# UM MODELO DE ALOCAÇÃO DINÂMICA DE CAMINHÕES VISANDO AO ATENDIMENTO DE METAS DE PRODUÇÃO E QUALIDADE

Felippe Pereira da Costa, PPGEM/UFOP, Mestrando. felippe@mineral.em.ufop.br

Marcone Jamilson Freitas Souza, PPGEM/UFOP e DECOM/UFOP, Prof. Adjunto. marcone@iceb.ufop.br

> Luiz Ricardo Pinto, DEP/UFMG, Prof. Adjunto. luiz@dep.ufmg.br

#### **RESUMO**

Este trabalho desenvolve um modelo de programação linear por metas aplicado a um problema de planejamento de produção em mineração, onde a principal decisão é determinar o ritmo de lavra de cada frente de modo a fornecer à usina de beneficiamento uma alimentação adequada. Como cada frente possui características de qualidade diferentes, o ritmo de lavra deve ser realizado de forma proporcional, gerando uma alimentação que atenda as metas de qualidade e produção preestabelecidas. De forma a atender as metas de qualidade e produção utilizou-se a técnica de programação linear por metas. Uma vez que a definição dos ritmos de lavra de cada frente também depende das características dos equipamentos de carga e transporte que nelas operam, é necessário alocá-los de acordo com suas capacidades de produção e compatibilidade. Um modelo de programação matemática para a alocação dinâmica de caminhões é apresentado. Nesse modelo, que visa prevenir a formação de filas, considera-se que os caminhões ao final de cada ciclo são direcionados a um ponto de carga, não necessariamente o mesmo acessado anteriormente. O modelo desenvolvido foi implementado no software de otimização LINGO 7.0 interfaceando com planilhas do EXCEL 2000, proporcionando, desta forma, uma melhor interação entre o usuário e o aplicativo. O modelo foi validado usando uma instância teste disponível na literatura, acrescida de metas de produção e qualidade.

Palavras chave: planejamento de lavra, mistura de minérios, programação por metas.

#### **ABSTRACT**

This paper develops a goal programming model applied to mining production planning, where the main decision is to determine the run of each work bench in order to supply the processing plant with an appropriate feeding. As each working bench holds different characteristics of quality, the run must be accomplished in a proportional way, in order to produce an adequate feeding, considering the given quality and production goals. The goal programming technique was used to accomplish the quality and production goals. Once the definition of the runs of each work bench also depend on the characteristics of the load and haulage equipments that operate in the mine, it is necessary to allocate them in agreement with its production capacity and compatibility. A truck dynamic allocation model, based on mathematical programming, is presented. In this model, that aims to prevent the formation of queue, it is considered that the trucks at the end of each cycle are headed to a load point, not necessarily the same previous point. The model was implemented using the optimization software LINGO 7.0 in conjunction with EXCEL 2000 spreadsheet, providing a better interaction between the user and the application. The model was validated using a test instance from the literature, added with production and quality goals.

**Keywords:** mining planning, ore blending, goal programming.

# 1. INTRODUÇÃO

O principal objetivo do planejamento de produção em uma mina a céu aberto é a determinação de qual ritmo de lavra será implementado em cada frente, fornecendo à usina de beneficiamento uma alimentação adequada. Cada frente de lavra possui características de qualidade diferentes, tais como o teor de determinado elemento químico ou a percentagem de minério em determinada granulometria. Assim, cada frente deve contribuir com uma quantidade para que o produto final esteja em conformidade com as exigências do cliente. O método mais utilizado para determinar a proporção de minério proveniente de cada frente é a programação linear, através da resolução do problema da mistura, ou blendagem. Outro método, mais eficiente, é abordado por Chanda e Dagdelen (1995) utilizando a programação linear por metas para resolver o problema da mistura com o atendimento de metas de qualidade e produção. O atendimento às metas de produção é importante, pois uma produção superior à requerida pode causar problemas como a falta de espaço adequado em estoque e custos adicionais de manuseio, já uma produção inferior causa uma redução na taxa de utilização dos equipamentos da mina e da usina de beneficiamento, além de multas contratuais pelo não fornecimento do produto. Outro aspecto relacionado ao atendimento às metas, agora considerando as especificações de qualidade da alimentação da usina de beneficiamento, está ligado ao controle das flutuações que devem ser mínimas, tornando o processamento mais eficiente, ou ainda, previamente determinadas para que sejam tomadas as devidas providências de ajuste na usina de beneficiamento.

Em casos reais da indústria mineral existe uma série de outras questões que devem ser consideradas e que normalmente não são abordadas em conjunto na literatura. Otimizar o problema em partes pode gerar conflitos que inviabilizam a implementação das soluções. No caso do planejamento operacional de lavra é necessário resolver o problema da mistura de minério levando em consideração as restrições relacionadas à realidade operacional da mina. Pinto e Merschmann (2001), Merschmann (2002) e Pinto et al. (2003) abordam três dessas questões. A primeira refere-se à relação estéril/minério, e visa prevenir que somente minério seja lavrado, possibilitando a liberação de novas frentes de minério ou a implantação de obras necessárias para viabilizar as operações na mina. A segunda diz respeito à alocação de equipamentos de carga. A alocação de um equipamento de carga deve ser realizada de modo a utilizar ao máximo sua capacidade de produção, pois ela limita o ritmo de lavra da frente onde está alocada, e deve, ainda, considerar a compatibilidade com os equipamentos de transporte. A terceira questão está relacionada ao sistema de transporte de material adotado. Para isso existem, basicamente, dois sistemas de alocação de equipamentos de transporte, no caso de caminhões, a alocação dinâmica e a alocação estática. Neste trabalho adota-se o sistema de alocação dinâmica de caminhões, considerado mais eficiente do que o sistema de alocação estática, pois ao possibilitar a prevenção de filas, aumenta a produtividade dos caminhões.

Neste trabalho um modelo de programação linear por metas é desenvolvido contemplando todas as questões levantadas anteriormente. Substituem-se as restrições não lineares propostas em Pinto e Merschmann (2001), Merschmann (2002) e Pinto et al. (2003) por restrições lineares equivalentes, de forma a garantir a otimalidade da solução gerada. O modelo foi implementado no software de otimização LINGO 7.0 interfaceando com planilhas do EXCEL 2000, proporcionando desta forma, uma melhor interação entre o usuário e o aplicativo. Para validar o modelo, foi usada uma

instância teste disponível em Pinto et al. (2003), acrescida de metas de qualidade e produção.

Este trabalho está organizado como segue. Na seção 2, descreve-se o problema de alocação dinâmica de caminhões. Na seção 3 apresenta-se o modelo de programação linear por metas para resolver o problema abordado. Os resultados obtidos pela aplicação do modelo são apresentados e discutidos na seção 4, enquanto a última seção conclui o trabalho.

# 2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DINÂMICA DE CAMINHÕES

O problema de alocação dinâmica de caminhões abordado engloba os problemas de mistura de minérios e de alocação de equipamentos de carga, os quais encontram-se descritos nas seções 2.1 e 2.2.

## 2.1. MISTURA DE MINÉRIOS

O problema da mistura de minérios considerado neste trabalho consiste na determinação de quanto minério proveniente de cada frente deve ser misturado de modo a satisfazer as exigências do cliente. Como cada frente de lavra possui características de qualidade diferentes, tais como o teor de determinado elemento químico ou a percentagem de minério em determinada granulometria torna-se necessário determinar a proporção do ritmo de lavra de cada frente que gere uma alimentação que atenda as metas de qualidade e produção preestabelecidas. Entretanto, tais metas podem não ser alcançadas. Assim, para que o produto seja aceito, os parâmetros de qualidade devem ter valores pertencentes a um intervalo especificado pelo cliente. Vale lembrar que o termo "mistura de minérios" diz respeito à determinação desta proporção e não deve ser confundido com "homogeneização de minério", processo no qual pretende-se que todo o minério misturado possua as mesmas características.

## 2.2. ALOCAÇÃO DE EQUIPAMENTOS DE CARGA

Para viabilizar a lavra em diferentes frentes, uma mina conta com uma frota de equipamentos de carga, os quais devem ser alocados de acordo com suas disponibilidades de operação e produtividades. Estas questões são abordadas por Pinto e Merschmann (2001), Merschmann (2002) e Pinto et al. (2003) e definem que o ritmo de lavra de cada frente depende do equipamento de carga a ela alocada. A produtividade do equipamento de carga é limitada superiormente pelo número máximo de ciclos de carga por hora vezes sua capacidade de carga, e inferiormente por um valor que torna viável sua utilização.

# 2.3. ALOCAÇÃO DINÂMICA DE CAMINHÕES

O problema de alocação dinâmica de caminhões tem como solução o número de viagens a serem realizadas pelos caminhões em cada frente. Tal número de viagens deve ser o mínimo necessário para garantir um produto final que atenda as especificações preestabelecidas pelo cliente. Além disso, essa quantidade mínima de viagens deve prevenir a formação de filas nos pontos de carga e basculamento, de forma a aumentar a produtividade da frota. O aumento de produtividade da frota pode refletir um aumento na produção da mina ou a redução do número de equipamentos necessários para manter o mesmo nível de produção. Um eficiente algoritmo para a alocação dinâmica de caminhões é importante porque ele integra um sistema de despacho computadorizado. Um sistema de despacho reúne, ainda, um

algoritmo de sequenciamento de viagens, um sistema de comunicação entre os equipamentos de carga e caminhões e uma central de comandos. Segundo White e Olson (1986), para que o sistema de despacho de caminhões seja completo é importante que o sistema de monitoramento dos equipamentos seja preciso e confiável, de modo que as operações da mina possam ser otimizadas em tempo real.

## 3. MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR POR METAS

O problema abordado envolve um conjunto de frentes de minério e estéril que devem ser lavradas de modo a atender as metas de qualidade e produção preestabelecidas, além de uma relação estéril/minério desejada. Existe ainda uma frota de equipamentos de carga, os quais devem ser alocados às frentes de modo a viabilizar a lavra. O material retirado das frentes deve ser transportado por uma frota homogênea de caminhões, ou seja, caminhões com capacidades de transporte iguais.

Para o desenvolvimento do modelo de programação matemática relativo a esse problema sejam:

```
M: Conjunto de frentes de minério;
E: Conjunto de frentes de estéril;
F: Conjunto de frentes formado por M \cup E;
S: Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério:
C: Conjunto de equipamentos de carga;
e<sub>i:</sub> Economia obtida, por t/h, com a utilização do minério proveniente da
frente i;
Pr. Ritmo de lavra recomendado (t/h);
Pl: Ritmo de lavra mínimo (t/h);
Pu: Ritmo de lavra máximo (t/h);
â: Penalidade por desvio negativo do ritmo de lavra;
â<sup>+</sup>: Penalidade por desvio positivo do ritmo de lavra;
t_{ii}: Teor do parâmetro j na frente i (%);
tr;. Teor recomendado para o parâmetro j no produto final (%);
tu<sub>i</sub>: Teor máximo admissível para o parâmetro j no produto final (%);
tl; Teor mínimo admissível para o parâmetro j no produto final (%);
\hat{a_i}: Penalidade por desvio negativo para o parâmetro i no produto final;
\acute{a_i}^+: Penalidade por desvio positivo para o parâmetro i no produto final;
rem: Relação estéril/minério mínima requerida;
Cl_k: Produção mínima do equipamento de carga k (t/h);
Cs_k: Produção máxima do equipamento de carga k (t/h);
cap: Capacidade dos caminhões (t);
tc; Tempo de carga, em minutos, dos caminhões na frente i;
Sejam as seguintes variáveis de decisão:
x_i: Ritmo de lavra da frente i (t/h);
y_{ik:} 1 se o equipamento de carga k opera na frente i;
      0 caso contrário.
```

Sejam, também, as seguintes variáveis de desvio:

- $d_i$ : Desvio negativo do parâmetro *i* no produto final (t/h);
- $d_i^+$ : Desvio positivo do parâmetro *j* no produto final (t/h);
- P: Desvio negativo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);
- P<sup>+</sup>: Desvio positivo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);

O modelo de programação matemática relativo à alocação dinâmica de caminhões, levando-se em consideração metas de produção e qualidade dos minérios, é apresentado pelas equações (1) a (15).

$$\max \sum_{i \in M} e_i x_i - \sum_{j \in S} \boldsymbol{a}_j^- d_j^- - \sum_{j \in S} \boldsymbol{a}_j^+ d_j^+ - \boldsymbol{b}^- P^- - \boldsymbol{b}^+ P^+$$
(1)

s.a:

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \qquad \forall j \in S$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \qquad \forall j \in S$$

$$(3)$$

$$(7_j) x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \qquad \forall j \in S$$

$$(4)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \ge 0 \qquad \forall j \in S$$
 (3)

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j) x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \qquad \forall j \in S$$
 (4)

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \le 0 \tag{5}$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \ge 0 \tag{6}$$

$$\sum_{i \in M} x_i^{-Pr + P^- - P^+} = 0 (7)$$

$$x_i \ge 0 \qquad \forall i \in F$$
 (8)

$$\sum_{i \in E} x_i - rem \sum_{i \in M} x_i \ge 0 \qquad \forall i \in F$$
(8)

$$\sum_{i \in M} y_{ik} \leq 1 \qquad \forall i \in F \qquad (10)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \qquad \forall k \in C \qquad (11)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \le 1 \qquad \forall k \in C \tag{11}$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in F, k \in C \tag{12}$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in F, k \in C$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cs_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cl_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in F$$

$$(13)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cl_k y_{ik} \ge 0 \qquad \forall i \in F$$
 (14)

$$x_i - \frac{60 \times cap}{tc_i} \le 0 \qquad \forall i \in F$$
 (15)

As restrições (2) e (3) definem limites máximos e mínimos para os parâmetros de qualidade da mistura, enquanto as restrições (5) e (6) limitam o máximo e o mínimo de minério a ser produzido.

As restrições (4) e (7), propostas por Chanda e Dagdelen (1995) e desenvolvidas a partir do método de programação por metas (qoal programming), visam medir os desvios de qualidade e produção, respectivamente, em relação aos valores requeridos. A restrição (8) impede que valores negativos de produção sejam aceitos. Com a inclusão das restrições (4) e (7), a função com o único objetivo de maximizar a produção de minério utilizada em Pinto e Merschmann (2001), Merschmann (2002) e Pinto et al. (2003) foi alterada para a função multiobjetivo (1), onde desejase, além da maximização da produção, que sejam minimizados os desvios de produção e qualidade em relação aos valores requeridos.

A restrição (9) diz respeito ao atendimento da relação estéril/minério. A restrição (10) define que cada frente possui um único equipamento de carga, enquanto a restrição (11) define que cada equipamento de carga opera em uma única frente. A restrição (12) define se um equipamento de carga deve ou não ser alocado a uma determinada frente de lavra. As restrições (13)-

(14) limitam o ritmo de lavra da frente onde um determinado equipamento de carga está alocado, de acordo com sua capacidade de produção máxima e mínima, respectivamente.

A restrição (15) define o ritmo de lavra máximo para uma frente de acordo com o valor de produção máxima dos caminhões nela alocados, prevenindo a formação de filas.

#### 4. RESULTADOS

O modelo de programação matemática desenvolvido foi implementado no aplicativo de otimização LINGO 7.0, interfaceando com planilhas do EXCEL 2000.

Para testar o modelo foram utilizados os dados considerados em Pinto et al. (2003). Os parâmetros de qualidade analisados referem-se aos teores de 10 elementos químicos presentes em 12 frentes de minério (FM) de um total de 17 frentes e são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Teores presentes nas frentes de minério (%)

Frentes	VAR1	VAR2	VAR3	VAR4	VAR5	VAR6	VAR7	VAR8	VAR9	VAR10
FM1	2,20	3,30	3,00	5,40	0,90	3,30	0,80	1,40	2,70	1,10
FM2	2,40	3,47	2,75	5,13	0,93	3,25	0,86	1,37	2,53	1,21
FM3	2,60	3,64	2,50	4,86	0,96	3,20	0,92	1,34	2,36	1,32
FM4	2,80	3,81	2,25	4,59	0,99	3,15	0,98	1,31	2,19	1,43
FM5	3,00	3,98	2,00	4,32	1,02	3,10	1,04	1,28	2,02	1,54
FM6	3,20	4,15	1,75	4,05	1,05	3,05	1,10	1,25	1,85	1,65
FM7	3,40	4,32	1,50	3,78	1,08	3,00	1,16	1,22	1,68	1,76
FM8	3,60	4,49	1,25	3,51	1,11	2,95	1,22	1,19	1,51	1,87
FM9	3,80	4,66	1,00	3,24	1,14	2,90	1,28	1,16	1,34	1,98
FM10	4,00	4,83	0,75	2,97	1,17	2,85	1,34	1,13	1,17	2,09
FM11	4,20	5,00	0,50	2,70	1,20	2,80	1,40	1,10	1,00	2,20
FM12	4,40	5,17	0,25	2,43	1,23	2,75	1,46	1,07	0,83	2,31

Como o modelo de Pinto et al. (2003) não possuía metas de qualidade, estas foram estipuladas como sendo a média entre os limites superior e inferior de cada um desses parâmetros, a Tabela 2 encontra-se as especificações de qualidade do produto preestabelecidas pelo cliente, são apresentados os limites superior e inferior de cada um dos parâmetros de controle e as metas a serem alcançadas.

Tabela 2 – Especificações de qualidade preestabelecidas (%)

	VAR1	VAR2	VAR3	VAR4	VAR5	VAR6	VAR7	VAR8	VAR9	VAR10
Mínimo	2,40	3,47	0,50	2,70	0,93	2,80	0,86	1,10	1,00	1,21
Máximo	4,20	5,00	2,75	5,13	1,20	3,25	1,40	1,37	2,53	2,20
Meta	3,30	4,24	1,63	3,92	1,07	3,03	1,13	1,24	1,77	1,71

A produção de minério foi limitada superiormente a 7.000 t, inferiormente a 4.000 t e com valor meta de 6.000 t. A relação estéril/minério mínima considerada foi de 0,3 toneladas de estéril por tonelada de minério. São utilizados caminhões com capacidades para transportar 50 t de material. Os equipamentos de carga possuem as capacidades mínimas e máximas de produção apresentadas na Tabela 3.

Tabela 3 – Capacidade de produção dos equipamentos de carga (t/h)

	abola o	Capacida	ao ao pioc	auguo uoo	oquipaino	11100 00 00	11 ga (411)	
Produção (t/h)	CAR1	CAR2	CAR3	CAR4	CAR5	CAR6	CAR7	CAR8
Mínimo	300	300	300	300	350	350	400	400
Máximo	900	900	900	900	1000	1000	1100	1100

A Tabela 4 apresenta os valores dos tempos de deslocamento vazio e carregado, respectivamente, TDV e TDC.TC e TD representam os tempos de operações de carga e de descarga e tempo total de ciclo é apresentado na coluna TT. A partir do valor dos tempos e da capacidade dos caminhões é possível calcular alguns parâmetros como a capacidade máxima de produção de um caminhão em uma frente, coluna CMPC, o número máximo de caminhões por hora e a produção máxima por frente , que são mostrados nas colunas NMCH e PMF da Tabela 4.

Tabela 4 – Tempos, capacidades de produção e número máximo de caminhões por frente

Frentes	TDV	TDC	TC	TD	TT	СМРС	NMCH	PMF
rientes	(min)	(min)	(min)	(min)	(min)	(t/h)	(caminhões/h)	(t/h)
FM1	2,6	2,9	2,5	0,8	8,8	340,9	3,52	1200
FM2	2,7	3	2,5	0,8	9	333,3	3,6	1200
FM3	2,8	3,1	2,5	0,8	9,2	326,1	3,68	1200
FM4	2,9	3,2	2,5	0,8	9,4	319,1	3,76	1200
FM5	3	3,3	2,5	0,8	9,6	312,5	3,84	1200
FM6	2,6	2,8	2,5	0,8	8,7	344,8	3,48	1200
FM7	2,3	3,5	2,5	0,8	9,1	329,7	3,64	1200
FM8	2,7	3,4	2,5	0,8	9,4	319,1	3,76	1200
FM9	2,4	3,1	2,5	0,8	8,8	340,9	3,52	1200
FM10	2,9	3,2	2,5	0,8	9,4	319,1	3,76	1200
FM11	2,1	3,6	2,5	0,8	9	333,3	3,6	1200
FM12	2,5	3,5	2,5	0,8	9,3	322,6	3,72	1200
FE1	2,6	3,7	2,5	0,8	9,6	312,5	3,84	1200
FE2	2,3	3,4	2,5	0,8	9	333,3	3,6	1200
FE3	2,4	3,2	2,5	0,8	8,9	337,1	3,56	1200
FE4	2,5	3,4	2,5	0,8	9,2	326,1	3,68	1200
FE5	2,8	3,8	2,5	0,8	9,9	303,0	3,96	1200

O teste foi realizado em um microcomputador com processador AMD Duron 1.0 GHz com 256 MB de RAM, demandando aproximadamente 1 segundo de processamento para obter a solução ótima para o problema.

Não houve desvios de qualidade e produção em relação às metas requeridas, obtendo-se uma relação estéril/minério de 0,3. Foram alocados todos os 8 equipamentos de carga disponíveis, operando com produção máxima, e utilizados 24 caminhões de capacidade de 50 t. A Tabela 5 apresenta a solução ótima obtida. Nesta tabela, a coluna CARGA representa o equipamento de carga alocado à frente, NC e NV representam, respectivamente, o número de caminhões e o número de viagens necessário para cada frente.

Tabela 5 – Resultados

Frentes	CARGA	Ritmo de Lavra (t/h)	NC	NV
FM3	CAR7	1.100	3,37	22,0
FM4	CAR5	1.000	3,13	20,0
FM5	CAR6	1.000	3,20	20,0
FM6	CAR1	900	2,61	18,0
FM9	CAR2	900	2,64	18,0
FM12	CAR8	1.100	3,41	22,0
FE2	CAR3	900	2,70	18,0
FE3	CAR4	900	2,67	18,0

#### 5. CONCLUSÃO

Apresenta-se neste trabalho um modelo de programação linear por metas aplicado a um problema de planejamento de produção em mineração, onde a principal decisão é determinar o ritmo de lavra de cada frente de modo a fornecer à usina de beneficiamento uma alimentação adequada. Para aumentar a produtividade dos equipamentos de transporte, a alocação desses às frentes é feita dinamicamente ao final de ciclo de carga e descarga. Os resultados obtidos com a aplicação do modelo desenvolvido demonstram que é possível atingir as metas requeridas e otimizar as operações de transporte e carregamento. Esta situação muitas vezes não é alcançada em empresas de mineração brasileiras, que geralmente aplicam o método de tentativa e erro utilizando planilhas eletrônicas para tão somente tentar resolver o problema da mistura.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Chanda, E. K. C. e Dagdelen, KADRI. (1995) Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment, v. 9, p. 203-208.

Merschmann, L. H. C. (2002) Desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para análise de cenários de produção em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, Programa de Engenharia de Produção/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

Pinto, L. R.; Biajoli, F. L. e Mine, O. M. (2003) Uso de otimizador em planilhas eletrônicas para auxílio ao planejamento de lavra. Relatório técnico, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mineral, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais.

Pinto, L. R. e Merschmann, L. H. C. (2001) Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos. Revista Escola de Minas, v. 54, n. 3, p. 211-214.