

UMA NOVA FORMULAÇÃO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE LAVRA¹

Guido Pantuza Júnior (UFOP – MG/Brasil) – gpantuza@demin.ufop.br – Campus Universitário, Morro do Cruzeiro, 35400-000 – Ouro Preto-MG, Brasil, fone: (55)31-3559-1228.

Marcone Jamilson Freitas Souza (UFOP – MG/Brasil) – marcone@iceb.ufop.br

Ivo Eyer Cabral (UFOP – MG/Brasil) – cabralmg@uai.com.br

Resumo:

Este trabalho apresenta uma nova formulação para o problema de planejamento operacional de lavra (POLAD). Neste problema, cada frente possui características de qualidade diferentes e o ritmo de lavra deve ser realizado de forma proporcional, de forma a gerar uma alimentação que atenda as metas de qualidade e produção preestabelecidas. Para atender essas metas utilizou-se uma

abordagem multiobjetivo, adotando o método clássico de resolução ε -restrito para obtenção de uma

aproximação do conjunto Pareto-ótimo. O modelo de programação matemática desenvolvido é uma extensão de uma formulação da literatura e utiliza fluxo em redes para fazer a alocação dos caminhões. O método retorna um conjunto de soluções, cabendo ao tomador de decisão escolher qual solução é a mais indicada segundo as necessidades da empresa. Os resultados obtidos mostram que esse método possibilita às empresas de mineração uma melhor utilização dos recursos disponíveis face aos objetivos pretendidos.

Palavras-chave: Planejamento de Lavra; Programação Matemática; Otimização Multiobjetivo; Fluxo em Redes.

Abstract:

This paper presents a new formulation for the problem open-pit-mine operational planning problem. In this problem, each pit has different characteristics of quality and the production of the iron ore must be proportional in order to generate a supply that meets the quality and production targets preset. To meet these goals, we used a multi-objective approach, adopting the classical method of resolution ε -constrained to obtain an approximation of the Pareto-optimal solutions. The mathematical programming model is an extension of a formulation of the literature and uses the network flow technique to the allocation of trucks. The method returns a set of solutions, and the decision maker chooses the one most suitable for the company's needs. The results show that this method allows mining companies to make better use of available resources in order to meet their goals.

¹ Publicado na revista GEPROS: Uma nova formulação de programação matemática para o problema de planejamento de lavra" GEPROS - Gestão da Produção, Operações e Sistemas - ISSN 1984-2430, volume: 4, número: 4, ano: 2009, pág.: 125-137. url: <http://revista.feb.unesp.br/index.php/gepros/article/view/811>

Key-words: Open-pit-mining; Mathematical Programming; Multi-Objective Optimization; network flow.

1. INTRODUÇÃO

As mudanças que ocorreram nas últimas décadas obrigaram as empresas a reduzirem gastos, gerenciar o conhecimento e flexibilizar os meios de produção e de serviços para sobreviver e crescer em um ambiente mais competitivo. Além disso, a preocupação com o meio ambiente e o desenvolvimento sustentável também entraram na pauta de discussão das grandes organizações.

Neste contexto, as empresas que não garantirem a melhoria contínua de seus processos produtivos, além da diminuição de seus impactos sobre o meio ambiente, perderão sua competitividade no mercado internacional.

Uma forma de implementar essa melhoria é estruturar um eficiente controle e planejamento estratégico da produção, otimizando seus recursos físicos e humanos, pois o mercado exige um maior índice de qualidade, agilidade e um menor preço dos produtos oferecidos pelas empresas.

No caso das empresas do setor mineral, em especial as que trabalham com lavra a céu aberto, esse planejamento da produção, em muitas empresas, é feito pelo método de tentativa e erro. Neste caso a eficiência depende de tempo e experiência do analista. Para Guimarães *et al.* (2007), isso pode gerar resultados pouco eficientes provocando custos elevados.

Estes custos estão relacionados, entre outros, à distância entre as frentes de estéril – material sem valor comercial – e suas pilhas de depósito (pilhas de estéril). Essas distâncias estão ficando cada vez maiores devido à preocupação com o meio ambiente, já que em muitos casos as jazidas se encontram em áreas de preservação ambiental (APA's) e o estéril deve ser depositado em local adequado.

Segundo Pantuza (2008), o planejamento operacional de lavra de uma mina a céu aberto considerando alocação dinâmica (POLAD), exemplificado na Fig. 1, consiste em determinar o ritmo de lavra de cada frente, ou seja, o número de viagens a serem realizadas por cada tipo de caminhão em cada frente de lavra. Este ritmo deve atender algumas especificações, tais como a porcentagem de determinados elementos químicos ou a granulometria do minério, a quantidade de minério a ser lavrado, além da determinação da quantidade e tipo de caminhões que deverão ser carregados em cada frente de lavra. Estas especificações variam de acordo com cada frente de lavra, que são determinadas pelos

clientes.

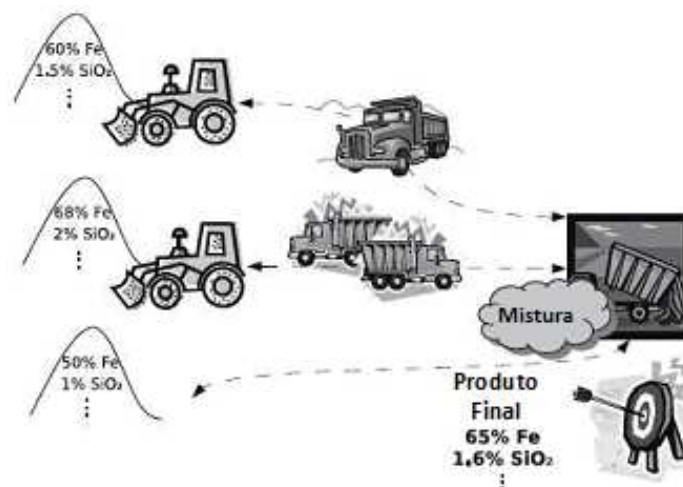


FIGURA 1: Exemplo do problema de planejamento operacional de lavra
Fonte: Souza *et al.* (2010).

Este planejamento operacional também implica no gerenciamento dos equipamentos de carga, isto é, na escolha da frente de lavra que um determinado equipamento de carga será alocado. Este gerenciamento de equipamentos deve respeitar as restrições operacionais da mina e as metas de qualidade e de produção.

Todas as metas e restrições deste problema devem ser consideradas conjuntamente para se atingir um resultado ótimo. O fato destas restrições e metas serem abordadas separadamente pode gerar conflitos que inviabilizam a implementação das soluções (COSTA *et al* 2004).

Neste trabalho consideramos dois pontos de descarga para o material lavrado, sendo o britador para descarga de minério e a pilha de estéril para descarga de estéril.

Ao contrário dos trabalhos anteriores encontrados na literatura, como em Costa *et al.* (2005), Guimarães *et al.* (2007) e Souza *et al.* (2010), também consideramos o tempo de ciclo dos equipamentos como uma variável que depende da frente de lavra, do tipo de equipamento, e do tipo de material transportado. Isto porque cada modelo de caminhão normalmente leva um tempo diferente para percorrer um mesmo trajeto e este tempo também é influenciado pelo tipo de carga (minério ou estéril).

Apresentamos uma nova formulação matemática para o POLAD, que utiliza o modelo de fluxo em redes para fazer a alocação dos caminhões de forma dinâmica. Nesse sistema de alocação, os caminhões não ficam fixos a uma determinada frente de lavra, isto é, a cada descarga eles podem se deslocar para diferentes frentes, permitindo um melhor aproveitamento da frota (COSTA, 2005). Ele se aproxima mais do problema real, tornando

possível a aplicação do modelo pela empresa, ao contrário de formulações anteriores, que não consideravam o tempo de ciclo real de todos os equipamentos envolvidos.

Para o POLAD, entre as metodologias encontradas na literatura, destacam-se a programação linear (MERSCHMANN e PINTO, 2001) e a programação linear por metas (COSTA *et al.*, 2004; GUIMARÃES *et al.*, 2007). Porém, este problema é composto por várias metas conflitantes entre si, ou seja, não se consegue uma única solução que otimize simultaneamente todas elas. Por isso, no presente trabalho ele é tratado como um problema multiobjetivo.

Neste trabalho utilizou-se o método ε -restrito, que consiste na otimização do objetivo mais importante sujeitando-se às restrições dos outros objetivos. Para minimizar esses objetivos, o desvio ε em relação à meta destas restrições varia, caminhando-se em direção à meta mais importante requerida, sem que esta torne o problema inviável.

O restante do artigo está organizado como segue. Na seção 2 são relatados os trabalhos relacionados encontrados na literatura. Na seção 3 é apresentada a nova formulação de programação matemática proposta. Na seção 4 são mostrados os resultados obtidos e suas respectivas análises, enquanto na seção 5 são apresentadas as conclusões deste trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Segundo Arenales *et al.* (2007), a programação matemática ou otimização matemática é usada para problemas de decisão e utiliza modelos matemáticos que procuram tratar um problema real.

Para o problema em estudo, é preciso considerar as restrições relacionadas à realidade operacional da mina, tais como a distância entre as frentes de lavra e as pilhas de estéril e a compatibilidade entre as carregadeiras e os diferentes tipos de caminhões de uma mina com frota heterogênea.

Merschmann e Pinto (2001) sugeriram dois modelos diferentes para a alocação dos equipamentos. Um destes considera a alocação estática de caminhões, isto é, um determinado caminhão só realiza viagens a uma única frente. O outro adota um modelo de alocação dinâmica de caminhões, ou seja, um caminhão pode realizar viagens a diferentes frentes após cada descarga.

Segundo Rodrigues (2006), o modelo de alocação estático, apesar de ser o mais utilizado, geralmente proporciona maiores filas de caminhões e menor produtividade das carregadeiras.

De acordo com Costa (2005), para determinar a proporção de minério proveniente de cada frente, o método mais utilizado é a programação linear, através da resolução do problema da mistura, ou blendagem. Entretanto, no problema em pauta, de planejamento operacional de lavra, deve ser levado em consideração o gerenciamento dos equipamentos de carga e transporte, as restrições operacionais da mina, as metas de qualidade e as metas de produção.

Neste sentido, Costa *et al.* (2004) e Costa *et al.* (2005) generalizaram o modelo de Merschmann e Pinto (2001), incluindo mais restrições operacionais, além de tratar vários requisitos operacionais de forma conjunta. No primeiro trabalho, faz-se a alocação dinâmica dos caminhões, enquanto o segundo, a alocação estática. Em ambos os trabalhos foi utilizada a programação linear por metas (*goal programming*), sendo considerada uma função mono-objetivo representada pela soma ponderada dos desvios das metas de produção e qualidade requeridas.

Uma vez que o ritmo de lavra de cada frente também depende da administração logística, no tocante às características dos equipamentos de carga e transporte que nelas operam, Guimarães *et al.* (2007) desenvolveram um modelo de programação linear por metas e alocação dinâmica que acrescentava ao modelo de Costa *et al.* (2004) restrições de taxa de utilização dos veículos de transporte. Além disso, a formulação proposta considerava um terceiro objetivo, o da minimização do número de veículos. Para validar os resultados da otimização, foi desenvolvido um modelo de simulação, já que o modelo de otimização não capta tempos de fila dos caminhões nas frentes e variações nos tempos de ciclo dos caminhões.

3. MODELO MATEMÁTICO

Nesta seção é estendido o modelo de programação matemática para o planejamento operacional de lavra com alocação dinâmica de caminhões, proposto por Guimarães *et al.* (2007). Consideram-se, neste modelo, tempo de ciclo relacionado com o tipo do caminhão, dois pontos de descarga (britador e pilha de estéril), distância da frente de lavra em relação aos pontos de descarga, bem como o tipo de material transportado (minério ou estéril).

Para a apresentação do modelo, considere os seguintes dados de entrada:

M	: Conjunto de frentes de minério;
E	: Conjunto de frentes de estéril;
F	: Conjunto de frentes formado por $M \cup E$
S	: Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
C	: Conjunto de equipamentos de carga;
V	: Conjunto de equipamentos de transporte;
N	: Conjunto de nós formado pelo conjunto F mais os nós b , p , <i>início</i> e <i>fim</i> ;
b	: Nó que representa o britador primário (ponto de descarga de minério);
p	: Nó que representa a pilha de estéril (ponto de descarga de estéril);
<i>início</i>	: Nó fictício que representa o nó origem inicial;
<i>fim</i>	: Nó fictício que representa o nó destino final;
Pr	: Ritmo de lavra recomendado (t/h);
Pl	: Ritmo de lavra mínimo (t/h);
Pu	: Ritmo de lavra máximo (t/h);
α^-	: Penalidade por desvio negativo da produção;
α^+	: Penalidade por desvio positivo da produção;
t_{ij}	: Teor do parâmetro j na frente i (%);
tr_j	: Teor recomendado para o parâmetro j na mistura (%);
tl_j	: Teor mínimo admissível para o parâmetro j na mistura (%);
tu_j	: Teor máximo admissível para o parâmetro j na mistura (%);
Qu_i	: Ritmo de lavra máximo para a frente i (t/h);
Rem	: Relação estéril/minério requerida;
Clm_k	: Produção mínima de minério do equipamento de carga k (t/h);
Cum_k	: Produção máxima de minério do equipamento de carga k (t/h);
Cle_k	: Produção mínima de estéril do equipamento de carga k (t/h);
Cue_k	: Produção máxima de estéril do equipamento de carga k (t/h);
cap_{ml}	: Capacidade do caminhão l transportando minério (t);

- $capel$: Capacidade do caminhão l transportando estéril (t);
 Tx : Taxa máxima permitida de utilização do caminhão l (%);
 $capm_l$: Capacidade de minério dos caminhões l ;
 $cape_l$: Capacidade de estéril dos caminhões l ;
 ε_{cam} : Limite máximo de caminhões utilizados;
 $T_{l,o,d}$: Tempo de viagem do caminhão l do nó de origem o até o nó de destino d ;
 T_{Cl} : Tempo de ciclo total do caminhão l para todas as viagens para ele alocadas;
 g_{lk} : 1 se o caminhão l é compatível com a carregadeira k ; 0 caso contrário.

Definamos as seguintes variáveis de decisão:

- x_i : Ritmo de lavra da frente i (t/h);
 y_{ik} : 1 se o equipamento de carga k opera na frente i ; 0 caso contrário;
 n_{il} : Número de viagens que um caminhão l realiza à frente i ;
 P^- : Desvio negativo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);
 P^+ : Desvio positivo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);
 d_j^- : Desvio negativo do parâmetro j na mistura (t/h);
 d_j^+ : Desvio positivo do parâmetro j na mistura (t/h);
 $z_{l,o,d}$: Número de vezes que o caminhão l irá percorrer o arco (o,d) ;
 u_l : 1 se veículo l é usado; 0 caso contrário.

O modelo de programação matemática de fluxo em redes relativo à alocação dinâmica de uma frota heterogênea de caminhões, levando-se em consideração metas de produção e qualidade de minérios, e o tempo de ciclo relacionado com o modelo do equipamento de transporte, distância da frente de lavra em relação ao ponto de descarga, e o tipo de material transportado é apresentado pelas equações:

$\min (\alpha^- P^- + \alpha^+ P^+)$					(1)
s.a:					

$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j)x_i$	$\leq$	0	$\forall j \in S$	(2)
$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j)x_i$	$\geq$	0	$\forall j \in S$	(3)
$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j)x_i + d_j^- - d_j^-$	$=$	0	$\forall j \in S$	(4)
$\sum_{l \in V} u_l$	$\leq$	ε_{cam}	$\forall j \in S$	(5)
$\sum_{i \in M} x_i - Pu$	$\leq$	0		(6)
$\sum_{i \in M} x_i - Pl$	$\geq$	0		(7)
$\sum_{i \in M} x_i + P^- - P^+$	$=$	Pr		(8)
x_i	$\leq$	Qu_i	$\forall i \in F$	(9)
$\sum_{i \in E} x_i - rem \sum_{i \in M} x_i$	$\geq$	0		(10)
$\sum_{k \in C} y_{ik}$	$\leq$	1	$\forall i \in F$	(11)
$\sum_{i \in F} y_{ik}$	$\leq$	1	$\forall k \in C$	(12)
$x_i - \sum_{k \in C} Cum_k y_{ik}$	$\leq$	0	$\forall i \in M$	(13)
$x_i - \sum_{k \in C} Cue_k y_{ik}$	$\leq$	0	$\forall i \in E$	(14)
$x_i - \sum_{k \in C} Clm_k y_{ik}$	$\geq$	0	$\forall i \in M$	(15)
$x_i - \sum_{k \in C} Cle_k y_{ik}$	$\geq$	0	$\forall i \in E$	(16)
$x_i - \sum_{k \in C} z_{l,o,b} capm_l$	$=$	0	$\forall i \in M, o \in M$	(17)
$x_i - \sum_{k \in C} z_{l,o,p} cape_l$	$=$	0	$\forall i \in E, o \in E$	(18)
$n_{il} - z_{l,o,b}$	$=$	0	$\forall l \in V, i \in M, o \in M$	(19)
$n_{il} - z_{l,o,p}$	$=$	0	$\forall l \in V, i \in E, o \in E$	(20)

$z_{l,b,d}$	$\leq$	1	$\forall l \in V, d \in M$	(21)
$z_{l,p,d}$	$\leq$	1	$\forall l \in V, d \in E$	(22)
$Tc_l - 60 \sum_{k \in C, g_{lk}=1} y_{ik}$	$\leq$	0	$\forall i \in F, l \in V$	(23)
$\frac{Tc_l}{60}$	$\leq$	Tx	$\forall l \in V$	(24)
$\frac{Tc_l}{60}$	$\leq$	u_l	$\forall l \in V$	(25)
$z_{l,o,d} - \sum_{o \in F} z_{l,b,o}$	$=$	0	$\forall l \in V, o \in F, d \in F$	(26)
$z_{l,o,d} - \sum_{o \in F} z_{l,p,o}$	$=$	0	$\forall l \in V, o \in F, d \in F$	(27)
$(z_{l,b,d} + z_{l,p,d}) - z_{l,o,b}$	$=$	0	$\forall l \in V, o \in M$	(28)
$(z_{l,b,d} + z_{l,p,d}) - z_{l,o,p}$	$=$	0	$\forall l \in V, o \in E$	(29)
$z_{l,b, \text{fim}} - \sum_{o \in M} z_{l,o,b}$	$=$	0	$\forall l \in V$	(30)
$z_{l,b, \text{fim}} - \sum_{o \in E} z_{l,o,p}$	$=$	0	$\forall l \in V$	(31)
u_l	$\in$	$\{0,1\}$	$\forall l \in V$	(32)
y_{ik}	$\in$	$\{0,1\}$	$\forall i \in F, k \in C$	(33)
n_{il}	$\in$	Z^+	$\forall i \in F, l \in V$	(34)
$z_{l,o,d}$	$\in$	Z^+	$\forall l \in V, o \in N, d \in N$	(35)

x_i	$\geq$	0	$\forall i \in F$	(36)
d_j^-, d_j^+	$\geq$	0	$\forall j \in S$	(37)
P^-, P^+	$\geq$	0		(38)

O tempo de ciclo total do caminhão l para todas as viagens a ele alocadas (Tc_l), em minutos, é calculado pela Eq. (39).

$$Tc_l = TcMin_l + TcEst_l \quad \forall l \in V \quad (.39)$$

Nesta equação, tem-se:

$$TcMin_l = \sum_{d \in M} (z_{l,b,d} Tv_{l,b,d} + z_{l,d,b} Tv_{l,d,b} + z_{l,p,d} Tv_{l,p,d}) \quad (40)$$

$$TcEst_l = \sum_{d \in E} (z_{l,p,d} Tv_{l,p,d} + z_{l,d,p} Tv_{l,d,p} + z_{l,b,d} Tv_{l,b,d}) \quad (41)$$

A equação (1) representa a função objetivo para o método ε -restrito, em que se deseja minimizar os desvios de produção em relação aos valores requeridos.

As restrições (2) e (3) definem limites máximos e mínimos para os parâmetros de controle. Pelo conjunto de restrições (4) objetiva-se alcançar a meta de teor dos parâmetros de controle. A restrição (5) define o limitante máximo para a quantidade de caminhões utilizados.

As restrições (6) impedem que o ritmo de lavra seja maior que a capacidade de armazenamento da mina. As restrições (7) asseguram uma produção mínima. Pela Eq. (8) visa-se alcançar o ritmo de lavra recomendado. As restrições (9) asseguram que o ritmo de lavra em cada frente não supera a quantidade de minério disponível para a frente.

A restrição (10) assegura o atendimento à relação estéril / minério recomendada. O conjunto de restrições (11) define que em cada frente há um único equipamento de carga, enquanto que (12) define que cada equipamento de carga opera no máximo em uma única frente.

As restrições (13) e (14) impedem que o ritmo de lavra em cada frente seja maior que a produtividade da carregadeira nela alocada. As restrições (15) e (16) asseguram que uma carregadeira só pode ser alocada a uma frente se sua produtividade mínima for satisfeita. As restrições (23) referem-se às compatibilidades dos caminhões com os equipamentos de cargas alocados às frentes.

Já as restrições (18) definem que o ritmo de lavra em cada frente de estéril é dado pela soma do número de viagens àquela frente feita por todos os caminhões carregando estéril. As restrições (17) têm função semelhante à das restrições anteriores, porém com caminhões carregando minério.

As restrições (21) e (22) definem que o caminhão obrigatoriamente deve realizar todas as viagens para ele alocadas primeiramente a um conjunto de frentes (somente minério ou somente estéril) e, depois, ao outro (estéril ou minério). Isto é, se o caminhão tiver que realizar 3 viagens a uma frente de minério e 2 a uma frente de estéril, então ele deve realizar todas as 3 viagens à frente de minério e só depois as duas viagens à frente de estéril.

As restrições (24) asseguram que a taxa máxima de utilização do caminhão l é respeitada. As restrições (25) asseguram que se um caminhão é usado para fazer algum carregamento, então a variável de decisão u_l assume o valor unitário.

As restrições (26), (27), (28), (29), (30) e (31) asseguram o balanceamento dos arcos para a abordagem utilizando fluxo em redes. As demais restrições (19), (20), (32), (33), (34), (35), (36), (37) e (38) definem o domínio das variáveis de decisão.

4. RESULTADOS E ANÁLISES

O modelo de programação matemática desenvolvido foi implementado no aplicativo de otimização LINGO 10.0, interfaceando com planilhas do EXCEL 2003. Os testes foram realizados em um microcomputador com processador Intel Core 2 Duo 2.0 GHz com 4 GB de RAM. Para este modelo, utilizou-se $\alpha^- = 100$, $\alpha^+ = 100$ e uma taxa de utilização máxima (T_x) de 85%, como parâmetros de entrada.

Foram utilizados dados baseados nos de Costa *et al.* (2005). Como esses autores consideravam apenas um ponto de descarga, foram utilizados tempos de operação entre as frentes e os dois pontos de descarga compatíveis com aqueles encontrados em uma mina da região de Ouro Preto, MG. Nessa base de dados há 8 carregadeiras, 12 frentes de minério, 5 de estéril e 10 parâmetros de controle de qualidade, todos químicos. A frota, com um total de trinta caminhões, é heterogênea, sendo três tipos de caminhões diferentes com dez caminhões em cada grupo.

Utilizou-se o método ε -restrito para obter o conjunto Pareto-ótimo. Os valores de ε , para a meta de minimização de caminhões e do desvio dos parâmetros de controle em relação à meta, foram reduzidos gradativamente até o problema tornar-se inviável. A estratégia usada foi reduzir a quantidade de caminhões em uma unidade, a cada iteração. Para os limites,

inferior (tl_j) e superior (tu_j) dos parâmetros de qualidade, adotou-se redução de 0%, 1%, ... , 8% nos limites, simultaneamente.

O conjunto de soluções Pareto-ótimo encontrado é mostrado na Tabela 1. Nesta tabela, a coluna **Prod** mostra o desvio de produção em relação à meta. A coluna **Teor** apresenta o somatório dos desvios de produção, em toneladas, para os parâmetros de qualidade no produto final. A coluna **Cam** mostra o número de caminhões utilizados e a coluna **Tempo** mostra o tempo gasto, em segundos, para encontrar a solução.

TABELA 1: Parâmetros de controle

Solução	Prod	Teor (ton.)	Cam	Tempo (s)
1	0	0,512	30	32
2	0	8,861	25	120
3	0	10,072	23	289

Como se observa na Tabela 1, a produção foi atingida por todas as soluções do conjunto Pareto-ótimo. A solução 1 foi a que apresentou o menor desvio total em relação à meta dos parâmetros de qualidade. Nessa solução houve a alocação de todos os equipamentos de carga, foram utilizados 30 caminhões e a relação estéril/minério foi de 0,31. As demais características dessa solução são apresentadas nas Tabela 2 e 3.

Na Tabela 2 são apresentadas as metas dos parâmetros de controle, bem como os valores encontrados na solução 1 e seus respectivos desvios , em percentagem.

TABELA 2: Parâmetros de controle

Parâmetros:	Meta (%):	Encontrado (%):	Desvio (%):
Par1	3,3	3,53	0,23
Par2	4,24	4,43	0,19
Par3	1,63	1,34	-0,29
Par4	3,92	3,61	-0,31
Par5	1,07	1,1	0,03
Par6	3,03	2,97	-0,06
Par7	1,13	1,2	0,07
Par8	1,24	1,2	-0,04
Par9	1,77	1,57	-0,2
Par10	1,71	1,83	0,12

A Tabela 3 apresenta, para cada frente, os valores do ritmo de lavra encontrados na solução 1, bem como os equipamentos de carga associados à frentes.

TABELA 3: Ritmo de lavra e equipamentos de carga

Frentes	Ritmo de Lavra (t/h)	Carregadeira
FM02	880	CAR02
FM04	870	CAR03
FM07	1080	CAR07
FM09	1090	CAR08
FM11	900	CAR04
FM12	980	CAR06
FE01	825	CAR01
FE02	1000	CAR05

Pela Tabela 1, observa-se que à medida que o número de caminhões disponíveis diminui, o tempo para alcançar a solução ótima aumenta. Por outro lado, observando-se as características das soluções obtidas, verifica-se a dificuldade de se obter uma solução com um baixo desvio de qualidade e com um número reduzido de caminhões. Além disso, há nessas soluções preferência por caminhões de pequeno porte. A justificativa para isso é que com esses tipos de caminhões é possível obter soluções com menor desvio de qualidade, já que a capacidade do veículo é menor. Entretanto, quando o número de caminhões diminui, é necessário aumentar o número de caminhões de maior porte para que a meta de produção seja alcançada. Em contrapartida, o método requer mais tempo para tentar alcançar a meta de qualidade.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho contribui com a apresentação de um novo modelo de programação matemática para a resolução do POLAD, bem como os resultados da aplicação deste. O modelo proposto utiliza a técnica de otimização multiobjetivo ε -restrito e representa uma

extensão de uma formulação encontrada na literatura. A extensão consistiu na inclusão do tempo de ciclo dos caminhões considerando-se dois pontos de descarga (britador e pilha de estéril), técnicas de fluxo em redes para alocação dos caminhões e uma abordagem multiobjetivo.

A vantagem da abordagem multiobjetivo é que, ao apresentar várias soluções atendendo a diferentes objetivos, disponibilizam-se ao planejador, alternativas para sua tomada de decisão.

Com o modelo proposto neste trabalho mostra-se que é possível otimizar as metas requeridas, as operações de transporte e carregamento, possibilitando às empresas de mineração uma melhor utilização de seus recursos.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES, CNPq e FAPEMIG (processo CEX PPM 00357/09) pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R. e YANASSE, H. . *Pesquisa operacional para cursos de engenharia*. 1ª ed. Rio de Janeiro: Editora Campus, 2007.

COSTA, F. P.. *Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral), PPGEM – UFOP, Ouro Preto, MG: 2005

COSTA, F. P.; SOUZA, M. J. F. e PINTO, L. R.. Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. Ouro Preto, MG: *Revista da Escola de Minas*, 2005, v. 58, pp. 77-81.

COSTA, F. P.; SOUZA, M. J. F. e PINTO, L. R.. Um modelo de alocação dinâmica de caminhões. São Paulo, SP: *Revista Brasil Mineral*, 2004, v. 231, pp. 26-31.

MERSCHMANN, L. H. C. e PINTO, L. R.. Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos. Ouro Preto, MG: *Revista Escola de Minas - REM*, 2001, v. 54, n. 3, pp. 211-214.

PANTUZA JR, G.. *A utilização de ferramentas da pesquisa operacional aplicadas ao planejamento de lavra em minas a céu aberto*. Monografia de graduação em Engenharia de Produção, Ouro Preto, MG: UFOP. 2008.

GUIMARÃES, I. F.; PANTUZA JR, G. e SOUZA, M. J. F.. Modelo de simulação computacional para validação dos resultados de alocação dinâmica de caminhões com

atendimento de metas de qualidade e de produção em minas a céu aberto. *Anais do XIV Simpósio de Engenharia de Produção – SIMPEP*, Bauru, SP: 2007.

RODRIGUES, L. F.. *Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Belo Horizonte, MG: UFMG, 2006.

SOUZA, M. J. F.; COELHO, I. M.; RIBAS, S.; SANTOS, H. G. e MERSCHMANN, L. H. C.. A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem. *European Journal of Operational Research*, 2010, v. 207, pp. 1041-1051.