

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E BIOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO**

Planejamento operacional de lavra

Anexo do Relatório Técnico-científico Final apresentado ao CNPq, relativo ao processo 474831/2007-8, desenvolvido no período de dezembro de 2007 a dezembro de 2009.

Equipe:

Marcone Jamilson Freitas Souza (DECOM/UFOP) - Coordenador
Alexandre Xavier Martins (DECEA/UFOP)
Francisco César de Araújo (mestre em Engenharia Mineral / UFOP)
Igor Machado Coelho (Bolsista de Iniciação Científica / PIBIC - CNPq)
Sabir Ribas (Bolsista de Iniciação Científica / FAPEMIG)

Data de início do projeto: 25/12/2007

Data de fim do projeto: 25/12/2009

Ouro Preto - Minas Gerais - Brasil

Janeiro de 2010

Resumo

Este trabalho trata do planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Este problema consiste na mistura de minérios provenientes de várias frentes de lavra, levando-se em consideração metas de produção e qualidade do produto final, restrições operacionais e alocação dos equipamentos de carga e transporte necessários ao processo. Considera-se o sistema de alocação dinâmica de caminhões, no qual, após as descargas nos pontos de basculamento, cada caminhão pode se dirigir a uma frente diferente para novo carregamento, aumentando a produtividade da frota. Dada sua complexidade, o problema foi resolvido por técnicas heurísticas, sendo propostos dois algoritmos heurísticos híbridos. O primeiro deles, denominado GVILS, combina os procedimentos heurísticos GRASP, *Variable Neighborhood Descent* e *Iterated Local Search*, enquanto o segundo, denominado H-GVILS, adiciona ao anterior um módulo de busca local feito por um otimizador de programação matemática. Usando problemas-teste da literatura, os dois algoritmos heurísticos foram comparados entre si e com o otimizador CPLEX aplicado exclusivamente a um modelo de programação matemática. Verificou-se que os dois algoritmos propostos são competitivos com o otimizador CPLEX, pois foram capazes de encontrar soluções de boa qualidade rapidamente e com baixa variabilidade das soluções finais. Entretanto, o algoritmo H-GVILS mostrou-se superior, uma vez que é capaz de gerar soluções finais de melhor qualidade que o algoritmo GVILS e com menor variabilidade das soluções finais.

Palavras-chave: Planejamento operacional de lavra, Metaheurísticas, Programação Matemática, Ritmo de lavra, Mistura de minérios.

Conteúdo

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

1	Introdução	p. 9
1.1	O Problema de Planejamento Operacional de Lavra	p. 9
1.2	Objetivos do trabalho	p. 10
1.3	Estrutura do trabalho	p. 11
2	Revisão Bibliográfica	p. 13
2.1	Introdução	p. 13
2.2	Modelos de Programação Matemática	p. 15
2.2.1	Modelo de Pinto e Merschmann (2001)	p. 15
2.2.2	Modelo de White, Arnold e Clevenger (1982)	p. 17
2.2.3	Modelo de White e Olson (1986)	p. 18
2.2.4	Modelo de Costa, Souza e Pinto (2004)	p. 20
2.3	Heurísticas	p. 23
2.3.1	Método Randômico de Descida (MRD)	p. 24
2.4	Metaheurísticas	p. 24
2.4.1	<i>Iterated Local Search</i> (ILS)	p. 25
2.4.2	<i>Variable Neighborhood Descent</i> (VND)	p. 26
2.4.3	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i> (GRASP)	p. 27

3	O Planejamento Operacional de Lavra Abordado	p. 30
3.1	Alocação Estática de Caminhões	p. 31
3.2	Alocação Dinâmica de Caminhões	p. 32
3.3	Características do Problema de Alocação Abordado	p. 32
4	Modelo de programação matemática	p. 34
5	Metodologia Heurística	p. 38
5.1	Representação de uma solução	p. 38
5.2	Geração de uma solução inicial	p. 39
5.2.1	Geração Aleatória	p. 39
5.2.2	Geração Parcialmente Gulosa	p. 40
5.3	Estruturas de vizinhança	p. 43
5.3.1	Movimento Carga - $N^{CG}(s)$	p. 43
5.3.2	Movimento Operação Frente - $N^{OF}(s)$	p. 43
5.3.3	Movimento Número de Viagens - $N^{NV}(s)$	p. 44
5.3.4	Movimento Realocar Viagem de um Caminhão - $N^{VC}(s)$	p. 45
5.3.5	Movimento Realocar Viagem de uma Frente - $N^{VF}(s)$	p. 46
5.3.6	Movimento Operação Caminhão - $N^{OC}(s)$	p. 46
5.3.7	Movimento Troca de Viagens - $N^{VT}(s)$	p. 46
5.3.8	Movimento Troca de Carregadeiras - $N^{CT}(s)$	p. 47
5.4	Função de avaliação	p. 48
5.4.1	Produção de Minério e Estéril	p. 48
5.4.2	Qualidade da Mistura	p. 50
5.4.3	Utilização dos Caminhões	p. 51
5.4.4	Produção dos Equipamentos de Carga	p. 51
5.5	Algoritmos Propostos	p. 52

5.5.1	Algoritmo <i>GVILS</i> aplicado ao POLAD	p. 52
5.5.2	Algoritmo <i>H-GVILS</i> aplicado ao POLAD	p. 53
6	Sistema Desenvolvido	p. 55
6.1	Implementação Computacional	p. 55
7	Resultados	p. 57
7.1	Descrição dos problemas-teste	p. 57
7.2	Pesos e parâmetros utilizados	p. 58
7.3	Ambiente de desenvolvimento	p. 58
7.4	Resultados e análise	p. 59
7.4.1	CPLEX \times <i>GVILS</i>	p. 59
7.4.2	CPLEX \times <i>H-GVILS</i>	p. 61
7.4.3	<i>GVILS</i> \times <i>H-GVILS</i>	p. 61
7.4.4	Características das melhores soluções obtidas	p. 62
8	Conclusões e Trabalhos Futuros	p. 64
	Referências	p. 66

Lista de Figuras

1	Procedimento MRD	p. 24
2	Procedimento ILS	p. 25
3	Procedimento VND	p. 27
4	Procedimento GRASP	p. 28
5	Procedimento Fase de Construção GRASP	p. 29
6	Equipamentos de carga e transporte	p. 30
7	Alocação Estática de Caminhões	p. 31
8	Alocação Dinâmica de Caminhões	p. 32
9	Construção de uma solução para o carregamento de estéril	p. 40
10	Construção de uma solução para o carregamento de minério	p. 41
11	Procedimento GRASP aplicado ao POLAD	p. 42
12	Movimento de realocação de equipamentos de carga (frente disponível)	p. 43
13	Movimento de realocação de equipamentos de carga	p. 44
14	Movimento parar operação de uma frente	p. 44
15	Movimento de decréscimo no número de viagens	p. 44
16	Movimento de acréscimo no número de viagens	p. 45
17	Movimento de realocação de viagens de um caminhão	p. 45
18	Movimento de realocação de viagens de uma frente	p. 46
19	Movimento parar operação de um caminhão em uma frente	p. 46
20	Movimento troca de viagens	p. 47
21	Movimento troca de carregadeiras	p. 47
22	Algoritmo <i>GVILS</i> proposto	p. 52

23	Estrutura de camadas do sistema	p.55
24	Estrutura completa do sistema	p.56

Lista de Tabelas

1	Exemplo de características de uma solução para o POLAD	p. 39
2	Características dos problemas-teste do POLAD	p. 57
3	Pesos adotados	p. 58
4	Comparação de resultados: CPLEX \times <i>GVILS</i>	p. 59
5	Comparação de resultados: CPLEX-2 \times <i>GVILS</i>	p. 60
6	Comparação de resultados: CPLEX \times <i>H-GVILS</i>	p. 61
7	Comparação de resultados: <i>GVILS</i> \times <i>H-GVILS</i>	p. 61
8	Características das melhores soluções encontradas	p. 63

1 Introdução

1.1 O Problema de Planejamento Operacional de Lavra

As mineradoras realizam suas atividades em minas subterrâneas ou a céu aberto. Em minas a céu aberto as atividades de carregamento e transporte ocorrem da seguinte maneira: os caminhões se deslocam até a frente de lavra (que são os pontos da mina onde o minério e o estéril são retirados), são carregados pelos equipamentos de carga e em seguida se dirigem aos pontos de descarga, onde descarregam o minério e o estéril. Os pontos de descarga podem ser pilhas de estéril (material que não é aproveitado pelo processo), pilhas de homogeneização (quando é transportada uma quantidade de minério maior do que a usina pode beneficiar ou quando é necessário “misturar” os minérios antes de iniciar o beneficiamento) e usina de tratamento, onde se inicia o beneficiamento de minério.

Para fornecer minério de qualidade uniforme para o processo é necessário misturar minério de diferentes qualidades proveniente de várias partes da mina ou de diferentes minas com o objetivo de assegurar a uniformidade da alimentação, já que mudanças são usualmente acompanhadas de aumento do custo total da operação (CHANDA; DAGDELEN, 1995).

A atividade de transporte de material é um dos mais importantes aspectos na operação de minas a céu aberto (ALARIE; GAMACHE, 2002). Segundo Maran e Topuz (1988), sistemas de transporte nessas minas envolvem grande volume de capital e recursos. O objetivo do problema de transporte é mover o material retirado da mina para a usina de modo que o custo seja minimizado, uma vez que o custo associado influencia a escolha de onde retirar minério (GERSHON, 1982).

Minas a céu aberto utilizam dois critérios para o transporte de material por caminhões: alocação estática e alocação dinâmica. Na alocação estática, os caminhões seguem uma trajetória fixa entre um ponto de carga e outro de descarga, ou seja, os caminhões ficam fixos a esses dois pontos durante um determinado período de tempo. Já na alocação dinâmica, os caminhões não ficam vinculados a uma mesma rota; assim, a cada descarga, o caminhão pode ser

direcionado a um ponto de carga não necessariamente o mesmo da viagem anterior.

A alocação estática é o método mais utilizado nas minerações de pequeno e médio porte por não apresentar a obrigatoriedade de utilização de um sistema automático de alocação, conhecido como sistema de despacho. Esse método, entretanto, proporciona menor produtividade em função da possibilidade de formação de filas de caminhões e ociosidade dos equipamentos de carga (RODRIGUES, 2006).

A vantagem da alocação dinâmica de caminhões é que com essa estratégia há uma maior produtividade da frota. Esse aumento de produtividade pode refletir um aumento na produção da mina ou a redução do número de equipamentos necessários para manter o mesmo nível de produção. Um algoritmo eficiente para a alocação dinâmica de caminhões é importante porque ele integra um sistema de despacho computadorizado. Um sistema de despacho reúne, ainda, um algoritmo de seqüenciamento de viagens, um sistema de comunicação entre os equipamentos de carga e caminhões e uma central de comandos. Segundo White e Olson (1986), para que o sistema de despacho de caminhões seja completo é importante que o sistema de monitoramento dos equipamentos seja preciso e confiável, de modo que as operações da mina possam ser otimizadas em tempo real.

O custo de instalação de sistemas de despacho depende do tamanho da mina e do tipo de operação. Esse custo inibia a sua utilização por mineradoras de pequeno e médio porte. A partir da década de 90, em consequência da evolução da informática, o custo desses sistemas foi consideravelmente reduzido. Essa redução no custo levou ao aumento no número de mineradoras e empreiteiras que utilizam esse tipo de sistema. Segundo Rodrigues (2006), atualmente cerca de 35 minas fazem uso desses sistemas no Brasil, com diferentes níveis de automação.

No presente trabalho, tem-se como foco o problema de planejamento operacional de lavra, considerando o sistema de alocação dinâmica de caminhões.

1.2 Objetivos do trabalho

Este trabalho tem como objetivo geral desenvolver um algoritmo eficiente de otimização para resolver o problema de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto (POLAD), considerando alocação dinâmica de caminhões.

Os objetivos específicos a serem atingidos são os seguintes:

- (a) Fazer uma revisão de literatura sobre as metodologias utilizadas para resolver o problema de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto;

- (b) Fazer uma revisão de literatura sobre as técnicas metaheurísticas *Iterated Local Search* (ILS), *Variable Neighborhood Descent* (VND) e GRASP, nas suas versões mais recentes;
- (c) Desenvolver uma metodologia de otimização, baseada em metaheurísticas e hibridizadas com métodos de programação matemática, para resolver o problema;
- (d) Testar a metodologia desenvolvida, usando sempre que possível, dados reais encontrados em mineradoras brasileiras;
- (e) Produzir um artigo que possa ser apresentado e publicado nos anais de um evento científico nacional;
- (f) Produzir um artigo a ser submetido a um periódico de circulação internacional;
- (g) Contribuir com a divulgação de técnicas de otimização aplicadas à resolução do problema, possibilitando à indústria extrativa nacional melhorar sua produtividade e tornar-se mais competitiva;
- (h) Contribuir com a formação de recursos humanos especializados nessa área do conhecimento;
- (i) Contribuir para a consolidação das linhas de pesquisa “Otimização e simulação de operações de lavra em minas a céu aberto e subterrâneas” e “Otimização Combinatória” do grupo de Logística e Pesquisa Operacional da UFOP;

1.3 Estrutura do trabalho

O presente trabalho está dividido em sete capítulos, incluindo esta introdução, onde o problema de planejamento operacional de lavra é contextualizado.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre os diversos métodos utilizados na resolução do problema de planejamento operacional de lavra bem como a forma com que diversos autores tratam esse problema. Descreve-se, também, o Método Randômico de Descida e as metaheurísticas *Variable Neighborhood Descent* (VND), *Iterated Local Search* (ILS) e GRASP.

No Capítulo 3 é apresentado o problema abordado em detalhes.

No Capítulo 4 é desenvolvido um modelo de programação matemática para o problema.

No Capítulo 5 são apresentados os algoritmos heurísticos propostos para resolver o problema, sendo o primeiro puramente heurístico e o segundo, híbrido, combinando metaheurística com programação matemática.

No Capítulo 6 é apresentado o sistema desenvolvido, enquanto no Capítulo 7 são apresentados e analisados os resultados obtidos.

No Capítulo 8 são apresentadas as conclusões e apontados os trabalhos futuros.

2 *Revisão Bibliográfica*

2.1 Introdução

White e Olson (1986) propuseram um algoritmo que é a base para o sistema *DISPATCH*, que vem operando em muitas minas em todo o mundo. Uma solução é obtida em duas etapas. Na primeira, baseada em programação linear, realiza-se uma otimização do problema da mistura de minérios tendo como objetivo a minimização de uma função de custo que considera o ritmo de lavra, a qualidade da mistura, o atendimento às taxas de alimentação da usina de beneficiamento e o remanuseio de material. As restrições do modelo estão relacionadas às capacidades de produção dos equipamentos de carga, à qualidade da mistura e às taxas de alimentação mínima requerida da usina de beneficiamento. A segunda etapa do algoritmo, a qual é resolvida por programação dinâmica, usa um modelo semelhante ao de White, Arnold e Clevenger (1982), diferenciando-se deste por utilizar como variável de decisão o volume de material transportado por hora em uma determinada rota, ao invés da taxa de caminhões por hora. É considerada, ainda, a presença de pilhas de estocagem. Nesta segunda etapa do algoritmo, o objetivo é minimizar a necessidade de transporte de material na mina.

Chanda e Dagdelen (1995) desenvolveram um modelo de programação linear por metas para resolver um problema de mistura de minérios no planejamento de curto prazo em uma mina de carvão. A função objetivo do modelo consistia na soma ponderada de três objetivos distintos: maximizar um critério econômico, minimizar os desvios de produção requeridos e minimizar os desvios de qualidade relativos aos valores desejados para os parâmetros de controle. Nenhuma alocação de equipamento de carga e transporte foi considerada nesse modelo.

Alvarenga (1997) desenvolveu um programa para o despacho ótimo de caminhões em uma mineração de ferro, a céu aberto, com o objetivo de minimizar o tempo de fila da frota de caminhões, aumentar a produtividade desta e melhorar a qualidade do minério lavrado. No trabalho desenvolvido, que é base do sistema SMART MINE, atualmente muito utilizado em várias minas brasileiras, foi aplicada uma técnica estocástica de otimização, o algoritmo genético com processamento paralelo.

Merschmann (2002) desenvolveu um sistema de otimização e simulação para análise de cenário de produção em minas a céu aberto. O sistema, denominado OTISIMIN (Otimizador e Simulador para Mineração), foi desenvolvido em dois módulos. O primeiro corresponde ao módulo de otimização onde um modelo de programação linear foi construído e resolvido e o segundo a um módulo de simulação que permite ao usuário utilizar os resultados obtidos na resolução do modelo de programação linear como dados de entrada para a simulação. O módulo de otimização foi elaborado com o objetivo de otimizar o processo de mistura de minérios oriundos das várias frentes de lavra de forma a atender as especificações de qualidade impostas pela usina de tratamento e realizar a alocação de equipamentos (caminhões, carregadeiras e/ou escavadeiras) às frentes de lavra, considerando tanto alocação dinâmica quanto estática dos caminhões. O modelo de otimização desenvolvido não considera metas de produção e qualidade, nem a redução do número de caminhões necessários ao sistema de produção.

Em Costa, Souza e Pinto (2004) e Costa, Souza e Pinto (2005) foram apresentados e modelados problemas relativos à mistura de minérios provenientes de várias frentes de lavra, levando-se em consideração metas de produção e qualidade, alocação dinâmica e estática de caminhões, restrições operacionais e alocação dos equipamentos de carga e transporte necessários ao processo. Os modelos considerados foram baseados em programação linear por metas e representaram um avanço em relação àqueles de Merschmann (2002). A contribuição desses autores foi propor um modelo mais completo que os até então existentes, contemplando mais situações reais e exigindo um menor número de restrições e variáveis para modelar um certo grupo de restrições.

Dada a NP-completude desses problemas, em Costa (2005) o referido problema foi também modelado de forma heurística por um algoritmo baseado em *Variable Neighborhood Search*. Para explorar o espaço de soluções, o autor utilizou seis tipos de movimentos. Pelos experimentos realizados, o modelo heurístico foi capaz de gerar soluções de melhor qualidade em um menor tempo de processamento que aquelas obtidas pelo modelo exato.

Rodrigues (2006) fez uma análise comparativa de várias metodologias utilizadas para o despacho de caminhões em minas a céu aberto. As metodologias testadas, as quais eram baseadas em Programação Linear, Programação Dinâmica e em Heurísticas, são aquelas consideradas as bases de algoritmos utilizados em sistemas de despacho comercializados no Brasil. As soluções finais geradas por essas metodologias foram simuladas usando-se o ambiente ARENA, com o objetivo de reproduzir o comportamento das operações de lavra. Os resultados obtidos mostraram o desempenho dos algoritmos utilizando as metodologias sob diferentes condições em minas a céu aberto. A autora, porém, afirma que não se pode, através dos resultados obtidos,

concluir pela superioridade de uma delas.

Guimarães, Pantuza e Souza (2007) apresentaram um modelo de simulação computacional para validar resultados obtidos pela aplicação de um modelo de programação matemática na determinação do ritmo de lavra em minas a céu aberto. Os autores modelaram o problema usando o otimizador LINGO e validaram a solução pelo ARENA. Foi concluído que, ao contrário do procedimento comumente adotado nas mineradoras, o cumprimento da meta de produção não pode ser atingido simplesmente aumentando-se o número de veículos no sistema produtivo. Esta conclusão foi obtida tendo em vista que a partir de um determinado número de veículos no sistema, a produção não era alcançada e até pelo contrário, diminuída, devido ao aumento no tempo de fila com o aparecimento de mais veículos de transporte no sistema.

2.2 Modelos de Programação Matemática

Nesta seção são apresentados modelos de programação matemática que apresentam soluções para o problema de planejamento operacional de lavra com alocação dinâmica de caminhões.

2.2.1 Modelo de Pinto e Merschmann (2001)

Pinto e Merschmann (2001), Merschmann (2002) e Pinto, Biajoli e Mine (2003) abordam o problema de planejamento operacional de lavra utilizando o sistema de alocação dinâmica de caminhões. Este modelo contempla o problema da mistura e a alocação de equipamentos de carga, o atendimento da relação estéril/minério mínima e considera a alocação dinâmica dos caminhões.

O modelo de Pinto e Merschmann (2001) é apresentado pelas equações (2.1) - (2.7) e utiliza os seguintes dados de entrada:

M : Conjunto de frentes de minério;

E : Conjunto de frentes de estéril;

F : Conjunto de frentes formado por $M \cup E$;

S : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;

C : Conjunto de equipamentos de carga;

Pr : Ritmo de lavra recomendado (t/h);

t_{ij} : Teor do parâmetro j na frente i (%);

tl_j : Teor mínimo admissível para o parâmetro j no produto final (%);

tu_j : Teor máximo admissível para o parâmetro j no produto final (%);

rem : Relação estéril/minério requerida;

Cl_k : Produção mínima do equipamento de carga k (t/h);

Cu_k : Produção máxima do equipamento de carga k (t/h).

Define-se, ainda, as seguintes variáveis de decisão:

x_i : Ritmo de lavra da frente i (t/h);

y_{ik} : $\begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de carga } k \text{ opera na frente } i; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$$\max \sum_{i \in M} x_i \quad (2.1)$$

$$\text{s.a: } tl_j \leq \frac{\sum_{i \in M} t_{ij} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \leq tu_j \quad \forall j \in S \quad (2.2)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (2.4)$$

$$\sum_{k \in C} Cl_k y_{ik} \leq x_i \leq \sum_{k \in C} Cu_k y_{ik} \quad \forall i \in F \quad (2.5)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \geq Pr \quad (2.6)$$

$$\frac{\sum_{i \in E} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \geq rem \quad (2.7)$$

Observa-se nesta formulação que a função objetivo (2.1) deve ser maximizada sujeita às restrições (2.2), que definem valores mínimos e máximos admissíveis para o parâmetro de qualidade j no produto final. Outras restrições que complementam o modelo estão relacionadas à alocação de equipamentos de carga, onde as restrições (2.3) definem que cada frente possui um único equipamento de carga, enquanto as restrições (2.4) definem que cada equipamento de carga opera em uma única frente. As restrições (2.5) estão relacionadas ao ritmo de lavra, mínimo e máximo, imposto pelos equipamentos de carga. A restrição (2.7) diz respeito ao atendimento da relação estéril/minério.

Observa-se, finalmente, que o modelo proposto pelos autores é não-linear, tendo em vista as restrições (2.2) e (2.7). Sendo assim, não há garantia de que a solução final produzida seja

ótima.

2.2.2 Modelo de White, Arnold e Clevenger (1982)

White, Arnold e Clevenger (1982) apresentam um modelo de programação linear para minimizar o número de caminhões necessários através de restrições relacionadas à continuidade do fluxo de material pelos pontos de carga e basculamento e às capacidades de produção dos pontos de carga. Para o modelo descrito pelas equações (2.8)-(2.11) sejam os seguintes dados de entrada :

- N_P : Conjunto de rotas viáveis;
- N_S : Conjunto de pontos de basculamento;
- N_C : Conjunto de pontos de carga;
- N_F : Conjunto de pontos formado por $N_S \cup N_C$;
- E_j : Conjunto de rotas viáveis que chegam no ponto j ;
- S_j : Conjunto de rotas viáveis que saem do ponto j ;
- C : Número de pontos de carga;
- Td_i : Tempo de deslocamento pela rota i (min);
- Tb_j : Tempo de basculamento no ponto j (min);
- R_j : Taxa de carregamento do ponto j (caminhões/min).

e a seguinte variável de decisão:

- P_{ij} : Taxa de caminhões que utilizam a rota i que possui ligação com um ponto de carga ou basculamento j (caminhões/min).

$$\min \sum_{i \in N_P} P_i T d_i + \sum_{j \in N_S} \sum_{i \in E_j} P_{ij} T b_j + C \quad (2.8)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in E_j} P_{ij} - \sum_{i \in S_j} P_{ij} = 0 \quad \forall j \in N_F \quad (2.9)$$

$$\sum_{i \in S_j} P_{ij} - R_j = 0 \quad \forall j \in N_C \quad (2.10)$$

$$P_{ij} \geq 0 \quad \forall j \in N_C, i \in N_P \quad (2.11)$$

Nesta formulação, a função objetivo (2.8) visa minimizar a necessidade de caminhões mantendo a produção máxima dos equipamentos de carga (restrições (2.10)). As restrições (2.9)

garantem que a taxa total de entrada de caminhões em um ponto de carga ou basculamento é igual à taxa total de saída deste ponto. As restrições (2.11) não permitem valores negativos para a taxa de caminhões em uma rota.

2.2.3 Modelo de White e Olson (1986)

White e Olson (1986) apresentam um modelo de programação linear para o problema de alocação dinâmica de caminhões em mineração, o qual é dividido em duas partes. Na primeira parte do modelo, restrições (2.12)-(2.15), realiza-se uma otimização do problema da mistura de minérios tendo como objetivo a minimização da função de custo dada pela equação (2.12), a qual considera o ritmo de lavra, o atendimento às taxas de alimentação da usina de beneficiamento e de qualidade da mistura, além do remanuseio de material.

As restrições do modelo estão relacionadas às capacidades de produção dos equipamentos de carga (restrições (2.13)), às taxas de alimentação mínima requerida da usina de beneficiamento (restrições (2.14)) e à qualidade da mistura (restrições (2.15)). A formulação do problema é apresentada pelas equações (2.12)-(2.15) e considera os seguintes dados de entrada:

- N_m : Conjunto de equipamentos de carga alocados nas frentes de lavra;
- N_{est} : Conjunto de equipamentos de carga alocados nas pilhas de estoque;
- N_F : Conjunto de pontos de carga formado por $N_S \cup N_C$;
- S : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
- c_m : Custo de movimentação de material (h/m^3);
- c_p : Custo associado à alimentação da usina de beneficiamento (h/m^3);
- c_s : Custo de estocagem de material (h/m^3);
- c_q : Custo associado à qualidade do minério (h/m^3);
- Pu : Produção máxima admissível (m^3/h);
- t_{ij} : Teor do parâmetro j no minério proveniente da frente ou pilha de estoque i (%);
- tl_j : Teor mínimo admissível para o parâmetro j no produto final (%);
- tu_j : Teor máximo admissível para o parâmetro j no produto final (%);
- tc_j : Teor corrente para o parâmetro j na pilha de mistura (%);
- l_j : Importância do parâmetro j ;
- R_i : Produção máxima do ponto de carga i (m^3/min);
- T_C : Intervalo de controle (h);
- M_C : Massa de controle (t);
- SG : Peso específico (t/m^3).

e a seguinte variável de decisão:

x_i : Ritmo de lavra do ponto de carga i (m³/h).

$$\min \sum_{i \in N_m} c_m x_i + c_p (Pu - \sum_{i \in N_F} x_i) + \sum_{i \in N_{est}} c_s x_i + \sum_{i \in N_F} \sum_{j \in S} l_j c_q t_{ij} x_i \quad (2.12)$$

$$\text{s.a: } 0 \leq x_i \leq R_i \quad \forall i \in N_F \quad (2.13)$$

$$Pu \geq \sum_{i \in N_F} x_i \quad (2.14)$$

$$tl_j \leq tc_j + \sum_{i \in N_F} (t_{ij} - tc_j) x_i T_C / (M_C / SG) \leq tu_j \quad \forall j \in S \quad (2.15)$$

A segunda parte do modelo de White e Olson (1986) é semelhante ao modelo de White, Arnold e Clevenger (1982), diferenciando-se por utilizar como variável de decisão o volume de material transportado por hora, ao invés da taxa de caminhões por hora, que utilizam uma rota. É considerada, ainda, a presença de pilhas de estocagem. Para este modelo, apresentado pelas equações (2.16)-(2.21), sejam os seguintes dados de entrada:

N_P : Conjunto de rotas viáveis;

N_S : Conjunto de pontos de basculamento;

N_m : Conjunto de equipamentos de carga alocados nas frentes de lavra;

N_{est} : Conjunto de equipamentos de carga alocados nos pilhas de estoque;

N_F : Conjunto de pontos de carga formado por $N_S \cup N_C$;

N_D : Conjunto de pontos de carga e basculamento formado por $N_F \cup N_S$;

E_j : Conjunto de rotas viáveis que chegam no ponto j ;

S_j : Conjunto de rotas viáveis que saem do ponto j ;

E : Número de pontos de carga;

C_F : Capacidade da frota (m³);

Td_i : Tempo de deslocamento pela rota i (h);

Tb_j : Tempo de basculamento no ponto j (h);

R_i : Taxa de carregamento do ponto i (m³/h).

e a seguinte variável de decisão:

P_{ij} : Volume transportado pela rota i que possui ligação com um ponto de carga ou basculamento j (m³/h).

$$\min \sum_{i \in N_P} P_i T d_i + \sum_{j \in N_S} \sum_{i \in E_j} P_{ij} T b_j + EC_F \quad (2.16)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in E_j} P_{ij} - \sum_{i \in S_j} P_{ij} = 0 \quad \forall j \in N_D \quad (2.17)$$

$$\sum_{i \in S_j} P_{ij} = R_j \quad \forall j \in N_m \quad (2.18)$$

$$\sum_{i \in S_j} P_{ij} \leq R_j \quad \forall j \in N_{est} \quad (2.19)$$

$$\sum_{i \in S_j} P_{ij} = x_j \quad \forall j \in N_F \quad (2.20)$$

$$P_{ij} \geq 0 \quad \forall j \in N_D, i \in N_P \quad (2.21)$$

Nesta formulação, a função (2.16) tem por objetivo minimizar a necessidade de transporte de material na mina. As restrições (2.17) estão relacionadas com a continuidade do fluxo de material através dos pontos de carga e basculamento. O ritmo de lavra das frentes de minério deve ser igual à sua taxa de carregamento (restrições (2.18)). As restrições (2.19) definem que o ritmo de lavra em pilhas de estocagem deve ser menor ou igual à taxa de carregamento do ponto. A união desta segunda parte do modelo de White e Olson (1986) com a primeira é realizada por meio das restrições (2.20), onde define-se que o fluxo de material que sai de um ponto de carga deve ser igual ao ritmo de lavra determinado na primeira parte do modelo.

2.2.4 Modelo de Costa, Souza e Pinto (2004)

O modelo de programação matemática proposto por Costa, Souza e Pinto (2004) é uma extensão daquele proposto por Pinto e Merschmann (2001) e Pinto, Biajoli e Mine (2003) e inclui restrições de metas de produção e qualidade.

Para esse modelo de alocação dinâmica de caminhões, apresentado pelas equações (2.22)-(2.43), sejam os seguintes dados de entrada:

- M : Conjunto de frentes de minério;
- E : Conjunto de frentes de estéril;
- F : Conjunto de frentes formado por $M \cup E$;
- S : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
- C : Conjunto de equipamentos de carga;
- V : Conjunto de equipamentos de transporte;

- P_r : Ritmo de lavra recomendado (t/h);
 P_l : Ritmo de lavra mínimo (t/h);
 P_u : Ritmo de lavra máximo (t/h);
 β^- : Penalidade por desvio negativo da produção;
 β^+ : Penalidade por desvio positivo da produção;
 t_{ij} : Valor do parâmetro j na frente i (%);
 tr_j : Valor recomendado para o parâmetro j na mistura (%);
 tl_j : Valor mínimo admissível para o parâmetro j na mistura (%);
 tu_j : Valor máximo admissível para o parâmetro j na mistura (%);
 α_j^- : Penalidade por desvio negativo para o parâmetro j na mistura;
 α_j^+ : Penalidade por desvio positivo para o parâmetro j na mistura;
 Ql_i : Ritmo de lavra mínimo para a frente i (t/h);
 Qu_i : Ritmo de lavra máximo para a frente i (t/h);
 rem : Relação estério/minério requerida;
 Cl_k : Produção mínima do equipamento de carga k (t/h);
 Cu_k : Produção máxima do equipamento de carga k (t/h);
 cap_l : Capacidade do caminhão l (t);
 T_{il} : Tempo total de ciclo do caminhão l na frente i (min).
 $g_{lk} : \begin{cases} 1 & \text{se o caminhão } l \text{ é compatível com o equipamento de carga } k; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

e as seguintes variáveis de decisão:

- x_i : Ritmo de lavra da frente i (t/h);
 $y_{ik} : \begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de carga } k \text{ opera na frente } i; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$
 n_{il} : Número de viagens que um caminhão l realiza na frente i em uma hora;
 d_j^- : Desvio negativo do parâmetro j na mistura (t/h);
 d_j^+ : Desvio positivo do parâmetro j na mistura (t/h);
 P^- : Desvio negativo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);
 P^+ : Desvio positivo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h).

O modelo de programação matemática relativo à alocação dinâmica de uma frota heterogênea de caminhões e equipamentos de carga, levando-se em consideração metas de produção e qualidade de minério, é apresentado pelas equações (2.22)-(2.43).

$$\min \sum_{j \in S} \alpha_j^- d_j^- + \sum_{j \in S} \alpha_j^+ d_j^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ \quad (2.22)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.23)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.24)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j) x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in S \quad (2.25)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \quad (2.26)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \geq 0 \quad (2.27)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pr + P^- - P^+ = 0 \quad (2.28)$$

$$x_i - Qu_i \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (2.29)$$

$$x_i - Ql_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (2.30)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (2.31)$$

$$d_j^+, d_j^- \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.32)$$

$$P^+, P^- \geq 0 \quad (2.33)$$

$$\sum_{i \in E} x_i - \text{rem} \sum_{i \in M} x_i \geq 0 \quad (2.34)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (2.35)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (2.36)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in F, k \in C \quad (2.37)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cu_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (2.38)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cl_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (2.39)$$

$$n_{il} T_{il} - 60 \sum_{k \in C, g_{lk} \neq 0} y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F, l \in V \quad (2.40)$$

$$\sum_{i \in F} n_{il} T_{il} - 60 \leq 0 \quad \forall l \in V \quad (2.41)$$

$$x_i - \sum_{l \in V} n_{il} cap_l = 0 \quad \forall i \in F \quad (2.42)$$

$$n_{il} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in F, l \in V \quad (2.43)$$

Observa-se que (2.23)-(2.33) são restrições que juntamente com a função objetivo (2.22) formam o modelo de mistura de minérios com metas. A restrição (2.34) diz respeito ao aten-

dimento da relação estéril/minério mínima requerida. As demais restrições que complementam o modelo podem ser divididas em dois grupos. O primeiro diz respeito à alocação de equipamentos de carga e a faixa de produtividade que torne viável a utilização desses equipamentos. As restrições (2.35) definem que cada frente possui um único equipamento de carga, enquanto que as restrições (2.36) definem que cada equipamento de carga opera em uma única frente. As restrições (2.37) definem que as variáveis de decisão y_{ik} assumem valores binários. As restrições (2.38) e (2.39) limitam, respectivamente, o ritmo de lavra máximo e mínimo.

O segundo grupo de restrições está relacionado ao transporte de material na mina e a alocação dos caminhões. As restrições (2.40) fazem com que um caminhão somente realize viagens à uma frente onde esteja alocado um equipamento de carga compatível. As restrições (2.41) asseguram que um caminhão opere no máximo sessenta minutos. As restrições (2.42) fazem com que o ritmo de lavra de uma frente seja igual à produção realizada pelos caminhões alocados à frente. As restrições (2.43) asseguram que o número de viagens que um caminhão faz à uma frente é um valor inteiro positivo.

2.3 Heurísticas

As heurísticas são procedimentos empíricos que visam a obtenção de soluções de qualidade satisfatória em um tempo computacional aceitável. Tais procedimentos, no entanto, não garantem a obtenção da solução ótima para o problema nem são capazes de garantir o quão próximo a solução obtida está da ótima.

As heurísticas podem ser construtivas ou de refinamento. As construtivas têm por objetivo construir uma solução, elemento a elemento. A escolha de cada elemento está, geralmente, relacionada a uma determinada função que o avalia de acordo com sua contribuição para a solução. Tal função é bastante relativa, pois varia conforme o tipo de problema abordado.

As heurísticas de refinamento, ou também chamados de mecanismos de busca local, são técnicas baseadas na noção de vizinhança. Para definir o que é uma vizinhança, seja S o espaço de pesquisa de um problema de otimização e f a função objetivo a minimizar. O conjunto $N(s) \subseteq S$, o qual depende da estrutura do problema tratado, reúne um número determinado de soluções s' , denominado vizinhança de s . Cada solução $s' \in N(s)$ é chamada de *vizinho* de s e é obtido de s a partir de uma operação chamada de *movimento*.

Em linhas gerais, esses métodos partem de uma solução inicial s_0 , percorrem o espaço de busca, através de um movimento, passando de uma solução para outra que seja sua vizinha.

A Subseção 2.2.1 descreve a heurística de refinamento utilizada neste trabalho, a saber, o Método Randômico de Descida.

2.3.1 Método Randômico de Descida (MRD)

O Método Randômico de Descida, ou MRD, é uma heurística de refinamento que consiste em analisar um vizinho qualquer e o aceitar somente se ele for estritamente melhor que a solução corrente. Caso esse vizinho não for melhor, a solução corrente permanece inalterada e outro vizinho é gerado. O método é finalizado quando se atinge um número máximo de iterações ($IterMRD$) sem que haja a produção de melhorias na solução corrente.

O pseudocódigo do MRD é apresentado na Figura 1.

Procedimento <small>MRD</small>
Entrada: Solução s_0 , Função $f(.)$
Saída: Solução s de qualidade superior ou igual à s_0 de acordo com a função f
$s \leftarrow s_0$;
$iter \leftarrow 0$;
enquanto $iter < IterMRD$ faça
$iter \leftarrow iter + 1$;
Gere aleatoriamente um vizinho $s' \in N(s)$;
se s' for melhor que s de acordo com a função f então
$s \leftarrow s'$;
$iter \leftarrow 0$;
fim
fim
Retorne s ;

Figura 1: Procedimento MRD

2.4 Metaheurísticas

Metaheurísticas são procedimentos de busca local destinados a resolver de forma aproximada um problema de otimização e que exploram o espaço de soluções com capacidade de escapar das armadilhas dos ótimos locais. Elas diferenciam-se entre si basicamente pelas seguintes características:

- a) Critério de escolha de uma solução inicial;
- b) Definição da vizinhança $N(s)$ de uma solução s ;

- c) Critério de uma solução vizinha dentro de $N(s)$;
- d) Critério de término;

Da mesma forma que as heurísticas convencionais, as metaheurísticas são baseadas na noção de vizinhança e exploram o espaço de busca transitando de uma solução vizinha a outra.

Nas Subseções 2.4.1, 2.4.2 e 2.4.3 são apresentadas, respectivamente, as metaheurísticas *Iterated Local Search* (ILS), *Variable Neighborhood Descent* (VND) e GRASP referenciadas ao longo deste trabalho.

2.4.1 *Iterated Local Search* (ILS)

O método *Iterated Local Search* (ILS) é baseado na idéia de que um procedimento de busca local pode ser melhorado gerando-se novas soluções de partida, as quais são obtidas por meio de perturbações na solução ótima local.

Para aplicar um algoritmo ILS, quatro componentes têm que ser especificadas: (a) Procedimento *GeraSolucaoInicial()*, que gera uma solução inicial s_0 para o problema; (b) Procedimento *BuscaLocal*, que retorna uma solução possivelmente melhorada s'' ; (c) Procedimento *Perturbacao*, que modifica a solução corrente s guiando a uma solução intermediária s' e (d) Procedimento *CriterioAceitacao*, que decide de qual solução a próxima perturbação será aplicada.

A Figura 2 mostra o pseudocódigo do algoritmo ILS básico.

Procedimento <small>ILS</small>
Entrada: Solução s , Função $f(\cdot)$
Saída: Solução s^* de qualidade superior ou igual à s de acordo com a função f
$s^* \leftarrow \text{BuscaLocal}(s, f)$;
enquanto <i>critério de parada não satisfeito</i> faça
$s' \leftarrow \text{Perturbacao}(\text{histórico}, s^*)$;
$s'' \leftarrow \text{BuscaLocal}(s', f)$;
$s^* \leftarrow \text{CritérioAceitacao}(\text{histórico}, s', s'', s^*)$;
fim
Retorne s^* ;

Figura 2: Procedimento ILS

O sucesso do ILS é centrado no conjunto de amostragem de ótimos locais, juntamente com a escolha do método de busca local, das perturbações e do critério de aceitação. Em princípio, qualquer método de busca local pode ser usado, mas o desempenho do ILS com

respeito à qualidade da solução final e a velocidade de convergência depende fortemente do método escolhido. Normalmente um método de descida é usado, mas também é possível aplicar algoritmos mais sofisticados, tais como Busca Tabu ou outras metaheurísticas.

A intensidade da perturbação deve ser forte o suficiente para permitir escapar do ótimo local corrente e permitir explorar diferentes regiões. Ao mesmo tempo, ela precisa ser fraca o suficiente para guardar características do ótimo local corrente.

O critério de aceitação é usado para decidir de qual solução se continuará a exploração, bem como qual será a perturbação a ser aplicada. Um aspecto importante do critério de aceitação e da perturbação é que eles induzem aos procedimentos de intensificação e diversificação. A intensificação consiste em permanecer na região do espaço onde a busca se encontra, procurando explorá-la de forma mais efetiva; enquanto a diversificação consiste em se deslocar para outras regiões do espaço de soluções. A intensificação da busca no entorno da melhor solução encontrada é obtida, por exemplo, pela aplicação de “pequenas” perturbações sobre ela. A diversificação, por sua vez, pode ser realizada aceitando-se quaisquer soluções s'' e aplicando “grandes” perturbações na solução ótima local.

Um critério de aceitação comumente utilizado é mover-se para o ótimo local s'' somente se ele for melhor que o ótimo local corrente s , isto é, somente se $f(s'') < f(s)$ em um problema de minimização, ou se $f(s'') > f(s)$ em um problema de maximização.

2.4.2 *Variable Neighborhood Descent (VND)*

O Método de Descida em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Descent, VND*), proposto por Mladenović e Hansen (1997), é um método de refinamento que consiste em explorar o espaço de soluções através de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhança, aceitando somente soluções de melhora da solução corrente e retornando à primeira estrutura quando uma solução melhor é encontrada.

O pseudocódigo desse algoritmo, em que se considera o refinamento de uma solução s utilizando uma função de avaliação f , a ser minimizada, e um conjunto de r diferentes vizinhanças $N = \{N^{(1)}; N^{(2)}; \dots; N^{(r)}\}$, é apresentado pela Figura 3.

Dependendo do problema abordado, a busca pelo melhor vizinho (linha 4 da Figura 3) pode ser cara computacionalmente. Nessa situação é comum fazer a busca pela primeira solução de melhora. Outra alternativa é considerar a exploração apenas em um certo percentual da vizinhança.

Procedimento VND	
Entrada: Solução s , Vizinhaça $N(\cdot)$, Inteiro r , Função $f(\cdot)$	
Saída: Solução s^* de qualidade superior ou igual à s de acordo com a função f	
1	Seja r o número de diferentes estruturas de vizinhaça;
2	$k \leftarrow 1$ {Tipo de estrutura de vizinhaça corrente};
3	enquanto $k < r$ faça
4	Encontre o melhor vizinho $s' \in N^k(s)$;
5	se s' for melhor que s de acordo com a função f então
6	$s \leftarrow s'$
7	$k \leftarrow 1$
8	senão
9	$k \leftarrow k + 1$
10	fim
11	fim
12	$s^* \leftarrow s$
13	Retorne s^* ;

Figura 3: Procedimento VND

Segundo os autores, o método VND baseia-se em três princípios básicos:

- Um ótimo local com relação a uma dada estrutura de vizinhaça não corresponde necessariamente a um ótimo local com relação a uma outra estrutura de vizinhaça;
- Um ótimo global corresponde a um ótimo local para todas as estruturas de vizinhaça;
- Para muitos problemas, ótimos locais com relação a uma ou mais estruturas de vizinhaça são relativamente próximas.

Ainda segundo os autores, o último princípio, de natureza empírica, indica que um ótimo local frequentemente fornece algum tipo de informação sobre o ótimo global. Esse é o caso em que os ótimos local e global compartilham muitas variáveis com o mesmo valor, o que sugere uma investigação sistemática da vizinhaça de um ótimo local até a obtenção de uma nova solução de melhor valor.

2.4.3 Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)

GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* - Procedimento de Busca Adaptativa Gulosa e Randomizada) é um método iterativo proposto por Feo e Resende (1995), constituído basicamente de duas fases: uma fase de construção e uma fase de busca local, cujo

Procedimento GRASP

Entrada: Inteiro $GRASP_{max}$, Função $f(\cdot)$
Saída: Solução s^* melhor quanto à função f em $GRASP_{max}$ iterações

 $f^* \leftarrow \infty$;

para cada *uma das GRASP_{max} iterações faça*

 Construa uma solução s_0 por uma heurística parcialmente gulosa;

 Submeta s_0 a um procedimento de busca local, retornando s ;

se $f(s) < f^*$ **então**
 $s^* \leftarrow s$;

 $f^* \leftarrow f(s)$;

fim
fim

 Retorne s^* ;

Figura 4: Procedimento GRASP

objetivo é convergir à solução encontrada na fase de construção para um ótimo local. A Figura 4 apresenta o pseudocódigo básico do método GRASP para um problema de minimização.

A primeira fase do GRASP é a fase de construção, na qual uma solução viável é construída elemento a elemento. Cada elemento ainda não usado na solução é avaliado por uma função gulosa g e compõe uma lista, denominada de Lista de Candidatos (LC). Por meio de um fator $\alpha \in [0, 1]$ é criada uma Lista Restrita de Candidatos (LRC), cujos elementos i são os melhores da LC segundo a função g e satisfazem a condição $g_i \leq g_{min} + \alpha \times (g_{max} - g_{min})$, sendo g_{min} o valor do elemento com a melhor avaliação segundo g e g_{max} , o de pior avaliação. Definida a LRC, seleciona-se, aleatoriamente, um candidato da LRC e, em seguida, atualizam-se as listas LC e LRC. O método pára quando $LC = \emptyset$.

De acordo com Feo e Resende (1995), o parâmetro α , que determina o tamanho da LRC, influencia significativamente a qualidade e diversidade das soluções geradas durante a fase de construção. Valores de α muito baixos (próximos de zero), ou seja, que determinam um tamanho muito limitado para a LRC, geram soluções próximas à solução puramente gulosa e implicam em uma baixa diversidade das soluções finais. Já uma escolha de α próxima da seleção puramente aleatória (valores de α próximos a 1) leva a uma grande diversidade de soluções construídas mas, por outro lado, muitas das soluções construídas são de qualidade inferior, tornando mais lento o processo de busca local.

O pseudocódigo da fase de construção é apresentado na Figura 5:

A segunda fase do GRASP consiste em refinar a solução gerada pela fase de construção, aplicando um método de busca local. A velocidade de convergência para um ótimo local irá depender da qualidade da solução construída. Quanto melhor for a qualidade da solução gerada

Procedimento Construção GRASP

Entrada: Lista de elementos candidatos LC, Função $g(\cdot)$

Saída: Solução s construída de forma parcialmente gulosa quanto à função g

$s \leftarrow \emptyset$

enquanto *a solução s não estiver totalmente construída* **faça**

 Classifique os elementos de LC de acordo com a função g

 Crie uma LRC, composta pelos melhores elementos da LC

 Selecione aleatoriamente um elemento de LRC e inclua-o na solução s

 Atualize as listas LC e LRC, eliminando o elemento candidato inserido em s

fim

Retorne s ;

Figura 5: Procedimento Fase de Construção GRASP

pela heurística de construção, maior será a velocidade de convergência desta solução para um ótimo local.

3 O Planejamento Operacional de Lavra Abordado

O Problema de Planejamento de Lavra a Céu Aberto em Mineração envolve a alocação de máquinas e caminhões às frentes de lavra. A Figura 6 ilustra um equipamento de carga abastecendo um caminhão em uma frente.



Figura 6: Equipamentos de carga e transporte

Cada frente de lavra contém uma determinada quantidade de material (minério ou estéril), com características físicas, químicas e econômicas diferenciadas, denominadas parâmetros de controle. Como exemplo típico de parâmetros de controle, tem-se: Fe, SiO₂, H₂O, Mn, P, granulometria. Para satisfazer as especificações exigidas pelos clientes, é necessário selecionar as frentes a serem lavradas e seu ritmo de lavra, os quais devem ser determinados proporcionalmente. Para a operação de minério e estéril, a mina conta com uma frota limitada de equipamentos de carga, os quais devem ser alocados às frentes de lavra e operarem em uma faixa de produtividade que torne viável sua utilização (COSTA, 2005).

Considera-se que o transporte do material retirado da frente de lavra é realizado por uma frota de caminhões com capacidades de carga diferentes. Esses caminhões são alocados às frentes de lavra dinamicamente, tentando-se evitar a formação de filas, ou seja, o caminhão é alocado a um ponto de carga ou basculamento que proporcione o menor tempo de fila possível.

O ritmo de lavra é determinado pelas capacidades de operação dos equipamentos de carga e transporte alocados às diversas frentes.

Em minas a céu aberto, são utilizados dois critérios para a alocação de caminhões: alocação estática e alocação dinâmica.

3.1 Alocação Estática de Caminhões

Na alocação estática (Figura 7), um caminhão é alocado a uma única rota, ou seja, permanece se deslocando entre dois pontos fixos, um de basculamento e outro de carga. Esta estratégia é geralmente adotada devido à simplificação das operações e ao custo da implantação de um sistema de despacho computadorizado de caminhões.



Figura 7: Alocação Estática de Caminhões

Esse sistema tem a desvantagem de ser sensível à formação de filas durante as operações de carga e por não aproveitar a ociosidade dos caminhões, geradas ao fixá-los a uma mesma rota.

3.2 Alocação Dinâmica de Caminhões

No sistema de alocação dinâmica (Figura 8), os caminhões não ficam fixos a uma determinada rota, como no sistema de alocação estática. Eles podem ser direcionados a diferentes frentes de lavra, onde esteja um equipamento de carga compatível. Esta estratégia faz aumentar a produtividade da frota e proporciona, segundo Costa (2005), um aumento na capacidade de produção da mina ou mesmo a redução do número de equipamentos necessários para manter o mesmo nível de produção.



Figura 8: Alocação Dinâmica de Caminhões

3.3 Características do Problema de Alocação Abordado

O problema abordado neste trabalho é o de Planejamento Operacional de Lavra com alocação dinâmica de caminhões (POLAD), sendo estes de capacidades diferentes.

Sendo a alocação dinâmica, ao descarregar o material, seja no britador (ou pilhas de estoque próximas ao britador) ou na pilha de estéril, o caminhão é direcionado a uma frente, não necessariamente a mesma da viagem anterior.

Admite-se que há um conjunto de carregadeiras de diferentes produtividades, sendo este conjunto menor que o de frentes às quais elas serão alocadas.

Considera-se o planejamento para uma hora de produção, sendo este aplicado até uma frente exaurir ou ocorrer uma quebra de equipamento, situação na qual deve ser feito outro planejamento.

Dado o elevado custo de uma carregadeira, é imposto um limite mínimo de produção para cada carregadeira para justificar economicamente sua utilização.

Finalmente, considera-se uma taxa de utilização máxima para os caminhões. Por exemplo, supondo uma taxa de utilização máxima de 85%, um caminhão l de 80 t de capacidade deveria trabalhar 51 ($= 0,85 \times 60$) minutos, no máximo, em uma hora. Isso é adotado para retratar uma situação mais real, uma vez que um caminhão não fica todo o tempo em atividade. Além disso, essa taxa de utilização máxima tem por objetivo, também, modelar a variabilidade nos tempos de ciclo dos caminhões.

4 *Modelo de programação matemática*

O modelo proposto de alocação dinâmica de caminhões é uma adaptação daquele de Costa (2005). Especificamente, a equação referente à relação estéril/minério é substituída por uma equação de meta de produção de estéril. Esta substituição é feita porque pode ser conveniente estabelecer limites inferiores ou superiores para a produção de estéril que não sigam a mesma proporção da meta de minério. Para tanto, são criadas variáveis de desvio relativas ao não atendimento dessa meta. Adicionalmente, tal como em Guimarães, Pantuza e Souza (2007), são incluídas restrições relativas às taxas de utilização dos caminhões, bem como uma componente de avaliação do número de veículos usados.

O planejamento da produção é feito para uma hora, sendo replicado enquanto não houver frente exaurida e as condições operacionais forem as mesmas. O objetivo do modelo é minimizar os desvios das metas de produção e qualidade, bem como reduzir o número de veículos necessários à operação. Para sua apresentação, sejam os seguintes parâmetros:

- M : Conjunto de frentes de minério;
- E : Conjunto de frentes de estéril;
- F : Conjunto de frentes de minério e estéril, isto é, $F = M \cup E$;
- T : Conjunto de parâmetros de controle analisados no minério;
- C : Conjunto de equipamentos de carga;
- V : Conjunto de equipamentos de transporte (caminhões);
- P_r : Ritmo de lavra recomendado relativo a minério (t/h);
- P_l : Ritmo de lavra mínimo relativo a minério (t/h);
- P_u : Ritmo de lavra máximo relativo a minério (t/h);
- E_r : Ritmo de lavra recomendado relativo a estéril (t/h);
- E_l : Ritmo de lavra mínimo relativo a estéril (t/h);
- E_u : Ritmo de lavra máximo relativo a estéril (t/h);
- α^- : Penalidade por desvio negativo da produção de minério;
- α^+ : Penalidade por desvio positivo da produção de minério;

- β^- : Penalidade por desvio negativo da produção de estéril;
 β^+ : Penalidade por desvio positivo da produção de estéril;
 t_{ij} : Percentual do parâmetro de controle j na frente i (%);
 tr_j : Percentual recomendado para o parâmetro de controle j na mistura (%);
 tl_j : Percentual mínimo admissível para o parâmetro de controle j na mistura (%);
 tu_j : Percentual máximo admissível para o parâmetro de controle j na mistura (%);
 λ_j^- : Penalidade por desvio negativo para o parâmetro de controle j na mistura;
 λ_j^+ : Penalidade por desvio positivo para o parâmetro de controle j na mistura;
 ω_l : Penalidade por uso do l -ésimo caminhão;
 Qu_i : Ritmo de lavra máximo para a frente i (t/h);
 Tx_l : Taxa máxima de utilização do caminhão l (%);
 Cl_k : Produção mínima do equipamento de carga k (t/h);
 Cu_k : Produção máxima do equipamento de carga k (t/h);
 cap_l : Capacidade do caminhão l (t);
 tc_{il} : Tempo total de ciclo do caminhão l na frente i (min);
 g_{lk} : 1, se o caminhão l é compatível com o equipamento de carga k ; e 0, caso contrário.

Definamos as seguintes variáveis de decisão:

- x_i : Ritmo de lavra da frente i (t/h);
 y_{ij} : 1, se o equipamento de carga k opera na frente i ; e 0, caso contrário.
 n_{il} : Número de viagens que um caminhão l realiza na frente i ;
 P_m^- : Desvio negativo de produção de minério em relação ao recomendado (t/h);
 P_m^+ : Desvio positivo de produção de minério em relação ao recomendado (t/h);
 P_e^- : Desvio negativo de produção de estéril em relação ao recomendado (t/h);
 P_e^+ : Desvio positivo de produção de estéril em relação ao recomendado (t/h);
 d_j^- : Desvio negativo do parâmetro j na mistura (t/h);
 d_j^+ : Desvio positivo do parâmetro j na mistura (t/h);
 U_l : 1, se o veículo l é usado; e 0, caso contrário.

A seguir, é apresentado pelas equações (1)-(26), o modelo de programação matemática relativo ao problema abordado.

$$\min \sum_{j \in T} \lambda_j^- d_j^- + \sum_{j \in T} \lambda_j^+ d_j^+ + \alpha^- P_m^- + \alpha^+ P_m^+ + \beta^- P_e^- + \beta^+ P_e^+ + \sum_{l \in V} \omega_l U_l \quad (4.1)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j)x_i \leq 0 \quad \forall j \in T \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j)x_i \geq 0 \quad \forall j \in T \quad (4.3)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j)x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in T \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \leq P_u \quad (4.5)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \geq P_l \quad (4.6)$$

$$\sum_{i \in M} x_i + P_m^- - P_m^+ = P_r \quad (4.7)$$

$$\sum_{i \in E} x_i \leq E_u \quad (4.8)$$

$$\sum_{i \in E} x_i \geq E_l \quad (4.9)$$

$$\sum_{i \in E} x_i + P_e^- - P_e^+ = E_r \quad (4.10)$$

$$x_i \leq Qu_i \quad \forall i \in F \quad (4.11)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (4.12)$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0 \quad \forall j \in T \quad (4.13)$$

$$P_m^-, P_m^+ \geq 0 \quad (4.14)$$

$$P_e^-, P_e^+ \geq 0 \quad (4.15)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (4.16)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (4.17)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in F, \forall k \in C \quad (4.18)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cu_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (4.19)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cl_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (4.20)$$

$$n_{il} T c_{il} - 60 \sum_{k \in C, g_{lk}=1} y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F, \forall l \in V \quad (4.21)$$

$$x_i - \sum_{l \in V} n_{il} cap_l = 0 \quad \forall i \in F \quad (4.22)$$

$$\frac{1}{60} \sum_{l \in V} n_{il} t c_{il} \leq T x_l \quad \forall i \in F \quad (4.23)$$

$$U_l - \frac{1}{60} \sum_{l \in V} n_{il} t c_{il} \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (4.24)$$

$$n_{il} \in Z^+ \quad \forall i \in F, \forall l \in V \quad (4.25)$$

$$U_l \in \{0, 1\} \quad \forall l \in V \quad (4.26)$$

A função objetivo (4.1) procura minimizar os desvios com relação à qualidade e produção de minério e estéril, bem como o número de caminhões utilizados. As restrições (4.2)-(4.15) tratam o problema clássico de mistura com metas. Nesse grupo, as restrições (4.7) e (4.10)

dizem respeito, respectivamente, aos atendimentos das metas de produção de minério e estéril, enquanto as restrições (4.11) limitam o ritmo de lavra máximo definido pelo usuário.

As demais restrições que complementam o modelo podem ser divididas em dois grupos. O primeiro diz respeito à alocação de equipamentos de carga e a faixa de produtividade que torna viável a utilização desses equipamentos. O segundo grupo está relacionado ao transporte de material na mina e à alocação e utilização dos caminhões.

Em relação ao primeiro grupo, as restrições (4.16) definem que em cada frente pode ser alocado, no máximo, um único equipamento de carga, enquanto que as restrições (4.17) definem que cada equipamento de carga pode operar, no máximo, em uma única frente. As restrições (4.18) definem que as variáveis y_{ik} são binárias. As restrições (4.19) e (4.20) limitam, respectivamente, o ritmo de lavra máximo e mínimo, definidos pela carregadeira alocada à frente.

No segundo grupo de restrições, cada restrição (4.21) faz com que um caminhão somente realize viagens a uma frente onde esteja alocado um equipamento de carga compatível. As restrições (4.22) fazem com que o ritmo de lavra de uma frente seja igual à produção realizada pelos caminhões alocados à frente. As restrições (4.23) definem que cada caminhão opere no máximo $Tx\%$ em uma hora. As restrições (4.24), juntamente com a função objetivo, forçam com que os caminhões usados sejam penalizados. As restrições (4.25) forçam que seja inteiro positivo o número de viagens que um caminhão faz a uma frente. As restrições (4.26) indicam que as variáveis U_l são binárias.

5 Metodologia Heurística

Neste capítulo apresenta-se a metodologia heurística proposta para resolver o POLAD. A Seção 5.1 descreve como uma solução do POLAD é representada. A heurística utilizada para geração da solução inicial é apresentada na Seção 5.2, e na Seção 5.3 são apresentados os movimentos que constituem as estruturas de vizinhança utilizadas para resolução do problema. A Seção 5.4 mostra como uma solução é avaliada. Os algoritmos heurísticos propostos para resolver o POLAD são descritos na Seção 5.5.

5.1 Representação de uma solução

Uma solução do POLAD é representada por uma matriz $R_{|F| \times (1+|V|)}$ de valores inteiros, sendo F o conjunto de frentes e V o conjunto de caminhões.

Para clareza de apresentação, a matriz $R_{|F| \times (1+|V|)}$ é decomposta em duas submatrizes Y e N , com $R = [Y|N]$, sendo $Y = (y_i)_{|F| \times 1}$ e $N = (n_{il})_{|F| \times |V|}$. A submatriz $Y_{|F| \times 1}$ representa a alocação dos equipamentos de carga ao conjunto F de frentes e o respectivo *status* de cada um desses equipamentos com relação ao fato de estarem ativos ou não. Em cada célula y_i da matriz $Y_{|F| \times 1}$ representa-se a carregadeira k alocada à frente i . Um valor D significa que não existe carregadeira alocada. Se não houver viagens feitas a uma frente i , a carregadeira k associada a tal frente é considerada *inativa* e não é penalizada por produção abaixo da mínima para este equipamento de carga (restrições (4.20) da formulação de programação matemática, página 36). A submatriz $N = (n_{il})_{|F| \times |V|}$ representa o número de viagens realizadas pelos caminhões l às frentes i . Um valor 0 (zero) significa que não há viagem para aquele caminhão, enquanto um valor X informa que há incompatibilidade entre o caminhão e a carregadeira alocada àquela frente.

A Tabela 1 exemplifica uma solução para uma instância do problema. Nesta tabela, as linhas representam as frentes de lavra disponíveis no conjunto F , a coluna *CARGA* representa a alocação dos equipamentos de carga às frentes de lavra e as demais colunas indicam o número

de viagens que serão realizadas pelo conjunto V de caminhões disponíveis.

Tabela 1: Exemplo de características de uma solução para o POLAD

	<i>Carga</i>	<i>Cam</i> ₁	<i>Cam</i> ₂	...	<i>Cam</i> _{<i>V</i>}
<i>F</i> ₁	$\langle Car_1, 1 \rangle$	8	X	...	X
<i>F</i> ₂	$\langle D, 0 \rangle$	0	0	...	0
<i>F</i> ₃	$\langle Car_8, 0 \rangle$	0	0	...	0
...
<i>F</i> _{<i>F</i>}	$\langle Car_5, 1 \rangle$	0	9	...	3

Neste exemplo observa-se, na coluna CARGA, linha F_1 , a dupla $\langle Car_1, 1 \rangle$, indicando que o equipamento de carga Car_1 está alocado à frente F_1 e em operação. Na coluna CARGA, linha F_3 , a dupla $\langle Car_8, 0 \rangle$ indica que o equipamento de carga Car_8 está alocado à frente F_3 , mas não está em operação. Observa-se, ainda, na coluna CARGA, linha F_2 , o valor $\langle D, 0 \rangle$ informando que não existe equipamento de carga alocado à frente F_2 e que, portanto, esta frente está disponível. As demais colunas representam o número de viagens a serem realizadas por um caminhão a uma frente, considerando a compatibilidade entre o caminhão e o equipamento de carga alocado à frente. As células com os valores X indicam incompatibilidade entre um caminhão e o respectivo equipamento de carga.

A partir de Y , N e dos tempos de ciclo dados na matriz $TC = (tc_{il})_{|F| \times |V|}$ são determinados o ritmo de lavra em cada frente e o somatório dos tempos de ciclo de cada caminhão.

5.2 Geração de uma solução inicial

Para gerar uma solução inicial para o POLAD, foram desenvolvidos três procedimentos: aleatório, guloso e parcialmente guloso.

5.2.1 Geração Aleatória

Na geração aleatória, a formação de uma solução inicial é feita em duas etapas. Na primeira, os equipamentos de carga disponíveis são numerados e a seguir esses valores são aleatoriamente distribuídos na submatriz Y , com cada célula recebendo um único valor, no máximo. Na segunda etapa, atribui-se à cada célula n_{il} da submatriz N , um valor aleatório compreendido entre o número mínimo e o máximo de viagens a serem realizadas pelo caminhão l à frente i , desde que exista compatibilidade entre o equipamento de carga alocado à frente i e o caminhão l .

5.2.2 Geração Parcialmente Gulosa

Uma solução inicial para o problema é obtida por um procedimento construtivo parcialmente guloso, semelhante à da fase de construção GRASP (FEO; RESENDE, 1995). A construção é feita em duas etapas. As alocações das carregadeiras e a distribuição das viagens às frentes são feitas, na primeira etapa, às frentes de estéril, e na segunda, às frentes de minério. Esta estratégia é adotada tendo em vista que nas frentes de estéril o importante é atender à produção e não é necessário observar a qualidade.

Nas figuras 9 e 10 são mostrados os pseudocódigos dos procedimentos de construção mencionados. Na classificação dos elementos candidatos a ser inseridos na solução considera-se que para as frentes de estéril, a melhor frente é a que possui a maior massa, a melhor carregadeira é a que oferece a maior produção e o melhor caminhão é o de maior capacidade. Já para as frentes de minério considera-se que a melhor frente é a que possui o menor desvio dos teores em relação às metas, a melhor carregadeira é a que oferece a maior produção e o melhor caminhão é o de menor capacidade.

Procedimento ConstróiSoluçãoEstéril

Saída: Solução de estéril s

enquanto a produção de estéril for menor que a produção recomendada e existirem frentes de estéril não utilizadas **faça**

$frenteAtual \leftarrow$ melhor frente de estéril ainda não utilizada ;

se não há carregadeira na frente $frenteAtual$ **então**

 Aloque a melhor carregadeira ainda não alocada;

$s \leftarrow s'$;

se não há caminhão na frente $frenteAtual$ **então Retorne** s

para cada caminhão l **faça**

se o caminhão l for compatível com a carregadeira da frente $frenteAtual$

então

enquanto a produção de estéril for menor que a produção

 recomendada e o caminhão l pode fazer mais uma viagem **faça**

 | Aloque uma viagem ao caminhão l para a frente $frenteAtual$;

fim

fim

fim

fim

Retorne s ;

Figura 9: Construção de uma solução para o carregamento de estéril

Nesse algoritmo, a cada iteração gera-se uma solução inicial parcialmente gulosa, s_0 , através de uma adaptação da construção gulosa, descrita na Subseção 2.4.3. Essa adaptação se

refere às escolhas das frentes e carregadeiras, que passam a ser escolhidas através de uma LRC (Lista Restrita de Candidatos). Nessa construção, as escolhas são realizadas de forma gulosa, isto é, a carregadeira de maior produtividade é alocada à frente de maior disponibilidade de minério/estéril. Já na fase de construção GRASP, a carregadeira a ser alocada não é necessariamente a de maior produtividade, mas uma das $GRASP_C$ carregadeiras de maior produtividade. O mesmo acontece com as frentes, que são escolhidas dentre as $GRASP_F$ frentes de maior disponibilidade de minério/estéril.

A solução inicial é refinada pelo procedimento de busca local VND, apresentado na Subseção 2.4.2, gerando uma solução s' . Se a solução s' for melhor que a melhor solução (s^*) encontrada até então, aceita-se s' como a nova solução s^* . O método pára quando o número máximo de iterações ($GRASPmax$) for atingido.

A escolha da frente $frenteAtual$ na segunda etapa da construção (Figura 10) é feita por uma função guia, tal como em Bresina (1996). Primeiramente, todas as frentes candidatas são ordenadas tendo em vista os valores dos desvios das metas de qualidade. À r -ésima frente melhor classificada, é associada uma função guia $bias(r) = 1/(2r)$. A seguir, cada frente candidata é escolhida com probabilidade $p(r) = bias(r)/\sum bias(r)$. Nesta estratégia, dá-se maior probabilidade de escolha à frente que mais contribui para minimizar os desvios das metas.

Procedimento ConstróiSoluçãoMinério

Saída: Solução de minério s

enquanto a produção de minério for menor que a produção recomendada e existirem frentes de minério não utilizadas **faça**

 Ordene as frentes pelos desvios de meta (ordem crescente);

$frenteAtual \leftarrow$ Escolha uma das frentes de minério que podem ser utilizadas;

se não há carregadeira na frente $frenteAtual$ **então**

 Aloque a melhor carregadeira ainda não alocada;

se todas as carregadeiras já foram alocadas **então** **Retorne** s

para cada caminho l **faça**

se o caminho l for compatível com a carregadeira da frente $frenteAtual$

então

enquanto a produção de minério for menor que a produção

 recomendada e o caminho l pode fazer mais uma viagem **faça**

 | Aloque uma viagem ao caminho l para a frente $frenteAtual$;

fim

fim

fim

fim

fim

Retorne s ;

Figura 10: Construção de uma solução para o carregamento de minério

A solução inicial é construída com base nos procedimentos *ConstroiSoluçãoEstéril* (Figura 9), e *ConstroiSoluçãoMinério* (Figura 10), executados nesta ordem. Se a solução s for melhor que a melhor solução (s^*) encontrada até então, aceita-se s como a nova solução s^* . O método pára quando o número máximo de iterações ($GRASPmax$) for atingido.

O pseudocódigo dessa metodologia é apresentado na Figura 11.

Procedimento GRASP POLAD

```

 $f^* \leftarrow \infty;$ 
 $iter \leftarrow 0;$ 
enquanto  $iter < GRASPmax$  faça
  |  $s_0 \leftarrow$  ConstroiSoluçãoParcialmenteGulosa();
  | Submeta  $s$  a um procedimento de busca local;
  | se  $f(s') < f(s^*)$  então
  | |  $s^* \leftarrow s'$ ;
  | fim
fim
 $s_0 \leftarrow s^*$  // Retorne a solução  $s_0$ ;

```

Figura 11: Procedimento GRASP aplicado ao POLAD

5.3 Estruturas de vizinhança

Para explorar o espaço de soluções do POLAD foram desenvolvidos 8 tipos diferentes de movimentos, apresentados a seguir, para definir oito estruturas de vizinhança $N^k(s)$. Os seis primeiros movimentos, e suas devidas estruturas de vizinhança, foram propostos em Costa (2005). As demais representam contribuições do presente trabalho.

5.3.1 Movimento Carga - $N^{CG}(s)$

Consiste em trocar duas células distintas y_i e y_k da matriz Y , ou seja, trocar os equipamentos de carga que operam nas frentes i e k , caso as duas frentes possuam equipamentos de carga alocados. No caso de apenas uma das frentes possuir equipamento de carga e a outra estiver disponível, esse movimento consistirá em realocar o equipamento de carga à frente disponível.

Para manter a compatibilidade entre carregadeiras e caminhões, as viagens feitas às frentes são realocadas juntamente com as frentes escolhidas.

As Figuras 12 e 13 ilustram a aplicação deste tipo de movimento. Na Figura 12, a frente F_4 que antes operava com o equipamento Car_4 , passa a ficar disponível; e a frente F_2 , que antes estava disponível, passa a operar com o equipamento Car_4 .

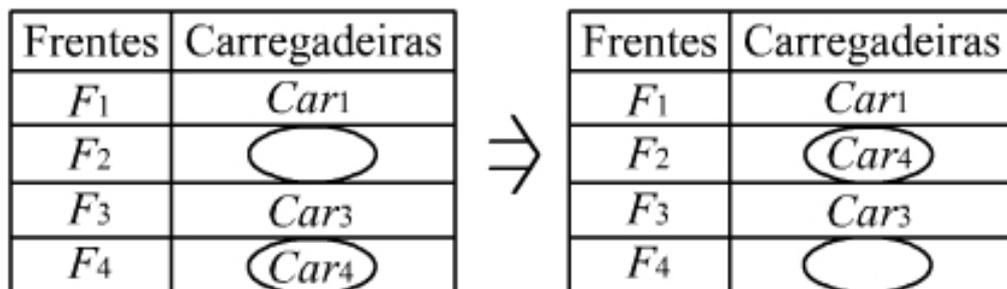


Figura 12: Movimento de realocação de equipamentos de carga (frente disponível)

Na Figura 13, as frentes F_1 e F_3 foram selecionadas e o equipamento de carga Car_1 , anteriormente alocado à frente F_1 , é realocado para a frente F_3 , carregando também as viagens de F_1 para F_3 . O mesmo ocorre em F_3 , onde antes operava a carregadeira Car_2 , que passa a operar com Car_1 .

5.3.2 Movimento Operação Frente - $N^{OF}(s)$

Consiste em retirar de operação o equipamento de carga que esteja em operação na frente i . O movimento retira todas as viagens feitas a esta frente, deixando o equipamento *inativo*. O

Frentes	Carregadeiras	Cam ₁	Cam ₂
F ₁	Car ₁	3	2
F ₂		0	3
F ₃	Car ₂	1	0
F ₄	Car ₃	x	0

 \Rightarrow

Frentes	Carregadeiras	Cam ₁	Cam ₂
F ₁	Car ₂	1	0
F ₂		0	3
F ₃	Car ₁	3	2
F ₄	Car ₃	x	0

Figura 13: Movimento de realocação de equipamentos de carga

equipamento retorna à operação assim que uma nova viagem é associada a ele.

Na Figura 14, a frente F₂ que antes estava em operação e tinha viagens de Cam₁ e Cam₂, passa a não ter mais tais viagens e sua carregadeira é considerada inativa, não sendo penalizada na função objetivo.

Frentes	Carregadeiras	Cam ₁	Cam ₂
F ₁	Car ₁	3	2
F ₂		0	3
F ₃	Car ₂	1	0
F ₄	Car ₃	x	0

 \Rightarrow

Frentes	Carregadeiras	Cam ₁	Cam ₂
F ₁	Car ₂	1	0
F ₂		0	3
F ₃	Car ₁	3	2
F ₄	Car ₃	x	0

Figura 14: Movimento parar operação de uma frente

5.3.3 Movimento Número de Viagens - $N^{NV}(s)$

Este movimento consiste em aumentar ou diminuir o número de viagens de um caminhão l a uma frente i , onde esteja operando um equipamento de carga compatível. Desta maneira, uma célula n_{il} da matriz N tem seu valor acrescido ou decrescido de uma unidade.

A Figura 15 ilustra o movimento de diminuição do número de viagens realizadas pelo caminhão Cam₂ na frente F₂, de 3 para 2 viagens.

Na Figura 16 o movimento aumenta o número de viagens realizadas pelo caminhão Cam₂ na frente F₂, alterando o número de viagens de 3 para 4.

	Cam ₁	Cam ₂
F ₁	3	2
F ₂	0	3
F ₃	1	0
F ₄	x	0

 \Rightarrow

	Cam ₁	Cam ₂
F ₁	3	2
F ₂	0	2
F ₃	1	0
F ₄	x	0

Figura 15: Movimento de decréscimo no número de viagens

	<i>Cam1</i>	<i>Cam2</i>
F_1	3	2
F_2	0	3
F_3	1	0
F_4	x	0

 \Rightarrow

	<i>Cam1</i>	<i>Cam2</i>
F_1	3	2
F_2	0	4
F_3	1	0
F_4	x	0

Figura 16: Movimento de acréscimo no número de viagens

5.3.4 Movimento Realocar Viagem de um Caminhão - $N^{VC}(s)$

Consiste em seleccionar duas células n_{il} e n_{kl} da matriz N e repassar uma unidade de n_{il} para n_{kl} . Assim, neste movimento, um caminhão l deixa de realizar uma viagem em uma frente i para realizá-la em outra frente k . Restrições de compatibilidade entre equipamentos são respeitadas neste movimento, havendo realocação de viagens apenas quando houver compatibilidade entre eles.

A Figura 17 ilustra este movimento, onde o caminhão Cam_1 e as frentes F_1 e F_2 são seleccionados, e uma viagem de F_1 é realocada para F_2 .

	<i>Cam1</i>	<i>Cam2</i>
F_1	3	2
F_2	0	3
F_3	1	0
F_4	x	0

 \Rightarrow

	<i>Cam1</i>	<i>Cam2</i>
F_1	2	2
F_2	1	3
F_3	1	0
F_4	x	0

Figura 17: Movimento de realocação de viagens de um caminhão

5.3.5 Movimento Realocar Viagem de uma Frente - $N^{VF}(s)$

Duas células n_{il} e n_{ik} da matriz N são selecionadas e uma unidade de n_{il} é realocada para n_{ik} . Portanto, esse movimento consiste em realocar uma viagem de um caminhão l para um caminhão k que esteja operando na frente i . Restrições de compatibilidade entre equipamentos são respeitadas neste movimento, havendo realocação de viagens apenas quando houver compatibilidade entre eles.

Este movimento é apresentado na Figura 18, onde a frente F_2 foi selecionada e uma viagem do caminhão Cam_2 é transferida para o caminhão Cam_1 .

	<i>Cam</i> ₁	<i>Cam</i> ₂
F_1	3	2
F_2	0	3
F_3	1	0
F_4	x	0

 \Rightarrow

	<i>Cam</i> ₁	<i>Cam</i> ₂
F_1	3	2
F_2	1	2
F_3	1	0
F_4	x	0

Figura 18: Movimento de realocação de viagens de uma frente

5.3.6 Movimento Operação Caminhão - $N^{OC}(s)$

Consiste em selecionar uma célula n_{il} da matriz N e zerar seu conteúdo, significando retirar de atividade um caminhão l que esteja operando em uma frente i .

A Figura 19 ilustra este movimento. Na figura, observa-se que o caminhão Cam_2 e a frente F_2 foram selecionados e o número de viagens foi zerado, ou seja, Cam_2 não irá operar em F_2 .

	<i>Cam</i> ₁	<i>Cam</i> ₂
F_1	3	2
F_2	0	3
F_3	1	0
F_4	x	0

 \Rightarrow

	<i>Cam</i> ₁	<i>Cam</i> ₂
F_1	3	2
F_2	0	0
F_3	1	0
F_4	x	0

Figura 19: Movimento parar operação de um caminhão em uma frente

5.3.7 Movimento Troca de Viagens - $N^{VT}(s)$

Duas células da matriz N são selecionadas e uma viagem é realocada entre elas. Tal movimento pode ocorrer entre quaisquer células da matriz N , respeitando-se as restrições de compatibilidade entre equipamentos.

A Figura 20 ilustra este movimento. Nela, observa-se que a frente F_1 e o caminhão Cam_1 , assim como a frente F_4 e o caminhão Cam_2 foram selecionados, transferindo-se uma viagem de um caminhão para outro.

Frentes	Carregadeiras	Cam_1	Cam_2
F_1	Car_1	3	2
F_2		0	3
F_3	Car_2	1	0
F_4	Car_3	x	4

 \Rightarrow

Frentes	Carregadeiras	Cam_1	Cam_2
F_1	Car_1	2	2
F_2		0	3
F_3	Car_2	1	0
F_4	Car_3	x	5

Figura 20: Movimento troca de viagens

5.3.8 Movimento Troca de Carregadeiras - $N^{CT}(s)$

Consiste em trocar duas células distintas y_i e y_k da matriz Y , ou seja, trocar os equipamentos de carga que operam nas frentes i e k . Analogamente ao movimento CG , em um movimento CT os equipamentos de carga das frentes são trocados, mas as viagens feitas às frentes não são alteradas. Para manter a compatibilidade entre carregadeiras e caminhões, as viagens feitas a frentes com equipamentos de carga incompatíveis são removidas.

Na Figura 21 observa-se que as carregadeiras Car_1 e Car_3 , alocadas às frentes F_1 e F_4 , respectivamente, são trocadas, mas as viagens feitas a estas frentes são mantidas. Porém, para manter a compatibilidade entre caminhões e carregadeiras, o caminhão Cam_1 , incompatível com a carregadeira Car_3 , tem agora suas viagens à frente F_1 zeradas visto sua incompatibilidade com a carregadeira alocada à frente. O caminhão Cam_1 pode agora fazer viagens à frente F_4 , uma vez que agora se encontra alocada nesta frente a carregadeira Car_1 , compatível com tal caminhão.

Frentes	Carregadeiras	Cam_1	Cam_2
F_1	Car_1	3	2
F_2		0	3
F_3	Car_2	1	0
F_4	Car_3	x	5

 \Rightarrow

Frentes	Carregadeiras	Cam_1	Cam_2
F_1	Car_3	x	2
F_2		0	3
F_3	Car_2	1	0
F_4	Car_1	0	5

Figura 21: Movimento troca de carregadeiras

5.4 Função de avaliação

Como os movimentos desenvolvidos podem gerar soluções inviáveis, uma solução é avaliada por uma função f , a ser minimizada, composta por duas parcelas. A primeira delas é a função objetivo propriamente dita, f^{PM} (equação (4.1) do modelo de programação matemática), e a segunda é composta pelas funções que penalizam a ocorrência de inviabilidade na solução corrente. Assim, a função f mensura o desvio dos objetivos considerados e penaliza o não atendimento às restrições do problema. Ela está definida pela equação (5.1).

$$f(s) = f^{PM}(s) + f^p(s) + \sum_{j \in T} f_j^q(s) + \sum_{l \in V} f_l^u(s) + \sum_{k \in C} f_k^c(s) \quad (5.1)$$

em que:

$f^{PM}(s)$ é uma função que avalia s quanto ao atendimento às metas de produção e qualidade, bem como número de caminhões utilizados (mesma do modelo de programação matemática);

$f^p(s)$ avalia s quanto ao desrespeito aos limites de produção estabelecidos para a quantidade de minério e estéril;

$f_j^q(s)$ avalia s quanto à inviabilidade em relação ao j -ésimo parâmetro de controle;

$f_l^u(s)$ avalia s quanto ao desrespeito do atendimento da taxa de utilização máxima do l -ésimo caminhão;

$f_k^c(s)$, que avalia s quanto ao desrespeito aos limites de produtividade da carregadeira k .

Mostra-se, a seguir, como cada uma dessas componentes da função $f(s)$ é avaliada.

5.4.1 Produção de Minério e Estéril

Quanto à produção de minério e estéril, uma solução s é avaliada segundo a Equação (5.2).

$$f^p(s) = \Theta^{m^-} \times \max(0, P_l - P_m) + \Theta^{m^+} \times \max(0, P_m - P_u) + \Theta^{e^-} \times \max(0, E_l - P_e) + \Theta^{e^+} \times \max(0, P_e - E_u) \quad (5.2)$$

em que:

P_m : Produção de minério (t/h);

P_l : Limite mínimo de produção de minério (t/h);

P_u : Limite máximo de produção de minério (t/h);

Θ^{m+} : Peso associado à inviabilidade quanto ao limite máximo de produção de minério.

Θ^{m-} : Peso associado à inviabilidade quanto ao limite mínimo de produção de minério.

P_e : Produção de estéril (t/h);

E_l : Limite mínimo de produção de estéril (t/h);

E_u : Limite máximo de produção de estéril (t/h);

Θ^{e+} : Peso associado à inviabilidade quanto ao limite máximo de produção de estéril.

Θ^{e-} : Peso associado à inviabilidade quanto ao limite mínimo de produção de estéril.

O valor P_m da produção de minério é obtido pelo somatório de todas as viagens realizadas pelos caminhões às frentes de minério multiplicadas pelas suas respectivas capacidades de carga, conforme Equação (5.3).

$$P_m = \sum_{i \in M} \sum_{l \in V} n_{il} cap_l \quad (5.3)$$

em que:

M : Conjunto de frentes de minério;

V : Conjunto de caminhões;

n_{il} : Número de viagens que um caminhão l faz à uma frente i em uma hora;

cap_l : Capacidade do caminhão l (t).

O valor de P_e da produção de estéril é obtido analogamente pela equação (5.4).

$$P_e = \sum_{i \in E} \sum_{l \in V} n_{il} cap_l \quad (5.4)$$

em que:

E : Conjunto de frentes de estéril;

V : Conjunto de caminhões;

n_{il} : Número de viagens que um caminhão l faz à uma frente i em uma hora;

cap_l : Capacidade do caminhão $l(t)$.

5.4.2 Qualidade da Mistura

A qualidade da mistura é mensurada pelo desvio em relação às metas relativas aos parâmetros de controle. A Equação (5.5) avalia esse desvio para o j -ésimo elemento do conjunto T , de parâmetros de controle.

$$f_j^q(s) = \Delta_j \times \left[\Phi_j^- \times \max(0, Ql_j - Q_j) + \Phi_j^+ \times \max(0, Q_j - Qu_j) \right] \quad \forall j \in T \quad (5.5)$$

em que:

Q_j : Quantidade encontrada na mistura para o parâmetro de controle j (ton);

Ql_j : Quantidade mínima para o parâmetro de controle j na mistura (ton);

Qu_j : Quantidade máxima para o parâmetro de controle j na mistura (ton);

Φ_j^- : Peso associado à quantidade mínima do parâmetro j ;

Φ_j^+ : Peso associado à quantidade máxima do parâmetro j ;

Δ_j : Multiplicador associado ao parâmetro j .

Os valores de Q_j , Ql_j e Qu_j são avaliados conforme as Equações (5.6), (5.7) e (5.8), respectivamente.

$$Q_j = \sum_{i \in M} t_{ij} x_i \quad \forall j \in T \quad (5.6)$$

$$Ql_j = tl_j \times \sum_{i \in M} x_i \quad \forall j \in T \quad (5.7)$$

$$Qu_j = tu_j \times \sum_{i \in M} x_i \quad \forall j \in T \quad (5.8)$$

O multiplicador Δ_j é utilizado para equiparar os parâmetros de controle em uma mesma ordem de grandeza, de modo que os pesos Φ_j^- e Φ_j^+ sejam aplicados coerentemente.

5.4.3 Utilização dos Caminhões

Os caminhões são avaliados de acordo com a carga transportada, dada em toneladas de minério por hora, conforme Equação (5.9).

$$f_l^u(s) = \Omega^+ \times cap_l \times \max(0, TU_l - Tx_l) \quad \forall l \in V \quad (5.9)$$

em que:

TU_l : Taxa de utilização do caminhão l (t/h);

Tx_l : Taxa máxima de utilização do caminhão l (%).

A taxa de utilização de um caminhão l (TU_l) é dada pela Equação (5.10), que retorna o percentual do tempo em que o caminhão é efetivamente utilizado em uma hora de operação.

$$TU_l = \frac{\sum_{i \in F} n_{il} t_{c_{il}}}{60} \quad \forall l \in V \quad (5.10)$$

O fator Ω^+ penaliza uma solução que apresenta um caminhão sendo utilizado acima da sua utilização máxima.

5.4.4 Produção dos Equipamentos de Carga

Cada equipamento de carga deve operar em uma faixa de produção que garanta a sua viabilidade operacional. A produção do equipamento de carga é avaliada conforme o ritmo de lavra da frente à qual está alocado, como mostra a Equação (5.11).

$$f_i^c(s) = \Psi_k^- \times \max\{0, Cl_k - x_i\} + \Psi_k^+ \times \max\{0, x_i - Cu_k\} \quad \forall i \in F \quad (5.11)$$

em que:

x_i : Ritmo de lavra da frente i (t/h);

k : Equipamento de carga que está operando na frente i ;

Cu_k : Produção máxima do equipamento de carga k alocado à frente i (t/h);

Cl_k : Produção mínima do equipamento de carga k alocado à frente i (t/h);

Os fatores Ψ_k^- e Ψ_k^+ penalizam uma solução que apresenta um equipamento de carga com produção abaixo ou acima, respectivamente, da produção mínima e máxima previamente estabelecida.

5.5 Algoritmos Propostos

Para resolver o POLAD, são desenvolvidos dois algoritmos, *GVILS* e *H-GVILS*, os quais são descritos a seguir.

5.5.1 Algoritmo *GVILS* aplicado ao POLAD

O algoritmo *GVILS* combina os procedimentos GRASP (FEO; RESENDE, 1995), *Variable Neighborhood Descent* - VND (MLADENOVIC; HANSEN, 1997) e *Iterated Local Search* - ILS (LOURENÇO; MARTIN; STÜTZLE, 2003). Seu pseudocódigo está esquematizado na Figura 22.

Procedimento *GVILS*

Entrada: Solução s , Inteiro $ILStempo$, Inteiro $ILSmax$, Função $f(\cdot)$

Saída: Solução s^* de qualidade superior ou igual à s de acordo com a função f

```

1  $s^* \leftarrow$  FaseConstruçãoGRASP( $s, f$ );
2  $p \leftarrow 0$ ;
3 enquanto critério de parada não satisfeito faça
4    $iter \leftarrow 0$ ;
5   enquanto  $iter < ILSmax$  and critério de parada não satisfeito faça
6      $s' \leftarrow$  perturbação( $s^*, p$ );
7      $s'' \leftarrow$  VND( $s', f$ );
8     se  $s''$  for melhor que  $s^*$  de acordo com a função  $f$  então
9        $s^* \leftarrow s''$ ;
10       $p \leftarrow 0$ ;
11       $iter \leftarrow 0$ ;
12     senão
13        $iter \leftarrow iter + 1$ ;
14     fim
15   fim
16    $p \leftarrow p + 1$ ;
17 fim
18 Retorne  $s^*$ ;

```

Figura 22: Algoritmo *GVILS* proposto

Uma solução inicial (linha 1 da Figura 22) é gerada pelo procedimento parcialmente guloso

GRASP, conforme descrito na Seção 5.2. A busca local é feita pelo procedimento VND usando-se os movimentos descritos na seção 5.3. Estrategicamente, a busca local opera nas vizinhanças em uma ordem pré-definida, começando das que exigem menor esforço computacional para aquelas que exigem maior esforço.

Como em testes preliminares algumas vizinhanças não produziam bons ótimos locais ou despendiam muito tempo de processamento para alcançar um ótimo local, apenas um grupo reduzido de vizinhanças foi utilizado nessa busca local. Assim, o VND utiliza a seguinte ordem de exploração de vizinhanças: N^{CG} , N^{NV} , N^{VC} e N^{VF} . Os movimentos relativos às vizinhanças N^{CT} , N^{OC} , N^{OF} e N^{VT} , foram utilizados apenas como perturbação da solução corrente.

O objetivo da perturbação é diversificar a busca, gerando uma solução diferente e cada vez mais *distante* da região atual de exploração no espaço de busca. Para cumprir esta missão, são estabelecidos vários níveis de perturbação. Para um dado nível p de perturbação, são aplicados à solução corrente $p + 2$ movimentos, cada qual escolhido aleatoriamente dentre 6 daqueles descritos na Subseção 5.3. Cada movimento é escolhido de acordo com uma certa probabilidade, dada por: 30% para N^{NV} , 20% para N^{VT} , 20% para N^{CG} , 10% para N^{CT} , 10% para N^{OF} e 10% para N^{OC} . Essa probabilidade diferenciada deve-se à influência mais significativa dos movimentos baseados em alteração do número de viagens, troca de viagens e troca dos equipamentos de carga na qualidade da solução final. A essa solução perturbada é aplicada busca local, baseada no procedimento VND (linha 7 da Fig. 22). Após $ILSM_{max}$ iterações sem melhora em um dado nível, este é aumentado em uma unidade. No caso de se encontrar uma solução de melhora, o nível de perturbação volta ao seu nível mais baixo, no caso, $p = 0$.

5.5.2 Algoritmo *H-GVILS* aplicado ao POLAD

O algoritmo *H-GVILS* é um aperfeiçoamento do algoritmo *GVILS* descrito na Seção anterior. Neste algoritmo, a partir de um determinado nível de perturbação, a busca local (linha 7 da Figura 22) não passa a ser feita de forma heurística e sim de forma exata. Para tanto, fixa-se uma parte grande do problema e resolve-se na otimalidade uma parte pequena do POLAD. Além disso, há diferença também na maneira como são feitas as perturbações após esse determinado nível de perturbação é alcançado.

No *H-GVILS*, para cada nível p de perturbação, são aplicados à solução corrente $p + 2$ movimentos, escolhidos aleatoriamente dentre os 8 descritos na Subseção 5.3. A diferença é que após um nível H de perturbações, o método começa a fazer perturbações da seguinte maneira: inicialmente seleciona-se aleatoriamente 10% das frentes e fixa-se no modelo exato (formulação de programação matemática, descrita no Capítulo 4) todas as configurações das

outras frentes não selecionadas, ou seja, as células das matrizes Y , de carregadeiras e N , de viagens, que não pertencem a estes 10% selecionados. Desta maneira, executa-se o otimizador de programação matemática e retorna-se como solução perturbada a solução encontrada pelo método exato. A cada nível são aumentados mais 10% de frentes livres, de forma que ao término de dez níveis, o método é executado totalmente de forma exata. O procedimento de solução via o otimizador é interrompido em duas situações: (i) após encontrar a solução ótima ou (ii) após decorridos τ segundos de processamento.

6 *Sistema Desenvolvido*

6.1 Implementação Computacional

Os algoritmos propostos foram implementados na linguagem C++ e tiveram sua estrutura projetada no modelo de um *framework* (Figura 23). Tal estratégia se justifica pelo fato de que durante o desenvolvimento deste trabalho percebeu-se que muitas abstrações poderiam ser feitas no código de forma que este pode então ser aproveitado parcialmente e até integralmente para problemas semelhantes ao POLAD e mesmo para muitos outros problemas de otimização. Desta forma, reduziu-se enormemente o tempo de programação, tempo que pode ser aplicado para um melhor detalhamento e análise do problema real e melhor aproveitamento dos detalhes intrínsecos do problema abordado. Outra razão para esta abordagem de *framework* é que esta se tornou a forma mais natural de se trabalhar com uma integração híbrida entre modelos exatos e metaheurísticas.



Figura 23: Estrutura de camadas do sistema

O *framework* considera que as estruturas de vizinhanças são compostas de um número finito de movimentos, e que tais movimentos são *numeráveis*. O próprio *framework* é dividido em duas camadas, onde a primeira contém apenas classes abstratas, que devem ser implementadas e servem de esqueleto para a segunda camada. Com a primeira definida pode-se usufruir de toda a estrutura montada na segunda camada, onde estão os métodos da descida, VND, ILS, integração com modelos exatos, que podem ser chamados independentemente do problema abordado sem a necessidade de edição de uma linha de código sequer em tais métodos.

Um *método* é definido por uma classe abstrata que abstrai o método *executar* :: Solução → Solução, o qual parte de uma solução e retorna uma nova solução, sendo esta melhor ou igual à solução de entrada. Outros parâmetros, exclusivos de cada método, são colocados nos construtores de seus objetos, de forma que algum outro método pode chamá-lo no seu corpo sem precisar conhecê-lo. Para isso, basta esse outro método estar instanciado e ter definida a função *executar*. Este mecanismo facilita a integração de métodos, e como consequência, propicia maior facilidade na execução de testes diversos para uma estrutura de problema já definida.

A Figura 24 mostra a estrutura completa do *framework*, onde N^k denota a k -ésima estrutura de vizinhança, e M^k a k -ésima estrutura de representação do movimento.



Figura 24: Estrutura completa do sistema

7 *Resultados*

7.1 **Descrição dos problemas-teste**

Os problemas-teste utilizados para teste foram os mesmos de Costa (2005). Tais cenários se referem a dados do planejamento operacional de empresas mineradoras do quadrilátero ferrífero, situado na região central do Estado de Minas Gerais. Os parâmetros de controle são os teores químicos (Fe, SiO₂, Mn, P, H₂O etc) e granulometrias especificadas para o minério. A diferença reside apenas na função de avaliação que, ao contrário deste autor, considera a penalização pela utilização de veículos, bem como a inclusão de uma nova restrição que impede um caminhão de operar mais que uma determinada taxa de utilização, no caso, 85% de uma hora, no máximo, situações essas não contempladas no modelo por ele proposto.

Foram utilizados 4 problemas-teste do POLAD, todos retratando situações reais de uma mineradora do quadrilátero ferrífero de Minas Gerais. A Tabela 2 apresenta algumas características desses problemas-teste utilizados na execução dos algoritmos. Nesta tabela, as colunas $|F|$ e $|T|$ representam, respectivamente, o número de frentes de lavra e o número de parâmetros de controle. A coluna $|C|$ mostra o total de carregadeiras e a coluna $|V|$ o total de veículos (caminhões) disponíveis.

Tabela 2: Características dos problemas-teste do POLAD

Problema-teste	$ F $	$ T $	$ C $	$ V $
PADC01	17	10	8	30
PADC02	17	10	8	30
PADC03	32	10	7	30
PADC04	32	10	7	30

Para os problemas-teste PADC01 e PADC02, os caminhões de 1 a 15 têm capacidade 50 t e são compatíveis com as carregadeiras Car01 a Car04, enquanto os demais caminhões têm capacidade 80 t e são compatíveis com as carregadeiras Car05 a Car08. Já para os problemas-teste PADC03 e PADC04, todos os caminhões são de 50 t e compatíveis com todas as carregadeiras. Os dois últimos problemas diferem apenas na composição química e granulométrica dos

minérios presentes nas frentes de lavra.

7.2 Pesos e parâmetros utilizados

O parâmetro do método, *IterMax*, que indica o número de iterações sem melhora em um dado nível de perturbação foi fixado, após uma bateria preliminar de testes, em 60, para o método GVILS, e 50, para o método H-GVILS. O valor de H (vide Subseção 5.5.2) para o método exato foi de 4 níveis de perturbação, com um tempo τ limitado a 30 segundos.

Os pesos adotados na função de avaliação são apresentados na Tabela 3 e são os mesmos de Costa (2005), além daqueles não previstos nesse trabalho.

Tabela 3: Pesos adotados

Pesos	Descrição	Valor
γ	Penalidade por tonelada abaixo dos limites inferiores ou acima dos limites superiores de produção (estéril/minério)	1000
α	Penalidade por tonelada abaixo ou acima da meta de produção (estéril/minério)	100
Θ^+	Penalidade por tonelada acima do limite superior de produção (minério/estéril)	1000
Θ^-	Penalidade por tonelada abaixo do limite inferior de produção (minério/estéril)	1000
Φ_j	Penalidade por tonelada abaixo (acima) do limite mínimo (máximo) de especificação do parâmetro j	100
λ_j	Penalidade por tonelada abaixo ou acima da meta de qualidade do parâmetro de controle j	1
Δ_j	Multiplicador associado ao parâmetro de controle j	1
ω_l	Penalidade pelo uso do caminhão l	1
Tx_l	Taxa máxima de utilização do caminhão l	85%
Ω^+	Penalidade por utilização acima da taxa máxima de utilização mínimo de produção de um caminhão	1000
Ψ_k^-	Penalidade por tonelada abaixo do limite mínimo de produção da carregadeira k	1000
Ψ_k^+	Penalidade por tonelada acima do limite máximo de produção da carregadeira k	1000

7.3 Ambiente de desenvolvimento

Os algoritmos heurísticos *GVILS* e *H-GVILS* foram desenvolvidos em C++ usando o compilador g++ 4.0 e o IDE Eclipse 3.1. O algoritmo heurístico *H-GVILS*, que integra programação

matemática com metaheurística, usou o otimizador GLPK, versão 4.9, para resolver partes menores do problema. Os dois algoritmos foram testados em um microcomputador com processador Pentium IV, 3.0 GHZ e 2 GB de RAM, rodando Windows XP Professional.

O modelo de programação matemática foi modelado em AMPL e resolvido pelo otimizador CPLEX, versão 9.1.

Cada problema-teste foi executado 10 vezes pelos algoritmos *GVILS* e *H-GVILS*, considerando-se como critério de parada o tempo de 15 minutos. Já para o otimizador CPLEX foram considerados três critérios de parada: 15, 60 e 120 minutos de processamento.

7.4 Resultados e análise

A seguir apresentam-se os resultados obtidos pelos dois algoritmos heurísticos propostos e pelo otimizador CPLEX, tendo como referência a função de avaliação dada pela Equação (5.1), à página 48.

7.4.1 CPLEX \times *GVILS*

Na Tabela 4, a coluna “Melhora” indica o quanto o algoritmo *GVILS* melhorou a solução produzida pelo CPLEX-120 (solução obtida pelo CPLEX em duas horas de processamento). Já a coluna “Desvio” mostra o desvio dos valores médios do algoritmo *GVILS* em relação à melhor solução conhecida em cada problema-teste. O algoritmo *GVILS* foi executado 10 vezes, sendo que o critério de parada adotado foi o tempo total de processamento, restrito a 900 segundos.

Tabela 4: Comparação de resultados: CPLEX \times *GVILS*

Problema-teste	CPLEX-15	CPLEX-60	CPLEX-120	Média <i>GVILS</i>	Melhor <i>GVILS</i>	Melhora (%)	Desvio (%)
PADC01	227,32	227,32	227,32	227,22	227,12	0,09	0,043
PADC02	257,30	254,06	254,38	254,38	252,41	0,65	0,780
PADC03	164.040	164.034	164.034	164.089,28	164.070,52	-0,02	0,034
PADC04	164.054	164.054	164.054	164.187,48	164.140,49	-0,05	0,081

Como pode ser observado pela Tabela 4, o algoritmo *GVILS* foi capaz de, em 15 minutos de processamento, gerar soluções de melhor qualidade que o CPLEX em duas horas de processamento nos problemas-teste PADC01 e PADC02. Já nos dois últimos problemas-teste, *GVILS* apresentou soluções piores, mas apenas a um máximo de 0,05% da solução do CPLEX. A variabilidade das soluções finais também foi baixa, variando de 0,03% a 0,78%, no máximo.

O algoritmo *GVILS* não foi comparado com o de Costa (2005), visto que a função de avaliação utilizada por este era diferente e, além disso, o modelo desse autor não contemplava restrições relativas à taxa de utilização de caminhões. A Tabela 5 compara os resultados encontrados pelo algoritmo *GVILS* e pelo CPLEX considerando dois minutos de processamento. O objetivo, neste teste, é verificar a eficiência do algoritmo heurístico em produzir uma solução no tempo de uma tomada de decisão, que é tipicamente pequeno. Nessa tabela, a coluna “Problema-teste” indica o problema-teste analisado; “Melhor Lit.” representa o melhor valor encontrado na literatura para o referido problema-teste; “CPLEX-2” indica o valor encontrado pelo CPLEX após dois minutos de processamento; “*GVILS*” indica o valor médio em 10 execuções do algoritmo *GVILS* em dois minutos de processamento; “Desvio CPLEX” e “Desvio *GVILS*”, calculados conforme as equações (7.1) e (7.2), indicam o desvio percentual das soluções do CPLEX e *GVILS*, respectivamente, em relação ao melhor resultado da literatura. Observa-se que os melhores resultados da literatura foram alcançados pelo *GVILS* em 15 minutos de processamento (problemas-teste PADC01 e PADC02) e pelo CPLEX em duas horas de processamento (PADC03 e PADC04).

$$Desvio_i^{CPLEX} = \frac{f_i^{CPLEX} - f_i^*}{f_i^*} \quad (7.1)$$

$$Desvio_i^{GVILS} = \frac{\bar{f}_i^{GVILS} - f_i^*}{f_i^*} \quad (7.2)$$

Nas equações (7.1) e (7.2), para cada problema-teste i , \bar{f}_i^{GVILS} é o valor médio encontrado pelo algoritmo *GVILS* em dez execuções de 2 minutos cada, f_i^{CPLEX} é o valor encontrado pelo otimizador CPLEX em 2 minutos de processamento e f_i^* é o melhor valor conhecido.

Tabela 5: Comparação de resultados: CPLEX-2 \times *GVILS*

Problema -teste	Melhor Lit.	CPLEX-2	<i>GVILS</i>	Desvio CPLEX-2 (%)	Desvio <i>GVILS</i> (%)
PADC01	227,12	7.228,95	227,73	3.082,88	0,27
PADC02	252,41	7.276,39	256,72	2.782,77	1,71
PADC03	164.034,27	164.043,55	164.099,06	0,01	0,04
PADC04	164.054,04	164.085,84	164.245,03	0,02	0,12

Como pode ser observado na Tabela 5, nos problemas-teste PADC01 e PADC02, o algoritmo *GVILS* foi capaz de gerar soluções melhores que o CPLEX, com um desvio de 0,27% no primeiro problema e de 1,71% no segundo, em relação aos melhores resultados conhecidos. Já nos dois últimos problemas-teste, o algoritmo proposto apresentou soluções médias piores, mas a uma distância média de apenas 0,04% da melhor solução conhecida no primeiro problema e

de 0,12% no segundo.

7.4.2 CPLEX \times *H-GVILS*

A Tabela 6 mostra os resultados da comparação entre o otimizador CPLEX e o algoritmo híbrido *H-GVILS*, o qual combina metaheurísticas com programação matemática. A notação utilizada é a mesma da seção anterior, sendo que as colunas “Média *H-GVILS*” e “Melhor *H-GVILS*” indicam, respectivamente, os valores da solução média e da melhor solução encontrada pelo algoritmo *H-GVILS* em 15 minutos de processamento.

Tabela 6: Comparação de resultados: CPLEX \times *H-GVILS*

Problema-teste	CPLEX-15	CPLEX-60	CPLEX-120	Média <i>H-GVILS</i>	Melhor <i>H-GVILS</i>	Melhora (%)	Desvio (%)
PADC01	227,32	227,32	227,32	227,16	227,12	0,09	0,02
PADC02	257,30	254,06	254,38	253,45	252,41	0,65	0,42
PADC03	164.040	164.034	164.034	164.076,04	164.063,56	-0,02	0,03
PADC04	164.054	164.054	164.054	164.172,49	164.118,79	-0,04	0,07

Como pode ser observado pela Tabela 6, o algoritmo *H-GVILS* foi capaz de, em 15 minutos de processamento, gerar soluções de melhor qualidade que o CPLEX em duas horas de processamento nos problemas-teste PADC01 e PADC02. Já nos dois últimos problemas-teste, o algoritmo proposto apresentou soluções piores, mas apenas a um máximo de 0,04% da solução do CPLEX. A variabilidade das soluções finais também ficou baixa, variando de 0,02% a 0,42%, no máximo.

7.4.3 *GVILS* \times *H-GVILS*

A Tabela 7 mostra os resultados da comparação entre o algoritmo heurístico *GVILS* e o algoritmo híbrido *H-GVILS*, tendo-se como referência 15 minutos de processamento. As colunas “Melhora Média” e “Melhora” indicam o percentual de melhora do algoritmo *H-GVILS* sobre *GVILS* em relação às soluções médias e as melhores soluções, respectivamente.

Tabela 7: Comparação de resultados: *GVILS* \times *H-GVILS*

Problema-teste	Média <i>GVILS</i>	Média <i>H-GVILS</i>	Melhora Média (%)	Melhor <i>GVILS</i>	Melhor <i>H-GVILS</i>	Melhora (%)
PADC01	227,22	227,16	0,03	227,12	227,12	0,000
PADC02	254,38	253,45	0,37	252,41	252,41	0,000
PADC03	164.089,28	164.076,04	0,01	164.070,52	164.063,56	0,004
PADC04	164.187,48	164.172,49	0,01	164.140,49	164.118,79	0,013

Como pode ser observado pela Tabela 7, o algoritmo H-GVILS teve desempenho superior ao do algoritmo *GVILS*, tanto com relação às melhores soluções geradas tanto com relação à média das soluções geradas. No primeiro caso, *H-GVILS* conseguiu ainda gerar soluções até 0,013% melhores que *GVILS*; enquanto no segundo, a melhora média foi de até 0,37%. Este fato mostra a maior robustez do algoritmo, isto é, o algoritmo híbrido é capaz de gerar soluções finais de melhor qualidade e com menor variabilidade.

A comparação entre os resultados do CPLEX e do algoritmo heurístico híbrido *H-GVILS* em dois minutos de processamento não é mostrada. Isto se deve ao fato de que o algoritmo *H-GVILS* não aciona o módulo de integração com o método exato nesse tempo de processamento. Desta forma, ele se comporta apenas como o algoritmo *GVILS*, o qual já se mostra superior ao CPLEX nesse tempo de processamento.

7.4.4 Características das melhores soluções obtidas

Na Tabela 8 são apresentadas as principais características das melhores soluções encontradas nos quatro problemas-teste. As melhores soluções do PADC01 e PADC02 foram obtidas pelo algoritmo *H-GVILS*, enquanto que nos dois últimos problemas-teste, as melhores soluções foram alcançadas pelo CPLEX.

Por esta Tabela, percebe-se o quão próxima as soluções dos problemas-teste ficaram das metas estabelecidas com relação aos parâmetros de controle, produção e produtividade dos equipamentos de carga.

No primeiro problema-teste, PADC01, considerando as duas casas decimais de precisão do problema, quase não há distinção entre as metas dos parâmetros de controle e seus valores obtidos na melhor solução encontrada. Podem ser encontradas diferenças de no máximo 0,01% da especificação, observando-se os parâmetros Par02, Par05 e Par10.

No segundo problema, PADC02, podem ser encontradas maiores diferenças entre as metas de especificação e valores obtidos, sendo no máximo de 0,09% no parâmetro de controle Par01. Assim como no PADC01, não é possível atingir a meta de produção de estéril, visto que os caminhões carregam 50 t/h ou 80 t/h e a meta é de 1798 t/h.

Os problemas PADC03 e PADC04 são diferentes dos dois primeiros em termos de maior número de frentes de lavra, e menor número de carregadeiras disponíveis. Muitos parâmetros de controle foram atingidos na meta, havendo baixos desvios em alguns outros.

A meta de produção de minério foi atingida em todos os problemas-teste e todas as carrega-

deiras foram utilizadas dentro dos limites de produtividade estabelecidos. Todos os parâmetros de controle foram encontrados também dentro dos limites de especificação, sendo tais soluções, portanto, totalmente viáveis para aplicações reais.

Tabela 8: Características das melhores soluções encontradas

Problema-teste		PADC01		PADC02		PADC03		PADC04	
Características		Meta	Obtido	Meta	Obtido	Meta	Obtido	Meta	Obtido
Parâmetros	Par01	3,30%	3,30%	3,30%	3,39%	47,91%	48,00%	47,90%	47,90%
	Par02	4,24%	4,23%	4,24%	4,30%	0,47%	0,53%	0,47%	0,77%
	Par03	1,63%	1,63%	1,63%	1,71%	0,26%	0,29%	0,26%	0,36%
	Par04	3,92%	3,92%	3,92%	3,97%	0,04%	0,04%	0,04%	0,04%
	Par05	1,07%	1,06%	1,07%	1,05%	0,04%	0,05%	0,04%	0,05%
	Par06	3,03%	3,03%	3,03%	3,05%	1,88%	1,70%	1,88%	2,57%
	Par07	1,13%	1,13%	1,13%	1,15%	2,15%	1,98%	2,15%	2,13%
	Par08	1,24%	1,24%	1,24%	1,18%	16,50%	16,50%	16,50%	17,10%
	Par09	1,77%	1,77%	1,77%	1,76%	80,94%	81,20%	80,90%	81,20%
	Par10	1,71%	1,70%	1,71%	1,75%	43,00%	43,30%	43,00%	43,40%
Produto	Estéril	1798 t/h	1800 t/h	1798 t/h	1800 t/h	1640 t/h	0 t/h	1640 t/h	0 t/h
	Minério	5800 t/h	5800 t/h	5800 t/h	5800 t/h	4100 t/h	4100 t/h	4100 t/h	4100 t/h
Carregadeiras	Car01	900 t/h	900 t/h	900 t/h	900 t/h	500 t/h	500 t/h	500 t/h	500 t/h
	Car02	900 t/h	900 t/h	900 t/h	900 t/h	400 t/h	400 t/h	400 t/h	400 t/h
	Car03	900 t/h	900 t/h	900 t/h	900 t/h	400 t/h	400 t/h	400 t/h	400 t/h
	Car04	900 t/h	900 t/h	900 t/h	900 t/h	500 t/h	500 t/h	500 t/h	500 t/h
	Car05	1000 t/h	960 t/h	1000 t/h	960 t/h	800 t/h	800 t/h	800 t/h	800 t/h
	Car06	1000 t/h	960 t/h	1000 t/h	960 t/h	900 t/h	900 t/h	900 t/h	900 t/h
	Car07	1100 t/h	1040 t/h	1100 t/h	1040 t/h	600 t/h	600 t/h	600 t/h	600 t/h
	Car08	1100 t/h	1040 t/h	1100 t/h	1040 t/h	-	-	-	-
Número de Caminhões		-	25	-	25	-	17	-	17

8 *Conclusões e Trabalhos Futuros*

Este trabalho teve seu foco no problema de planejamento operacional de lavra considerando alocação dinâmica de caminhões.

Em virtude da complexidade combinatória do problema, foram propostos dois algoritmos heurísticos híbridos. O primeiro deles, denominado *GVILS*, combina os procedimentos heurísticos *GRASP*, *Variable Neighborhood Descent* e *Iterated Local Search*, enquanto o segundo, denominado *H-GVILS*, adiciona ao anterior um módulo de busca local feito por um otimizador de programação matemática.

Usando problemas-teste da literatura, os dois algoritmos heurísticos foram comparados entre si e com o otimizador CPLEX aplicado exclusivamente a um modelo de programação matemática.

Dado que a tomada de decisão no problema em pauta tem que ser rápida, as soluções geradas pelos algoritmos heurísticos *GVILS* e *H-GVILS* foram comparadas com aquelas geradas pelo otimizador CPLEX impondo-se como critério de parada 2 (dois) minutos de processamento. Verificou-se que os dois algoritmos heurísticos foram capazes de gerar soluções muito melhores que as do CPLEX nesse tempo de processamento. Esse resultado valida, portanto, a utilização dos algoritmos heurísticos propostos enquanto ferramenta de apoio à decisão.

Adicionalmente, verificou-se que à medida que o tempo de processamento aumentava, os algoritmos heurísticos se tornavam mais robustos, produzindo soluções finais de qualidade ainda melhor e com baixa variabilidade. As soluções geradas pelos algoritmos heurísticos em 15 minutos de processamento foram competitivas com aquelas produzidas pelo CPLEX nesse mesmo tempo ou até em uma hora de processamento. Comparando-se os algoritmos heurísticos entre si, mostrou-se que *H-GVILS* mostrou-se superior, tanto em termos da qualidade das soluções médias, das melhores soluções e desvio em relação aos melhores resultados da literatura.

Para trabalhos futuros, sugere-se adicionar ao *H-GVILS* um módulo de Reconexão por Caminhos (*Path Relinking* - (GLOVER, 1996)) como uma estratégia de intensificação a cada

ótimo local encontrado após a fase de busca local, bem como implementar outras estratégias de integração entre métodos heurísticos e exatos, visando a geração de soluções com menores desvios e de melhor qualidade.

Referências

- ALARIE, S.; GAMACHE, M. Overview of solution strategies used in truck dispatching systems for open pit mines. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, v. 16, p. 59–76, 2002.
- ALVARENGA, G. B. *Despacho ótimo de caminhões numa mineração de ferro utilizando algoritmo genético com processamento paralelo*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica/UFMG, Belo Horizonte, 1997.
- BRESINA, J. L. Heuristic-biased stochastic sampling. In: *Proceedings of the 13th National Conference on Artificial Intelligence, AAAI Press*. Portland: [s.n.], 1996. p. 271–278.
- CHANDA, E. K. C.; DAGDELEN, K. Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, v. 9, p. 203–208, 1995.
- COSTA, F. P. *Aplicações de Técnicas de Otimização a Problemas de Planejamento Operacional de Lavra em Minas a Céu Aberto*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Departamento de Engenharia de Minas/EM/UFOP, Ouro Preto, 2005.
- COSTA, F. P.; SOUZA, M. J. F.; PINTO, L. R. Um modelo de alocação dinâmica de caminhões. *Revista Brasil Mineral*, v. 231, p. 26–31, 2004.
- COSTA, F. P.; SOUZA, M. J. F.; PINTO, L. R. Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. *Revista da Escola de Minas*, v. 58, p. 77–81, 2005.
- FEO, T. A.; RESENDE, M. G. C. Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, v. 6, p. 109–133, 1995.
- GERSHON, M. A linear programming approach to mine scheduling optimization. In: *Proceedings of the 17th Application of computers and operations research in the mineral industry*. New York: [s.n.], 1982. p. 483–493.
- GLOVER, F. Computing tools for modeling, optimization and simulation: Interfaces in computer science and operations research. In: _____. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 1996. cap. Tabu search and adaptive memory programming - Advances, applications and challenges, p. 1–75.
- GUIMARÃES, I. F.; PANTUZA, G.; SOUZA, M. J. F. Modelo de simulação computacional para validação dos resultados de alocação dinâmica de caminhões com atendimento de metas de qualidade e de produção em minas a céu aberto. In: *Anais do XIV Simpósio de Engenharia de Produção (SIMPEP)*. Bauru, CD-ROM: [s.n.], 2007. p. 11.

- LOURENÇO, H. R.; MARTIN, O. C.; STÜTZLE, T. Iterated local search. In: GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. (Ed.). *Handbook of Metaheuristics*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2003.
- MARAN, J.; TOPUZ, E. Simulation of truck haulage systems in surface mines. *International Journal of Surface Mining*, v. 2, p. 43–49, 1988.
- MERSCHMANN, L. H. C. *Desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para análise de cenários de produção em minas a céu aberto*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Programa de Engenharia de Produção/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2002.
- MLADENOVIĆ, N.; HANSEN, P. Variable Neighborhood Search. *Computers and Operations Research*, v. 24, p. 1097–1100, 1997.
- PINTO, L. R.; BIAJOLI, F. L.; MINE, O. M. *Uso de otimizador em planilhas eletrônicas para auxílio ao planejamento de lavra*. Relatório Técnico FAPEMIG, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mineral, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais, 2003.
- PINTO, L. R.; MERSCHMANN, L. H. C. Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos. *Revista Escola de Minas*, v. 54, n. 3, p. 211–214, 2001.
- RODRIGUES, L. F. *Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Departamento de Engenharia de Produção/Escola de Engenharia/UFMG, Belo Horizonte, 2006.
- WHITE, J. W.; ARNOLD, M. J.; CLEVINGER, J. G. Automated open-pit truck dispatching at Tyrone. *Engineering and Mining Journal*, v. 183, n. 6, p. 76–84, 1982.
- WHITE, J. W.; OLSON, J. P. Computer-based dispatching in mines with concurrent operating objectives. *Mining Engineering*, v. 38, n. 11, p. 1045–1054, 1986.