

# OTIMIZAÇÃO DA OPERAÇÃO DOS VEÍCULOS DE EMPRESAS DO TRANSPORTE PÚBLICO DE BELO HORIZONTE

**Gustavo Peixoto Silva**

Departamento de Computação  
Universidade Federal de Ouro Preto  
[gustavo@iceb.ufop.br](mailto:gustavo@iceb.ufop.br)

**Mariza Salvador S. Bicalho**

Departamento de Engenharia de Produção  
Universidade Federal de Ouro Preto  
[marizabicalho@yahoo.com.br](mailto:marizabicalho@yahoo.com.br)

**Marcene Jamilson Freitas Souza**

Departamento de Computação  
Universidade Federal de Ouro Preto  
[marcene@iceb.ufop.br](mailto:marcene@iceb.ufop.br)

## Resumo

Este trabalho utiliza modelos de fluxo em redes para resolver o problema de programação de veículos no transporte coletivo por ônibus. Este problema, denominado na literatura de *vehicle scheduling problem*, é tradicionalmente modelado como um problema de pseudo-designação, e resolvido com algoritmos específicos. Porém, mesmo para casos considerados pequenos, a rede subjacente alcança tal dimensão que demanda um esforço computacional muitas vezes impraticável. Para contornar essa dificuldade, foi aplicado o método *Arcgen* que representa o problema através de um modelo de circulação e utiliza a técnica de geração de arcos combinada com o algoritmo *out-of-kilter* para otimização em redes. Esta metodologia foi utilizada no estudo de dois casos de portes distintos que operam na cidade de Belo Horizonte. São apresentados os resultados obtidos com o estudo dos casos mencionados acima, os quais apontaram diferentes opções para a programação dos veículos, verificando-se: a) a possibilidade de redução nos seus custos operacionais e b) a aplicabilidade prática de soluções teóricas, comparando-as com as programações adotadas pelas empresas.

**Palavras chave:** Programação de veículos, ônibus urbano, fluxo em redes, geração de arcos.

## Abstract

This work tackles the mass transit vehicle scheduling problem through network flow approach. This problem is usually modeled as a quasi-assignment problem and solved with specific algorithms. However, in most real cases, the underlying network is of such size that the computational time required to solve the problem

becomes prohibitive. In order to overcome this problem, it was applied the *Arcgen* methodology, which represents the problem as a flow circulation model and combines an arc generation technique with the *out-of-kilter* algorithm. So, is possible to decrease the number of arcs considered in the optimization process. This methodology was applied to different real cases of different sizes, operating in Belo Horizonte city. The results obtained to each bus company studied pointed out to a) possible reduction in the operational costs incurred by bus conduction and b) the practical applicability of the theoretic solutions, when compared with the current solutions adopted by the companies.

**Keywords:** Vehicle scheduling, bus transit, network flow algorithms, arc generation.

## 1. Introdução

Os aspectos fundamentais no dimensionamento e no sequenciamento das atividades da frota operacional de uma empresa de ônibus que atua no sistema de transporte público consiste em: a) determinar o número mínimo de veículos necessários para realizar um dado conjunto de viagens, e b) definir a seqüência de viagens a ser executada por cada veículo da frota mínima, de tal forma que o custo da operação seja minimizado [1].

Este problema, denominado na literatura de Problema de Programação de Veículos (*Vehicle Scheduling Problem*) é trivial quando o número de linhas é reduzido, mas ele se complica à medida que o número de viagens a serem executadas aumenta. Para as situações mais complexas a utilização de métodos matemáticos pode levar a uma redução no custo operacional da programação, ou mesmo no número de veículos necessários [2]. Em casos reais, o problema de otimização atinge dimensões cujo tempo de processamento é muito grande. A redução do tempo de processamento pode ser alcançada aplicando técnicas de redução da rede tais como aquelas propostas por Silva [8], que representa o problema como um problema de circulação e utiliza a técnica de geração de arcos combinada com o algoritmo *out-of-kilter*.

O modelo matemático para o Problema de Programação de Veículos – PPV pode ser visto como um Problema de Programação Inteira ou como um Problema de Fluxo em Redes. São inúmeros os autores que utilizam modelos de fluxo em redes para resolver o PPV, como pode ser verificado nos trabalhos [1], [2], [3] e [7]. Isto se deve pela eficiência de tais modelos em representar o problema e na simplicidade de implementação dos algoritmos de fluxo em redes, os quais, na sua maioria, apresentam complexidade polinomial.

O método *ArcGen* transforma a formulação de pseudo-designação proposta por Paixão e Branco [7] em um problema de circulação, que é resolvido com o algoritmo *out-of-Kilter* combinado com a técnica de geração de arcos apresentada por Löbel [6]. Desta forma, o problema de programação de veículos pode ser resolvido sem que haja degeneração no tempo de processamento [9].

Neste trabalho pretende-se estudar a operação de duas empresas de diferentes portes que atuam na cidade de Belo Horizonte, tendo em vista a alocação de suas frotas. Neste sentido, para cada uma das empresas são apresentadas diferentes soluções para o problema de programação dos veículos que otimizem a utilização de suas frotas. Assim, este trabalho apresenta os seguintes objetivos:

- a) Aplicar o método de programação de ônibus urbano *Arcgen* desenvolvida em [8] a um conjunto de linhas do transporte coletivo sob a responsabilidade de cada uma das empresas estudadas.
- b) Comparar as programações obtidas com as programações atuais das empresas, confrontando os custos fixos (número de veículos) e custos variáveis (tempo de viagem morta e tempo de terminal).
- c) Realizar um estudo comparativo entre as duas empresas, verificando a utilização de seus recursos disponíveis, e a relação entre as empresas e suas respectivas operações.

## **2. Metodologia adotada**

Para otimizar a operação da frota dos casos estudados, foi utilizado o método *ArcGen*. Esse método possibilita testar possíveis variações na forma de operação das empresas, tendo em vista otimizar a frota empenhada. Nesse sentido foram testadas as seguintes hipóteses operacionais:

- a) Considerar a filosofia corrente da empresa, na qual os veículos não podem operar em linhas distintas. Na prática diz-se que os veículos são “cativos às suas respectivas linhas”.
- b) Aumentar a flexibilidade na operação, considerando que os veículos possam executar viagens de linhas distintas dentro de um mesmo grupo. Nesta situação as linhas são agrupadas segundo suas similaridades, possibilitando, na prática, a troca de linha por parte dos veículos durante a operação.

A seguir é apresentada uma breve descrição do método de resolução adotado nesse trabalho.

## 2.1 O método *ArcGen* para a resolução do PPV

As diferentes representações do PPV como problema de fluxo em redes contam com um elevado número de arcos, mesmo para situações de pequeno e médio porte, comprometendo assim o tempo de processamento para obtenção da solução ótima (Silva et al., [9]). Para minimizar o tempo de processamento, Silva [8] desenvolveu o método *ArcGen*, que é uma adaptação da técnica de geração de colunas da programação linear à teoria de grafos, denominada geração de arcos (Löbel, [6]). E a combina com o algoritmo *out-of-kilter* para resolver o problema resultante de otimização em redes (Fulkerson, [4]).

A técnica de geração de arcos consiste em resolver uma seqüência de problemas, iniciando com uma rede composta por um pequeno conjunto de arcos com grandes possibilidades de serem utilizados na solução. A partir dos valores duais, fornecidos pela solução do problema corrente, é feita uma busca na lista de arcos fora da rede, identificando aqueles com capacidade de melhorar a solução. Se for encontrado algum arco com esta característica, este arco é incorporado à rede e o problema é resolvido novamente. Este processo é repetido até que nenhum arco externo possa melhorar a solução. Quando isto ocorrer o problema está resolvido e a solução corrente é a ótima.

Para tirar proveito da técnica descrita acima os arcos da rede são classificados em dois grupos:

- a) *arcos longos*: são aqueles que ligam duas viagens cujo tempo de espera entre elas é grande o suficiente para que o veículo retorne temporariamente à garagem durante a operação.
- b) *arcos curtos*: são aqueles que ligam viagens cujo tempo de espera entre elas não justifica ou não permite um retorno temporário do veículo à garagem.

Assim, dada a rede bipartida  $G = (N, A)$  construída segundo o modelo de circulação (Silva [8]), particiona-se o conjunto de arcos  $A$  em um subconjunto de arcos longos  $A^l \subset A$  e outro subconjunto de arcos curtos  $A^c$ , dado por  $A^c = A - A^l$ . Embora a maioria dos arcos na rede seja constituída de arcos longos, apenas uma pequena parcela deles toma parte da solução ótima.

Abaixo é apresentado o procedimento que sintetiza o método *ArcGen* aplicado ao problema representado pelo grafo  $G = (N, A)$  descrito acima.

**Inicialização:** Faça  $S = A^c$  e  $L = A^l$ , onde  $G = (N, A^c \cup A^l)$ .

**P1.** Resolver o problema de circulação para a rede  $G_c = (N, S)$ .

**P2.** Para cada arco  $(i, j) \in L$  faça:

Calcule o seu custo reduzido  $\bar{c}_{ij} = c_{ij} - \pi_i - \pi_j$

**Se**  $\bar{c}_{ij} < 0$

**Então** incluir o arco  $(i, j)$  a  $S$  e retirá-lo de  $L$ .

**P3.** **Se** algum arco foi incluído em  $S$  durante o passo P2

**Então** retornar ao passo P1,

**Senão** finalizar o processo. A solução corrente é ótima.

Desta forma é possível resolver problemas práticos de grande porte com uma drástica redução no tempo de processamento. O método *ArcGen* foi testado com dados reais de diversos casos e comparado com o método BOSST (Kwan e Rahin [5]), alcançando resultados superiores em alguns casos (Silva [8]).

### 3. Características dos casos estudados

A BHTRANS, órgão gestor do trânsito e transporte de Belo Horizonte, baseando-se principalmente na demanda de passageiros e no nível de serviço (passageiros/m<sup>2</sup>) determina a frequência e distribuição das viagens, cabendo às empresas operadoras apenas realizar tais tabelas de viagens. A programação dos veículos é de responsabilidade das empresas operadoras, embora a BHTRANS forneça uma sugestão de programação da frota.

Mudanças nas tabelas de viagens são feitas a partir de solicitações do usuário, comunidade, empresa operadora, ou da própria gerência interna da BHTRANS, baseada em indicadores que verificam a necessidade de alterações na linha já existente, ou da criação de uma nova linha. A partir de então, são feitas análises técnicas e de custo, como por exemplo, verificação da frota necessária, simulação da alteração de itinerário, verificação da ocupação crítica do veículo (número de máximo de passageiros, ao mesmo tempo, dentro do ônibus), entre outras. Com base nestas análises e verificando a necessidade, faz-se a reprogramação das linhas.

#### Dados de Entrada

Os dados de entrada do método *ArcGen* consistem basicamente de dois grupos. O primeiro grupo contém uma descrição precisa de todas as viagens e o segundo corresponde às distâncias entre os pontos extremos das linhas e a distância de cada ponto até a garagem (matriz de viagens mortas).

- **Descrição das Viagens:** horário e local de início e de término de cada viagem.
- **Matriz de Viagens Mortas:** matriz dos tempos de deslocamento dos pontos extremos de cada linha até a garagem e até os demais pontos, estando o veículo fora de operação.
- **Tempo Mínimo de terminal:** tempo livre entre duas viagens necessário para o descanso ou a troca da tripulação, limpeza do veículo e tempo para o desembarque e embarque dos passageiros.
- **Tempo mínimo de garagem:** é o tempo mínimo que um veículo deverá permanecer na garagem caso ele realize um recolhimento temporariamente durante a operação.
- **Grupo de linhas similares:** como já foi dito anteriormente, o *ArcGen* permite, que um veículo opere em mais de uma linha. Entretanto pode haver uma certa limitação nesta troca entre linhas. Para que um veículo de uma linha possa operar em outra linha, é necessário que ambas apresentem características comuns. Neste caso, serão permitidas as trocas entre linhas cujos veículos tenham a mesma coloração e sejam o mesmo padrão (ônibus ou microônibus). Assim, as linhas são reunidas em grupos segundo suas similaridades.

#### 4. Resultados Obtidos

Para que diferentes programações geradas possam ser comparadas com a programação corrente é necessário definir um critério de avaliação. Neste caso os parâmetros utilizados envolvem as seguintes informações:

- NV – Número de veículos.
- TTVM – Tempo total de viagens mortas.
- TTT – Tempo total de terminal.
- TRG – Total de retornos temporários à garagem.
- TTG – Tempo total de parada temporária na garagem .

Os valores para estes parâmetros de comparação, segundo a programação das empresas são apresentados nas tabelas a seguir.

**Tabela 1:** Parâmetros de avaliação da programação atual da Viação Nova Suíça

	<b>Dia útil</b>	<b>Sábado</b>	<b>Domingo</b>
NV- Número de veículos	102	66	44
TVM – Tempo de viagens mortas	50:04	25:20	20:16
TTT – Tempo total de terminal	248:54	181:28	157:38
TRG – Total de retornos temporários à garagem	27	2	0
TTG –Tempo total de parada temporária na garagem	181:57	06:09	0

**Tabela 2:** Parâmetros de avaliação da programação atual da Viação Jardins

	<b>Dia útil</b>
NV- Número de veículos	56
TVM – Tempo de viagens mortas	28:06
TTT – Tempo total de terminal	139:04
TRG – Total de retornos temporários à garagem	27
TTG – Tempo total de parada temporária na garagem	190:37

Nos resultados apresentados considerou-se o tempo mínimo igual a zero em ambos os pontos extremos das linhas. Em todas as situações foi considerado um tempo mínimo de garagem igual a 2 horas.

Embora as programações com tempos mínimos nos terminais iguais a zero minutos pareçam não ser de interesse prático, foi observada, na programação das empresas, a existência de um grande número de ocorrências de tais tempos de terminal. Assim, foi seguindo o mesmo padrão na geração de soluções pelo modelo, ou seja, considerando o tempo mínimo de terminal igual a zero.

Os testes foram realizados contemplando duas formas distintas de operação: sem troca de linha e com troca de linha por parte dos veículos, durante a operação. Em alguns casos a frota requerida foi inferior a da programação vigente, mas em todos os casos houve considerável redução dos custos variáveis o que poderá ser observado nos resultados apresentados a seguir.

No caso da Viação Nova Suíça, a programação foi feita para os dias úteis, sábados e domingos, enquanto que a programação da Viação Jardins só foi feita para os dias úteis pois tal empresa disponibilizou somente os dados referentes a estes dias.

#### **4.1. Sem Troca de Linha Durante a Operação**

Nesta situação não é permitida mudança na filosofia operacional vigente na empresa. Para tanto, foi imposto ao modelo que cada veículo permanecesse cativo a uma única linha durante toda a operação. Este caso é menos favorável à otimização do sistema, porém é aquele que causa menor impacto na sua operacionalização.

Embora esta seja a situação mais rígida dentre todas consideradas no estudo, o modelo produziu soluções com custos inferiores ao da solução adotada pela empresa.

### Viação Nova Suíça

Na Tabela 3 são apresentados os principais resultados obtidos para Viação Nova Suíça, bem como o percentual de variação nos valores dos parâmetros, quando comparados com a solução adotada pela empresa.

**Tabela 3:** Programações sem troca de linha durante a operação da Viação Nova Suíça

Parâmetro	Dia Útil		Sábado		Domingo	
	Hh:mm	Variação	Hh:mm	Variação	hh:mm	Variação
TVM	48:32	-01:32	26:20	+01:00	22:45	+02:29
TTT	192:18	-56:36	141:45	-39:43	129:29	-28:09
TRG	27	0	6	+4	2	+2
TTG	209:56	+28:02	24:30	+18:21	10:31	+10:31
NV	102	0	66	0	43	-1

### Viação Jardins

Os resultados obtidos para a Viação Jardins, não permitindo a troca de veículos entre linhas, são apresentados na tabela 4.

**Tabela 4:** Programações sem troca de linha durante a operação da Viação Jardins

Tempo mínimo no terminal	Dia Útil	
	hh:mm	Variação
TVM	26:30	-01:36
TTT	88:23	-50:41
TRG	25	-2
TTG	199:55	+08:42
NV	54	-2

## 4.2. Com possibilidades de troca entre linhas de um mesmo grupo

A liberdade para que um veículo possa operar em diferentes linhas em um mesmo dia de trabalho aumenta as possibilidades de otimização da operação. Neste caso, baseado nas características físicas dos veículos, as linhas foram agrupadas, sendo que um veículo pode operar em qualquer linha do grupo a que ele pertence. Esta situação é mais flexível que a anterior e ao mesmo tempo respeita as limitações operacionais de coloração e tipo do veículo.

### Viação Nova Suíça

A tabela 5 mostra as características da solução encontrada para a Viação Nova Suíça, permitindo a troca de veículos entre linhas.

**Tabela 5:** Programação com troca de veículo entre as linhas do mesmo grupo da Viação Nova Suíça

Parâmetro	Dia Útil		Sábado		Domingo	
	hh:mm	Variação	hh:mm	Variação	Hh:mm	Variação
TVM	49:27	-00:37	27:05	+01:40	24:27	+04:11
TTT	177:51	-71:03	131:34	-49:54	114:00	-43:00
TRG	26	-1	5	+3	7	+7
TTG	202:27	+28:00	15:46	+09:37	20:30	+20:30
NV	102	0	66	0	42	-2

### Viação Jardins

A tabela 6 apresenta os valores dos parâmetros, bem como suas variações quando comparados com a programação adotada pela empresa.

**Tabela 6:** Programação com troca de veículo entre as linhas do mesmo grupo da Viação Jardins

Tempo mínimo no terminal	Dia Útil	
	hh:mm	variação
TVM	27:19	-00:47
TTT	78:29	-60:35
TRG	25	-2
TTG	202:45	12:08
NV	53	-3

Percebe-se que esta programação proporcionou a redução de um veículo se comparado com a situação anterior que não permitia troca entre linhas, apresentada na seção 4-1. Além disso, as reduções no custo variável são ainda mais significativas do que no caso anterior.

### 5. Discussão e conclusões

Neste trabalho, foram apresentados diferentes resultados que apontam para uma redução significativa nos custos operacionais, calculados em função do tempo de viagem morta, tempo de terminal e número de veículos. Estes resultados são de interesse prático na medida em que se percebe na programação atual das empresas, a existência de possibilidades de aumento da eficiência nas suas operações.

Analisando os resultados, é possível notar que em todas as soluções obtidas, para ambas as empresas, houve redução no tempo de terminal e ao mesmo tempo, aumento no tempo de garagem. Isto acontece porque é

melhor que o veículo fique parado na garagem do que no terminal, pois neste último caso a empresa estará pagando pela mão de obra da tripulação, aumentando assim os custos da operação.

Os resultados demonstram a possibilidade de se otimizar a operação das empresas estudadas mesmo mantendo a filosofia operacional vigente nas empresas, ou seja, mantendo os veículos cativos às linhas. No caso da Nova Suíça, foi possível encontrar uma solução que leva à redução de um veículo da frota para o dia de Domingo. Quanto à viação Jardins, é possível reduzir até dois veículos na frota que opera nos dias úteis. Isso indica que no caso da empresa de menor porte, existe maiores dificuldades em utilizar, da melhor forma possível, seus recursos disponíveis. Por outro lado, mesmo empresas de grande porte e com um alto grau de profissionalismo, como é o caso da Nova Suíça, não estão adotando a programação mais econômica. Assim, foi detectado tanto para a empresa de grande porte quanto para a empresa de porte médio, que existe possibilidade de reduzir os custos com a operação dos veículos. Nos dois casos, as empresas não tinham conhecimento prévio sobre os métodos de otimização e a possibilidade de sua aplicação na otimização da frota operacional.

### **Agradecimentos**

Os autores agradecem ao programa PIBIC/UFOP/CNPq pelo apoio recebido neste trabalho.

### **Bibliografia**

- [1] BODIN, L.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. 1983. Routing and scheduling of vehicle and crews: The state of the art. *Computers and Operations Research*, v. 10, p. 63-211.
- [2] CARRARESI, P.; GALLO, G. 1984. Network models for vehicle and crew scheduling. *European Journal of Operational Research*, v. 16, p. 139-151.
- [3] DADUNA, J. R.; PAIXÃO, J. M. P. 1995. Vehicle scheduling for public mass transport- an overview. In: Daduna, J. R.; I. Branco e J. M. P. Paixão (eds.) *Computer-Aided Transit Scheduling, Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems*. Springer Verlag, Berlin, Alemanha.
- [4] Fulkerson, D. (1961) An out-of-kilter method for minimal cost flow problems. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, v. 9, p. 18-27.
- [5] Kwan, R. K. e M. A. Rahin (1999) Object oriented bus scheduling - the BOOST system. A ser publicado em: *Computer Aided Scheduling of Public Transport* ed. N. H. M. Wilson. Springer, Berlin.
- [6] LÖBEL, A (1997) Optimal vehicle scheduling in public transit. Tese de doutoramento, Departamento de matemática, Universidade Técnica de Berlin.
- [7] PAIXÃO, J. M. P.; BRANCO, I. M. 1987. A quasi-assignment algorithm for bus-scheduling. *Networks*, v. 17, p. 249-269.
- [8] SILVA, G. P. 2001. *Uma metodologia baseada na técnica de geração de arcos para o problema de programação de veículos*. Tese de doutorado – Depto. de Engenharia de Transportes, EPUSP, São Paulo.
- [9] SILVA, G. P.; R. S. K. KWAN e N. D. F. GUALDA (1998) Vehicle scheduling with network flow models. *Transportes*, v. 6, p. 6-27.