os resultados computacionais obtidos pelo algoritmo.

No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e apontadas as sugestões para trabalhos futuros.

Por fim, no Capítulo 7 apresenta-se os eventos nos quais trabalhos construídos por essa pesquisa foram aceitos.

2 Revisão Bibliográfica

As mineradoras realizam suas atividades em minas subterrâneas ou a céu aberto. Em minas a céu aberto as atividades de carregamento e transporte ocorrem da seguinte maneira: os caminhões se deslocam até a frente de lavra, que são os pontos da mina onde o minério (material de valor econômico) e o estéril (material sem valor econômico) são retirados, são carregados pelos equipamentos de carga e em seguida se dirigem aos pontos de descarga, onde descarregam o minério e o estéril. Os pontos de descarga podem ser pilhas de estéril, material que não é aproveitado pelo processo; pilhas de homogeneização, quando é transportada uma quantidade de minério maior do que a usina pode beneficiar ou quando é necessário “misturar” os minérios antes de iniciar o beneficiamento, e usina de tratamento, onde se inicia o beneficiamento de minério.

Para fornecer minério de qualidade uniforme para o processo é necessário misturar minério de diferentes qualidades proveniente de várias partes da mina ou de diferentes minas com o objetivo de assegurar a uniformidade da alimentação, já que mudanças são usualmente acompanhadas de aumento do custo total da operação [Chanda and Dagdelen, 1995].

A atividade de transporte de material é um dos mais importantes aspectos na operação de minas a céu aberto [Alarie and Gamache, 2002]. Segundo [Maran and Topuz, 1988], sistemas de transporte nessas minas envolvem grande volume de capital e recursos. Assim, deve-se mover o material retirado da mina para a usina de modo que o custo seja minimizado, uma vez que o custo associado influencia a escolha de onde retirar minério [Gershon, 1982].

Minas a céu aberto utilizam dois critérios para o transporte de material por caminhões: alocação estática e alocação dinâmica. Na alocação estática, os caminhões são fixados a um ponto de carga e a um ponto de descarga, ou seja, o deslocamento desses ocorre apenas entre esses dois pontos durante um determinado período de tempo. Na alocação dinâmica, os caminhões não ficam vinculados a uma mesma rota; assim, a cada descarga,

o caminhão pode ser direcionado a um ponto de carga não necessariamente o mesmo da viagem anterior.

A alocação estática é o método mais utilizado nas minerações de pequeno e médio porte por não apresentar a obrigatoriedade de utilização de um sistema automático de alocação. Esse método, entretanto, proporciona menor produtividade em função da possibilidade de formação de filas de caminhões e ociosidade dos equipamentos de carga [Rodrigues, 2006].

A vantagem da alocação dinâmica de caminhões é que com este método há uma maior produtividade da frota. Esse aumento de produtividade pode refletir um aumento na produção da mina ou a redução do número de equipamentos necessários para manter o mesmo nível de produção. Um eficiente algoritmo para a alocação dinâmica de caminhões é importante porque ele integra um sistema de despacho computadorizado. Um sistema de despacho reúne, ainda, um algoritmo de sequenciamento de viagens, um sistema de comunicação entre os equipamentos de carga e caminhões e uma central de comandos. Segundo [White and Olson, 1986], para que o sistema de despacho de caminhões seja completo é importante que o sistema de monitoramento dos equipamentos seja preciso e confiável, de modo que as operações da mina possam ser otimizadas em tempo real.

O custo de instalação de sistemas de despacho depende do tamanho da mina e do tipo de operação. Esse custo inibia a sua utilização por mineradoras de pequeno e médio porte. A partir da década de 90, em consequência da evolução da informática, o custo desses sistemas foi consideravelmente reduzido. Essa redução no custo levou ao aumento do número de mineradoras e empreiteiras que utilizam esse tipo de sistema. Até o levantamento feito por [Rodrigues, 2006], existiam 35 minas fazendo uso desses sistemas no Brasil, com diferentes níveis de automação.

Considerada a importância da alocação dinâmica na redução de custos do sistema, é importante ressaltar os aspectos técnicos relativos à solução desse problema.

O método mais difundido para resolvê-lo é a programação linear. Assim são os modelos [Clevenger, 1982], [White and Olson, 1986], [Pinto and Merschmann, 2001], [Merschmann, 2002].

[White and Olson, 1986] propuseram um algoritmo que é a base para o sistema DISPATCH, que vem operando em muitas minas em todo o mundo [Rodrigues, 2006]. O SMARTMINE, por sua vez, utiliza Algoritmos Genéticos [Alvarenga, 1997].

[Merschmann, 2002] desenvolveu um sistema de otimização e simulação, denominada OTISIMIN, para análise de cenário de produção em minas a céu aberto.

Os modelos de otimização de [Merschmann, 2002] foram aperfeiçoados por [Pinto, 2004]

e [Pinto, 2005]. Nesses trabalhos, foram apresentadas modelagens de programação matemática que reduziram significativamente o número de restrições do modelo. Além disso, os modelos incluíam o atendimento às metas de produção e qualidade por meio da minimização, na função objetivo, dos desvios de atendimento às restrições de meta.

[Pantuza and Souza, 2007] apresentaram um modelo de simulação computacional para validar resultados obtidos pela aplicação do modelo de programação matemática de [Pinto, 2004] para a determinação do ritmo de lavra ótimo em minas a céu aberto.

Posteriormente, [Araújo, 2008] aperfeiçoou o modelo de [Pinto, 2004], incluindo restrições que visavam ao cumprimento de taxas máximas de utilização por parte dos caminhões envolvidos no processo produtivo.

Em [Costa, 2005] mostra-se que esse problema se reduz ao problema da mochila múltipla, o qual é da classe NP-difícil ([Papadimitriou and Steiglitz, 1998]). Isto significa que para problemas de dimensões mais elevadas, procedimentos baseados em técnicas exatas, como os métodos de programação matemática, podem consumir um tempo computacional proibitivo para resolver essa classe de problemas na otimalidade, reduzindo ou mesmo inviabilizando sua utilização na prática. Para problemas de dimensões mais elevadas, uma abordagem indicada é a heurística. A vantagem dessa metodologia, além da questão relacionada ao tempo de processamento, está na flexibilidade dessa classe de procedimentos.

Nos métodos heurísticos, a inclusão de restrições operacionais é muito simples, além de ser fácil sua codificação. A grande desvantagem é que com essa metodologia não é possível garantir a otimalidade da solução final. Entretanto, com o aparecimento das metaheurísticas, as quais têm capacidade de escapar das armadilhas dos ótimos locais, muito progresso se obteve na melhoria da qualidade das soluções finais produzidas por essa classe de métodos.

Como exemplos de aplicações de procedimentos heurísticos na resolução desses problemas, citamos: [Ezawa and Silva, 1995], os quais usam heurísticas convencionais; [Alvarenga, 1997] e [Wu, 2004], que usam Algoritmos Genéticos, sendo esta técnica a base do sistema SMARTMINE; [Costa, 2005], que usa Busca em Vizinhança Variável [Mladenovic and Hansen, 1997].

[Martins, 2013] desenvolveu um modelo de programação matemática e um modelo de simulação para resolver um problema real da Mina de Brucutu, da Vale S.A. Este trabalho, é uma continuação da dissertação de mestrado de [Martins, 2013], diferindo-se desta ao propor a construção de uma solução heurística, tentando compará-la com o

modelo matemático proposto na dissertação. A descrição do problema e a forma com que foi modelado, tanto neste trabalho como em [Martins, 2013], se encontram na Seção 3.

3 Descrição do Problema Abordado

Descreve-se, a seguir, um problema de planejamento de lavras em minas a céu aberto.

Ao início de cada mês é feito um planejamento para determinar quais áreas da mina devem ser lavradas de forma a atender um conjunto de restrições que podem ser: massa e qualidade do minério a ser lavrado, quantidade de estéril que deve ser retirado de forma a manter o funcionamento da mina operacional, utilizar certa percentagem da capacidade total dos equipamentos de carga, entre outras.

Assim como foi feito por [Martins, 2013], para cada frente programada para a lavra é gerado um sólido através do programa de planejamento de Lavra Vulcan. Esse sólido é dividido gerando uma sequência de sólidos por frente de lavra, conforme a Figura 1, o que denominamos de bloco neste trabalho. Cada bloco possui em seu nome as suas características. Como exemplo, o bloco EL-990-02 está localizado na região EL, altitude 990 metros, e é o segundo bloco a ser lavrado nessa frente EL-990.

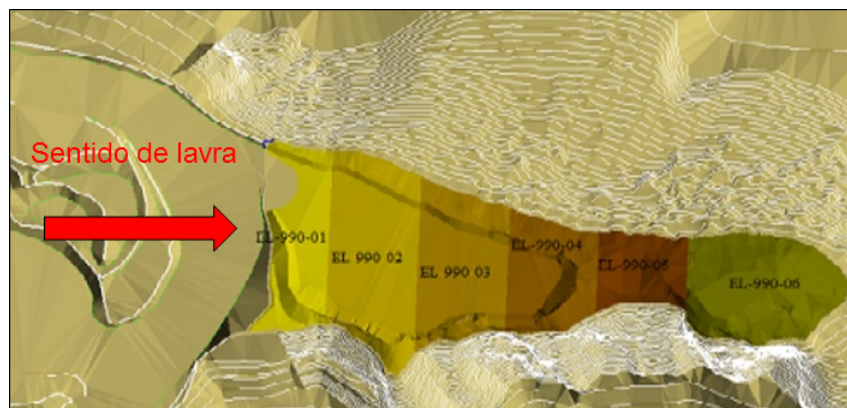


Figura 1: Frente de lavra na Cota 990

O modelo proposto tem as seguintes características:

- O material a ser lavrado é dividido em quatro sub-tipos, a saber:
 - Hematita;
 - Canga;
 - Itabirito;
 - Estéril, que é um material sem valor econômico;
- Existe uma compatibilidade a ser observado entre descarga, equipamento de carga e equipamento de transporte;

No modelo, os blocos devem ter sua massa dividida nos sub-tipos acima citados de forma que a parte correspondente ao minério seja classificada como hematita, itabirito ou canga, informando também os seus teores; e o restante como estéril. Para ambos, deve ser informada a massa que representam no bloco. Essas sub-divisões estão representadas na Figura 2.

Nela nota-se também uma outra característica do modelo, que trata a dependência entre sub-blocos. Essa dependência consiste na necessidade física de remover o sub-bloco da frente antes de se conseguir alcançar o que está atrás dele. Na Figura 2 isso acontece com os sub-blocos pertencentes ao bloco 3 que dependem da retirada daqueles pertencentes ao bloco 1 para serem lavrados, por exemplo.

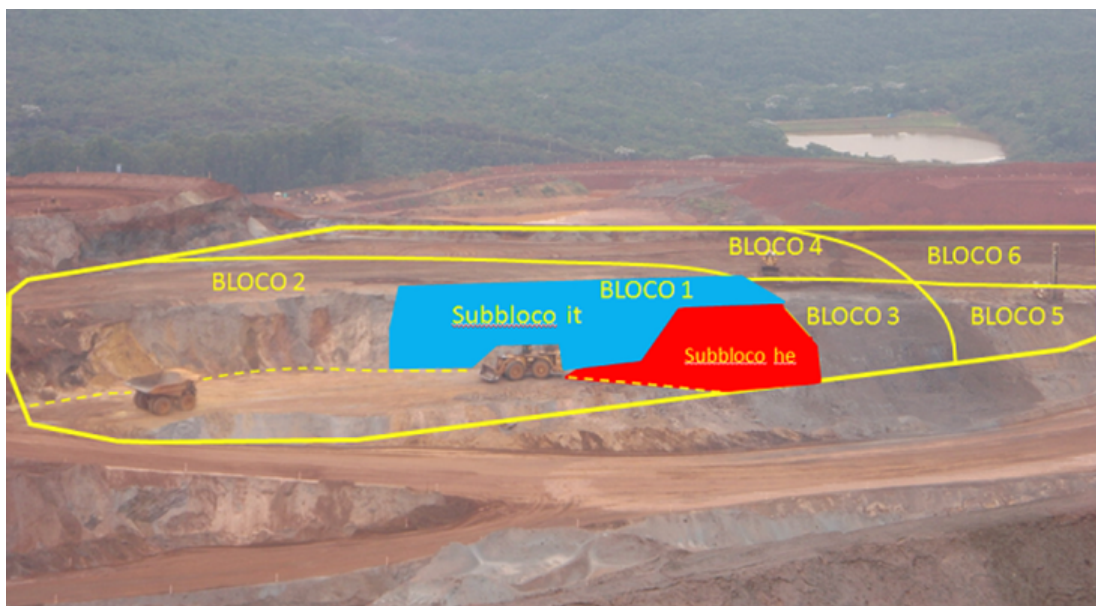


Figura 2: Divisão do bloco

As descargas possuem três limites de teores, que são inferior, ou seja, o mínimo de teor de cada material, meta, que representa o teor esperado, e superior, que é o valor máximo que cada teor deve apresentar naquela descarga.

Existem dois tipos de frota, uma de grande e outra de pequeno porte, sendo que as duas não interagem entre si. A compatibilidade a ser observada pode ser vista na Figura 3. Além disso, segundo [Martins, 2013], os equipamentos de pequeno porte são destinados a lavra de hematita, pois esse material é encontrado em veios, sendo necessário uma lavra mais seletiva para retirá-lo da frente.

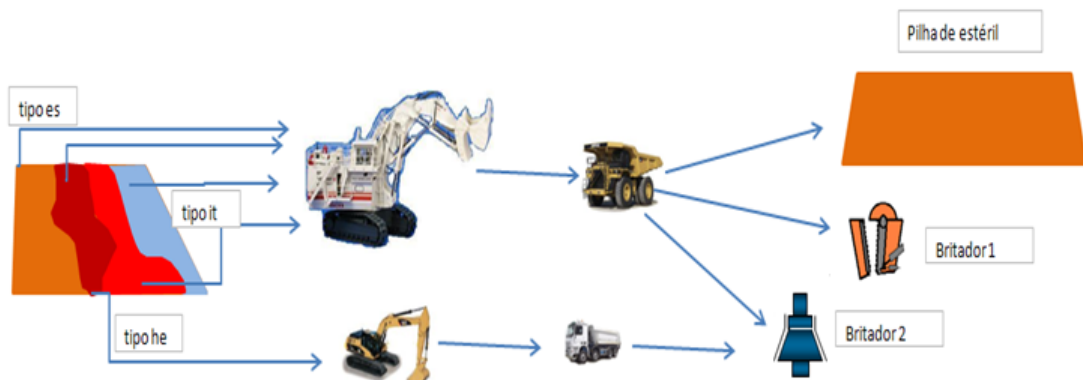


Figura 3: Compatibilidade entre equipamentos e descargas

Segundo [Martins, 2013], o objetivo do modelo é determinar a combinação de massas dos subblocos para alimentar a usina, atendendo a REM de forma a garantir a qualidade e quantidade mínima do *Run Of Mine*.

O resultado do modelo é a quantidade de viagens que cada caminhão deve realizar de um determinado bloco até um ponto de descarga, além de informar em quais blocos as carregadeiras devem ser alocadas.

4 Metodologia

Neste capítulo é apresentada a metodologia proposta para resolver o POLAD. Na Seção 4.1 apresenta-se a formulação matemática para o problema. Na Seção 4.2, mostra-se como uma solução do problema é representada. Em seguida, na Seção 4.3 apresenta-se um procedimento para restaurar as dependências entre os sub-bloco. Na Seção 4.4 mostra-se o como os sub-blocos são avaliados quando comparados as descargas. Logo depois, na Seção 4.5 apresenta-se as estruturas de vizinhança criadas para explorar o espaço de soluções. Na Seção 4.6 mostra-se o como as soluções do problema são avaliadas. Por fim, na Seção 4.7 apresenta-se o algoritmo proposto.

4.1 Formulação de Programação Matemática

Encontrar soluções ótimas para problemas combinatórios é característica fundamental dos métodos exatos. A utilização desses métodos exatos é muito importante para validação dos métodos heurísticos utilizados. O modelo utilizado neste trabalho foi desenvolvido por [Martins, 2013].

O capítulo apresenta a formulação de programação matemática do PPOLMCA. Nela são descritas os parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e as restrições.

4.1.1 Formulação de [Martins, 2013]

[Martins, 2013] propôs um modelo de programação inteira mista (PIM) para resolver o PPOLMCA, adaptando o modelo encontrado em [Fioroni *et al.*, 2008]. Esse modelo interage com um simulador que valida as soluções geradas pela otimização. As seguintes notações são utilizadas no modelo:

4.1.1.1 Parâmetros

- $S = \{1, \dots, s\}$: Conjunto de sub-blocos, sendo s o número de sub-blocos;
- $B = \{1, \dots, b\}$: Conjunto de blocos, com b representando a quantidade de blocos;
- $J = \{1, \dots, j\}$: Conjunto de equipamentos de carga, sendo j a quantidade de carregadeiras;
- $D = \{1, \dots, d\}$: Conjunto de descargas, onde d representa a quantidade de descargas;
- $K = \{1, \dots, k\}$: Conjunto de frota de equipamentos de transporte, sendo k a quantidade de caminhões;
- $V = \{1, \dots, v\}$: Conjunto de variáveis de controle, onde v representa a quantidade de variáveis de controle;
- $capacidade_b$: Quantidade de equipamentos de carga alocadas por bloco b ;
- a_i : Disponibilidade do sub-bloco i ;
- atv_i : Variável binária, sub-bloco de minério é igual a 1 e estéril é igual a 0;
- $tipo_i$: Tipo de minério do sub-bloco i ou estéril, valor 1 é itabirito, 2 é canga, 3 é hematita e 4 é estéril;
- $numbloco_i$: Qual bloco que o sub-bloco i pertence;
- $PmaxM_i$: Massa de minério disponível no sub-bloco i (t);
- $PmaxE_i$: Massa de estéril disponível no sub-bloco i (t);
- $Britador_d$: Informe se a descarga d é britador, valor igual a 1 e 0 caso contrário;
- $Mmin_j$: Massa mínima(t) do equipamento de carga j lavrado no tempo $Tempo(s)$;
- $Pmax_j$: Produtividade horária máxima do equipamento de carga $j(t/h)$;
- $Tempo$: Tempo de execução da massa programada (s);
- d_j : Variável binária referente a disponibilidade do equipamento de carga j , valor 1 está disponível e valor igual a 0 caso contrário;
- $alocatual_j$: Alocação atual do equipamento de carga j ;

- Mlc_d : Massa atual na pilha de produto ou sub-produto formada após a descarga d (t);
- $Prodmin_d$: Meta de produção na descarga d ;
- $Material_{d,t}$: Compatibilidade entre a descarga d e o tipo de minério ou estéril t ;
- $vqtdblocos$: quantidade de blocos disponíveis;
- F_k : Quantidade de caminhões da frota de transporte c ;
- Cm_k : Capacidade de transporte de minério por ciclo da frota de transporte k (t);
- Ce_k : Capacidade de transporte de estéril por ciclo da frota de transporte k (t);
- $tciclo_k$: Tempo médio do ciclo da frota k (min.);
- Cr_v : Peso de não cumprimento do limite inferior/superior da variável de controle v ;
- $t_{i,v}$: Valor da variável de controle v no sub-bloco i (%);
- $part_{i,v}$: Valor da partição granulométrica da variável de controle v no sub-bloco i (%);
- $Lin f_{d,v}$: Limite inferior da variável de controle v na descarga d (%);
- $Lsup_{d,v}$: Limite superior da variável de controle v na descarga d (%);
- $Tlc_{d,v}$: Teor da variável de controle v na pilha formada após a descarga d (%);
- $Plc_{d,v}$: Granulometria da variável de controle v na pilha formada após a descarga d (%);
- $MC_{b,j}$: Custo para alocar o equipamento de carga j no bloco b ;
- $y_{d,k,j}$: Compatibilidade entre a descarga d , a frota de caminhão k e carregadeira j ;
- $PesoProd$: Peso para o não cumprimento das massas mínimas exigidas nas descargas d ;
- $PesoRem$: Peso para o não cumprimento da relação estéril-minério;
- $PdesvMmin$: Peso para o não cumprimento da massa mínima de cada carregadeira;
- REM : Relação estéril-minério requerida;

4.1.1.2 Variáveis de Decisão

As variáveis de decisão utilizadas pelo modelo são:

- $xsubbloco_{i,j}$: Assume valor 1 se o equipamento de carga j é alocado ao sub-bloco i e 0, caso contrário;
- $xbloco_{b,j}$: Assume valor 1 se o equipamento de carga j é alocado ao bloco b e 0, caso contrário;
- $w_{d,i,k}$: Número de viagens da frota k entre o sub-bloco i e a descarga d ;
- $P_{i,d}$: Massa produzida entre o sub-bloco i e a descarga d (t);
- $PB_{b,d}$: Massa produzida entre bloco b e a descarga d (t);
- $emax_{d,v}$: Massa da variável v , acima do seu limite superior para a descarga d (t);
- $emin_{d,v}$: Massa da variável v , abaixo do seu limite inferior para a descarga d (t);
- $eprod_d$: Massas faltantes para o cumprimento da massa mínima das descargas d (t);
- $erem$: Massa faltante de estéril para o cumprimento da relação estéril-minério (t);
- $atual$: Quantidade de equipamentos de cargas alocados nos mesmos blocos da solução anterior;
- $dMmin_j$: Desvio em relação à massa mínima requerida para carregadeira j (t);

4.1.1.3 Função Objetivo

A função objetivo é a soma ponderada de diversos fatores, sendo expressa pela equação (4.1):

$$\begin{aligned}
 \max \sum_{i \in S} \sum_{d \in D | \text{britador}_d=1} (P_{i,d} \times atv_i) - \sum_{d \in D} \sum_{v \in V} (Cr_v \times (emax_{d,v} + emin_{d,v})) \\
 + atual \times 1000 - \sum_{d \in D} \text{PesoProd} \times eprod_d - \sum_{b \in B} \sum_{j \in J} (MC_{b,j} \times xbloco_{b,j}) \\
 - \text{PesoRem} \times erem - \sum_{j \in J} dMmin_j \times PdesvMmin \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

Os objetivos a serem atendidos são: i) produzir o máximo de minério possível; ii) respeitar os limites superiores e inferiores das variáveis de controle; iii) priorizar manter os equipamentos de carga nos mesmos blocos já alocados; iii) não alocar um equipamento de carga a um bloco incompatível; iv) não produzir minério abaixo da demanda das descargas; v) respeitar a relação estéril-minério; vi) respeitar a produção mínima exigida para cada carregadeira.

4.1.1.4 Restrições do Modelo

As restrições do modelo são apresentadas pelas equações (4.2) a (4.24):

Restrições de Alocação:

$$\sum_{j \in J} (xbloco_{alocatual_{j,j}}) = atual \quad (4.2)$$

$$\sum_{b \in B} (xbloco_{b,j}) \leq d_j, \quad \forall j \in J \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in S} (xsubbloco_{i,j}) \leq 4 \times d_j \quad \forall j \in J \quad (4.4)$$

$$xsubbloco_{i,j} = xbloco_{numbloco_{i,j}} \quad \forall i \in S, \forall j \in J \quad (4.5)$$

$$\sum_{j \in J} (xbloco_{b,j}) = capacidade_b \quad \forall b \in B \quad (4.6)$$

$$\sum_{j \in J} (xsubbloco_{i,j}) \leq capacidade_{numbloco_i} \quad \forall i \in S \quad (4.7)$$

Restrições de produção:

$$\sum_{d \in D} (PB_{b,d}) \leq \sum_{j \in J} \sum_{i \in S | numbloco_i = b} (xsubbloco_{i,j} \times (PmaxM_i + PmaxE_i)) \quad \forall b \in B \quad (4.8)$$

$$\sum_{d \in D} PB_{b,d} \leq \sum_{j \in J} \left(\frac{Tempo}{3600} \times Pmax_j \times xbloco_{b,j} \right) \quad \forall b \in B \quad (4.9)$$

$$\sum_{d \in D} PB_{b,d} = \sum_{i \in S | numbloco_i = b} \sum_{d \in D} (P_{i,d}) \quad \forall b \in B \quad (4.10)$$

$$\sum_{d \in D} (atv_i \times P_{i,d}) \leq PmaxM_i \quad \forall i \in S \quad (4.11)$$

$$\sum_{d \in D} (P_{i,d} \times (1 - atv_i)) \leq PmaxE_i \quad \forall i \in S \quad (4.12)$$

$$P_{i,d} = \sum_{k \in K} ((atv_i \times cm_k + (1 - atv_i) \times ce_k) \times w_{d,i,k}) \quad \forall d \in D, \forall i \in S \quad (4.13)$$

$$\sum_{d \in D} PB_{b,d} \geq \sum_{j \in J | j \leq vqtdblocos} ((Mmin_j \times xbloco_{b,j}) - dMmin_j) \quad \forall b \in B \quad (4.14)$$

Restrições relativas ao número de viagens

$$w_{d,i,k} \leq \sum_{j \in J} (y_{d,k,j} \times 60 \times xsubbloco_{i,j} \times a_i) \quad \forall d \in D, \forall i \in S, \forall k \in K \quad (4.15)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{i \in S} (w_{d,i,k}) \leq \left(\frac{60}{tciclo_k} \times F_k \times \frac{Tempo}{3600} \right) \quad \forall k \in K \quad (4.16)$$

Restrições de Qualidade

$$\begin{aligned} & \frac{\sum_{i \in S} (P_{i,d} \times t_{i,v} \times part_{i,v} \times atv_i)}{10000} - emax_{d,v} + \frac{plc_{d,v} \times tlc_{d,v} \times Mlc_{d,v}}{10000} \\ & \leq \frac{Lsup_{d,v} \times (plc_{d,v} \times Mlc_d + \sum_{i \in S} (P_{i,d} \times part_{i,v} \times atv_i))}{10000} \end{aligned} \quad \forall d \in D, \forall v \in V \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\sum_{i \in S} (P_{i,d} \times t_{i,v} \times part_{i,v} \times atv_i)}{10000} - emin_{d,v} + \frac{plc_{d,v} \times tlc_{d,v} \times Mlc_{d,v}}{10000} \\
& \quad Linf_{d,v} \times (plc_{d,v} \times Mlc_d + \sum_{i \in S} (P_{i,d} \times part_{i,v} \times atv_i)) \\
& \geq \frac{10000}{10000} \\
& \quad \forall d \in D, \forall v \in V \quad (4.18)
\end{aligned}$$

Restrições para Cumprimento de Massa Mínima por Britador:

$$\sum_{i \in S} (atv_i \times P_{i,d}) + eprod_d \geq Prodmin_d \quad \forall d \in D | Britador_d = 1 \quad (4.19)$$

Restrições de Compatibilidade entre Minério e Britador:

$$\sum_{i \in S | material_d, tipo_i = 0} (P_{i,d}) = 0 \quad \forall d \in D \quad (4.20)$$

Restrição para Cumprimento da REM:

$$\sum_{i \in S} \sum_{d \in D} ((1 - atv_i \times P_{i,d}) - REM \times \sum_{d \in D} \sum_{i \in S} (atv_i \times P_{i,d}) + erem) \geq 0 \quad (4.21)$$

Restrições de Variáveis Binárias:

$$xsubbloco_i \in \mathbb{B} \quad \forall i \in S \quad (4.22)$$

$$xbloco_b \in \mathbb{B} \quad \forall b \in B \quad (4.23)$$

Restrições de integralidade:

$$w_{d,i,k} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall d \in D, \forall i \in S, \forall k \in K \quad (4.24)$$

As restrições (4.2) fazem com que a variável *atual* receba o valor da quantidade de equipamentos de carga que estavam no mesmo bloco antes de executar o otimizador.

As restrições (4.3) garantem a alocação de um carregadeira em no máximo um bloco.

As restrições (4.4) asseguram que um equipamento de carga seja alocado a no máximo quatro sub-blocos.

As restrições (4.5) definem que caso a carregadeira seja alocada ao sub-bloco i , ele deve ser alocado ao bloco b no qual os sub-blocos i fazem parte.

As restrições (4.6) garantem que a quantidade máxima de carregadeiras alocados por bloco dependem da capacidade de alocação de cada bloco b .

As restrições (4.7) definem que a quantidade máxima de carregadeiras alocados por sub-bloco dependem da $capacidade_{numbloco_i}$ de alocação de cada bloco b no qual o sub-bloco i pertence.

As restrições (4.8) garantem que a quantidade máxima de material lavrado de cada bloco deve ser menor, ou igual, que a quantidade de massa disponível no mesmo.

As restrições (4.9) impedem que a produção máxima de cada bloco b seja maior que a capacidade da carregadeira a ela alocada.

As restrições (4.10) asseguram que a produção de cada bloco b seja igual à soma das produções dos seus sub-blocos i .

As restrições (4.11) definem que a massa produzida em cada sub-bloco i de minério deve ser menor ou igual à quantidade de massa contida no sub-bloco i .

As restrições (4.12) garantem que a massa produzida em cada sub-bloco i de estéril seja menor ou igual à quantidade de massa contida no sub-bloco i .

As restrições (4.13) definem que a massa produzida de cada sub-bloco i para cada descarga d deve ser menor ou igual à quantidade de viagens realizadas por cada frota c multiplicada pela capacidade de carga do caminhão pertencente a frota k .

As restrições (4.14) definem que a massa, em toneladas, produzida por cada equipamento de carga j deve ser maior que a massa mínima especificada para o mesmo.

As restrições (4.15) asseguram que o número máximo de viagens entre um sub-bloco i até o ponto de descarga seja menor ou igual à sessenta caso haja compatibilidade entre a frota de caminhão k com o equipamento de carga j e a descarga d , informada na matriz y .

As restrições (4.16) definem que o número máximo de viagens que cada frota de caminhão k pode realizar é igual à variável $Tempo$, que define a quantidade de segundos de um turno de trabalho na mina, multiplicado pela quantidade de ciclos por hora e pelo

tamanho da frota de caminhões k .

As restrições (4.17) definem que a massa da variável v , que representa teor ou granulometria formada pela combinação das frentes indicadas pelo otimizador, deve ser maior ou igual ao limite superior especificado para cada descarga.

As restrições (4.18) definem que a massa da variável v , que representa teor ou granulometria formada pela combinação das frentes indicadas pelo otimizador, deve ser menor ou igual ao limite inferior especificado para cada descarga.

As restrições (4.19) definem que a quantidade de massa destinada para cada descarga d deve ser satisfeita; caso contrário a variável $eprod$, que contém a soma das massas de minério produzidas a menos em cada descarga, é penalizada na função objetivo (4.1).

As restrições (4.20) definem que a massa produzida de cada sub-bloco i para cada descarga d é igual a 1 caso haja compatibilidade entre os dois objetos e 0, caso contrário.

A restrição (4.21) define que a quantidade de estéril produzida deve ser maior ou igual a REM multiplicada pela produção de minério; caso contrário, a variável $erem$, que contém a massa de minério produzida a mais, é penalizada na função objetivo (4.1).

As restrições (4.22) a (4.23) são referentes a declaração da variável w como inteira e as variáveis $xsubbloco$ e $xbloco$ com binárias.

4.2 Representação de uma solução

Uma solução do POLAD é representada com uma matriz tridimensional. Em tal representação, existe uma matriz w cujas linhas representam o número de descargas d , as colunas representam o número de sub-blocos s , e a profundidade, representa os equipamentos de carga na posição $k = 0$ e a frota de equipamentos de transporte nas posições $k = 1, 2, 3, \dots, |K|$, onde $|K|$ é a quantidade de frotas de equipamentos de transporte existentes.

A matriz w guarda duas informações, em qual bloco uma carregadeira j está alocada e quantas viagens os caminhões da frota k devem fazer entre os sub-bloco i e a descarga d no turno.

Como pode-se notar, os caminhões não são representados como equipamentos propriamente ditos, mas como frotas. Isso é feito para evitar que a quebra de equipamentos de transporte ou manutenção de algum deles possa atrapalhar todo o planejamento, pois,

se um caminhão da frota k quebrar no turno anterior, ele pode ser substituída por outro da mesma frota sem prejuízo algum ao planejamento inicial, logo, utilizar as frotas de caminhões em detrimento aos equipamentos deixa o modelo um pouco protegido de falhas técnicas. Isso não é feito para as carregadeiras devido a necessidade de saber em qual bloco o equipamento de transporte estava no turno anterior, pois, é vantajoso, no processo produtivo manter a carregadeira no mesmo bloco ou em algum próximo ao que ela estava, evitando que o equipamento se desloque desnecessariamente pela mina.

w tem dimensões $|D| \times |SB| \times (|K| + 1)$, onde D representa o conjunto de descargas, SB o conjunto de sub-blocos e K o conjunto de frotas de caminhões. Adota-se a seguinte representação, onde d representa uma descarga, i representa um sub-bloco e k representa uma frota de caminhões:

- $w_{d,i,0}$ - Guarda em qual bloco a carregadeira j foi alocada. A informação fica representada $\forall d \in D$ e $\forall i \in b$, onde D é o conjunto de todas as descargas e b o bloco no qual uma carregadeira j foi alocada.
- $w_{d,i,k+1}$ - Guarda a quantidade de viagens que a frota k de caminhões deve fazer do sub-bloco i para a descarga d .

Para melhor compreensão desta representação tem-se como exemplo a Figura 4.

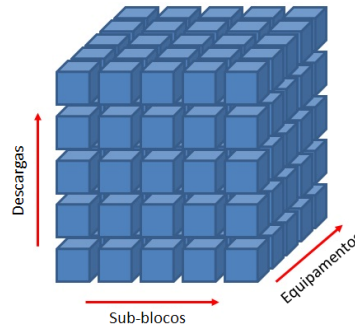


Figura 4: Representação de solução para o POLAD

4.3 Restauração das dependências de um sub-bloco(RDS)

O procedimento de RDS tem como objetivo restaurar as dependências existentes entre os sub-blocos. Para isso, quando o número de viagens de uma frota de caminhão para um sub-bloco i é reduzido, atribui-se novamente a ele o valor da massa referente as viagens que foram retiradas e i é marcado como não exaurido. Em seguida, para cada sub-bloco

$j \in \text{dependencias}(i)$, verifica-se se j está liberado, se sim, retira-se as viagens de caminhões alocadas a ele, caso existam, restitui-se a massa original do sub-bloco e ele é marcado como não liberado.

Ressalta-se que RDS é um procedimento recursivo dado que ao bloquear um sub-bloco i , automaticamente bloqueia-se todos os sub-blocos j dependentes dele, e assim por diante para os sub-blocos dependentes de j . Caso um bloco, após a execução do procedimento, passe a não possuir sub-blocos livres e uma carregadeira tenha sido alocada nesse bloco, a carregadeira é retirada e passa a estar disponível para alocação.

4.4 Avaliação dos sub-blocos comparados as descargas

Nessa seção explica-se a avaliação dos sub-blocos quando comparados as descargas.

A avaliação dos sub-blocos para as descargas é feita com o objetivo de escolher melhor quais sub-blocos devem mandar material para uma descarga. A avaliação consiste em atribuir uma nota comparando os teores do material presente no sub-bloco com os teores esperados pelas descargas. Essas notas são guardadas na variável $\text{notasDescSub}_{d,i} \forall d \in D, \forall i \in S$. As notas atribuídas são utilizadas nos procedimentos de construção e refinamento da solução.

Foram criadas duas formas de avaliação dos materiais, uma para estéril e outra para minério. Isso foi feito devido ao fato de os materiais apresentarem características bem diferentes entre si, o que dificulta ou até inviabiliza um método que consiga classificar bem os dois materiais quando tratados juntos.

Na Equação (4.25) avalia-se os sub-blocos de minério em relação as descargas compatíveis esse tipo de material. Isso é feito verificando a diferença entre os teores esperados pela descarga e o teor presentes no sub-bloco. Quanto menor a diferença, menor a nota do sub-bloco. Com o objetivo de normalizar as notas no intervalo $[0, 1]$, adicionou-se a equação o denominador, fazendo com que o somatório das notas de todos os sub-blocos para suas descargas compatíveis seja igual a 1, $\sum_{i \in S} (\text{notasDescSub}_{d,i}) = 1 \forall d \in D$, sendo $\text{atv}_i = \text{Britador}_d$.

$$notasDescSub_{d,i} = \frac{\sum_{v \in V} |(Linf_{d,v} + Lsup_{d,v})/2 - t_{i,v}|}{\sum_{\substack{j \in S \\ atv_j=1}} \sum_{v \in V} |(Linf_{d,v} + Lsup_{d,v})/2 - t_{j,v}|} \quad \forall i \in S \mid atv_i = 1, \forall d \in D \mid Britador_d = 1 \quad (4.25)$$

Na Equação (4.26) avalia-se os sub-blocos de estéril em relação a pilha de estéril. Como esse tipo de material não apresenta teores, a comparação é feita utilizando-se as massas dos sub-blocos. Nessa equação, o parâmetro $PmaxE_i$ indica a massa total de estéril no sub-bloco. A nota é dada dividindo-se 1 pelo parâmetro anteriormente citado para que sub-blocos de maior massa recebam menor nota. O denominador da expressão é usado para normalizar as notas no intervalo $[0, 1]$.

$$notasDescSub_{d,i} = \frac{1/PmaxE_i}{\sum_{\substack{j \in S \\ atv_j=0}} 1/PmaxE_j} \quad \forall i \in S \mid atv_i = 0, \forall d \in D \mid Britador_d = 0 \quad (4.26)$$

Os cálculos são executados apenas quando o sub-bloco e a descarga possuem materiais compatíveis. Os sub-blocos que possuem as menores notas em relação às descargas são melhor classificados, o que significa que a qualidade do material presente no sub-bloco se aproxima da qualidade esperada pela descarga. Sendo assim, $notasDescSub_{d,i} = \infty$ para todo sub-bloco i e descarga d que são incompatíveis ($atv_i \neq Britador_d$).

4.5 Estruturas de vizinhança

Essa seção apresenta as estruturas de vizinhança proposta para explorar o espaço de soluções. Foram criadas nove movimentos N^i , $i \in \{AV, TCAV, TCRV, RVC, RVS, RCB, RUVS, AC, MV\}$. Seja $N = \bigcup_i N^i$. Esses movimentos são definidos a seguir.

4.5.1 Adicionar uma Viagem - N^{AV}

Esse movimento consiste na escolha de um sub-bloco i que esteja disponível para lavra e exista uma carregadeira alocada no bloco b , tal que $i \in b$. Caso i seja de estéril ($atv_i = 0$) é escolhida como descarga a pilha de estéril d , tal que $Britador_d = 0$. Se o sub-bloco for de minério ($atv_i = 1$) são analisadas algumas situação para determinar qual descarga d

de minério ($Britador_d = 1$) receberá o material.

Algumas descargas não atingiram a produção mínima nesse caso, essas descargas que não supriram suas necessidades e que aceitam o tipo do material presente no sub-bloco (Itabirito, Canga ou Hematita) têm prioridade. Se houver mais de uma descarga nessa situação, como desempate são usadas as notas entre o sub-bloco e essas descargas ($notasDescSub$), sendo que a descarga para a qual o sub-bloco apresenta a menor nota é escolhida. A Seção 4.4 apresenta como essas notas são calculadas.

Todas as descargas atingiram a produção mínima nesse caso todas as descargas que são compatíveis com o sub-bloco podem ser escolhidas, dessa forma, assim como no caso anterior são usadas as notas entre o sub-bloco e as descargas. Também é escolhida a descarga que possui a menor nota em relação ao sub-bloco, $\min(notasDescSub_{d,i}, \forall d \in D)$, sendo $Britador_d = 1$ e $material_{d,tipo_i} = 1$.

Após a escolha da descarga é escolhido um caminhão cuja frota seja compatível com a carregadeira que está alocada ao bloco a quem o sub-bloco i pertence para receber uma viagem que deverá ser realizada partindo de d em direção ao sub-bloco i a ser lavrado e retornando à descarga com o material, desde que as seguintes premissas sejam atendidas: i) o limite máximo de material esperado pela descarga não deve ser ultrapassado; ii) a produtividade da frota de caminhões e da carregadeira não deve ser excedida; iii) a produção da carregadeira em cada viagem não pode ser maior que a quantidade de material existente no bloco. Após adicionar uma viagem da frota de caminhões do sub-bloco à descarga compatível, é verificado se o mesmo está exaurido. Se o sub-bloco foi exaurido com a viagem adicionada, os sub-blocos que só dependem dele para serem lavrados são liberados;

4.5.2 Trocar Carregadeiras de Dois Blocos Alocando Viagens - N^{TCAV}

Esse movimento consiste em escolher dois blocos para os quais tenham sido alocadas carregadeiras que sejam compatíveis com ambos e trocar as carregadeiras. Após a troca, as viagens dos sub-blocos pertencentes aos blocos também são trocadas, respeitando as condições de não exceder a produtividade das frotas de caminhões, não extrair mais material que o existente nos sub-blocos e não ultrapassar os limites esperados pelas descargas. Chama-se o RDS para os sub-blocos pertencentes aos blocos envolvidos na troca, pois é

possível que um número diferente de viagens de caminhão seja alocada àquele sub-bloco podendo fazer com que ele não mais tenha se exaurido. Esse procedimento está descrito na Seção 4.3;

4.5.3 Trocar Carregadeiras de Dois Blocos Removendo Viagens - N^{TCRV}

Similar ao movimento **Trocar Carregadeiras de Dois Blocos Alocando Viagens**, porém após a troca das carregadeiras, as viagens realizadas pelos caminhões aos blocos onde estão essas carregadeiras são removidas. O RDS é chamado para os sub-blocos dos dois blocos que tiveram suas carregadeiras trocadas;

4.5.4 Remover Viagens de uma Frota de Caminhões - N^{RVC}

O movimento consiste em escolher uma frota de caminhões e remover todas as viagens designadas à ela. É necessário restaurar as dependências entre os sub-blocos após a realização desse movimento, pois há a possibilidade da restauração da massa de um sub-bloco que exauriu, e isso implica no bloqueio dos sub-blocos que dependem dele. O RDS é acionado para todos os sub-blocos para o qual a frota de caminhões realizaria viagens;

4.5.5 Remover Viagens de um Sub-bloco - N^{RVS}

Escolhe um sub-bloco que esteja liberado e que pertença a um bloco que possua carregadeira alocada. Após remover as viagens realizadas para esse sub-bloco, o procedimento RDS é acionado para restabelecer a viabilidade da solução.

4.5.6 Retirar Carregadeira de um Bloco - N^{RCB}

O movimento escolhe um bloco que tenha uma carregadeira alocada e a remove. Consequentemente, as viagens de caminhões que são realizadas para esse bloco também são removidas. Assim como no movimento **Remover Viagens de uma Frota de Caminhões**, o procedimento de restauração das dependências de um sub-bloco é chamado para os sub-blocos pertencentes ao bloco escolhido;

4.5.7 Remover uma Viagem de um Sub-bloco - N^{RUVS}

Consiste em escolher um sub-bloco que tenha recebido ao menos uma viagem, para que seja removido uma viagem deste sub-bloco. O procedimento RDS pode ser acionado para manter a viabilidade da solução caso o sub-bloco, anteriormente a aplicação do procedimento, estivesse exaurido;

4.5.8 Adicionar Carregadeira a um Bloco - N^{AC}

Primeiramente é verificado se existe algum equipamento de carga disponível. Se houver, a carregadeira é alocada para um bloco que possua pelo menos um sub-bloco que esteja liberado e que seja compatível com ela. A compatibilidade entre a carregadeira e o bloco está relacionada com a natureza do material presente no bloco;

4.5.9 Mover uma Viagem de um Sub-bloco - N^{MV}

Esse movimento consiste na combinação entre dois movimentos, que são **Remover uma Viagem de um Sub-bloco** e **Adicionar uma Viagem**.

4.6 Avaliação da solução

Uma solução $s \in S$ é avaliada por uma função de avaliação mono-objetivo $f : S \rightarrow \mathbb{R}$, onde S representa o conjunto de todas as soluções possíveis s . Como os movimentos usados para explorar o espaço de soluções podem gerar soluções infactíveis, esta função f , definida pela equação (4.27), a ser maximizada, consiste em duas partes: a primeira, corresponde à função objetivo (Equação (4.1)) do modelo de programação matemática) e a segunda, corresponde às várias funções de penalização pela ocorrência de infactibilidade na solução corrente.

$$f(s) = f^{MP}(s) - \sum_{i \in S} f_i^{ee}(s) - \sum_{k \in K} f_k^u(s) - \sum_{b \in B} f_b^{cb}(s) \quad (4.27)$$

Na equação (4.27), f^{MP} representa a função objetivo do modelo de programação matemática, apresentada pela equação (4.1).

A função $f_i^{ee}(s)$, dada pela equação (4.28), penaliza a solução s quando é lavrado mais que o existente no i -ésimo sub-bloco.

$$f_i^{ee}(s) = (extraidoSubMinerio_i + extraidoSubEsteril_i) \times \delta \quad (4.28)$$

Nesta equação, δ é o peso atribuído ao excesso de material extraído do sub-bloco i , enquanto as variáveis $extraidoSubMinerio_i$ e $extraidoSubEsteril_i$, calculadas pelas equações (4.29) e (4.30), são utilizadas para armazenar o excesso de minério e estéril, respectivamente, extraído do sub-bloco i .

$$\sum_{d \in D} (P_{i,d} \times atv_i) - extraidoSubMinerio_i \leq PmaxM_i \quad \forall i \in S \quad (4.29)$$

$$\sum_{d \in D} (P_{i,d} \times (1 - atv_i)) - extraidoSubEsteril_i \leq PmaxE_i \quad \forall i \in S \quad (4.30)$$

As demais variáveis e parâmetros das equações (4.29) e (4.30) foram definidos na subseção 4.1.1.

A função $f_k^u(s)$, descrita pela equação (4.31), penaliza a solução s se houver excesso de viagens realizadas pela k -ésima frota de caminhões.

$$f_k^u(s) = viagensExcedidas_k \times \alpha \quad (4.31)$$

Na equação (4.31), a variável $viagensExcedidas_k$ é calculada com base na equação (4.32) e α é o peso atribuído ao excesso de viagens realizadas pela frota de caminhões k :

$$viagensExcedidas_k = \max\left\{0, \sum_{d \in D} \sum_{\substack{i \in S \\ w_{d,i,k} > 0}} (w_{d,i,k}) - 0.75 \times \frac{60}{tciclo_k} \times F_k \times \frac{Tempo}{3600}\right\} \quad \forall k \in K \quad (4.32)$$

Na equação (4.32), a variável $viagensExcedidas_k$ recebe a quantidade de viagens excedidas pela k -ésima frota de caminhões. O lado direito desta equação calcula a diferença entre as viagens efetivamente realizadas pela k -ésima frota de caminhões na solução corrente e a quantidade máxima de viagens que a frota pode realizar. A multiplicação desta última parcela por 0.75 é feita para considerar a taxa de utilização da frota, já que em operação normal uma frota não trabalha 100% do tempo. A verificação $w_{d,i,k} > 0$ é feita

para evitar valores negativos, pois quando há uma incompatibilidade entre a descarga d e o sub-bloco i , independentemente da frota k , a posição da matriz solução armazena -1 .

A função $f_b^{cb}(s)$, calculada pela equação (4.33), penaliza a solução s se forem realizadas viagens entre um sub-bloco pertencente ao bloco b e uma descarga incompatível ou, se compatível, realizada por uma frota de caminhões incompatíveis. Nesta equação, ρ é o peso atribuído às viagens que são incompatíveis, seja pelo fato de a descarga ser de material diferente do sub-bloco, ou seja pelo fato de a frota ser incompatível com a carregadeira alocada ao bloco.

$$f_b^{cb}(s) = \sum_{\substack{j \in J \\ x_{bloc_b, j} = 1}} \sum_{k \in K} \sum_{d \in D} \sum_{\substack{i \in S \\ b = numbloc_i}} ((1 - y_{d, k, j}) \times w_{d, i, k} \times \rho) \quad (4.33)$$

4.7 Algoritmo proposto

Esta seção apresenta o algoritmo metaheurístico proposto para resolver o POLAD, bem como o detalhamento de suas componentes. O Algoritmo consiste na junção entre os métodos descritos nas Seções 4.7.2 e 4.7.1, sendo que o primeiro é responsável por construir uma solução inicial e o segundo por refiná-la percorrendo o espaço de busca.

4.7.1 *Late Acceptance Hill-Climbing* (LAHC)

O algoritmo proposto, nomeado LAHC, é baseado na metaheurística *Late Acceptance Hill-Climbing* [Burke and Bykov, 2008]. Tal como o nome sugere, essa metaheurística é uma evolução do procedimento heurístico *Hill-Climbing* (HC), diferenciando-se deste na atualização da solução corrente. Ao contrário do HC, que compara o valor da solução candidata com o valor da solução corrente, no LAHC o valor da solução candidata é comparado com o valor de uma solução que era corrente há algumas iterações anteriores. O Algoritmo 1 apresenta seus passos.

O algoritmo recebe uma função para avaliar a solução ($f(\cdot)$), um conjunto de vizinhanças (N), um tempo máximo para a execução do algoritmo (*tempoLimite*), uma solução inicial s , o tamanho l de uma lista $L = \{f'_0, f'_1, \dots, f'_{l-1}\}$ que é utilizada no algoritmo para armazenar os valores das l últimas soluções correntes e o intervalo de *atprob* iterações para a atualização das probabilidades de escolha de cada vizinhança. A seção 4.6 detalha como a lista L é atualizada.

Algoritmo 1: LAHC

Entrada: $f(\cdot), N, tempoLimite, s, l, atprob$
Saída: s^*

```

1   $tempoAtual \leftarrow 0$ ;
2   $f'_k \leftarrow f(s) \quad \forall k \in \{0, \dots, l-1\}$ ;
3   $prob_i \leftarrow 1/|N| \quad \forall i \in \{1, \dots, |N|\}$ ;    /* Cria o vetor de probabilidades para
   cada vizinhança  $i$  */
4   $qtde_i \leftarrow 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, |N|\}$ ;    /* Quantidade de vezes que a vizinhança  $i$ 
   foi escolhida */
5   $sucesso_i \leftarrow 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, |N|\}$ ;    /* Quantidade de soluções candidatas
   geradas pela vizinhança  $i$ , que passaram a ser a solução corrente */
6   $s^* \leftarrow s$ ;    /* Melhor solução encontrada */
7   $iter \leftarrow 0$ ;
8  enquanto  $tempoAtual \leq tempoLimite$  faça
9       $s' \leftarrow geraVizinho(s, i, prob)$ ;
10      $qtde_i \leftarrow qtde_i + 1$ ;
11      $v \leftarrow iter \bmod l$ ;
12     se  $f(s') \geq f'_v$  então
13          $s \leftarrow s'$ ;
14          $sucesso_i \leftarrow sucesso_i + 1$ ;
15         se  $f(s) > f(s^*)$  então
16              $s^* \leftarrow s$ ;
17         fim
18     fim
19     se  $iter \bmod atprob == 0$  então
20          $atualizar(prob, qtde, sucesso)$ ;
21          $qtde_i \leftarrow sucesso_i \leftarrow 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, |N|\}$ ;
22     fim
23      $f'_v \leftarrow f(s)$ ;
24      $iter \leftarrow iter + 1$ ;
25      $Atualize\ tempoAtual$ ;
26 fim
27 Retorne  $s^*$ ;

```

Na linha 2 todos os elementos da lista recebem o valor da função de avaliação aplicada à solução inicial. Na linha 6 é atualizada a melhor solução conhecida, no caso, a solução inicial.

A seguir, o algoritmo entra em um laço de repetição, que é interrompido quando o tempo limite é alcançado. Na linha 9 é escolhida uma vizinhança i com uma probabilidade $prob_i$ e gerada aleatoriamente uma solução candidata a partir da solução corrente s .

A vizinhança é selecionada de forma adaptativa, isto é, à medida que as soluções vão sendo criadas, a probabilidade associada a cada vizinhança é ajustada. As vizinhanças que produzirem melhores soluções terão maior probabilidade de serem escolhidas. A atualização dessas probabilidades ocorre a cada $atprob$ iterações (Linha 19). O bloco de avaliações deve ser um número suficientemente grande para que um número razoável de soluções candidatas tenham sido avaliadas; neste trabalho utilizamos $atprob = 7000$. O procedimento de atualização das probabilidades (Linha 20) utiliza as equações (4.34) e (4.35). Após o cálculo dessas probabilidades o histórico armazenado nas variáveis $qtde$ e $sucesso$ é zerado (Linha 21).

$$\varphi_i = \frac{sucesso_i + 1}{qtde_i + 1} \quad \forall i \in \{1, \dots, |N|\} \quad (4.34)$$

$$prob_i = \frac{\varphi_i}{\sum_{t \in \{1, \dots, |N|\}} \varphi_t} \quad \forall i \in \{1, \dots, |N|\} \quad (4.35)$$

A linha 11 faz com que a lista L funcione de forma circular. Como se trata de um problema de maximização, na linha 12 é verificado se o valor da função f da solução candidata é maior que o valor da solução que era a solução corrente há algumas iterações (f'_v). Caso seja, a solução corrente é atualizada (Linha 13) e a taxa de sucesso da vizinhança i é incrementada em uma unidade (Linha 14). Se após a atualização da solução corrente a mesma apresentar um valor de f menor que o da melhor solução conhecida (Linha 15), esta é atualizada (Linha 16). Na linha 23 a lista L é atualizada com o valor f da solução corrente.

4.7.2 Método Construtivo

O algoritmo responsável por construir uma solução inicial que será utilizada como ponto de partida do algoritmo LAHC descrito na seção 4.7.1, nomeado como GRASP, se baseia na metaheurística *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* [Feo and Resende, 1989].

Essa metaheurística trabalha com a ideia de unir a qualidade de soluções gulosas com a diversidade das soluções aleatórias permitindo que sejam criadas várias soluções diferentes, o que não aconteceria utilizando um algoritmo puramente guloso, mas com boa qualidade, o que não seria garantido ao usar métodos puramente aleatórios. Além disso, para melhorar ainda mais a qualidade das soluções, o algoritmo utiliza um método de busca local que tenta encontrar um ótimo local ao fazer pequenas mudanças na solução encontrada pelo GRASP. O Algoritmo 2 apresenta os passos dessa metaheurística.

Algoritmo 2: GRASP

Entrada: $tempoLimite, N, \alpha, f(.)$
Saída: s^*

```

1  $tempoAtual \leftarrow 0$ ;
2 enquanto  $tempoAtual \leq tempoLimite$  faça
3    $s \leftarrow Greedy\_Randomized\_Construction(\alpha)$ ;
4    $s \leftarrow Busca\_Local(s, max\_iter\_sem\_melhora, N)$ ;
5   se  $f(s) \geq f(s^*)$  então
6      $s^* \leftarrow s$ ;
7   fim
8   Atualize  $tempoAtual$ ;
9 fim
10 Retorne  $s^*$  ;
```

O algoritmo recebe como parâmetros uma função $f(.)$ que calcula a qualidade das soluções, um conjunto de vizinhanças N utilizado na busca local, um parâmetro de aleatoriedade chamado de θ que determina o quão guloso ou o quão aleatório o algoritmo será além do parâmetro $tempoLimite$ que determina o tempo no qual o algoritmo será executado.

O GRASP entra em um laço de repetição na Linha 2, onde a cada iteração uma nova solução é gerada, repetindo-se os passos até que o tempo limite seja atingido.

Na Linha 3 a solução é construída de forma parcialmente gulosa e parcialmente aleatória. A forma em que isso é feito será explicitada na seção 4.7.2.1.

A seguir a solução construída é entregue a busca local, isso pode ser visto na linha 4. O algoritmo de busca local utilizado será explicado na seção 4.7.2.2

Ao final do *loop*, ou seja, depois que a solução foi construída e melhorada, acontece a atualização da melhor solução encontrada, onde, caso última solução criada seja avaliada por $f(.)$ como melhor que a melhor conhecida até então, a última solução passa a ser a melhor conhecida e a que ocupava o posto anteriormente é descartada. Isso acontece na linha 5.

4.7.2.1 *Greedy Randomized Construction*

A fase construtiva do GRASP funciona da seguinte forma: primeiramente classifica-se todos os candidatos a participar da solução segundo um critério guloso, em seguida constrói-se uma Lista Restrita de Candidatos, doravante denominada LRC, que contém os elementos mais bem ranqueados, ou seja, os melhores classificados segundo a avaliação gulosa dada a cada um. O tamanho da LRC é determinado pelo parâmetro θ , sendo que o parâmetro deve pertencer ao intervalo $[0, 1]$. Quanto mais próximo de 0, mais guloso o GRASP se torna, ou seja, tende a escolher sempre o melhor candidato ranqueado. Em contraposição, quanto mais próximo de 1 o parâmetro se encontrar, mais aleatório tende a se tornar o método, logo, ele escolhe qualquer possível candidato para que seja adicionado a solução sem usar critérios para isso.

Para tratar o problema proposto, a fase de construção foi dividida em duas fases, a primeira tem a função de alocar as carregadeiras aos blocos, a segunda, aloca as viagens que cada frota de caminhão deverá fazer entre uma descarga d e um sub-bloco i , respeitando sempre as restrições operacionais do modelo.

Mas, para que seja possível construir as duas fases do algoritmo, foi necessário criar classificadores gulosos, que atribuíssem notas para cada bloco, de forma que seja possível escolher quais deles são os mais adequados para alocar carregadeiras, além de dar notas aos sub-blocos tomando como referência cada descarga, de forma que seja possível escolher qual deles é melhor comparando-o com os demais e para qual descarga mandar uma viagem de caminhão partindo dele.

Nas Seções 4.7.2.1.1 explica-se o método para atribuição de notas para cada bloco. Na Seção 4.4 mostra-se como são atribuídas as notas para os sub-blocos comparando-os com as descargas. Já nas seções 4.7.2.1.2 e 4.7.2.1.3 são explicados os métodos para alocação das carregadeiras aos blocos e o de alocação das viagens das frotas de caminhão de cada descarga d para cada sub-bloco i , respectivamente.

4.7.2.1.1 **Avaliação dos blocos**

Devido ao fato de os blocos serem formados por um conjunto de sub-blocos que podem apresentar características diferentes, o material presente nos blocos pode ser mandado para várias descargas. Por isso é necessário levar em consideração as características presentes em todas as descargas que podem ser alimentadas com material proveniente desse bloco para que se possa efetivamente atribuir uma boa nota para cada bloco possibilitando ao

algoritmo fazer melhores escolhas.

Para que isso ocorra, é criada uma descarga hipotética, onde as características dos materiais esperados por ela devem ser o mais próximo possível das características dos materiais esperados pelo conjunto de descargas de minério originais. As equações (4.36) e (4.37) apresentam como são calculados os limites inferiores e superiores das variáveis de controle esperados pela descarga hipotética, respectivamente.

$$LinfDH_v = \frac{\sum_{\substack{d \in D \\ Britador_d=1}} Linf_{d,v}}{\sum_{\substack{d \in D \\ Britador_d=1}} 1} \quad \forall v \in V \quad (4.36)$$

$$LsupDH_v = \frac{\sum_{\substack{d \in D \\ Britador_d=1}} Lsup_{d,v}}{\sum_{\substack{d \in D \\ Britador_d=1}} 1} \quad \forall v \in V \quad (4.37)$$

Uma vez criada a descarga hipotética, todos os sub-blocos são avaliados em relação a ela utilizando o método descrito na seção 4.4.

De posse dessas notas, atribui-se as notas de cada bloco. Essa atribuição consiste no cálculo de uma média ponderada. Para isso, faz-se um somatório das notas dos sub-blocos pertencentes ao bloco em relação à descarga hipotética, sendo, essa nota, multiplicada pela massa do sub-bloco. Isso é feito para que as notas de cada sub-bloco pertencente ao bloco levem em consideração a quantidade de material que este ocupa no bloco. Além disso, é feito o somatório das massas dos sub-blocos (equação (4.38)). Se o somatório das massas dos sub-blocos for igual a 0, o bloco recebe uma nota elevada, no caso, $+\infty$, para desestimular seu uso. Caso contrário, a nota do bloco é o resultado do somatório das notas de seus sub-blocos multiplicado pela massa existente, dividido pelo somatório das massas. Os valores obtidos são as notas dos blocos (equações (4.39)).

$$massaB_b = \sum_{\substack{i \in S \\ b=numbloco_i}} (PmaxM_i + PmaxE_i) \quad (4.38)$$

$$notasBlocos_b = \frac{\sum_{\substack{i \in S \\ b = numbloco_i}} (notasSubBlocos_i \times (PmaxM_i + PmaxE_i))}{massaB_b} \quad \forall b \in B \quad (4.39)$$

4.7.2.1.2 Alocação das carregadeiras aos blocos

Nessa parte do algoritmo construtivo, acontece a alocação das carregadeiras aos blocos, em outras palavras, define-se quais blocos serão lavrados naquele turno além de qual carregadeira lavará cada bloco escolhido. Essa tarefa é de suma importância para a qualidade da solução dada pelo algoritmo, tendo que a fase seguinte, explicitada na subseção 4.7.2.1.3, dependerá desta.

O Algoritmo 3 apresenta os passos para fazer a alocação das carregadeiras aos blocos.

Algoritmo 3: Greedy Randomized Construction Carregadeira

Entrada: *alfa*

Saída: *s*

```

1 s ← Inicializa_Solucao();
2 carr_Disponiveis ← Pega_Carr_Disponiveis();
3 qte_Blocos_Com_Subbloco_Livres ← Pega_Qte_Subbloco_Livres();
4 qte_Carr_Est ← Calcula_Qte_Carr_Est();
5 num_carr_alocadas ← 0;
6 enquanto num_carr_alocadas < carr_Disponiveis E num_carr_alocadas <
  qte_Blocos_Com_Subbloco_Livres faça
7   bloco_Escolhido ← Escolhe_Bloco(theta, qte_Carr_Est);
8   carregadeira_Escolhida ← Escolhe_Carr(bloco_Escolhido, carr_Disponiveis);
9   alocou ← Aloca_Carr_Bloco(bloco_Escolhido, carregadeira_Escolhida);
10  se alocou então
11    carr_Disponiveis ← carr_Disponiveis − carregadeira_Escolhida;
12    qte_Carr_Est ← qte_Carr_Est − 1;
13    num_carr_alocadas ← num_carr_alocadas + 1;
14  fim
15 fim
16 Retorne s ;
```

Na linha 1 a solução *s* é inicializada. Essa inicialização acontece da forma que foi explicada na seção 4.2.

Logo em seguida, pega-se o conjunto composto por todas as carregadeiras disponíveis, ou seja, que se encontram em condições de uso, guardando esse conjunto na variável *carr_Disponiveis*.

Posteriormente, guarda-se em *qte_Blocos_Com_Subblocos_Livres* a quantidade de blocos que possuem sub-blocos livres, pois, caso esse número seja menor que a quantidade de carregadeiras disponíveis, não será possível alocar todas as carregadeiras.

Logo depois, calcula-se a quantidade de carregadeiras que serão destinadas a blocos com quantidade significativa de estéril. Uma quantidade considerada significativa de estéril é de 25% da massa total do bloco. Isso é feito para que a REM seja obedecida.

A equação (4.40) devolve o número de carregadeiras a serem alocadas em blocos com quantidade significativa de estéril.

$$qte_Carr_Est = \lceil (|carr_Disponiveis| * REM) \rceil \quad (4.40)$$

Na linha 6 o algoritmo entra em um *loop* onde em cada iteração uma carregadeira é adicionada a solução até que todas as carregadeiras disponíveis já estejam alocadas ou até que todos os blocos que possuem sub-blocos livres já possuam carregadeiras.

Entrando no laço de repetição, a primeira coisa a se fazer é escolher um bloco que ainda não foi escolhido para receber uma carregadeira. Essa escolha é feita levando em consideração o parâmetro θ recebido pelo algoritmo e acontece da seguinte forma: cria-se uma LRC com os blocos mais bem colocados levando em consideração a nota recebida para a descarga hipotética. Vale ressaltar que, primeiramente, nesse grupo, são colocados, preferencialmente, blocos com quantidade significativa de estéril, até que *qte_Carr_Est* se torne menor ou igual a 0, indicando que a quantidade de carregadeiras destinadas a blocos com quantidade significativa de estéril foram alocadas. Só quando isso acontece, os blocos que não possuem uma quantidade significativa de estéril são adicionados a LRC. O tamanho máximo da LRC é obtido pela equação (4.41).

$$tam_LRC = \lceil (|B| * \theta) \rceil \quad (4.41)$$

Construída a LRC, escolhe-se aleatoriamente um dos elementos pertencentes a ela, ou seja, um bloco para que nele seja alocada uma carregadeira.

Uma vez de posse do bloco escolhido, na linha 8, escolhe-se uma carregadeira para que seja alocada nesse bloco. Essa escolha é feita da seguinte forma: para cada carregadeira pertencente ao conjunto *carr_Disponiveis*, verifica-se qual delas apresenta a menor penalização, *MC*, para a alocação no bloco escolhido. A que possuir a menor penalização será escolhida para que seja alocada.

Escolhidos o bloco b e a carregadeira j , pode-se fazer a representação da alocação na solução que está sendo construída. Isso é feito na linha 9, onde para cada sub-bloco i pertencente a b , e para cada descarga d compatível com i , representa-se na matriz w a alocação, ou seja, como foi dito na seção 4.2, a posição $w_{d,i,0} = j \forall i \in b, \forall d \in D$, sendo d compatível com i . Caso o bloco possua ao menos um sub-bloco livre o método retorna Verdadeiro, caso contrário retorna Falso. Esse valor de retorno é salvo na variável *alocou*.

Em seguida, na linha 10, existe um teste, caso tenha sido possível alocar a carregadeira ao bloco, o teste se mostra verdadeiro e o algoritmo retira a carregadeira recém alocada do conjunto de carregadeiras disponíveis, reduz a quantidade de carregadeiras que devem ser destinadas a blocos com quantidade significativa de estéril e atualiza o valor da variável *num_carr_alocadas*, isso acontece nas linhas 11, 12 e 13, respectivamente. Caso o teste se mostre falso, o algoritmo mantém a carregadeira como disponível dado que ela não foi alocada, logo nada é feito.

Feito tudo isso o algoritmo volta ao começo do laço de repetição e esses procedimentos são repetidos até que todas as carregadeiras sejam alocadas ou até que todos os blocos com sub-blocos livres já tenham recebido carregadeiras.

Ao final, a solução s com as carregadeiras já alocadas é retornada.

4.7.2.1.3 Alocação das viagens de caminhão

Uma vez alocadas as carregadeiras aos blocos, é a hora de alocar as viagens de caminhão que serão feitas entre os sub-blocos e as descargas compatíveis com eles. Os passos para que isso seja feito são listados no Algoritmo 4.

Algoritmo 4: Greedy Randomized Construction Caminhão

Entrada: s

Saída: s

```

1 num_Viagens_Jah_Feitas  $\leftarrow$  Aloca_Viagens_Est( $s$ );
2 Aloca_Viagens_Min( $s$ , num_Viagens_Jah_Feitas);
3 Retorne  $s$  ;
```

Na linha 1 são alocadas as viagens para os sub-blocos de estéril, os detalhes dessa alocação estão na subseção 4.7.2.1.3.1. Esse método retorna o número de viagens que foram alocadas para sub-blocos de estéril, esse valor é salvo na variável *num_Viagens_Jah_Feitas*.

Logo depois, na linha 2, aloca-se as viagens para os sub-blocos de minério. Essa alocação é tratada na subseção 4.7.2.1.3.2.

4.7.2.1.3.1 Alocação das viagens de caminhão para sub-blocos de estéril

As primeiras viagens a serem alocadas são para sub-blocos de estéril. Isso é feito para que a REM seja sempre respeitada. Para isso, contruiu-se o Algoritmo 5 que mostra os passos necessários para essa alocação.

Algoritmo 5: Aloca Viagens Esteril

Entrada: s, α

Saída: s

```

1 subBloco_Est  $\leftarrow$  Cria_Conj_Est( $s$ );
2 massa_Total_Cam  $\leftarrow$  Calcula_Massa_Total();
3 num_Viagens_Est  $\leftarrow$  Calcula_Viagens_Est();
4 num_Viagens_Faltaram  $\leftarrow$  Aloca_Viagens( $s$ , subBloco_Est,  $\theta$ , num_Viagens_Est);
5 Retorne num_Viagens_Est- num_Viagens_Faltaram ;
  
```

O algoritmo recebe como parâmetros uma solução s onde estão representadas as alocações das carregadeiras, e um parâmetro θ que determina o quão guloso ou aleatório o algoritmo será.

Na linha 1, é criado um conjunto $subBloco_Est$ que contém todos os sub-blocos de estéril que possuem uma carregadeira alocada no bloco ao qual pertencem, são livres, ou seja, não dependem que outro sub-bloco seja extraído para que possam ser, além de possuir massa. Caso o sub-bloco apresente todas essas características ele pode ser lavrado e, assim, ele deve ser adicionado ao conjunto. Ao final, o conjunto é ordenado decendentemente segundo a massa de cada sub-bloco.

Em seguida, na linha 2, calcula-se a massa total que pode ser lavrada por todos os caminhões de todas as frotas que estão disponíveis. Isso é feito para determinar qual a quantidade de viagens que devem ser feitas para sub-blocos de estéril de forma que REM% da massa total extraída seja de estéril. Esse cálculo é apresentado na equação (4.42).

$$massa_Total_Cam = \sum_{k \in K} (F_k * Ce_k) \quad (4.42)$$

Logo depois, calcula-se o número de viagens que devem ser feitas para sub-bloco de estéril utilizando a variável $massa_Total_Cam$ calculada acima. Esse calculo é salvo na variável $num_Viagens_Est$ e pode ser feito pela equação (4.43).

$$num_Viagens_Est = \left\lceil \frac{massa_Total_Cam - \frac{massa_Total_Cam}{1+REM}}{\max(Ce)} \right\rceil \quad (4.43)$$

Na linha 4, são feitas as alocações das viagens de caminhão para sub-blocos de estéril. Essa alocação é feita da seguinte forma: cria-se uma LRC contendo os sub-blocos de estéril melhor classificados utilizando o conjunto *subBloco_Est*, citado anteriormente. O tamanho da LRC, *tam_LRC*, é calculado pela equação (4.44). Uma vez contruída a LRC, escolhe-se aleatoriamente um dos elementos dela para receber viagens de caminhão. De posse do elemento escolhido, cria-se o conjunto *cam_Compativel* que contém todas as frotas de caminhão que são compatíveis com a carregadeira alocada no bloco ao qual o sub-bloco pertence além de ser compatível com a descarga escolhida naquele momento para receber a viagem. A escolha da descarga é feita levando em consideração a massa que falta para que esta atinja a produção esperada, pois é escolhida, das descargas compatíveis com o sub-bloco, aquela que está mais distante da produção esperada para ela. Do conjunto *cam_Compativel*, escolhe-se aleatoriamente uma frota de caminhão para executar a viagem. Logo em seguida, verifica-se se todas as restrições serão obedecidas antes que a viagem seja alocada. Caso seja possível, é necessário verificar se o sub-bloco não foi exaurido após a alocação da viagem, ou seja, se a massa restante for menor que a maior capacidade de transporte apresentada dentre todas as frotas de caminhão. Caso isso ocorra, os sub-blocos que dependem dele são liberados e caso algum deles esteja apto a receber viagens e seja de estéril, ele é adicionado ao conjunto *subBloco_Est* podendo, dependendo da nota, ser adicionado à LRC. Esse procedimento é repetido até que todas as viagens sejam alocadas ou não seja possível mais alocar viagens de caminhão.

$$tam_LRC = \lceil (|subBloco_Est| * \theta) \rceil \quad (4.44)$$

Ao final, o método retorna a diferença entre o número de viagens que se podia alocar e o número de viagens que não se conseguiu alocar, retornando, portanto, a quantidade de viagens alocadas. Isso é feito para que as viagens que não puderam ser adicionadas para sub-blocos de estéril possam ser direcionadas para sub-blocos de minério.

4.7.2.1.3.2 Alocação das viagens de caminhão para sub-blocos de minério

Uma vez alocadas as viagens para os sub-blocos de estéril, é a hora de adicionar as viagens de minério que são as que realmente geram valor econômico para a indústria mineradora. Os passos para que isso seja feito são apresentados no Algoritmo 6.

O método recebe como parâmetros uma solução *s* que contém a alocação de carregadeiras e das viagens para sub-blocos de estéril, um parâmetro θ que determina o quão guloso ou o quão aleatório o algoritmo será, além do parâmetro *num_Viagens_Jah_Feitas*

Algoritmo 6: Aloca Viagens Minerio**Entrada:** $s, \alpha, \text{num_Viagens_Jah_Feitas}$ **Saída:** s

- 1 $\text{subBloco_Min} \leftarrow \text{Cria_Conj_Min}(s);$
- 2 $\text{num_Viagens_Min} \leftarrow \text{Calcula_Viagens_Min}(\text{num_Viagens_Jah_Feitas});$
- 3 $\text{Aloca_Viagens}(s, \text{subBloco_Min}, \theta, \text{num_Viagens_Min});$
- 4 **Retorne** s ;

que indica quantas viagens foram alocadas para sub-blocos de estéril.

Na linha 1, é criado um conjunto *subBloco_Min* que contém todos os sub-blocos de minério que possuem uma carregadeira alocada no bloco ao qual pertencem, são livres, ou seja, não dependem que outro sub-bloco seja extraído para que possam ser, além de possuir massa. Caso o sub-bloco apresente todas essas características ele pode ser lavrado e assim ele deve ser adicionado ao conjunto. Ao final, o conjunto é ordenado ascendentemente segundo a nota que cada sub-bloco recebeu em relação a descarga hipotética.

Em seguida, calcula-se a quantidade de viagens que deve ser destinada a sub-blocos de minério. Essa cálculo pode ser feito utilizando a equação (4.45).

$$\text{num_Viagens_Min} = \max(Cm) - \text{num_Viagens_Jah_Feitas} \quad (4.45)$$

Na linha 3, são feitas as alocações das viagens de caminhão para sub-blocos de minério. Essa alocação é feita da seguinte forma: cria-se uma LRC contendo os sub-blocos de minério melhor classificados utilizando o conjunto *subBloco_Min*, citado anteriormente. O tamanho da LRC, *tam_LRC*, é calculado pela equação (4.46). Uma vez contruída a LRC, escolhe-se aleatoriamente um dos elementos dela para receber viagens de caminhão. De posse do elemento escolhido, cria-se o conjunto *cam_Compative* que contém todas as frotas de caminhão que são compatíveis com a carregadeira alocada no bloco ao qual o sub-bloco pertence além de ser compatível com a descarga escolhida naquele momento para receber a viagem. A escolha da descarga é feita levando em consideração a massa que falta para que esta atinja a produção esperada, pois é escolhida das descargas compatíveis com o sub-bloco, aquela que está mais distante da produção esperada para ela. Do conjunto *cam_Compative*, escolhe-se aleatoriamente uma frota de caminhão para executar a viagem. Logo em seguida, verifica-se se todas as restrições serão obedecidas antes que a viagem seja alocada. Caso seja possível, é necessário verificar se o sub-bloco não foi exaurido após a alocação da viagem, ou seja, se a massa restante for menor que a maior capacidade de transporte apresentada dentre todas as frotas de caminhão. Caso

isso ocorra, os sub-blocos que dependem dele são liberados e, caso algum deles esteja apto a receber viagens e seja de minério, ele é adicionado ao conjunto *subBloco_Min* podendo, dependendo da nota, ser adicionado à LRC. Esse procedimento é repetido até que todas as viagens sejam alocadas ou não seja possível mais alocar viagens de caminhão.

$$tam_LRC = \lceil (|subBloco_Min| * \theta) \rceil \quad (4.46)$$

Ao final retorna-se a solução s que, depois de todos esses procedimentos, está totalmente construída.

4.7.2.2 Busca Local

Métodos de busca local são utilizados como uma forma de explorar o espaço de busca causando pequenas modificações na solução. Embora possuam um poder de exploração menor que o das metaheurísticas, pois ao encontrarem ótimos locais não conseguem sair deles, representam uma boa alternativa para melhorar a qualidade da solução inicial dada pelo GRASP.

Nesse trabalho utilizou-se o método da Subida Randômica que é uma variante do método da Subida. No método da Subida, uma vez de posse de uma solução qualquer, verifica-se todos os vizinhos dessa solução, aceitando, ao final, aquele vizinho que apresentou melhoras em relação a solução inicial. Embora esse método garanta que o melhor vizinho seja escolhido, ele pode apresentar um desempenho muito ruim, dado o fato de ser um método exaustivo. Tentando resolver esse problema, foi proposto o método da Subida Randômica que difere do primeiro pelo fato de não verificar todos os vizinhos, trocando essa estratégia por escolher aleatoriamente um dos vizinhos da solução e, caso apresente alguma melhora, esse vizinho é escolhido resolvendo o problema da busca exaustiva apresentada pelo método da Subida. Ambos os métodos param quando um ótimo local é alcançado. O Algoritmo 7 explica os passos do método utilizado.

O algoritmo recebe como parâmetros uma função $f(.)$ que calcula a qualidade das soluções, um conjunto de vizinhanças N utilizado para geração dos vizinhos, *numMaxIter* que determina o número máximo de iterações sem melhora aceitos pelo método até que ele pare, além da solução inicial s , aquela de onde a exploração feita pelo algoritmo no espaço de soluções parte.

Na linha 1, a solução recebida como parâmetro é guardada como sendo a melhor conhecida até então.

Algoritmo 7: Subida Randômica

Entrada: $f(\cdot)$, N , $numMaxIter$, s **Saída:** s^*

```

1  $s^* \leftarrow s$  ;                               /* Melhor solução encontrada */
2  $iter \leftarrow 0$ ;
3 enquanto  $iter \leq numMaxIter$  faça
4    $s' \leftarrow \text{geraVizinho}(s, N)$ ;
5   se  $f(s) \geq f(s^*)$  então
6      $s^* \leftarrow s$ ;
7      $iter \leftarrow 0$ ;
8   fim
9    $iter \leftarrow iter + 1$ ;
10 fim
11 Retorne  $s^*$  ;

```

Logo em seguida inicia-se o *loop* no qual os vizinhos da solução serão aleatoriamente escolhidos e, caso apresente melhoras, passarão a ser a melhor solução conhecida até então.

Uma vez no *loop*, gera-se um dos vizinhos aleatoriamente utilizando as estruturas de vizinhança recebidas por parâmetro. Nesse trabalho, as estruturas utilizadas na busca local são as que foram explicadas na seção 4.5, modificando da forma que foram utilizadas na metaheurística LAHC devido ao fato de, neste caso, a abordagem por vizinhança adaptativa não foi utilizada, logo, a cada iteração todas as estruturas de vizinhança possuem a mesma probabilidade de serem escolhidas.

Na linha 5 verifica-se se o vizinho escolhido aleatoriamente apresentou alguma melhora em relação a melhor solução conhecida, em caso afirmativo, atualiza-se a melhor solução conhecida como a última solução gerada e a variável *iter* é atualizado com o valor zero, mostrando que nenhuma iteração sem melhora aconteceu. Isso é feito nas linhas 6 e 7. Caso a solução não apresente melhora em relação a melhor solução, a atualização não é feita e a variável *iter* é incrementada em uma unidade mostrando que houve mais uma iteração sem melhora.

Esses passos são repetidos até que a variável *iter* seja igual a *numMaxIter*, quando o loop é finalizado e a melhor solução encontrada até então é retornada.

5 Resultados Computacionais

Neste Capítulo são apresentados os resultados computacionais obtidos pelo Algoritmo descrito na Seção 4.7. Na Seção 5.1 apresenta-se as instâncias de teste. Na Seção 5 apresenta-se os resultados obtidos pelo Algoritmo nas instâncias apresentadas.

O algoritmo foi codificado na linguagem de programação Java e compilado com Eclipse 4.0. Para testá-lo, foi utilizado um microcomputador com processador Intel *i5 Core Quad*, 1,70x4GHz, 6 GB de memória RAM e sistema operacional *Ubuntu 14.04 LTS*. Apesar de o microcomputador possuir quatro núcleos, o algoritmo proposto não explora multiprocessamento. Para a execução do modelo matemático utilizou-se o LINGO 10.0 na sua configuração padrão.

Como penalização para Função Objetivo foram utilizados os seguintes valores: $C_r = \{1, 1, 1, 1, 1, 1, 0, 100, 10, 10, 0\}$, $PesoProd = 1.000$, $PesoRem = PdesvMmin = 10$, $\delta = \rho = \alpha = 100.000$. Ressalta-se que os mesmos valores foram utilizados em [Martins, 2013]. Para o procedimento construtivo, definiu-se por testes empíricos $\theta = 0.4$ para definir o tamanho da LRC e $\tau = 1.000$ para definir o número de iterações sem melhora no método da Subida Randômica.

Segundo [Martins, 2013], C_{r_1} refere-se a granulometria menor que 1mm e maior que 0.15mm. O peso C_{r_2} é utilizado na penalização pelo não cumprimento dos limites inferior e superior da variável de controle com granulometria menor que 0.15mm. C_{r_3} refere-se ao teor de ferro global. C_{r_4} refere-se ao teor de sílica global. C_{r_5} refere-se ao teor de sílica na granulometria menor que 0.15mm. C_{r_6} refere-se ao teor de sílica na granulometria menor que 0.15mm. C_{r_7} refere-se ao teor de sílica na granulometria maior que 1mm. C_{r_8} refere-se ao teor global de fósforo. C_{r_9} refere-se ao teor global de alumínio. $C_{r_{10}}$ refere-se ao teor global de alumínio na granulometria menor que 0.15mm. $C_{r_{11}}$ refere-se ao teor de alumínio na granulometria maior que 1mm.

5.1 Cenários

Para testar o algoritmo proposto foram utilizadas três instâncias que correspondem a informações reais da mina de Brucutu. As mesmas instâncias foram utilizadas por [Martins, 2013]. As Seções 5.1.1, 5.1.2 e 5.1.3 mostram as configurações de cada uma das instâncias.

5.1.1 InstBru1

A InstBru1 corresponde as características da mina de Brucutu encontradas no começo do mês de Junho de 2012.

A Tabela 1 apresenta a quantidades de blocos, sub-blocos, frotas de caminhões, equipamentos de carga e descargas existentes. Também são informados a quantidade de parâmetros de controle, REM esperada e quantas horas dura o turno do planejamento.

Tabela 1: Características do cenário de InstBru1

Quantidade de blocos:	192
Quantidade de sub-blocos:	300
Quantidade de frotas de caminhões:	2
Quantidade de eq. de carga:	10
Quantidade de descargas:	3
Quantidade de Parâmetros de controle::	11
REM:	0,35
Turno (h):	8

A Tabela 2 mostra a produtividade horária mínima e máxima das frotas de equipamentos de carga, quais materiais elas podem extrair (minério e/ou estéril) e a quantidade de equipamentos existentes em cada uma.

Tabela 2: Características das carregadeiras de InstBru1

Carregadeiras	Produtividade mín. (t/h)	Produtividade max. (t/h)	Material comp.	Quantidade.
Frota 1	1.400	2.300	M/E	6
Frota 2	2.000	3.000	M/E	1
Frota 3	400	420	M	2

A Tabela 3 apresenta as características das frotas de caminhões como, por exemplo, a capacidade, em toneladas, de uma frota de transportar minério e estéril, além da quantidade de caminhões existentes nesta frota.

Tabela 3: Características das frotas de caminhões de InstBru1

Frota	Capacidade estéril(t)	Capacidade minério(t)	Quantidade
Frota 1	235	235	15
Frota 2	0	36	8

A Tabela 4 mostra as características das descargas de minério existentes na mina. As três descargas de minério possuem demandas diferentes, e apesar de todas aceitarem os

três tipos de materiais (Hematita (H), Itabirito (I) e Canga (Can)), os limites superior e inferior dos teores das variáveis de controle induzem cada descarga a receber um ou mais destes tipos de materiais. Também existe uma descarga de estéril, sendo que, a quantidade de material descarregado nela deve satisfazer a REM.

Tabela 4: Características das descargas de InstBru1

Descargas	Produção mínima (t/h)	Material
Descarga 1	5.000	H/I/Can
Descarga 2	2.000	H/I/Can
Descarga 3	750	H/I/Can

5.1.2 InstBru2

A instância de testes tratada nessa seção foi construída provocando alterações na instância InstBru1. Foram modificados os conjuntos de frotas de caminhões, o número de carregadeiras disponíveis, os teores de alguns sub-blocos além da quantidade de material disponível em alguns blocos. As demais características são exatamente iguais as encontradas em InstBru1.

A tabela 5 apresenta as características das carregadeiras nessa instância de teste. São apresentadas as frotas, a produtividade mínima e máxima, com qual material elas trabalham além da quantidade de equipamentos em cada frota. Nota-se que houve um aumento de uma carregadeira na Frota 3 quando comparado com InstBru1.

Tabela 5: Características das carregadeiras de InstBru2

Carregadeiras	Produtividade mín. (t/h)	Produtividade max. (t/h)	Material comp.	Quantidade.
Frota 1	1.400	2.300	M/E	6
Frota 2	2.000	3.000	M/E	1
Frota 3	400	420	M	3

A tabela 6 mostra as características das frotas de caminhão nessa instância. Nela são apresentadas as frotas de caminhão, a quantidade de cada material que conseguem transportar por viagem, em toneladas, além da quantidade de equipamentos disponíveis. Nessa instância, aumentou-se a capacidade de transporte além da quantidade de equipamentos quando comparada com InstBru1.

Tabela 6: Características das frotas de caminhões de InstBru2

Frota	Capacidade estéril(t)	Capacidade minério(t)	Quantidade
Frota 1	250	250	20
Frota 2	0	40	10

5.1.3 InstBru3

A instância de testes tratada nessa seção foi construída provocando alterações na instância apresentada na Seção 5.1.1. Foram modificados os conjuntos de frotas de caminhões, o número de carregadeiras disponíveis, os teores de alguns sub-blocos, a quantidade de material disponível em alguns blocos além da quantidade de material esperada em cada descarga. As demais características são exatamente iguais as encontradas em **InstBru1**.

A Tabela 7 apresenta a quantidades de blocos, sub-blocos, frotas de caminhões, equipamentos de carga e descargas existentes. Também são informados a quantidade de parâmetros de controle, REM esperada e a quantidade de horas que dura o turno do planejamento.

Tabela 7: Características do cenário de InstBru3

Quantidade de blocos:	192
Quantidade de sub-blocos:	300
Quantidade de frotas de caminhões:	3
Quantidade de eq. de carga:	8
Quantidade de descargas:	3
Quantidade de Parâmetros de controle:	11
REM:	0,35
Turno (h):	8

A Tabela 8 mostra a produtividade horária mínima e máxima das frotas de equipamentos de carga, quais materiais elas podem extrair (minério e/ou estéril) e a quantidade de equipamentos existentes em cada uma.

Tabela 8: Características das carregadeiras de InstBru3

Carregadeiras	Produtividade mín. (t/h)	Produtividade max. (t/h)	Material comp.	Quantidade.
Frota 1	1.400	2.300	M/E	5
Frota 2	2.000	3.000	M/E	1
Frota 3	400	420	M	2

A Tabela 9 apresenta as características das frotas de caminhões como, por exemplo, a capacidade, em toneladas, de uma frota de transportar minério e estéril, além da quantidade de caminhões existentes nesta frota.

Tabela 9: Características das frotas de caminhões de InstBru3

Frota	Capacidade estéril(t)	Capacidade minério(t)	Quantidade
Frota 1	240	240	20
Frota 2	0	36	10

A Tabela 10 mostra as características das descargas de minério existentes na mina. As três descargas de minério possuem demandas diferentes, e apesar de todas aceitarem os três tipos de materiais (Hematita (H), Itabirito (I) e Canga (Can)), os limites superior e inferior dos teores das variáveis de controle induzem cada descarga a receber um ou

mais destes tipos de materiais. Também existe uma descarga de estéril, sendo que, a quantidade de material descarregado nela deve satisfazer a REM.

Tabela 10: Características das descargas de InstBru3

Descargas	Produção mínima (t/h)	Material
Descarga 1	4.375	H/I/Can
Descarga 2	1.875	H/I/Can
Descarga 3	750	H/I/Can

5.2 Resultados

Dado o caráter estocástico do método proposto, para cada uma das instâncias citadas o algoritmo foi executado 30 vezes com tempo limite de 3 minutos.

Para uma melhor análise do desempenho do método, variou-se o tamanho da lista L nos seguintes valores: $|L| = 1, 30, 500, 1000, 10000, 100000, 1000000$. Os resultados obtidos foram comparados com os obtidos pelo otimizador LINGO 10.0 aplicado a formulação matemática de [Martins, 2013] com tempo limite de 3 minutos.

Os resultados são apresentados nas subseções 5.2.1, 5.2.2 e 5.2.3 referentes as instâncias InstBru1, InstBru2 e InstBru3, respectivamente.

5.2.1 Resultados na instância InstBru1

Esta Seção apresenta os resultados obtidos para a instância descrita na Seção 5.1.1.

A tabela 11 apresenta os resultados obtidos pelo LINGO 10.0 assim como os resultados do LAHC para os seus diversos tamanhos de lista L . Os resultados obtidos pelo LINGO é o *upper bound* encontrado após 3 minutos de execução. A coluna 'Gap' foi obtida pela expressão (5.1), onde f^* representa a melhor solução conhecida e $\bar{f}_r$ o custo médio das 30 execuções para cada tamanho de L .

$$Gap_r = (\bar{f}_r - f^*)/(f^*) \forall r \in 1, 30, 500, 1000, 10000, 100000, 1000000 \quad (5.1)$$

A Tabela 12 mostra a quantidade de minério produzido em cada descarga pela solução obtida pelo LINGO e pela melhor solução obtida pelo LAHC. Os dois métodos conseguiram satisfazer a produção mínima exigida por cada descarga. O LINGO produziu maior quantidade de minério na Descarga 2, enquanto a LAHC produziu mais nas Descargas 1 e 3. Devido a qualidade dos blocos disponíveis para lavra, alimentar a Descarga 1 não é

Tabela 11: Resultados para InstBru1

Tamanho da lista ($ L $)	Lingo	LAHC			
	Custo (<i>upper bound</i>)	Melhor Custo	Custo Médio	Desvio Padrão	Gap
1	66.522,69	66.457,94	63.063,63	3.921,54	0,05
30		66.302,33	64.059,17	2.274,88	0,04
500		66.500,91	62.439,88	4.937,99	0,06
1000		66.411,10	62.824,15	4.339,56	0,06
10000		66.450,38	62.221,75	4.879,83	0,06
100000		65.865,71	62.211,08	5.423,13	0,06
1000000		66.426,72	61.864,45	7.169,20	0,07
Média:	66.522,69	66.345,02	62.669,16	4.706,59	0,06

muito vantajoso. Observando a Tabela 13 é possível entender a escolha do LINGO em produzir mais na Descarga 2.

Tabela 12: Produção, em toneladas, nas descargas na InstBru1

Método	Descarga	Produção Mínima Esperada	Produção obtida
LINGO	Descarga 1	40.000,00	40.655,00
	Descarga 2	16.000,00	20.210,00
	Descarga 3	6.000,00	6.480,00
LAHC	Descarga 1	40.000,00	45.650,00
	Descarga 2	16.000,00	16.215,00
	Descarga 3	6.000,00	6.696,00

A Tabela 13 apresenta os desvios dos limites inferior e superior dos teores dos parâmetros de controle na mistura final recebida por cada descarga de minério. Foram apresentados os resultados obtidos pela solução encontrada pelo LINGO e pela melhor solução encontrada pelo LAHC. Nesta tabela, se o valor for positivo significa que o teor foi acima do limite superior; caso ele seja negativo, significa que o teor ficou abaixo do limite inferior. Ao somarmos os desvios, percebemos que o LINGO obteve um maior desvio dos limites de qualidade, porém, a maioria dos seus desvios estão relacionados à descarga 3, que foi a descarga que recebeu menor quantidade de material. Por outro lado, o LAHC possui boa parte dos desvios dos limites de qualidade na descarga 1, que é a descarga que recebeu maior quantidade de minério. Como a penalização relacionada à qualidade aplicada na função de avaliação multiplica esses desvios pela produção total na descarga, a LAHC obteve um pior custo. Entretanto, esses valores de desvios são muito baixos.

Tabela 13: Desvios dos limites de qualidade nas descargas de minério(%) para InstBru1

Método	Descarga	Parâmetros										
		Par1	Par2	Par3	Par4	Par5	Par6	Par7	Par8	Par9	Par10	Par11
LINGO	Descarga 1	0,000	+0,008	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 2	0,000	+0,008	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 3	0,000	0,000	-0,004	+0,030	0,000	0,000	-0,010	0,000	0,000	0,000	0,000
LAHC	Descarga 1	+0,012	+0,001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 2	+0,008	+0,008	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 3	0,000	0,000	+0,020	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

A Tabela 14 mostra as características das melhores soluções obtidas pelo LINGO e LAHC. Independentemente do tamanho da lista L , todos os melhores resultados obtidos

pelo LAHC tiveram essas mesmas características, diferenciando apenas na qualidade do minério produzido. A tabela mostra a quantidade planejada a ser extraída de minério e estéril pelo LINGO e LAHC. Todas as viagens possíveis para a frota 1 de caminhões foram designadas, enquanto para a frota 2, dado que o número máximo de viagens em um turno de 8 horas é igual a 192, o LINGO planejou 93,75% e o LAHC planejou 96,87% delas. O LAHC teve um melhor aproveitamento dos equipamentos de transporte, além de utilizar um equipamento de carga a menos.

Tabela 14: Características das melhores soluções para InstBru1

Método	LINGO	LAHC
Minério prod.	67.345,00	67.561,00
Estéril prod.	23.735,00	23.735,00
E. Carga usados	8	7
Viagens Frota Cam. 1	360	360
Viagens Frota Cam. 2	180	180
REM	0,35	0,35

5.2.2 Resultados na instância InstBru2

Esta Seção apresenta os resultados obtidos para a instância descrita na Seção 5.1.2.

A tabela 15 apresenta os resultados obtidos pelo LINGO 10.0 assim como os resultados do LAHC para os seus diversos tamanhos de lista L . Os resultados obtidos pelo LINGO é o *upper bound* encontrado após 3 minutos de execução. A coluna 'Gap' foi obtida pela expressão (5.1), onde f^* representa a melhor solução conhecida e $\bar{f}_r$ o custo médio das 30 execuções para cada tamanho de L .

Tabela 15: Resultados na InstBru2

Tamanho da lista ($ L $)	Lingo	LAHC			
	Custo (<i>upper bound</i>)	Melhor Custo	Custo Médio	Desvio Padrão	Gap
1	87.961,97	85.751,12	82.427,79	3.995,34	0,06
30		86.539,01	81.758,41	3.822,66	0,07
500		85.750,20	81.709,57	3.971,22	0,07
1000		86.199,03	83.431,45	2.522,46	0,05
10000		85.646,66	83.902,98	1.505,98	0,05
100000		86.034,86	80.493,15	4.547,28	0,08
1000000		86.346,66	80.757,73	5.621,50	0,08
Média:	87.961,97	86.038,22	82.068,73	3.669,20	0,07

A Tabela 16 mostra a quantidade de minério produzido em cada descarga pela solução obtida pelo LINGO e pela melhor solução obtida pelo LAHC. Os dois métodos conseguiram satisfazer a produção mínima exigida por cada descarga. O LINGO produziu maior quantidade de minério na Descarga 2, enquanto a LAHC produziu mais na Descarga 1 e ambos produziram a mesma quantidade na descarga 3. Devido a qualidade dos blocos disponíveis para lavra, alimentar a Descarga 1 não é muito vantajoso. Observando a Tabela 17 é possível entender a escolha do LINGO em produzir mais na Descarga 2.

Tabela 16: Produção, em toneladas, nas descargas na InstBru2

Método	Descarga	Produção Mínima Esperada	Produção obtida
LINGO	Descarga 1	40.000,00	40.655,00
	Descarga 2	16.000,00	46.000,00
	Descarga 3	6.000,00	9.600,00
LAHC	Descarga 1	40.000,00	70.250,00
	Descarga 2	16.000,00	16.000,00
	Descarga 3	6.000,00	9.600,00

A Tabela 17 apresenta os desvios dos limites inferior e superior dos teores dos parâmetros de controle na mistura final recebida por cada descarga de minério. Foram apresentados os resultados obtidos pela solução encontrada pelo LINGO e pela melhor solução encontrada pelo LAHC. Nesta tabela, se o valor for positivo significa que o teor foi acima do limite superior; caso ele seja negativo, significa que o teor ficou abaixo do limite inferior. Na instância InstBru2 o LAHC apresentou desvios muito maiores quando comparados aos apresentados pelo LINGO.

Tabela 17: Desvios dos limites de qualidade nas descargas de minério(%) para InstBru2

Método	Descarga	Parâmetros										
		Par1	Par2	Par3	Par4	Par5	Par6	Par7	Par8	Par9	Par10	Par11
LINGO	Descarga 1	+0,005	+5,737	+1,800	+1,187	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 2	+5,442	+0,082	+2,163	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 3	0,000	0,000	+0,548	+4,981	0,000	0,000	-0,010	0,000	0,000	0,000	0,000
LAHC	Descarga 1	+2,446	+4,041	+2,233	+0,011	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 2	+0,227	+6,809	+2,295	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 3	0,000	0,000	-4,779	+12,188	0,000	0,000	-0,950	-0,013	-0,025	0,000	0,000

A Tabela 18 mostra as características das melhores soluções obtidas pelo LINGO e LAHC. Independentemente do tamanho da lista L , todos os melhores resultados obtidos pelo LAHC tiveram essas mesmas características, diferenciando apenas na qualidade do minério produzido. A tabela mostra a quantidade planejada a ser extraída de minério e estéril pelo LINGO e LAHC. Todas as viagens possíveis para todas a frota 2 foram designadas em nos dois métodos, já para a frota 1, o LINGO designou 99,58% das viagens e o LAHC 100%. O LAHC teve um melhor aproveitamento dos equipamentos de transporte ao utilizar mais viagens, deixando os equipamentos menos ociosos.

Tabela 18: Características das melhores soluções para InstBru2

Método	LINGO	LAHC
Minério prod.	95.600,00	95.650,00
Estéril prod.	33.500,00	33.750,00
E. Carga usados	10	10
Viagens Frota Cam. 1	478	480
Viagens Frota Cam. 2	240	240
REM	0,35	0,35

5.2.3 Resultados na instância InstBru3

Esta Seção apresenta os resultados obtidos para a instância descrita na Seção 5.1.3.

A tabela 19 apresenta os resultados obtidos pelo LINGO 10.0 assim como os resultados do LAHC para os seus diversos tamanhos de lista L . Os resultados obtidos pelo LINGO é o *upper bound* encontrado após 3 minutos de execução. A coluna 'Gap' foi obtida pela expressão (5.1), onde f^* representa a melhor solução conhecida e $\bar{f}_r$ o custo médio das 30 execuções para cada tamanho de L .

Tabela 19: Resultados na InstBru3

Tamanho da lista ($ L $)	Lingo	LAHC			
	Custo (<i>upper bound</i>)	Melhor Custo	Custo Médio	Desvio Padrão	Gap
1	86.918,32	87.013,68	81.422,60	3.716,69	0,06
30		86.661,33	80.195,53	4.076,45	0,08
500		86.056,65	80.851,51	3.267,26	0,07
1000		85.018,03	80.051,92	3.929,71	0,08
10000		86.475,34	78.601,73	5.999,72	0,10
100000		86.072,62	80.889,49	4.286,54	0,07
1000000		85.950,21	80.031,31	3.916,63	0,08
Média:	86.918,32	86.178,27	80.401,11	4.096,51	0,08

A Tabela 20 mostra a quantidade de minério produzido em cada descarga pela solução obtida pelo LINGO e pela melhor solução obtida pelo LAHC. Os dois métodos conseguiram satisfazer a produção mínima exigida por cada descarga. O LINGO produziu maior quantidade de minério na Descarga 2, enquanto a LAHC produziu mais na Descarga 1 e 3. Devido a qualidade dos blocos disponíveis para lavra, alimentar a Descarga 1 não é muito vantajoso. Observando a Tabela 21 é possível entender a escolha do LINGO em produzir mais na Descarga 2.

Tabela 20: Produção, em toneladas, nas descargas na InstBru3

Método	Descarga	Produção Mínima Esperada	Produção obtida
LINGO	Descarga 1	35.000,00	35.250,00
	Descarga 2	15.000,00	46.530,00
	Descarga 3	6.000,00	6.588,00
LAHC	Descarga 1	35.000,00	66.740,00
	Descarga 2	15.000,00	15.040,00
	Descarga 3	6.000,00	6.696,00

A Tabela 21 apresenta os desvios dos limites inferior e superior dos teores dos parâmetros de controle na mistura final recebida por cada descarga de minério. Foram apresentados os resultados obtidos pela solução encontrada pelo LINGO e pela melhor solução encontrada pelo LAHC. Nesta tabela, se o valor for positivo significa que o teor foi acima do limite superior; caso ele seja negativo, significa que o teor ficou abaixo do limite inferior. Ao somarmos os desvios, percebemos que o LINGO obteve um maior desvio dos limites de qualidade, porém, a maioria dos seus desvios estão relacionados à descarga 3, que foi a descarga que recebeu menor quantidade de material. Por outro lado, o LAHC possui boa parte dos desvios dos limites de qualidade na descarga 2, que recebeu uma somente a quantidade mínima de material estabelecida. Além disso, os desvios apresenta-

dos pelo método na Descarga 1, que recebeu maior quantidade de material, foram baixos melhorando a qualidade da solução.

Tabela 21: Desvios dos limites de qualidade nas descargas de minério(%) para InstBru3

Método	Descarga	Parâmetros										
		Par1	Par2	Par3	Par4	Par5	Par6	Par7	Par8	Par9	Par10	Par11
LINGO	Descarga 1	+0,627	+0,980	0,000	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 2	+0,015	+1,618	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 3	0,000	0,000	0,000	+1,125	0,000	0,000	-1,000	-0,009	0,000	0,000	0,000
LAHC	Descarga 1	0,000	+1,526	0,000	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 2	+1,711	+0,308	+0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
	Descarga 3	0,000	0,000	0,000	+1,130	0,000	0,000	0,000	-0,009	+0,007	0,000	0,000

A Tabela 22 mostra as características das melhores soluções obtidas pelo LINGO e LAHC. Independentemente do tamanho da lista L , todos os melhores resultados obtidos pelo LAHC tiveram essas mesmas características, diferenciando apenas na qualidade do minério produzido. A tabela mostra a quantidade planejada a ser extraída de minério e estéril pelo LINGO e LAHC. Todas as viagens possíveis para todas a frota 1 foram designadas nos dois métodos, já para a frota 2, o LINGO designou 76,25% das viagens e o LAHC 77,50%. O LAHC teve um melhor aproveitamento dos equipamentos de transporte ao utilizar mais viagens, deixando os equipamentos menos ociosos.

Tabela 22: Características das melhores soluções para InstBru3

Método	LINGO	LAHC
Minério prod.	88.368,00	88.476,00
Estéril prod.	31.020,00	31.020,00
E. Carga usados	8	8
Viagens Frota Cam. 1	480	480
Viagens Frota Cam. 2	183	186
REM	0,35	0,35

6 Conclusões e Trabalhos Futuros

Na Seção 6.1 apresenta-se as conclusões obtidas a partir do desenvolvimento do trabalho. Na Seção 6.2 indica-se os trabalhos que podem ser desenvolvidos.

6.1 Conclusões

Este trabalho teve seu foco no Problema de Planejamento Operacional de lavra em minas a céu aberto. Dada a dificuldade em resolver esse problema em tempos computacionais aceitáveis, foi proposto um algoritmo heurístico baseado nas metaheurísticas GRASP e LAHC com o objetivo de fornecer uma rápida solução para o problema.

O método criado utiliza nove estruturas de vizinhança para explorar o espaço de busca tentando obter novas soluções. Os métodos são escolhidos de forma autoadaptativa de forma que quando uma vizinhança apresenta um bom resultado tem maiores chances de ser escolhida.

O algoritmo foi testado com três instâncias, uma com dados reais da mina de Brucutu, obtidos no mês de Junho de 2012, e as outras contruídas através de modificações na primeira. Os resultados obtidos foram comparados com os gerados pelo LINGO com a modelagem matemática proposta por [Martins, 2013], que sofreu algumas modificações sendo adicionadas novas restrições.

O método se mostrou competitivo ao apresentar soluções muito próximas as encontradas pelo LINGO, e até melhores, em um dos casos, mesmo utilizando menos equipamentos de carga e produzindo mais minério, tudo sem comprometer a qualidade do material produzido.

Salienta-se que o projeto cumpriu com o cronograma proposto, conforme se vê na tabela 23.

Tabela 23: Cronograma do projeto

Atividades previstas	AA	AC	AF	Observações
Estudo de caso relativo ao POLAD.		X		Foi feito um estudo detalhado em várias fontes da literatura para conhecimento e aprofundamento no assunto tratado. Nessa fase, foi muito importante a participação do Engenheiro Aldrin Gustavo Martins, mestre em Engenharia Mineral e funcionário de uma mineradora da região.
Revisão de literatura sobre as técnicas de solução do POLAD.		X		Foram feitos estudos de vários artigos científicos da literatura, entre eles a dissertação de mestrado [Costa, 2005] e a de [Martins, 2013].
Revisão de literatura sobre métodos heurísticos		X		Cursou-se a disciplina "Técnicas metaheurísticas para otimização combinatória" lecionada pelo professor Marcone Jamilson Freitas Souza, oferecida pelo departamento de computação da UFOP (Universidade Federal de Ouro Preto).
Estudo da linguagem Java		X		Cursou-se a disciplina "Programação Orientada a Objetos" lecionada pelo professor Marco Antônio Moreira de Carvalho, oferecida pelo departamento de computação da UFOP.
Geração de problemas-teste para o POLAD		X		Foram usados os problemas-testes cedidos por [Martins, 2013] referentes à mina de Brucutu. De posse dos problemas-testes cedidos, alterou-se algumas de suas características para obter mais diversidade nos testes propostos.
Concepção e desenvolvimento da fase de construção do algoritmo heurístico		X		Modificou-se o algoritmo proposto na primeira parte deste projeto, "Planejamento operacional de lavra: um estudo de caso", transformando o algoritmo guloso em uma heurística baseada no GRASP.
Concepção e desenvolvimento da fase de refinamento do algoritmo heurístico		X		Foi proposto uma heurística de refinamento baseada na metaheurística LAHC com nove estruturas de vizinhança autoadaptativas.
Validação do algoritmo proposto		X		Vários testes foram executados para verificar a corretude das soluções obtidas pelo método.
Execução de testes do algoritmo desenvolvido		X		O algoritmo foi submetido as instâncias com dados reais da mina de Brucutu.
Síntese e análise dos resultados obtidos		X		Criou-se tabelas e utilizou-se de técnicas estatísticas para sumarização dos resultados obtidos e para facilitar a análise dos mesmos.
Geração de artigos e relatórios		X		Artigos científicos foram elaborados e submetidos para congressos nacionais e internacionais, sendo aceitos nos seguintes: CNMAC 2014, SBPO 2014, CLAIO 2014.

6.2 Atividades Futuras

Desenvolver uma forma mais eficiente de classificação dos blocos, fazendo uma análise estatística, por exemplo.

Criar novas estratégias de vizinhança que possibilitem ao algoritmo uma exploração mais eficiente do espaço de busca.

7 Produções

Nesta Seção são listados os trabalhos desenvolvidos por essa pesquisa que foram aceitos em periódicos ou apresentados em eventos científicos até a presente data(30 de Julho de 2014).

- Silva, A. A. ; Souza, M. J. F. ; Guimarães, V. L.: 2014, **Um algoritmo baseado na metaheurística LAHC para resolver o Problema de Planejamento Operacional de Lavra em Minas a Céu Aberto.** *Anais do XXV Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional*, XXV Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Natal, Rio Grande do Norte.
- Silva, A. A. ; Souza, M. J. F. ; Guimarães, V. L.; Martins, A. G.: 2014, **Planejamento Operacional de Lavra: Um Estudo de Caso.** *Anais do XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Salvador, Bahia.
- Silva, A. A. ; Souza, M. J. F. ; Guimarães, V. L.: 2014, **A heuristic algorithm with self-adaptive local search for solving the open-pit-mining operational planning problem.** *Anais da XL Conferencia Latinoamericana en Informática*, XL Conferencia Latinoamericana en Informática, Montevideu, Uruguai.

Referências

- [Alarie and Gamache, 2002] Alarie, S. and Gamache, M. (2002). Overview of solution strategies used in truck dispatching systems for open pit mines. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 16:59–76.
- [Alvarenga, 1997] Alvarenga, G. B. (1997). Despacho otimo de caminhões numa mineração de ferro utilizando algoritmo genético com processamento paralelo. Master’s thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG.
- [Araújo, 2008] Araújo, F. C. R. (2008). Planejamento operacional de lavra com alocação dinâmica de caminhões: abordagens exata e heurística. Master’s thesis, Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP.
- [Burke and Bykov, 2008] Burke, E. and Bykov, Y. (2008). A late acceptance strategy in hill-climbing for exam timetabling problems. In *PATAT 2008 Conference*, Montreal, Canada.
- [Chanda and Dagdelen, 1995] Chanda, E. K. C. and Dagdelen, K. (1995). Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 9:203–208.
- [Clevenger, 1982] Clevenger, J. W. W. . J. M. A. . J. G. (1982). Automated open-pit truck dispatching at tyrone. *Engineering and Mining Journal*, 183:76–84.
- [Costa, 2005] Costa, P. F. (2005). Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Master’s thesis, Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP.
- [Ezawa and Silva, 1995] Ezawa, L. and Silva, K. S. (1995). Alocação dinâmica de caminhões visando qualidade. In *Anais do VI Congresso Brasileiro de Mineração*, pages 15–19, Salvador, BR.
- [Feo and Resende, 1989] Feo, T. and Resende, M. (1989). A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters*, 8(2):67–71.
- [Fioroni *et al.*, 2008] Fioroni, M. M., Franzese, G. A. L., Bianchi, J. T., Ezawa, L., and Pinto, R. L. (2008). Concurrent simulation and optimization models for mining planning. In *Simulation Conference Winter*, United States.
- [Gershon, 1982] Gershon, M. (1982). A linear programming approach to mine scheduling optimization. In *Proceedings of the 17th Application of computers and operations research in the mineral industry*, pages 483–493, New York, US.

- [Maran and Topuz, 1988] Maran, J. and Topuz, E. (1988). Simulation of truck haulage systems in surface mines. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 2:43–49.
- [Martins, 2013] Martins, A. G. (2013). Simulação das operações de lavra da mina de brucutu utilizando um modelo de programação linear para alocar os equipamentos de carregamento. Master's thesis, Universidade Federal de Ouro Preto, UFOP.
- [Merschmann, 2002] Merschmann, L. H. C. (2002). Desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para análise de cenários de produção em minas a céu aberto. Master's thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ.
- [Mladenovic and Hansen, 1997] Mladenovic, N. and Hansen, P. (1997). Variable neighborhood search. *Computers and Operations Research*, 24:1097–1100.
- [Pantuza and Souza, 2007] Pantuza, F. I. G. . G. and Souza, M. (2007). Modelo de simulação computacional para validação dos resultados de alocação dinâmica de caminhões com atendimento de metas de qualidade e de produção em minas a céu aberto. In *Anais do XIV Simpósio de Engenharia de Produção (SIMPEP)*, page 11, Bauru, BR.
- [Papadimitriou and Steiglitz, 1998] Papadimitriou, C. H. and Steiglitz, K. (1998). *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Dover Publications, Inc., New York.
- [Pinto, 2004] Pinto, P. F. C. . M. J. F. S. . R. L. (2004). Um modelo de alocação dinâmica de caminhões. *Revista Brasil Mineral*, 231:26–31.
- [Pinto, 2005] Pinto, P. F. C. . M. J. F. S. . R. L. (2005). Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. *Revista da Escola de Minas*, 58:77–81.
- [Pinto and Merschmann, 2001] Pinto, R. L. and Merschmann, L. H. C. (2001). Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matematicos. *Revista Escola de Minas*, 54:211–214.
- [Rodrigues, 2006] Rodrigues, L. F. (2006). Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto. Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG.
- [White and Olson, 1986] White, J. W. and Olson, J. P. (1986). Computer-based dispatching in mines with concurrent operating objectives. *Mining Engineering*, 38:1045–1054.
- [Wu, 2004] Wu, C. W. F. . T. M. C. . H. T. (2004). Optimizing the schedule of dispatching rmc truck through genetic algorithms. *Automation in Construction*, 13:327–340.