

**OTIMIZAÇÃO DO FLUXO DE PRODUTOS DE
UMA EMPRESA MINERADORA**

TÚLIO ÂNGELO MACHADO TOFFOLO

ORIENTADOR: GERALDO ROBSON MATEUS

OTIMIZAÇÃO DO FLUXO DE PRODUTOS DE UMA EMPRESA MINERADORA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação da Universidade Federal de Minas Gerais como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciência da Computação.

Belo Horizonte

Maio de 2009

© 2009, Túlio Ângelo Machado Toffolo.
Todos os direitos reservados.

Toffolo, Túlio Ângelo Machado

Otimização do Fluxo de Produtos de uma Empresa
Mineradora / Túlio Ângelo Machado Toffolo. — Belo
Horizonte, 2009

xviii, 77 f. : il. ; 29cm

Dissertação (mestrado) — Universidade Federal de Minas
Gerais

Orientador: Geraldo Robson Mateus

1. Pesquisa Operacional. 2. Otimização. 3. Mineração.
I. Título.

[Folha de Aprovação]

Quando a secretaria do Curso fornecer esta folha,
ela deve ser digitalizada e armazenada no disco em formato gráfico.

Se você estiver usando o `pdflatex`,
armazene o arquivo preferencialmente em formato PNG
(o formato JPEG é pior neste caso).

Se você estiver usando o `latex` (não o `pdflatex`),
terá que converter o arquivo gráfico para o formato EPS.

Em seguida, acrescente a opção `approval={nome do arquivo}`
ao comando `\ppgccufmg`.

Aos meus pais.

Agradecimentos

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus, pela saúde e oportunidades que me fizeram chegar até aqui.

Aos meus orientadores, Prof. Geraldo Robson Mateus e Prof. Marcone Jamilson Freitas Souza, pelos quais tenho grande admiração, gostaria de prestar minha sincera gratidão pelos ensinamentos, e, sobretudo, pela compreensão e amizade demonstrados nos momentos mais difíceis.

Aos meus pais Rodrigo e Renata, agradeço pelo amor e carinho, não só durante a realização deste trabalho, mas por toda a minha vida. Eu definitivamente não seria ninguém sem meus pais, as pessoas mais importantes da minha vida.

Ao meu irmão e melhor amigo Rodrigo, pelo eterno apoio, amizade e paciência.

Ao DCC da UFMG e seus professores, que não mediram esforços para me ajudar em todo o mestrado e que com grande sabedoria me conduziram por todo este tempo para que eu chegasse até aqui.

Agradeço a todos meus amigos que me encorajaram nos momentos mais difíceis desta trajetória, em especial à Rinat, aos companheiros da Optilog, Fred, Reinaldo, José Maria e Cecília e aos colegas do LaPo. Obrigado queridos amigos!

Agradeço também à minha avó, tios, primos e todos os demais que direta ou indiretamente contribuíram para a minha formação tanto como profissional quanto como pessoa.

Resumo

É notória a importância do setor de extração mineral para o Brasil, tendo este gerado apenas em Minas Gerais uma receita de cerca de R\$ 29 bilhões em 2008. Neste contexto o desenvolvimento de tecnologias que aprimorem este setor é de grande relevância. Periodicamente, as mineradoras devem tomar decisões relacionadas à produção e transporte dos minérios, tomando como base suas capacidades logísticas e produtivas, bem como demandas dos mercados interno e externo (exportação). Estas decisões geram um plano de fluxo dos produtos, que consiste em determinar o curso dos minérios provenientes das diferentes minas, desde a produção até a venda, com o objetivo de maximizar o atendimento às metas de qualidade dos clientes e, ao mesmo tempo, otimizar toda a cadeia logística. Neste processo, a escolha do minério a ser utilizado na composição dos produtos e uma complexa malha de transporte que inclui mineriodutos, correias de longa distância, terminais ferroviários, rodoviários e portuários devem ser considerados.

Esta dissertação propõe algoritmos para o Problema do Planejamento do Fluxo dos Produtos (FP), que engloba alguns problemas clássicos da literatura de forma integrada, tais como Mistura de Minérios, Planejamento de Transporte e Planejamento e Sequenciamento da Produção. O FP foi tratado em diferentes horizontes de planejamento: anual, trimestral, mensal e dia-a-dia. Um modelo multi-objetivo baseado em programação linear por metas foi proposto, sendo capaz de resolver apenas instâncias dos horizontes anual e mensal em tempo aceitável. Para tratar as instâncias do dia-a-dia, foram desenvolvidos algoritmos heurísticos baseados nas técnicas *relax-and-fix*, GRASP e ILS. As diferentes metodologias foram validadas através de testes em instâncias geradas a partir da realidade de uma empresa mineradora brasileira de grande porte.

Abstract

It is well-known that mineral extraction industry is very important to Brazil, having raised R\$ 29 billions only in Minas Gerais, during the year of 2008. In this context, the development of technologies that can help these industries is of great relevance. Periodically, the mining companies make decisions related to their production and the transportation of the minerals, considering their logistic and productivity capacities as well as the demands of the market. Such decisions generate a plan of products flow, which consists in determining the flow of the minerals produced in the different mines, from production to distribution, having the goals to minimize the quality gap between the demanded and the delivered product and to optimize the logistics chain. In this process, the quality of the minerals to be used in the composition of the products to be sold and a complex transport system that includes mine pipes, long-distance belts, roads, railroads terminals and harbors must be considered.

This dissertation proposes algorithms to deal with the Product Flow Problem, which includes some classic problems in the literature, such as the Ore Blending Problem, Transport Planning Problem and Sequence Production Planning Problem. The problem was considered in different planning horizons: annual, monthly and day-by-day. A multiobjective model based on goal programming was proposed for the problem, being able to solve only annual and monthly term instances in acceptable time. To deal with the day-by-day instances, heuristics algorithms based on relax-and-fix, GRASP and ILS techniques were developed. The different methodologies were validated through tests on instances based on the reality of a huge Brazilian mining company.

Sumário

1	Introdução	3
1.1	Motivação	3
1.2	Objetivos	5
1.2.1	Objetivo Geral	5
1.2.2	Objetivos Específicos	5
1.3	Organização da Dissertação	6
2	Trabalhos Relacionados	7
2.1	Mistura de Minérios	7
2.2	Planejamento de Transporte	11
2.2.1	Transporte Ferroviário de Minério da MBR	12
2.3	Planejamento e Sequenciamento da Produção	21
2.3.1	Planejamento de Produção e Vendas da MBR	23
2.4	Outros Trabalhos	29
3	Descrição do Problema	31
3.1	O Processo Produtivo da Empresa Mineradora	31
3.1.1	Fase de Lavra	32
3.1.2	Fase de Beneficiamento	34
3.1.3	Estocagem	34
3.1.4	Movimentação	35

3.2	O Fluxo de Produtos da Empresa Mineradora	36
4	Formulação Matemática	41
4.1	Otimização Multiobjetivo	41
4.1.1	Conjunto Pareto-ótimo	42
4.1.2	Formas de Resolução	44
4.2	Modelo Matemático	45
5	Algoritmos Heurísticos	55
5.1	Conceitos Iniciais	55
5.1.1	Relax-And-Fix	56
5.1.2	GRASP	57
5.1.3	ILS	60
5.1.4	VND	62
5.2	Heurística <i>Relax-And-Fix</i> aplicada ao FP	63
5.3	Heurística GRASP-ILS aplicada ao FP	64
5.3.1	Representação de uma Solução	64
5.3.2	Geração de Soluções Iniciais	65
5.3.3	Estruturas de Vizinhança	66
5.3.4	Busca Local	67
5.3.5	Avaliação Multiobjetivo	68
6	Resultados Obtidos	69
7	Considerações Finais	71
	Referências Bibliográficas	73

Lista de Figuras

2.1	Sistema produtivo da MBR.	13
2.2	Representação do problema de transporte de minérios na MBR.	14
3.1	Processo de Produção de ROM	33
3.2	Processo de Geração do Produto Primário	34
3.3	Representação do FP	37
3.4	Representação do FP	38
3.5	Entrada e Saída do FP.	40
4.1	Espaço de soluções unidimensional (otimização mono-objetivo)	41
4.2	Espaço de soluções multidimensional (otimização multiobjetivo)	42
4.3	Conjunto de soluções Pareto-ótimas	43

Lista de Tabelas

Lista de Algoritmos

5.1	Procedimento <i>RelaxAndFix</i> Básico	57
5.2	Procedimento <i>GRASP</i> Básico	58
5.3	Procedimento <i>Construcao</i> (α) do GRASP	59
5.4	Procedimento <i>BuscaLocal</i> ($N(\cdot), s_0$) do GRASP	59
5.5	Procedimento ILS Básico	61
5.6	VND Básico	62
5.7	Procedimento de Avaliação de Soluções	68

Capítulo 1

Introdução

Este capítulo tem por objetivo apresentar a motivação que impulsionou a realização deste trabalho (seção 1.1) bem como expor, em linhas gerais, os objetivos que se pretendeu alcançar ao planejá-lo (seção 1.2). Por fim, o conteúdo de cada capítulo é descrito sucintamente (seção 1.3).

1.1 Motivação

Uma das maiores reservas de minério do mundo está localizada no Brasil. De acordo com o IBRAM [Instituto Brasileiro de Mineração, 2009], a produção mineral brasileira em 2008 foi de cerca de R\$ 54 bilhões e mais de 160 mil postos de trabalho foram gerados, sendo que Minas Gerais foi o maior produtor de bens minerais do Brasil (53,9%). Assim, o desenvolvimento de tecnologias que permitam melhorar atividades relacionadas à extração, transporte ou venda de minérios é de grande interesse no cenário nacional, com destaque para o estado de Minas Gerais.

Grandes mineradoras possuem diversas minas com diferentes capacidades, instalações de tratamento de minério (ITM), áreas de estocagem, usinas de pelotização, além de uma complexa malha de transporte que pode incluir mineriodutos, correias de longa distância, terminais ferroviários, rodoviários e portuários. Periodicamente, as mineradoras devem tomar decisões relacionadas com a produção e transporte dos minérios,

tomando como base suas capacidades produtivas e demandas dos mercados interno e externo (exportação). Estas decisões geram um plano de Fluxo de Produtos (FP). No caso de uma empresa mineradora, o FP consiste em um plano de médio prazo com o objetivo de determinar o fluxo dos minérios produzidos, desde a extração até a venda. Cada minério possui diferentes características físicas e químicas, e deve contribuir com uma qualidade apropriada para que o produto final de venda esteja o mais próximo possível das metas previamente definidas. O planejamento do FP envolve os custos com deslocamento do minério e o atendimento às demandas de massa e qualidade sujeitos a restrições de produção e escoamento. Assim, cabe ao planejador decidir quais minérios extrair e beneficiar, a quantidade, a forma como se dará o transporte, e quando estes deverão ser utilizados para formar os produtos de venda.

O FP responde a importantes questões:

- A capacidade atual de escoamento é suficiente para atendimento à demanda?
- Levando em conta massa (quantidade) e qualidade, a produção da mineradora é capaz de atender às demandas? Se não, quais demandas podem ser atendidas de forma satisfatória?
- Se a demanda for menor do que a produção, então em que, onde e de quanto a produção deve ser reduzida?

Existem hoje diversas aplicações de Pesquisa Operacional na indústria da mineração, mas poucas tratam o fluxo dos minérios considerando quantidade e qualidade de forma integrada. Os poucos que realizam este tratamento [Alves et al., 2007] ignoram restrições operacionais que influenciam de forma significativa todo o processo. No que diz respeito à resolução do FP, a literatura é ainda mais escassa, sendo que os trabalhos encontrados apresentam modelos que ignoram restrições operacionais que simplesmente inviabilizam sua utilização pela maioria das empresas brasileiras.

O planejamento do FP é uma tarefa complexa. A forma como ele é resolvido atualmente por algumas empresas, sem o amparo de nenhum modelo de otimização, resulta em soluções de qualidade questionável. Como o número de variáveis é elevado,

e devido à natureza combinatória do problema, é praticamente impossível ao olhar humano detectar as melhores soluções. Na realidade, detectar uma única solução viável já é por si só uma tarefa árdua, que requer vários dias de dedicação por parte dos profissionais responsáveis pelo planejamento. Além disso, pela maneira como o FP vem sendo resolvido, é difícil estudar quantidade e qualidade ao mesmo tempo. Por estes motivos, modelos de otimização capazes de encontrar soluções de boa qualidade para o FP são muito desejados pelas empresas mineradoras.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem por objetivo geral o desenvolvimento de sistemas computacionais que possibilitem uma maior eficiência na tomada de decisão do planejamento do Fluxo de Produtos de uma empresa mineradora. Para tanto, foram desenvolvidos modelos de otimização baseados em programação matemática e em técnicas heurísticas.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Estudar o problema do planejamento do Fluxo de Produtos em uma empresa mineradora.
- Avaliar diversos modelos de otimização propostos na literatura, reunindo-os em modelos mais amplos, de forma a contemplar os requisitos típicos de uma mineradora.
- Elaborar um modelo matemático de otimização para o Problema do Fluxo de Produtos de uma empresa mineradora, buscando metas de qualidade e quantidade e levando em consideração as restrições de capacidade e operacionais de produção e escoamento.

- Aplicar as metaheurísticas *Greedy Randomized Adaptative Search Procedure* (GRASP) e *Iterated Local Search* (ILS) na resolução do problema.
- Desenvolver uma metodologia heurística híbrida *relax-and-fix* para o problema abordado.
- Testar as metodologias desenvolvidas.

1.3 Organização da Dissertação

Esta dissertação está organizada como se segue. No capítulo 2 são apresentados trabalhos e problemas correlatos.

O capítulo 3 apresenta o processo produtivo de uma empresa mineradora e detalha o problema abordado por esta dissertação.

O capítulo 4, por sua vez, destina-se a apresentar o modelo de programação inteira multi-objetivo desenvolvido e detalhes de sua implementação.

No capítulo 5 as metodologias heurísticas *relax-and-fix*, GRASP e ILS, bem como suas aplicações no problema, são discutidas em detalhes.

O capítulo 6 detalha os cenários de teste aos quais os algoritmos de otimização foram submetidos, apresentando e analisando os resultados obtidos.

Por fim, no capítulo 7 são apresentadas as conclusões a que se chegou mediante a análise dos resultados e as principais ideias para trabalhos futuros, bem como algumas considerações finais.

Capítulo 2

Trabalhos Relacionados

O Problema do Fluxo de Produtos (FP) de uma empresa mineradora engloba alguns problemas clássicos da literatura de forma integrada, tais como Mistura de Minérios, Planejamento de Transporte e Planejamento e Sequenciamento da Produção. Estes problemas são apresentados e discutidos neste capítulo nas seções 2.1, ?? e 2.3, respectivamente.

Além destes problemas, a descrição de outros trabalhos de otimização e simulação aplicados à mineração encontrados na literatura é feita na Seção 2.4.

2.1 Mistura de Minérios

O Problema da Mistura ou Blendagem de Minérios consiste em determinar a quantidade de cada minério, proveniente de um conjunto de frentes ou pilhas, que deve ser blendada para formar um produto final de venda com características que atendam as exigências de um determinado cliente. Os minérios extraídos possuem características diferentes, tais como o custo de lavra, o teor de determinado elemento químico ou o percentual de minério em determinada faixa granulométrica. Assim, ao se blendar os minérios é necessário atentar às proporções escolhidas, para que a mistura atenda as metas de quantidade e qualidade requeridas. No entanto, dada a grande variabilidade dos minérios normalmente encontrados nas minas, geralmente é impossível atingir as metas

estabelecidas. Por esta razão, são criados limites de tolerância para cada um dos parâmetros de controle.

O Problema da Mistura de Minérios costuma ser erroneamente confundido com o Problema da Homogeneização de Minério. O termo *blendagem* (mistura) diz respeito a uma mistura, em proporções definidas, de minérios de características diferentes com o objetivo de se obter uma massa com características específicas. O termo *homogeneização*, por outro lado, se refere ao manuseio ou mistura de quantidades de minério com o objetivo de se obter um conjunto que tenha composição ou características uniformes [Moraes et al., 2005]. Um estudo detalhado dos conceitos de *blendagem* e *homogeneização* pode ser encontrado em Schofield [1980].

Diversos autores tratam do Problema da Mistura de Minérios. Chanda e Dagdelen [1995] afirmam que a base para qualquer modelo de *blendagem* é a informação precisa sobre a composição do material a ser utilizado, informação esta que muitas vezes é apenas aproximada. Neste trabalho, os autores aplicaram um modelo de programação linear por metas [Charnes e Cooper, 1961], alegando que modelos de programação linear clássicos permitem que apenas um objetivo seja analisado por vez. Tal limitação foi contornada através da transformação de restrições em metas, que quando não cumpridas são penalizadas na função objetivo [Lee, 1972].

Everett [2001] identificou quatro possíveis estágios para formação dos minérios de venda por meio da *blendagem*:

1. Seleção de blocos com composição específica a serem lavrados em uma dada mina;
2. Determinação da sequência de trens contendo minérios de composições específicas para o transporte das minas até o porto;
3. Seleção da pilha (no porto) na qual cada trem deve descarregar seu conteúdo;
4. Seleção de pilhas com composições específicas a serem utilizadas no carregamento de um determinado navio.

Levando em conta o primeiro estágio, Costa [2005] apresentou um modelo de programação linear por metas na resolução de um problema de mistura de minérios em que

a quantidade de minério retirada em uma frente é múltipla da capacidade da caçamba do equipamento de carga em operação naquela frente. Para apresentar o modelo, seja a seguinte notação:

M : Conjunto de frentes de minério;

S : Conjunto dos parâmetros de controle analisados no produto final;

t_{ik} : Valor do parâmetro de controle $k \in S$ na frente de minério $i \in M$ (%);

tr_k : Valor requerido para o parâmetro de controle $k \in S$ no produto final (%);

tl_k : Valor mínimo admissível para o parâmetro de controle $k \in S$ no produto final (%);

tu_k : Valor máximo admissível para o parâmetro de controle $k \in S$ no produto final (%);

Pr : Meta de produção (t);

Pl : Quantidade mínima a ser produzida (t);

Pu : Quantidade máxima a ser produzida (t);

α_k^- : Penalidade por desvio negativo para o parâmetro de controle $k \in S$ no produto final;

α_k^+ : Penalidade por desvio positivo para o parâmetro de controle $k \in S$ no produto final;

β^- : Penalidade por desvio negativo da produção;

β^+ : Penalidade por desvio positivo da produção;

Ql_i : Quantidade mínima a ser utilizada da frente $i \in M$ (t);

Qu_i : Quantidade máxima a ser utilizada da frente $i \in M$ (t);

Cc_i : Capacidade da caçamba da carregadeira alocada à frente $i \in M$ (t).

Considerando as seguintes variáveis de decisão:

x_i : Quantidade de minério a ser utilizada da frente $i \in M$ (t);

N_i : O número de caçambadas a serem efetuadas na frente $i \in M$;

d_k^- : Desvio negativo do parâmetro de controle $k \in S$ no produto final;

d_k^+ : Desvio positivo do parâmetro de controle $k \in S$ no produto final;

P^- : Desvio negativo da produção requerida (t);

P^+ : Desvio positivo da produção requerida (t).

tem-se, pelas equações (2.1) - (2.14), o modelo de programação por metas relativo ao problema da mistura de minérios.

Minimizar

$$\sum_{k \in S} \alpha_k^- d_k^- + \sum_{k \in S} \alpha_k^+ d_k^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i \in M} (t_{ik} - tu_k) x_i \leq 0 \quad \forall k \in S \quad (2.2)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ik} - tl_k) x_i \geq 0 \quad \forall k \in S \quad (2.3)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ik} - tr_k) x_i + d_k^- - d_k^+ = 0 \quad \forall k \in S \quad (2.4)$$

$$\sum_{i \in M} x_i + P^- - P^+ = Pr \quad (2.5)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \leq Pu \quad (2.6)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \geq Pl \quad (2.7)$$

$$x_i \leq Qu_i \quad \forall i \in M \quad (2.8)$$

$$x_i \geq Ql_i \quad \forall i \in M \quad (2.9)$$

$$x_i - Cc_i N_i = 0 \quad \forall i \in M \quad (2.10)$$

$$N_i \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in M \quad (2.11)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (2.12)$$

$$d_k^+, d_k^- \geq 0 \quad \forall k \in S \quad (2.13)$$

$$P^+, P^- \geq 0 \quad (2.14)$$

Neste modelo observam-se as restrições clássicas do problema de mistura. As restrições (2.2) e (2.3) definem limites máximos e mínimos para os parâmetros de controle, enquanto as restrições (2.6) e (2.7) limitam a quantidade máxima e a mínima de minério no produto final. As restrições (2.8) e (2.9) garantem o atendimento às quantidades máximas e mínimas a serem utilizadas de cada frente de lavra, definidas pelo planejador. As restrições (2.10) definem que a quantidade de minério utilizada de uma frente de lavra é obtida multiplicando-se a capacidade da caçamba da pá-carregadeira pelo número de caçambadas. As restrições (2.11) determinam que o número de caçambadas a serem efetuadas em uma frente de lavra deve ser um valor inteiro positivo.

As restrições (2.4) e (2.5), utilizadas por Chanda e Dagdelen [1995] e desenvolvidas a partir do método de programação por metas, visam medir os desvios de qualidade e produção, respectivamente, em relação aos valores requeridos. As restrições (2.12), (2.13) e (2.14) impedem que valores negativos sejam aceitos para as variáveis de decisão. Com a inclusão das restrições (2.4) e (2.5), a função de avaliação mono-objetivo (2.1) trata, de forma ponderada, dois objetivos distintos: a minimização dos desvios de produção e qualidade em relação aos valores requeridos.

2.2 Planejamento de Transporte

O planejamento do transporte ou distribuição define o escoamento dos produtos aos diferentes clientes, por meio de diversos modais de transporte e fazendo uso de centros de estocagem. Sabe-se que cerca de 40% do custo do minério de ferro é dado por operações logísticas. Assim, estas operações possuem impacto relevante.

Alguns trabalhos da literatura abordam problemas de Planejamento de Transporte na mineração. Lu et al. [2005] apresentam uma pesquisa sobre a logística de importação de minério de ferro na China. Neste trabalho, os autores consideram uma cadeia de suprimentos que envolve portos, ferrovias e siderúrgicas. Eles propõem um sistema de controle de pedidos, transporte e estoque, o qual utiliza um modelo baseado em programação inteira mista. Neste modelo, a função objetivo procura minimizar o custo total de circulação de minério na cadeia de suprimentos.

Mateus et al. [1994] tratam um problema de planejamento do transporte ferroviário de uma mineradora brasileira, através de um modelo de programação inteira mista. Este modelo é detalhado na Seção 2.2.1.

2.2.1 Transporte Ferroviário de Minério da MBR

Mateus et al. [1994] apresentam um modelo para planejamento do transporte ferroviário de minério de ferro aplicado ao cenário da empresa MBR (Minerações Brasileiras Reunidas), a qual foi adquirida pela Vale em 2006. O valor do transporte ferroviário, no contexto da época, representava cerca de 40% a 45% do preço final do produto exportado. A Figura 2.1 apresenta o sistema produtivo da extinta MBR.

O modelo desenvolvido tem como fronteiras os estoques de produção das instalações de tratamento de minério e o embarque de navios, não incluindo aspectos de produção, para os quais o planejamento de lavra já oferece suporte adequado. O problema de transporte de minérios visa assim minimizar os custos de movimentação de produtos, dado um conjunto de ofertas e demandas no tempo, um conjunto de capacidades de estoques espacialmente distribuídos, capacidades de equipamentos para remoção, capacidades de carregamento de terminais ferroviários, necessidade de blendagem de minérios provenientes de diferentes minas e taxas de transferência alcançáveis no transporte ponto a ponto. O planejamento do transporte é considerado dinamicamente, com os estoques de minérios nas minas, pátios e porto representando os elementos de ligação entre os vários estágios de tempo. O problema é representado por um grafo direcionado, em que os nós representam as minas, os terminais de carregamento ferroviário



Figura 2.1. Sistema produtivo da antiga empresa MBR, composto por minas, correias, rodovias, ferrovias e porto. Fonte: MBR.

e o terminal portuário, enquanto as arestas representam as ligações entre as diversas instalações, com custos e capacidades associados.

Para o modelo de Mateus et al. [1994], sejam os seguintes dados de entrada:

M : Conjunto de minas (nós de oferta);

E : Conjunto de pontos de estocagem em Minas Gerais;

C : Conjunto de terminais de carregamento ferroviário;

F : Conjunto de pontos de início de ferrovia;

G : Conjunto de áreas operacionais de terminais portuários;

H : Conjunto de pátios de estocagem em terminais portuários;

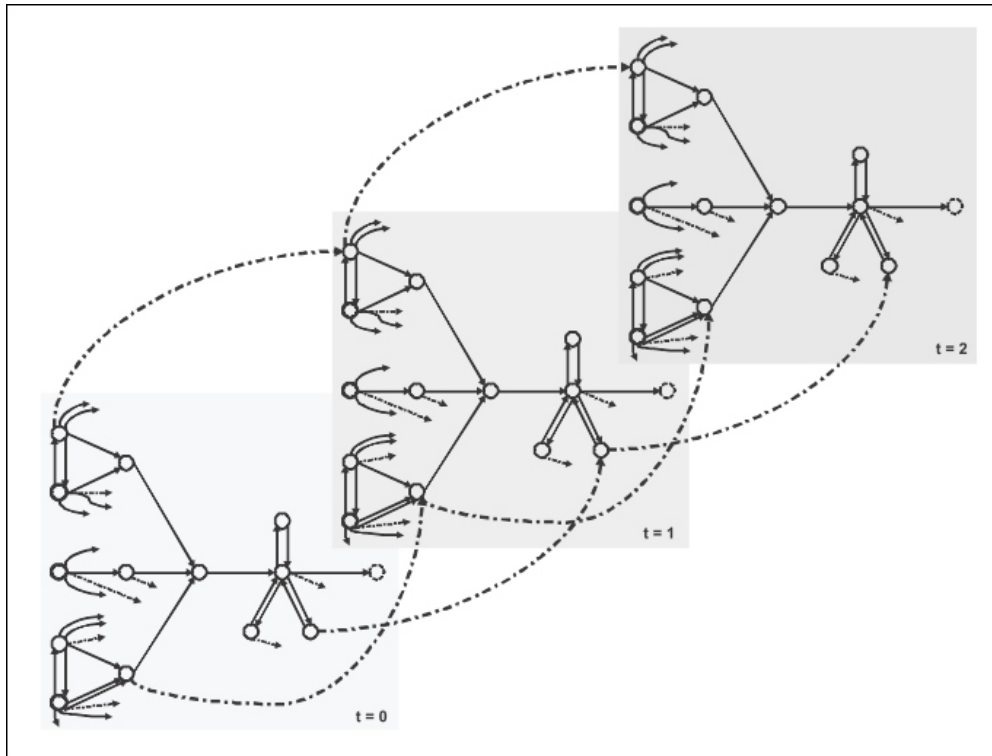


Figura 2.2. Representação do problema de transporte de minérios na MBR, com os estoques representando a ligação entre os diversos estágios de tempo no planejamento.

D : Conjunto de navios (nós de demanda);

N : Conjunto de nós do problema, onde $N = M \cup E \cup C \cup F \cup G \cup H \cup D$;

A^M : Conjunto de arcos (i, j) tais que $i \in (M \cup E \cup C)$, $j \in (M \cup E \cup C \cup F)$, representando os fluxos entre centros de oferta (minas) e ferrovias;

A^E : Conjunto de arcos (i, j) tais que $i \in (F \cup G \cup H)$, $j \in (G \cup H \cup D)$, representando os fluxos entre o transporte ferroviário e o carregamento portuário;

A : Conjunto de arcos do problema, onde $A = (A^M \cup A^E)$;

X : Conjunto de minérios originais que são vendidos em sua forma pura;

Y : Conjunto de produtos blendados;

Z : Conjunto de minérios originais que formam os produtos blendados;

P : Conjunto de todos os produtos, onde $P = (X \cup Y \cup Z)$;

P^b : Subconjunto de minérios ($P^b \subseteq Z$) que formam o produto blendado $b \in Y$;

T : Conjunto de estágios de tempo de planejamento;

c_{ij}^t : Custo unitário do fluxo de qualquer produto¹ no arco $(i, j) \in A$ no instante de tempo $t \in T$;

o_i^{pt} : Oferta do produto $p \in (X \cup Z)$ associada à mina $i \in M$, no instante de tempo $t \in T$;

d_i^{pt} : Demanda pelo produto $p \in (X \cup Y)$ associada ao navio $i \in D$, no instante de tempo $t \in T$;

ρ_p^{bt} : Fração do minério original $p \in P^b$ na composição do produto blendado $b \in Y$, no instante de tempo $t \in T$, tal que $\sum_{p \in P^b} \rho_p^{bt} = 1, \forall b \in Y, \forall t \in T$;

l_{ij}^{pt} : Limite inferior sobre o fluxo do produto $p \in X$ no arco $(i, j) \in A$, no instante de tempo $t \in T$;

L_{ij}^{pt} : Limite superior sobre o fluxo do produto $p \in X$ no arco $(i, j) \in A$, no instante de tempo $t \in T$;

v_{ij}^{pt} : Limite inferior sobre o fluxo do produto $p \in Y$ no arco $(i, j) \in A^E$, no instante de tempo $t \in T$;

V_{ij}^{pt} : Limite superior sobre o fluxo do produto $p \in Y$ no arco $(i, j) \in A^E$, no instante de tempo $t \in T$;

w_{ij}^{pt} : Limite inferior sobre o fluxo do produto $p \in Z$ no arco $(i, j) \in A^M$, no instante de tempo $t \in T$;

W_{ij}^{pt} : Limite superior sobre o fluxo do produto $p \in Z$ no arco $(i, j) \in A^M$, no instante de tempo $t \in T$;

¹Os autores assumem que todos os produtos têm os mesmos custos de transporte.

u_i^{pt} : Estoque mínimo do produto $p \in P$ no nó $i \in N$, ao final do estágio de tempo $t \in T$;

U_i^{pt} : Estoque máximo do produto $p \in P$ no nó $i \in N$, ao final do estágio de tempo $t \in T$;

$\tilde{u}_i^t$: Estoque mínimo total de produtos no nó $i \in N$, ao final do estágio de tempo $t \in T$;

$\tilde{U}_i^t$: Estoque máximo total de produtos (capacidade total de estocagem do sistema MBR, incluindo minas, porto e eventuais nós intermediários) no nó $i \in N$, ao final do estágio de tempo $t \in T$;

$\tilde{l}_{ij}^t$: Limite inferior sobre o fluxo total de produtos no arco $(i, j) \in A^M$, no instante de tempo $t \in T$;

$\tilde{L}_{ij}^t$: Limite superior (Capacidade total de movimentação entre os estoques das minas e o carregamento ferroviário) sobre o fluxo total de produtos no arco $(i, j) \in A^M$, no instante de tempo $t \in T$;

$\tilde{v}_{ij}^t$: Limite inferior sobre o fluxo total de produtos no arco $(i, j) \in A^E$, no instante de tempo $t \in T$;

$\tilde{V}_{ij}^t$: Limite superior (capacidade total de transporte ferroviário e da estocagem e carregamento portuário) sobre o fluxo total de produtos no arco $(i, j) \in A^E$, no instante de tempo $t \in T$.

Sejam ainda as seguintes variáveis de decisão:

x_{ij}^{pt} : Fluxo de minérios originais $p \in X$, que podem ser vendidos em sua forma pura, no arco $(i, j) \in A$, no instante de tempo $t \in T$;

y_{ij}^{pt} : Fluxo de produtos blendados $p \in Y$ por meio do arco $(i, j) \in A^E$, no instante de tempo $t \in T$;

z_{ij}^{pt} : Fluxo de insumos para blendagem $p \in Z$ por meio do arco $(i, j) \in A^M$, no instante de tempo $t \in T$;

e_i^{pt} : Estoque do produto $p \in P$ deixado no nó $i \in N$ ao final do estágio de tempo $t \in T$, sendo que nos instantes $t = 0$ e $t = T$ esse valor é uma constante definida a priori, representando, respectivamente, o estoque inicial disponível e o estoque mínimo final do produto $p \in P$ deixado no nó $i \in N$.

A formulação matemática de Mateus et al. [1994] para o problema de transporte de minérios é dada pelas equações (2.15) - (2.44). Nesta formulação, $S(\cdot)$ representa o fluxo de saída e $E(\cdot)$ o fluxo de entrada em um nó qualquer.

Minimizar

$$\sum_{t \in T} \sum_{p \in X} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}^t x_{ij}^{pt} + \sum_{t \in T} \sum_{p \in Y} \sum_{(i,j) \in A^E} c_{ij}^t y_{ij}^{pt} + \sum_{t \in T} \sum_{p \in Z} \sum_{(i,j) \in A^M} c_{ij}^t z_{ij}^{pt} \quad (2.15)$$

Sujeito a

$$\sum_{j \in S(m)} x_{mj}^{p1} - \sum_{k \in E(m)} x_{km}^{p1} = o_m^{p0} + e_m^{p0} - e_m^{p1} \quad \forall m \in M, \forall p \in X, t = 1 \quad (2.16)$$

$$\sum_{j \in S(m)} x_{mj}^{pt} - \sum_{k \in E(m)} x_{km}^{pt} \leq o_m^{pt} + e_m^{p,t-1} - e_m^{pt} \quad \forall m \in M, \forall p \in X, t = 2, \dots, T-1 \quad (2.17)$$

$$\sum_{j \in S(m)} x_{mj}^{pT} - \sum_{k \in E(m)} x_{km}^{pT} = o_m^{pT} + e_m^{p,T-1} - e_m^{pT} \quad \forall m \in M, \forall p \in X, t = T \quad (2.18)$$

$$\sum_{j \in S(i)} x_{ij}^{p1} - \sum_{k \in E(i)} x_{ki}^{p1} = e_i^{p0} - e_i^{p1} \quad \forall i \in (E \cup C), \forall p \in X, t = 1 \quad (2.19)$$

$$\sum_{j \in S(i)} x_{ij}^{pt} - \sum_{k \in E(i)} x_{ki}^{pt} = e_i^{p,t-1} - e_i^{pt} \quad \forall i \in (E \cup C), \forall p \in X, t = 2, \dots, T-1 \quad (2.20)$$

$$\sum_{j \in S(i)} x_{ij}^{pT} - \sum_{k \in E(i)} x_{ki}^{pT} = e_i^{p,T-1} - e_i^{pT} \quad \forall i \in (E \cup C), \forall p \in X, t = T \quad (2.21)$$

$$\sum_{j \in S(g)} x_{gj}^{p1} - \sum_{k \in E(g)} x_{kg}^{p1} = e_g^{p0} - e_g^{p1} \quad \forall g \in (G \cup H), \forall p \in X, t = 1 \quad (2.22)$$

$$\sum_{j \in S(g)} x_{gj}^{pt} - \sum_{k \in E(g)} x_{kg}^{pt} = e_g^{p,t-1} - e_g^{pt} \quad \forall g \in (G \cup H), \forall p \in X, t = 2, \dots, T-1 \quad (2.23)$$

$$\sum_{j \in S(g)} x_{gj}^{pT} - \sum_{k \in E(g)} x_{kg}^{pT} \geq e_g^{p,T-1} - e_g^{pT} \quad \forall g \in (G \cup H), \forall p \in X, t = T \quad (2.24)$$

$$\sum_{j \in S(f)} x_{fj}^{pt} - \sum_{k \in E(f)} x_{kf}^{pt} = 0 \quad \forall f \in F, \forall p \in X, \forall t \in T \quad (2.25)$$

$$- \sum_{i \in E(i)} x_{ki}^{pt} = d_i^{pt} \quad \forall i \in D, \forall p \in X, \forall t \in T \quad (2.26)$$

$$\sum_{j \in S(g)} y_{gj}^{p1} - \sum_{k \in E(g)} y_{kg}^{p1} = e_g^{p0} - e_g^{p1} \quad \forall g \in (G \cup H), \forall p \in Y, t = 1 \quad (2.27)$$

$$\sum_{j \in S(g)} y_{gj}^{pt} - \sum_{k \in E(g)} y_{kg}^{pt} = e_g^{p,t-1} - e_g^{pt} \quad \forall g \in (G \cup H), \forall p \in Y, t = 2, \dots, T-1 \quad (2.28)$$

$$\sum_{j \in S(g)} y_{gj}^{pT} - \sum_{k \in E(g)} y_{kg}^{pT} \geq e_g^{p,T-1} - e_g^{pT} \quad \forall g \in (G \cup H), \forall p \in Y, t = T \quad (2.29)$$

$$- \sum_{k \in E(i)} y_{ki}^{pt} = d_i^{pt} \quad \forall i \in D, \forall p \in Y, \forall t \in T \quad (2.30)$$

$$\sum_{j \in S(m)} z_{mj}^{p1} - \sum_{k \in E(m)} z_{km}^{p1} = o_m^{p1} + e_m^{p0} - e_m^{p1} \quad \forall m \in M, \forall p \in Z, t = 1 \quad (2.31)$$

$$\sum_{j \in S(m)} z_{mj}^{pt} - \sum_{k \in E(m)} z_{km}^{pt} = o_m^{pt} + e_m^{p,t-1} - e_m^{pt} \quad \forall m \in M, \forall p \in Z, t = 2, \dots, T-1 \quad (2.32)$$

$$\sum_{j \in S(m)} z_{mj}^{pT} - \sum_{k \in E(m)} z_{km}^{pT} \leq o_m^{pT} - e_m^{pT} \quad \forall m \in M, \forall p \in Z, t = T \quad (2.33)$$

$$\sum_{j \in S(i)} z_{ij}^{p1} - \sum_{k \in E(i)} z_{ki}^{p1} = e_i^{p0} - e_i^{p1} \quad \forall i \in (E \cup C), \forall p \in Z, t = 1 \quad (2.34)$$

$$\sum_{j \in S(i)} z_{ij}^{pt} - \sum_{k \in E(i)} z_{ki}^{pt} = e_i^{p,t-1} - e_i^{pt} \quad \forall i \in (E \cup C), \forall p \in Z, t = 2, \dots, T-1 \quad (2.35)$$

$$\sum_{j \in S(i)} z_{ij}^{pT} - \sum_{k \in E(i)} z_{ki}^{pT} = e_i^{p,T-1} - e_i^{pT} \quad \forall i \in (E \cup C), \forall p \in Z, t = T \quad (2.36)$$

$$\sum_{j \in S(f)} y_{fj}^{bt} - \sum_{p \in P^b} \rho_p^{bt} \sum_{k \in E(f)} z_{kf}^{pt} = 0 \quad \forall f \in F, \forall b \in Y, \forall t \in T \quad (2.37)$$

$$l_{ij}^{pt} \leq x_{ij}^{pt} \leq L_{ij}^{pt} \quad \forall (i, j) \in A, \forall p \in X, \forall t \in T \quad (2.38)$$

$$v_{ij}^{pt} \leq y_{ij}^{pt} \leq V_{ij}^{pt} \quad \forall (i, j) \in A^E, \forall p \in Y, \forall t \in T \quad (2.39)$$

$$w_{ij}^{pt} \leq z_{ij}^{pt} \leq W_{ij}^{pt} \quad \forall (i, j) \in A^M, \forall p \in Z, \forall t \in T \quad (2.40)$$

$$u_i^{pt} \leq e_i^{pt} \leq U_i^{pt} \quad \forall i \in N, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (2.41)$$

$$\tilde{l}_{ij}^t \leq \sum_{p \in X} x_{ij}^{pt} + \sum_{p \in Z} z_{ij}^{pt} \leq \tilde{L}_{ij}^t \quad \forall (i, j) \in A^M, \forall t \in T \quad (2.42)$$

$$\tilde{v}_{ij}^t \leq \sum_{p \in X} x_{ij}^{pt} + \sum_{p \in Y} y_{ij}^{pt} \leq \tilde{V}_{ij}^t \quad \forall (i, j) \in A^E, \forall t \in T \quad (2.43)$$

$$\tilde{u}_i^t \leq \sum_{p \in P} e_i^{pt} \leq \tilde{U}_i^t \quad \forall i \in N, \forall p \in P, \forall t \in T \quad (2.44)$$

A função objetivo (2.15) contabiliza o custo variável total associado ao fluxo dos vários produtos nos arcos. O primeiro termo avalia o custo variável associado ao fluxo de minério vendido em sua forma pura por meio de toda a rede de distribuição. O segundo termo, por sua vez, contabiliza apenas o custo variável associado ao fluxo de produtos blendados nos arcos entre o início da ferrovia, a área operacional dos terminais portuários, seus pátios de estocagem e os navios. O terceiro termo corresponde ao custo variável associado ao fluxo de minérios originais que participam da composição dos produtos blendados através dos arcos entre as minas, as áreas de estocagem em Minas Gerais, os terminais de carga de trens e o início da ferrovia.

O primeiro conjunto de restrições representa as equações de balanço de fluxo de minérios que são vendidos em sua forma pura. As restrições (2.16), (2.17) e (2.18) limitam a capacidade de oferta de minérios originais pelas minas, considerando sua capacidade de estocagem. As restrições (2.19), (2.20) e (2.21) garantem o balanço

de fluxo de minérios originais nos nós de estocagem e carregamento ferroviário. As restrições (2.22), (2.23) e (2.24) garantem o balanço de fluxo de minérios originais nos nós de estocagem e carregamento portuário, enquanto as restrições (2.25) garantem o balanço de fluxo de minérios originais nos nós de ferrovia, onde não há estocagem de produtos (nós de transbordo). As restrições (2.26) asseguram o atendimento da demanda dos navios por produtos originais.

O segundo conjunto de restrições representa as equações de balanço de fluxo de produtos blendados. As restrições (2.27), (2.28) e (2.29) garantem o balanço de fluxo de produtos blendados nos nós de estocagem e carregamento portuário, enquanto as restrições (2.30) garantem o atendimento da demanda dos navios por produtos blendados.

O terceiro conjunto de restrições representa as equações de balanço de fluxo de minérios que participam da composição de produtos blendados. As restrições (2.31), (2.32) e (2.33) limitam a capacidade de oferta pelas minas de minérios que participam da composição de produtos blendados, considerando sua capacidade de estocagem. As restrições (2.34), (2.35) e (2.36) garantem o balanço de fluxo de minérios que compõem produtos blendados nos nós de estocagem e carregamento ferroviário.

As restrições (2.37) integram o segundo e o terceiro grupos de restrições descritos acima, definindo a participação de cada minério original na composição dos vários produtos blendados. Além disso, essas restrições modelam tanto a demanda por minérios originais que compõem produtos blendados quanto a capacidade de oferta de produtos blendados propriamente dita.

O quarto grupo de restrições representa os limites sobre o valor individual do fluxo de produtos através dos arcos. As restrições (2.38), (2.39) e (2.40) limitam o fluxo de minérios vendidos em sua forma pura, o fluxo de produtos blendados e o fluxo de minérios originais que compõem produtos blendados, respectivamente. As restrições (2.41) estabelecem limites para os níveis de estoque de cada produto em cada um dos nós do problema, ao final de cada instante de tempo.

O quinto grupo de restrições representa os limites para o fluxo total através dos arcos, não fazendo distinção entre os vários tipos de produtos, mas definindo a capaci-

dade total do fluxo de produtos pelos arcos do problema. As restrições (2.42) limitam o fluxo total de minérios (aqueles vendidos em sua forma pura e aqueles que participam da composição de produtos blendados) desde as minas até o início da ferrovia, enquanto as restrições (2.43), limitam o fluxo destes minérios após a blendagem desde o início da ferrovia até os navios. As restrições (2.44) impõem limites para os níveis totais de estoque de todos os produtos em cada um dos nós do problema, ao final de cada instante de tempo.

Os autores utilizam uma estratégia de decomposição baseada em relaxação Lagrangeana para reduzir a dimensão do problema e o tempo de solução. Tal estratégia é coerente com os procedimentos de gerenciamento com informações descentralizadas. Na prática, de acordo com Mateus et al. [1994], o problema como um todo pode ser dividido em subproblemas menores, sem perda da otimalidade global.

2.3 Planejamento e Sequenciamento da Produção

O planejamento da produção consiste em determinar a quantidade de itens a ser produzida em uma ou várias máquinas em cada período ao longo de um horizonte de tempo finito, de modo a atender uma certa demanda, sujeito a limitações de capacidade. Também deve determinar os níveis de estoque e os recursos necessários para implementar tal plano, que geralmente tem como objetivo minimizar custos e/ou maximizar o lucro. Quando o problema tem dimensão muito grande, técnicas de agregação são comumente utilizadas (por exemplo, agrupar produtos parecidos como itens únicos). Diversos trabalhos que tratam da otimização do planejamento da produção são encontrados na literatura, com aplicações nas mais diversas áreas.

Segundo Arenales et al. [2007], problemas na área de produção podem ser classificados em três níveis hierárquicos: estratégico, tático e operacional. O nível mais alto é o estratégico, em que as decisões são de longo prazo e envolvem altos investimentos. Esse nível trata da escolha e do projeto do processo, relacionados ao arranjo de máquinas e outros equipamentos e com a determinação da capacidade destes, em função de uma demanda futura. O nível tático trata do planejamento das atividades, que consiste de

dois subníveis: o planejamento agregado da produção e o planejamento de quantidades de produção. Por fim, o nível operacional controla as atividades diárias baseando-se nas ordens de produção provenientes do nível tático.

Diversos trabalhos que tratam da otimização do planejamento da produção são encontrados na literatura. Paiva e Morabito [2006] baseiam-se em modelos clássicos de dimensionamento de lotes para representar um sistema de produção de açúcar, álcool e melão, que inclui decisões da etapa agrícola, das fases de corte, carregamento e transporte de cana e, principalmente, decisões de moagem, escolha do processo produtivo e estoque dos produtos finais. As decisões são tomadas em períodos semanais e o horizonte de planejamento são as semanas de safra.

Junqueira e Morabito [2006] propõem um modelo de programação linear para apoiar as decisões do planejamento tático da produção, estocagem e transporte de sementes de milho, de forma a minimizar os custos de produção, logísticos e fiscais, atendendo a restrições de programação da colheita, capacidade das plantas e demanda dos clientes.

Kimms et al. [2005] apresentam uma formulação matemática conjunta para programação da produção e dimensionamento de lotes aplicada a uma indústria de bebidas. Nela são considerados diversos aspectos como capacidade disponível limitada, custos de armazenamento, custos de produção, custos e tempos de troca dependentes da sequência e um conjunto de máquinas paralelas entre outros.

Aires et al. [2005] apresentam um modelo matemático de programação linear inteira mista aplicado a um problema real de programação da produção de curto prazo de gasolina de uma refinaria responsável pelo abastecimento do mercado da Grande São Paulo.

Ferreira et al. [2005] propõem um modelo de otimização para auxiliar a tomada de decisões no planejamento e controle da produção em fábricas de refrigerantes, mais especificamente no que se refere ao dimensionamento e sequenciamento da produção. O modelo matemático proposto considera várias máquinas, os estágios de envase e xaroparia, tempos e custos de troca de refrigerantes nas linhas e tempos de troca de xaropes nos tanques (dependentes do sequenciamento da produção), capacidade limitada das linhas de produção e dos tanques, entre outros fatores. Para definir o

sequenciamento dos itens, os períodos são divididos em subperíodos e é permitida a produção de apenas um refrigerante por subperíodo. O critério de otimização é a minimização dos custos de estoque, atraso e troca de refrigerantes.

2.3.1 Planejamento de Produção e Vendas da MBR

Alves et al. [2007] abordam o problema do planejamento trimestral de produção e vendas de uma empresa mineradora através de um modelo de programação linear por metas. O objetivo é minimizar a diferença entre a qualidade da demanda especificada e a qualidade obtida. Para isso, são utilizados pesos para os parâmetros de cada produto de venda. O modelo considera restrições de capacidade dos terminais de carga, e inclui facilidades para o usuário, tal como atingir uma meta, a qual é modelada como uma restrição do modelo. Não fazem parte do escopo do trabalho, entretanto, a definição das rotas dos produtos primários. Além disso, algumas restrições operacionais, como a quantidade mínima de carregamento dos trens e a participação mínima de um produto primário na composição de um produto final, não são consideradas.

O modelo de Alves et al. [2007] é dado pelas equações (2.45) - (2.61). Para maior clareza, a notação utilizada pelos autores foi substituída pela notação a seguir:

P : conjunto de produtos primários provenientes das ITMs;

F : conjunto de produtos finais destinados à venda;

S : conjunto de parâmetros de qualidade analisados nos produtos finais;

C : conjunto de terminais de carga;

F : subconjunto dos terminais de carga, $F \subseteq C$, que aplicam sobre o produto carregado um fator de manuseio.

B : conjunto de possíveis misturas (blendagens) (i, j) entre produtos primários $(i \in P)$ e produtos finais $(j \in F)$;

T : conjunto de trimestres, $T = \{1, 2, 3, 4\}$;

wdd_j : peso, na função objetivo, do desvio no atendimento da demanda do produto final $j \in F$;

wdt_{jk} : peso, na função objetivo, do desvio no atendimento do teor do parâmetro $k \in S$ no produto final $j \in F$;

o_i^E : quantidade, em toneladas, de produto primário $i \in P$ disponível no estoque inicial;

o_{it}^P : capacidade de produção, em toneladas, do produto primário $i \in P$ no trimestre $t \in T$;

pr_{jt} : demanda, em toneladas, do produto final $j \in F$ no trimestre $t \in T$;

e_i : quantidade, em toneladas, de minério que deve ser eliminada do produto primário $i \in P$, isto é, a quantidade mínima fixada pelo planejador que deve ser utilizada;

b_{ijl}^E : quantidade, em toneladas, de minério armazenado no estoque inicial do produto primário $i \in P$ que deve ser blendada no produto final $j \in F$ no trimestre $l \in T$ (assume valor -1 quando não há quantidade fixada);

b_{ijl}^P : quantidade, em toneladas, de minério produzido no trimestre $t \in T$ do produto primário $i \in P$ que deve ser blendada no produto final $j \in F$ no trimestre $l \in T$ (assume valor -1 quando não há quantidade fixada);

tc_i : terminal de carga, $tc_i \in C \forall i \in P$, que transporta o produto primário $i \in P$;

cap_{ct} : capacidade de carregamento do terminal ferroviário de carga $c \in C$ no trimestre $l \in T$;

q_{ik}^E : teor do parâmetro $k \in S$ do produto primário $i \in P$ disponível no estoque inicial;

q_{ikt}^P : teor do parâmetro $k \in S$ no produto primário $i \in P$ produzido no trimestre $t \in T$;

qf_{ik}^E : teor do parâmetro $k \in S$ no produto primário $i \in P$ disponível no estoque inicial, aplicado o fator de manuseio mina-trem;

qf_{ikt}^P : teor do parâmetro $k \in S$ no produto primário $i \in P$ produzido no trimestre $t \in T$, aplicado o fator de manuseio mina-trem;

tr_{jkt} : meta, do teor típico, desejada do parâmetro $k \in S$ para o produto final $j \in F$ no trimestre $t \in T$;

tl_{jk} : limite inferior do parâmetro $k \in S$ para o produto final $j \in F$;

tu_{jk} : limite superior do parâmetro $k \in S$ para o produto final $j \in F$;

ta_{jk} : meta de teor desejada do parâmetro $k \in S$ para o produto final $j \in F$ no ano;

tt_{jkl}^R : assume valor 1 caso a restrição de meta trimestral do parâmetro de qualidade $k \in S$ do produto final $j \in F$ no trimestre $l \in T$ seja rígida, isto é, deve ser atingida; assume valor 0 caso contrário;

ta_{jk}^R : assume valor 1 caso a restrição de meta anual do parâmetro de qualidade $k \in S$ do produto final $j \in F$ seja rígida; assume valor 0 caso contrário;

São definidas ainda as seguintes variáveis de decisão:

x_{ijl}^E : quantidade, em toneladas, de minério armazenado no estoque inicial do produto primário $i \in P$ blendado para formar o produto final $j \in F$ no trimestre $l \in T$;

x_{ijtl}^P : quantidade, em toneladas, de minério produzido no trimestre $t \in T$ do produto primário $i \in P$ blendado para formar o produto final $j \in F$ no trimestre $l \in T$;

dt_{jkl}^+ : desvio positivo de teor em relação à meta do parâmetro $k \in S$ no produto final $j \in F$ no trimestre $l \in T$;

dt_{jkl}^- : desvio negativo de teor em relação à meta do parâmetro $k \in S$ no produto final $j \in F$ no trimestre $l \in T$;

dl_{jkl}^+ : desvio positivo de teor em relação ao limite superior do parâmetro $k \in S$ no produto final j no trimestre $l \in T$;

dl_{jkl}^- : desvio negativo de teor em relação ao limite inferior do parâmetro $k \in S$ no produto final j no trimestre $l \in T$;

dd_{jl} : desvio do atendimento à demanda do produto final $j \in F$ no trimestre $l \in T$;

A formulação matemática proposta por Alves et al. [2007] é dada a seguir, pelas equações (2.45)-(2.61).

Minimizar

$$\begin{aligned} \sum_{l \in T} \sum_{k \in S} \sum_{j \in F} wdt_{kj} (dt_{jkl}^+ + dt_{jkl}^- + dl_{jkl}^+ + dl_{jkl}^-) \\ + \sum_{j \in F} wdd_j \cdot dd_j \end{aligned} \quad (2.45)$$

Sujeito a

$$\sum_{i|(i,j) \in B} \sum_{t=1}^l (x_{ijtl}^P + x_{ijtl}^E) + dd_{jt} = pr_{jt} \quad \forall j \in F, \forall l \in T \quad (2.46)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in B} \sum_{t \in T} x_{ijtl}^P \leq o_{il}^P \quad \forall i \in P, \forall l \in T \quad (2.47)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in B} x_{ijl}^E \leq o_i^E \quad \forall i \in P \quad (2.48)$$

$$\sum_{j|(i,j) \in B} \sum_{l \in T} \left(\sum_{t=1}^l x_{ijtl}^P + x_{ijl}^E \right) \geq e_i \quad \forall i \in P \quad (2.49)$$

$$\sum_{\substack{i \in P, \\ tc_i = c}} \sum_{j|(i,j) \in B} \left(\sum_{t=1}^l x_{ijtl}^P + x_{ijl}^E \right) \leq cap_{cl} \quad \forall c \in C, \forall l \in T \quad (2.50)$$

$$x_{ijl}^E = b_{ijl}^E \quad \begin{array}{l} \forall i \in P, \forall j \in F, \\ \forall l \in T \mid b_{ijl}^E \geq 0 \end{array} \quad (2.51)$$

$$x_{ijtl}^P = b_{ijtl}^P \quad \begin{array}{l} \forall i \in P, \forall j \in F, \forall t \in T, \\ \forall l \in T \mid b_{ijtl}^P \geq 0 \end{array} \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i|(i,j) \in B, c_{ij} \notin F} \left(\sum_{t=1}^l (q_{ikt}^P - tl_{jk}) x_{ijtl}^P \right) + \\ & \sum_{i|(i,j) \in B, c_{ij} \in F} \left(\sum_{t=1}^l (qf_{ikt}^P - tl_{jk}) x_{ijtl}^P \right) + \quad \begin{array}{l} \forall j \in F, \forall k \in S, \\ \forall l \in T, tt_{jkl}^R = 0 \end{array} \quad (2.53) \\ & D l_{jkl}^- \geq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i|(i,j) \in B, c_{ij} \notin F} \left(\sum_{t=1}^l (q_{ikt}^P - tu_{jk}) x_{ijtl}^P \right) + \\ & \sum_{i|(i,j) \in B, c_{ij} \in F} \left(\sum_{t=1}^l (qf_{ikt}^P - tu_{jk}) x_{ijtl}^P \right) - \quad \begin{array}{l} \forall j \in F, \forall k \in S, \\ \forall l \in T, tt_{jkl}^R = 0 \end{array} \quad (2.54) \\ & D l_{jkl}^+ \leq 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i|(i,j) \in B, c_{ij} \notin F} \left(\sum_{t=1}^l (q_{ikt}^P - tr_{jk}) x_{ijtl}^P \right) + \\ & \sum_{i|(i,j) \in B, c_{ij} \in F} \left(\sum_{t=1}^l (qf_{ikt}^P - tr_{jk}) x_{ijtl}^P \right) + \quad \begin{array}{l} \forall j \in F, \forall k \in S, \\ \forall l \in T, tt_{jkl}^R = 0 \end{array} \quad (2.55) \\ & D t_{jkl}^- - D t_{jkl}^+ = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i|(i,j) \in B, c_{ij} \notin F} \left(\sum_{t=1}^l (q_{ikt}^P - tt_{jk})x_{ijtl}^P \right. \\
& \quad \left. + (q_{ik}^E - tt_{jk})x_{ijl}^E \right) + \quad \forall j \in F, \forall k \in S, \\
& \sum_{i|(i,j) \in B, c_{ij} \in F} \left(\sum_{t=1}^l (qf_{ikt}^P - tt_{jk})x_{ijtl}^P \right. \\
& \quad \left. + (qf_{ik}^E - tt_{jk})x_{ijl}^E \right) = 0 \quad \forall l \in T, tt_{jkl}^R = 1
\end{aligned} \tag{2.56}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i|(i,j) \in B, c_{ij} \notin F} \sum_{l \in T} \left(\sum_{t=1}^l (q_{ikt}^P - ta_{jk})x_{ijtl}^P \right. \\
& \quad \left. + (q_{ik}^E - ta_{jk})x_{ijl}^E \right) + \quad \forall j \in F, \forall k \in S, \\
& \sum_{i|(i,j) \in B, c_{ij} \in F} \sum_{l \in T} \left(\sum_{t=1}^l (qf_{ikt}^P - ta_{jk})x_{ijtl}^P \right. \\
& \quad \left. + (qf_{ik}^E - ta_{jk})x_{ijl}^E \right) = 0 \quad ta_{jk}^R = 1
\end{aligned} \tag{2.57}$$

$$x_{ijl}^E \geq 0 \quad \forall i \in P, \forall j \in F, \forall l \in T \tag{2.58}$$

$$x_{ijtl}^P \geq 0 \quad \forall i \in P, \forall j \in F, \forall t \in T, \forall l \in T \tag{2.59}$$

$$dt_{jkl}^+, dt_{jkl}^-, dl_{jkl}^+, dl_{jkl}^- \geq 0 \quad \forall j \in F, \forall k \in S, \forall l \in T \tag{2.60}$$

$$dd_{jl} \geq 0 \quad \forall j \in F, \forall l \in T \tag{2.61}$$

A função objetivo (2.45) é composta por duas partes: (i) a que busca a minimização dos desvios de qualidade; e (ii) a que busca a minimização dos desvios das metas de demanda. Assim, embora o problema seja multiobjetivo, Alves et al. [2007] o tratam através de uma função mono-objetivo, utilizando pesos (wdt_{kj} e wdd_j) para definir a importância das duas grandezas envolvidas: desvio do atendimento à demanda e desvio do atendimento às metas de qualidade. Os autores relatam ainda que os valores dos pesos foram definidos a partir de testes empíricos.

As equações (2.46) tem por objetivo medir os desvios da demanda dos produtos finais, enquanto as restrições (2.47) e (2.48) definem a capacidade de produção dos produtos primários e a sua disponibilidade em estoque.

As restrições (2.49) impõem um limite inferior para a utilização dos produtos primários, e as restrições (2.50) garantem que a capacidade trimestral de transporte dos

terminais de carga será respeitada. As restrições (2.51) e (2.52) asseguram que, caso haja imposição de blindagem, esta será verificada.

As equações (2.53) e (2.54) são responsáveis por mensurar quanto os limites inferior e superior, respectivamente, foram violados. As restrições (2.55) são responsáveis por medir os desvios das metas trimestrais dos parâmetros de controle. Quando as restrições são rígidas ($tt_{jkl}^R = 1$), isto é, quando os desvios são fixados em zero, a equação (2.56) é utilizada, obrigando ao atendimento das metas de qualidade. A equação (2.57) garante o atendimento da meta anual dos parâmetros de controle. Assim, quando as restrições de meta anual forem rígidas ($ta_{jk}^R = 1$), a qualidade do produto final poderá variar durante os trimestres desde que sua média anual atinja a meta.

Por fim, as restrições (2.58) a (2.61) tratam da não-negatividade das variáveis de decisão.

2.4 Outros Trabalhos

A literatura sobre aplicações de pesquisa operacional na mineração está muito concentrada na solução de problemas de planejamento de lavra e alocação e despacho de caminhões de mina. Merschmann [2002] desenvolveu um sistema computacional, denominado OTISIMIN (Otimizador e Simulador para Mineração), para resolver problemas de otimização e simulação em mineração. Neste sistema, a otimização contempla a construção e a resolução de um modelo matemático, baseado em programação linear, cujo objetivo é determinar o ritmo de lavra a ser implementado em cada frente levando-se em consideração a qualidade do minério da frente, a relação estéril/minério desejada, a produção requerida, as características dos equipamentos de carga e transporte e as características operacionais da mina.

A alocação e despacho de caminhões em mina é também tratada em Costa et al. [2004, 2005]. Estes trabalhos apresentam modelos que representam uma evolução em relação ao trabalho de Merschmann [2002], por incluírem metas de qualidade e produção, além de reduzirem significativamente o número de restrições necessárias. Em Guimaraes et al. [2007], a formulação de programação matemática de Costa et al.

[2004] é aperfeiçoada com a inclusão de restrições relativas à taxa de utilização de caminhões. Os resultados da otimização foram, ainda, validados por meio de um modelo de simulação computacional.

A literatura é muito escassa no que diz respeito a trabalhos voltados à mineração que dão ênfase a decisões relacionadas ao transporte entre mina e porto. Dentre os encontrados, os trabalhos de Mateus et al. [1994], Alves et al. [2007] e Pimentel et al. [2009] tratam de problemas de empresas mineradoras brasileiras. As proposições de Mateus et al. [1994] e Alves et al. [2007] são discutidas nas seções 2.2.1 e 2.3.1, respectivamente.

Pimentel et al. [2009] propõem uma abordagem baseada no conceito de cadeia de suprimentos. Nesta abordagem, o fluxo de matérias-primas e produtos acabados, bem como as operações de transformação, armazenagem e distribuição são tratados de forma integrada.

Capítulo 3

Descrição do Problema

Este capítulo tem como objetivo descrever o problema abordado, o qual se refere ao de uma empresa mineradora brasileira que conta com diversas minas situadas no Quadrilátero Ferrífero, em Minas Gerais. Como ponto de partida, o processo produtivo desta mineradora é discutido na Seção 3.1, estabelecendo as características do cenário alvo do trabalho. Em seguida, na Seção 3.2, é apresentada uma definição formal e estendida do problema tratado.

3.1 O Processo Produtivo da Empresa Mineradora

A atividade de mineração pode ser subdividida em uma série de fases produtivas, iniciando-se pela exploração do minério, sua transformação em produto, estocagem, manuseios diversos e transporte até o ponto de embarque. Todas estas fases são caracterizadas por um forte componente logístico, envolvendo movimentações de grandes massas, diferentes formas de transporte, estocagens e retomagens diversas.

Por razões diversas, que vão desde aspectos geológicos até outros ligados à necessidade de minimização dos impactos ambientais, o processo produtivo tornou-se complexo e descentralizado. Muitas são as situações em que o minério que é extraído em um local é beneficiado em outro, sendo transportado para um Terminal Ferroviário em um terceiro ponto para somente depois ser entregue ao cliente ou ser embarcado

em um Terminal Portuário.

Além disso, a escolha da forma de transporte impacta não somente no tempo e custo da movimentação, mas também nos parâmetros químicos e físicos que determinam a qualidade do minério. Por exemplo, quando um minério é transportado via ferrovia pode ocorrer quebra nas pelotas, alterando as propriedades granulométricas do minério.

As seções seguintes descrevem o processo produtivo, desde a produção até a venda. A Seção 3.1.1 trata da fase de lavra, quando o minério é extraído. As seções 3.1.2 e 3.1.3 abordam, respectivamente, as fases de beneficiamento e estocagem do minério. Por fim, a Seção 3.1.4 trata da fase de movimentação e venda do minério.

3.1.1 Fase de Lavra

A Fase de Lavra consiste basicamente na extração do ROM, do inglês *Run-of-Mine*, que representa o minério na forma bruta. Para realizar a extração são comumente utilizadas pás carregadeiras (??), que devem ser alocadas a frentes cujo minério atenda a restrições de qualidade pré-estabelecidas. Uma vez extraído, o ROM deve ser transportado para a área de estoque. Este transporte é geralmente feito por meio de caminhões (??), e tem sua eficiência determinada pelo trajeto que leva da frente à área de estoque. Estes trajetos podem ser extremamente complexos, cobrindo grandes áreas de terrenos irregulares. A alocação de equipamentos em frentes de lavra é uma tarefa complexa, e se constitui em um dos aspectos mais importantes no gerenciamento de minas a céu aberto, representando cerca de 50% dos custos operacionais totais nessas minas [Costa, 2005]. Segundo Rodrigues [2006], em 2006 cerca de 35 minas faziam uso de sistemas de alocação de caminhões no Brasil, com diferentes níveis de automação.

Além da produção de ROM, a atividade de extração mineral traz consigo a produção de uma quantidade variável de materiais de pouco ou nenhum valor econômico, respectivamente minério de baixa qualidade e estéril. Assim, de forma simplificada, a produção de ROM consiste na extração de minério e também na remoção de estéril. A Figura 3.1 mostra um esquema do “processo de produção” de ROM.

Pela Figura 3.1, observa-se que a obtenção do ROM pode se dar não somente através

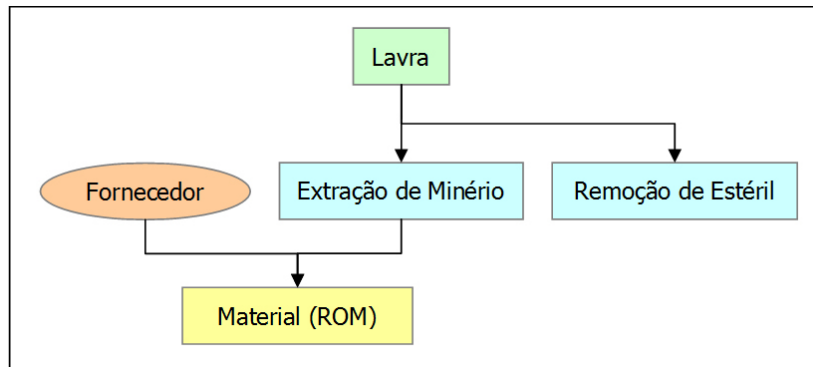


Figura 3.1. Processo de Produção de ROM

da Lavra como também a partir de compra de outros fornecedores.

Diversos trabalhos da literatura abordam problemas relacionados à fase de Lavra. Costa et al. [2005] desenvolveram uma formulação de programação matemática baseada em programação por metas - *Goal Programming* [Charnes e Cooper, 1961] - para resolver um problema de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto, considerando alocação estática de caminhões. O problema abordado consiste em determinar o número de viagens que cada caminhão deve fazer a cada frente de lavra, de forma que a produção horária de minério atinja o ritmo e a especificação de qualidade estabelecida. A função objetivo utilizada procura minimizar o desvio de produção e qualidade de diversos parâmetros de controle químicos e físicos.

O mesmo problema foi abordado de forma heurística por Guimarães et al. [2006b], que utilizaram um algoritmo baseado na metaheurística *Iterated Local Search* [Lourenço et al., 2003]. Em em Guimarães et al. [2006a], uma versão adaptada deste algoritmo é utilizada para tratar o problema considerando alocação dinâmica. A técnica utilizada mostrou-se adequada para o problema, obtendo bons resultados rapidamente, se comparados aos resultados do modelo de programação matemática.

3.1.2 Fase de Beneficiamento

Uma vez extraído, o minério passa para a fase de beneficiamento. Esta fase consiste em processar o minério a fim de modificar sua granulometria, bem como para elevar a concentração de determinadas frações do minério visando gerar produtos que sejam mais próximos das demandas dos clientes. Em função da redução das reservas de hematita (minério de ferro de altíssimo teor) e da abundância das reservas de itabiritos (minério de ferro de teor mais baixo), o processo de beneficiamento se faz cada vez mais necessário.

A partir do beneficiamento são gerados os Produtos Primários, que futuramente serão utilizados para formar os Produtos Finais de venda. Em casos (cada vez mais raros) em que o minério produzido possui as frações adequadas, o beneficiamento é desnecessário. A Figura 3.2 mostra um esquema que representa esta etapa. Nesta figura, observa-se que os Produtos Primários podem ser gerados a partir do Beneficiamento de ROM, a partir da própria ROM (sem o beneficiamento - no caso de hematitas, por exemplo) ou mesmo serem comprados de um fornecedor.

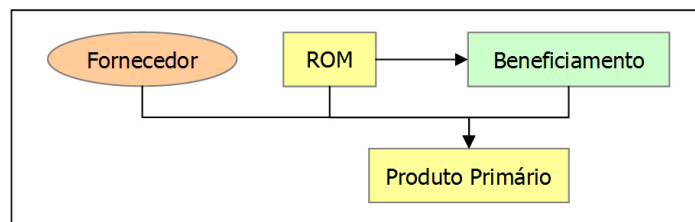


Figura 3.2. Processo de Geração do Produto Primário

3.1.3 Estocagem

A operação de estocagem consiste em armazenar os diferentes minérios em pilhas nos diversos pátios de estocagem. Após o beneficiamento, pode-se considerar que as características físicas e químicas dos minérios já são bem conhecidas. Assim, o objetivo da estocagem é basicamente armazenar minérios de diferentes características em pilhas específicas nos pátios de estocagem para posteriormente serem utilizados na composição

dos produtos finais. No caso dos minérios de ferro, estes são classificados em famílias de acordo com sua faixa granulométrica:

- **LO (*Lump Ore*)** - Faixa granulométrica de 6 mm a 31 mm, apresentando teor de ferro acima de 67% e baixo nível de impurezas, tais como aquelas quimicamente associadas a alumina (Al_2O_3), sílica (SiO_2) e fósforo (P).
- **SF (*Sinter Feed*)** - Faixa granulométrica de 0,15 mm a 6 mm, com teor de ferro em torno de 67% e baixos níveis de impurezas, principalmente sílica (SiO_2) e fósforo (P).
- **PFF (*Pellet Feed Fine*)** - Faixa granulométrica de 0,05 mm a 0,2 mm. Material muito fino, com teor de ferro variando de 67% a 68% e baixos níveis de impurezas.
- **HEM (*Hematitinha*)** - Faixa granulométrica de 6 mm a 14 mm, teor de ferro de 67% e baixos níveis de impurezas.

Em algumas mineradoras, existe a classificação de GR (Granulados), que é basicamente uma junção dos minérios das famílias LO (*Lump Ore*) e HEM (*Hematitinha*) em um único grupo.

Os minérios das diferentes famílias devem ser estocados em pilhas distintas, sendo que geralmente eles não são utilizados na composição de um mesmo produto. Uma vez estocados, os minérios poderão ser vendidos diretamente para o mercado interno ou ser transportados para terminais de carregamento ferroviário, onde poderão ser levados até clientes do mercado interno ou até portos para exportação.

3.1.4 Movimentação

Após serem extraídos, beneficiados e em alguns casos estocados, os minérios poderão ser utilizados para formar os produtos de venda. Para isso, no entanto, eles deverão ser transportados até o cliente. A fase de movimentação trata do transporte dos diversos Produtos Primários gerados para a formação dos Produtos Finais, que serão vendidos aos clientes.

No cenário brasileiro, o minério é geralmente distribuído para os clientes finais por meio de diversos modais de transporte: mineriodutos, ferrovias, hidrovias, portos e até mesmo rodovias.

Lu et al. [2005] afirmam que a alta demanda atual exige grandes fluxos de carga, em que necessidades de economia de escala sugerem a utilização (prioritária) de ferrovias e embarcações de alta capacidade. Assim, dos modais de transporte disponibilizados, o modal ferroviário caracteriza-se, especialmente, por sua capacidade de transportar grandes volumes, com elevada eficiência energética, principalmente em casos de deslocamentos a médias e grandes distâncias. Apresenta, ainda, maior segurança em relação ao modal rodoviário, com menor índice de acidentes e menor incidência de furtos e roubos. De acordo com a ANTT [Agência Nacional de Transportes Terrestres, 2009], o sistema ferroviário nacional é o maior da América Latina, em termos de carga transportada, atingindo 162,2 bilhões de tku (tonelada quilômetro útil), em 2001. No contexto da mineração no Brasil, trata-se do modal mais utilizado.

No processo de transporte, algumas restrições devem ser observadas:

- O minério deve ser disponibilizado no terminal de carga, ou seja, deve ser movimentado até o terminal por algum meio (correias de longa distância, mineriodutos, etc.).
- Um fator de manuseio (alteração na faixa granulométrica) do minério deve ser considerado, dependendo do modal de transporte utilizado.
- A quantidade de minério a ser transportado deve ser múltiplo de um valor que viabilize a operação. Por exemplo, em terminais ferroviários a quantidade de minério a ser movimentada deve ser múltipla da capacidade dos trens.

3.2 O Fluxo de Produtos da Empresa Mineradora

O planejamento do Fluxo de Produtos (FP) de uma empresa mineradora consiste em um plano de curto a médio prazo com o objetivo de determinar o fluxo dos minérios

produzidos, desde a extração até a venda. Cada minério possui diferentes características físicas e químicas, tais como o teor de determinado elemento químico ou a distribuição granulométrica. Assim, cada minério deve contribuir com uma qualidade apropriada para que o produto final de venda esteja o mais próximo possível das metas de qualidade. Logo, para compor os Produtos Finais é necessário misturar os diversos Produtos Primários, obtendo assim um minério que atenda as especificações de qualidade exigidas pelos clientes. Este processo de mistura de minérios é conhecido na mineração como “blendagem” (seção 3.1.4).

Em resumo, o FP consiste em determinar, para cada um dos períodos do planejamento, as quantidades de Produtos Primários a serem blendadas de modo a compor os Produtos Finais, indicando como se dará todo o transporte e atendendo da melhor forma possível às demandas e especificações dos clientes, respeitando diversas restrições operacionais da empresa. A Figura 3.3 mostra um “esquema” da solução do FP.

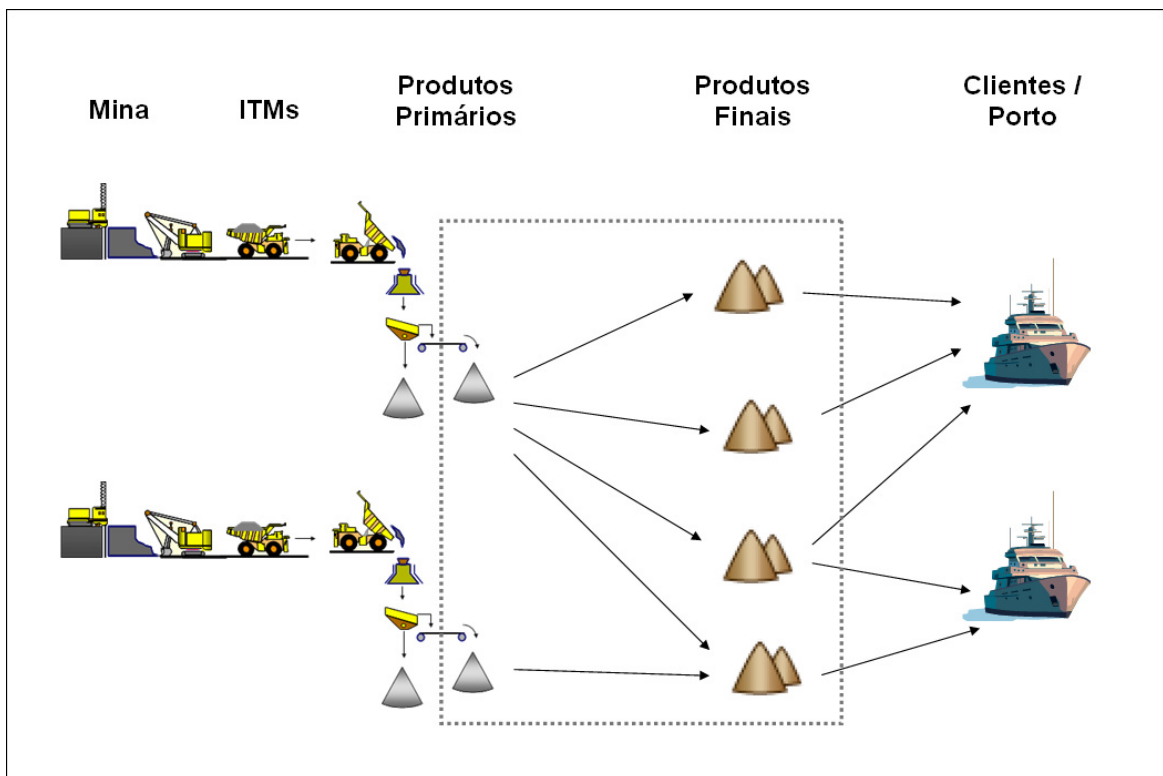


Figura 3.3. Representação do FP.

Na Figura 3.3 é apresentado um resumo do escopo abordado pelo FP. Inicialmente, o

minério é extraído da mina, sendo submetido em seguida ao processo de beneficiamento na ITM. Uma vez processado, o minério pode ser estocado ou imediatamente transportado para participar da composição de um Produto Final. Uma vez transformado em Produto Final, o minério poderá ser vendido ou transportado a um terminal portuário, onde será exportado. Nesta figura, nota-se que a área pontilhada faz referência ao transporte e à transformação do Produto Primário em Produto Final.

A Figura 3.4 apresenta alguns detalhes sobre como se dá o transporte e a blendagem dos produtos. A blendagem pode se dar em algum terminal de carga (ponto de origem) ou mesmo no porto (ponto de destino). Na figura, o conceito de rota é levemente simplificado para facilitar a compreensão. Na prática, podem haver diversos pontos intermediários entre uma origem e um destino. Ainda nesta figura, observa-se onde incorrem os custos com produção e transporte.

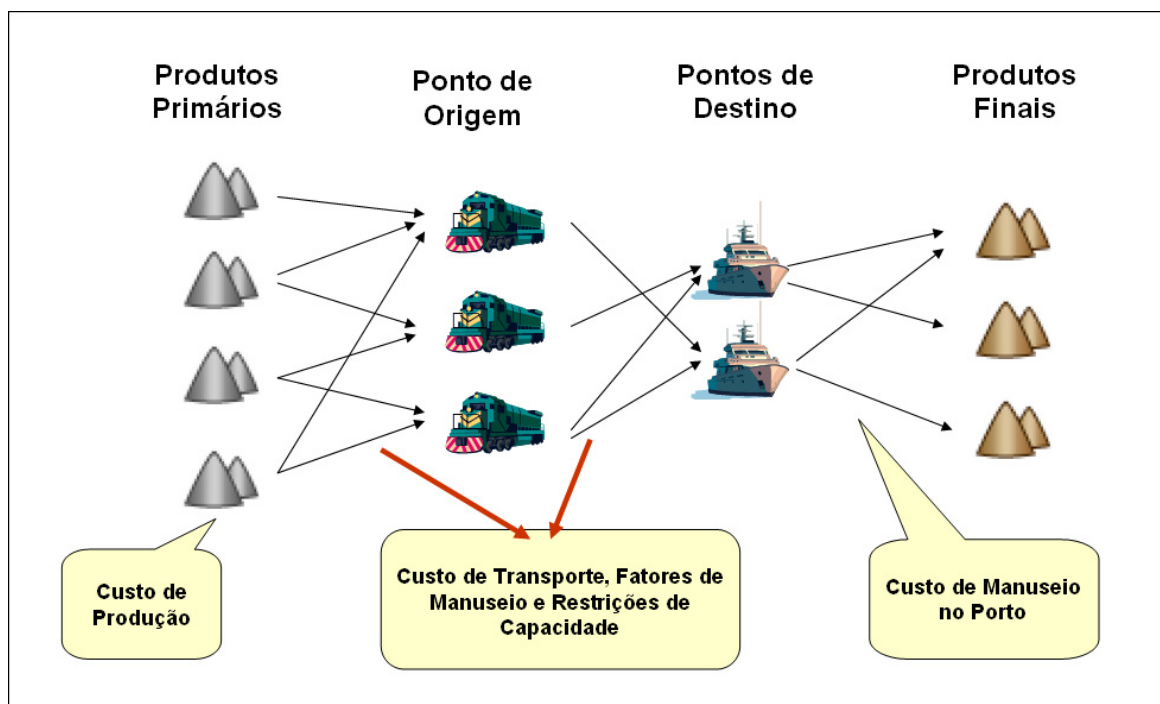


Figura 3.4. Representação do Transporte.

A Figura 3.5 mostra um esquema de entrada e saída de dados do FP. Esta figura apresenta os seguintes dados de entrada:

- **Produção:** capacidades de produção de cada Produto Primário de cada mina e o valor de seus parâmetros de qualidade (percentual de ferro, sílica, alumina, granulometria, etc.).
- **Estoque:** quantidade e qualidade dos produtos em estoque nos diferentes pátios de minério.
- **Transporte e Transferências entre UOs:** relação de rotas de transporte com custo, capacidade e respectivos fatores de manuseio¹. Estas rotas são dadas através de grafos onde os nós representam os pontos de carga e descarga e os arcos representam os caminhos a serem percorridos.
- **Compras:** relação de minérios cuja produção pode ser terceirizada, isto é, minérios que podem ser comprados de outras mineradoras.
- **Vendas:** demandas dos clientes, sendo que o ponto de entrega, a quantidade, as metas e limites para os parâmetros de qualidade desejados são especificados.

Como saída do FP, têm-se:

- **Fluxo dos Produtos:** definição do fluxo dos produtos, ou seja, das misturas a partir das quais os Produtos Finais serão gerados, bem como as rotas de transporte utilizadas.
- **Estoques Previstos:** quantidade e qualidade dos estoques resultantes após cada período de tempo.
- **Qualidade:** previsão do atendimento ou não-atendimento das metas de qualidade definidas.
- **Custos e Racionalização do Transporte:** relação das rotas utilizadas e identificação de gargalos na logística de transporte como um todo, além da otimização da mesma.

¹Fatores de manuseios são pequenas oscilações nas características do minério ocasionadas pelo seu transporte ou manipulação.

- **Transporte de Produtos por Terminal de Carga:** definição das metas de qualidade e de quantidade de cada terminal de carga em cada período de tempo.

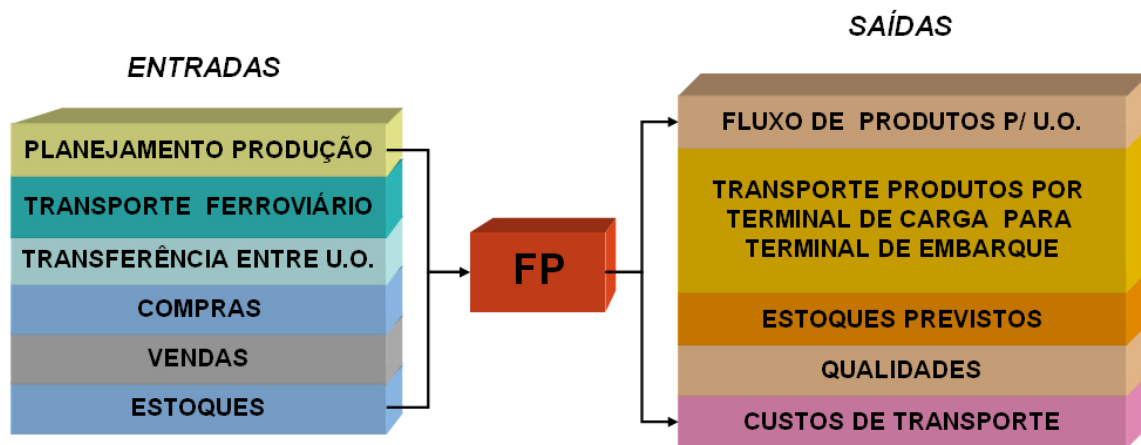


Figura 3.5. Representação dos principais dados de entrada e saída do FP.

Neste trabalho, são considerados quatro níveis de planejamento do FP: anual, trimestral, mensal e dia-a-dia com horizonte mensal.

Capítulo 4

Formulação Matemática

Este capítulo apresenta a formulação matemática do FP, através da abordagem de otimização multiobjetivo. A Seção 4.1 descreve os principais conceitos relacionados a otimização multiobjetivo, enquanto a Seção 4.2 apresenta o modelo proposto.

4.1 Otimização Multiobjetivo

Otimização multiobjetivo ou multicritério é caracterizada pela presença de n funções objetivos f_i , $i = 0, \dots, n$, sujeito às restrições do problema. A principal diferença entre a abordagem de otimização multiobjetivo e a mono-objetivo é o espaço de soluções de cada uma. Em otimização mono-objetivo, o espaço de soluções é unidimensional, enquanto na otimização multiobjetivo este espaço é multidimensional. As figuras 4.1 e 4.2 ilustram, respectivamente, os espaços de solução unidimensional e multidimensional.



Figura 4.1. Espaço de soluções unidimensional (otimização mono-objetivo)

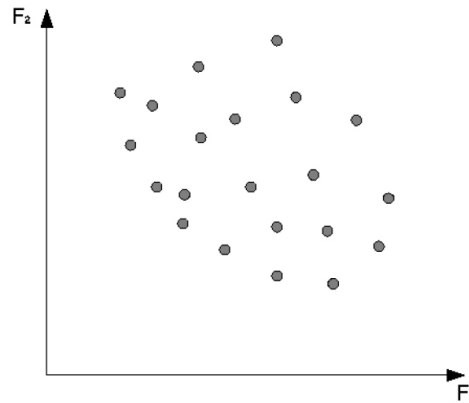


Figura 4.2. Espaço de soluções multidimensional (otimização multiobjetivo)

4.1.1 Conjunto Pareto-ótimo

O objeto fundamental da otimização multiobjetivo consiste em um conjunto de soluções X^* , denominado conjunto Pareto-ótimo, que contém as possíveis soluções x^* de um problema de otimização multiobjetivo. Para definir estes elementos, é necessário antes apresentar o conceito de dominância (Definição 4.1). Para isto, considere que $f_1, \dots, f_n$ são as n funções objetivo do problema de otimização, e que X é o conjunto de todas as soluções.

Definição 4.1 (Dominância). *Num problema de minimização, diz-se que o ponto $x_1 \in X$ domina o ponto $x_2 \in X$ se $f_i(x_1) \leq f_i(x_2)$, $i = 1, \dots, n$ e $\exists i \mid f_i(x_1) \neq f_i(x_2)$.*

A otimização das soluções em um problema multiobjetivo está diretamente relacionada com o conceito de dominância. Isto porque o processo de otimização consiste em encontrar soluções $x^* \in X^*$ não dominadas através da investigação das soluções $x \in X$. Neste contexto, Takahashi [2007] define os elementos do conjunto Pareto-ótimo por meio da Definição 4.2.

Definição 4.2 (Solução Pareto-ótima). *Diz-se que x^* é uma solução Pareto-ótima de um problema de otimização se não existir nenhuma outra solução $x \in X$ tal que $f_i(x) \leq f_i(x^*)$, $i = 1, \dots, n$ e $\exists i \mid f_i(x) \neq f_i(x^*)$, ou seja, se x^* não for dominada por nenhuma outra solução.*

Basicamente, pode-se dizer que todas as soluções não-dominadas constituem o conjunto Pareto-ótimo. Ainda assim, este conjunto pode ter cardinalidade infinita. Considerando um problema de otimização com duas funções objetivo, F_1 e F_2 , a Figura 4.3 mostra pontos que representam soluções não-dominadas, ou seja, soluções Pareto-ótimas.

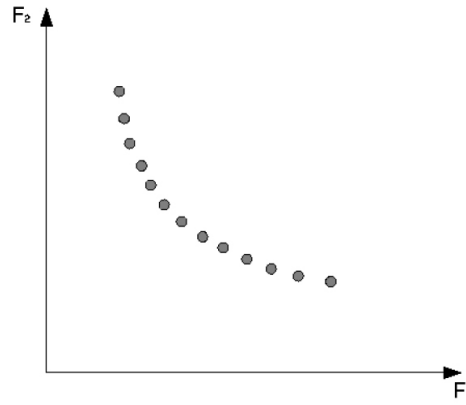


Figura 4.3. Conjunto de soluções Pareto-ótimas

Problemas multiobjetivos são muito comuns, uma vez que, em geral, nos problemas reais deseja-se otimizar mais de um recurso. Além disso, geralmente as funções objetivo do problema são conflitantes, ou seja, uma melhora num critério pode acarretar uma piora em outro. Para ilustrar esta situação, imagine que alguém deseja comprar um carro. Este comprador deseja um carro com maior potência, mas cujo custo seja baixo. Trata-se de um problema multiobjetivo em que, quanto maior a potência maior o preço e, de forma análoga, quanto menor o preço, menor a potência. Estes conflitos levam a uma maior diversidade entre as soluções Pareto-ótimas.

Em casos onde não existe nenhum conflito ao otimizar diversas funções objetivo, uma solução Pareto-ótima será chamada solução utópica. Takahashi [2007] descreve uma solução utópica por meio da Definição 4.3.

Definição 4.3 (Solução Utópica). *Diz-se que uma solução y^* é utópica quando $y_i^* = f_i(x_i)$, $i = 1, \dots, n$, onde: $x_i = \operatorname{argmin}_{x \in X} f_i(x)$.*

A Definição 4.3 afirma que a solução utópica é aquela que apresenta valores ótimos para todas as funções objetivo do problema.

4.1.2 Formas de Resolução

Em problemas de otimização multiobjetivo, tanto o espaço dos objetivos quanto o espaço das variáveis é multidimensional. Assim, existe um número maior de avaliações a serem feitas para obter todas as soluções do problema e, portanto, pode-se dizer que problemas desta classe são mais difíceis de se resolver.

Existem diversas formas de resolução do problemas multiobjetivos. Destas, duas se destacam pela simplicidade da abordagem [Takahashi, 2007]. São elas:

- **Ponderação dos objetivos:** esta técnica consiste em definir multiplicadores λ_i , $i = 1, \dots, n$ para cada uma das n funções objetivo do problema, de forma que $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$. As n funções objetivo do problema são multiplicadas por seus respectivos λ_i e os valores obtidos são somados. Assim, o problema multiobjetivo passa a ser tratado como um problema de otimização mono-objetivo. Esta simplificação é uma das principais vantagens desta abordagem. Variando-se os multiplicadores λ_i , é possível obter outras soluções Pareto-ótimas. Ainda assim, em casos em que as ordens de grandezas associadas aos diferentes objetivos são muito diferentes, é possível que mesmo grandes variações nos valores das variáveis λ_i levem à mesma solução Pareto-ótima.
- **Problema ϵ -Restrito:** nesta abordagem, problemas multiobjetivo também são convertidos em problemas mono-objetivo. No entanto, apenas uma função objetivo é otimizada por vez, enquanto as demais são transformadas em restrições. Para cada função objetivo considerada como restrição, um valor ϵ_i , $i = 1, \dots, n - 1$ é associado. Este valor representa o limite da restrição. Variações dos valores ϵ_i geram novos problemas de otimização mono-objetivo, podendo resultar na obtenção de diferentes soluções Pareto-ótimas. Como desvantagem, podemos citar o aumento na complexidade do problema ao considerar $n - 1$ restrições adicionais, além da dificuldade de se obter valores adequados para as variáveis ϵ_i .

4.2 Modelo Matemático

Para modelar o Problema de Planejamento do Fluxo de Produtos (FP), foi utilizada a técnica programação por metas ou *goal programming* [Charnes e Cooper, 1961]. Nesta modelagem, o problema é tratado como multiobjetivo, levando em conta os três objetivos a seguir:

- Atendimento à demanda;
- Atendimento às metas de qualidade;
- Redução do custo total com transporte.

O modelo multi-objetivo do FP, dado pelas equações (4.1) - (4.21), utiliza a seguinte notação:

T : Conjunto de estágios de tempo do planejamento;

M : Conjunto de pátios de estocagem de minério das diferentes minas;

C : Conjunto de terminais de carga;

C^F : Subconjunto de terminais de carga, $C^F \subseteq C$, que submetem os produtos primários a fatores de manuseios (mudança de granulometria durante o carregamento);

C^N : Subconjunto de terminais de carga, $C^N \subseteq C$, que não submetem os produtos primários a fatores de manuseios (mudança de granulometria durante o carregamento);

G : Conjunto de pontos de descarga (portos ou clientes);

P : Conjunto de produtos primários produzidos pelas minas ou em estoque nos diferentes pátios de minério;

F : Conjunto de produtos finais (demandas dos clientes);

- S : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados nos produtos finais;
- B : Conjunto de possíveis misturas (blendagens) (i, j) entre produtos primários $(i \in P)$ e produtos finais $(j \in F)$;
- R : Conjunto de todas as rotas de transporte disponíveis;
- $R^B(i, j)$: Subconjunto de rotas, $R^B(i, j) \subseteq R$, capazes de transportar o produto primário $i \in P$ para compor o produto final $j \in F$;
- $R^C(i, j, c)$: Subconjunto de rotas ($R^C(i, j, c) \subseteq R^B(i, j)$) que utilizam o terminal de carga $c \in C$ no transporte;
- $R^G(i, j, g)$: Subconjunto de rotas ($R^G(i, j, g) \subseteq R^B(i, j)$) que desembocam no ponto de descarga $g \in G$;
- $R^M(i, j, m, c)$: Subconjunto de rotas ($R^M(i, j, m, c) \subseteq R^C(i, j, c)$) que transportam o produto primário $i \in P$ do pátio de estocagem $m \in M$ ao terminal de carga $c \in C$ para futuramente ser utilizado na composição do produto final $j \in F$;
- $R^P(i, j, c, g)$: Subconjunto de rotas ($R^P(i, j, c, g) \subseteq R^G(i, j, g)$) que transportam o produto primário $i \in P$ do terminal de carga $c \in C$ para ser utilizado na composição do produto final $j \in F$ no ponto de descaga $g \in G$;
- cc_{ct} : Valor do custo da ativação do terminal de carga $c \in C$ no instante de tempo $t \in T$;
- cs_t^r : Valor do custo de transportar 1 Kt (quilotoneladas) de um produto primário¹ através da rota $r \in R$ no instante de tempo $t \in T$;
- o_{it} : Quantidade ofertada do produto primário $i \in P$ (Kt) no instante de tempo $t \in T$;
- q_{ikt} : Valor do parâmetro de qualidade $k \in S$ do produto primário $i \in P$ (%) no instante de tempo $t \in T$;

¹Assume-se que todos os produtos têm os mesmos custos de transporte.

- pr_j : Quantidade demandada do produto final $j \in F$ (Kt);
- pl_j : Quantidade da demanda do produto final $j \in F$ (Kt) que deve ser obrigatoriamente atendida;
- pt_j : Instante de tempo limite, $t \in T$, em que a demanda pode ser atendida;
- tr_{jk} : Valor requerido para o parâmetro de qualidade $k \in S$ do produto final $j \in F$ (%);
- tl_{jk} : Valor mínimo admissível para o parâmetro de qualidade $k \in S$ do produto final $j \in F$ (%);
- tu_{jk} : Valor máximo admissível para o parâmetro de qualidade $k \in S$ do produto final $j \in F$ (%);
- fm_{ik} : Fator de manuseio do parâmetro $k \in S$ sobre o produto primário $i \in P$ quando este é carregado por meio de um terminal de carga $c \in C^F$;
- u_{cg} : Quantidade unitária transportada do terminal de carga $c \in C$ ao ponto de descarga $g \in G$;
- v_j : Quantidade mínima percentual ($0 \leq v_j \leq 1$) da participação de um produto primário na composição do produto final $j \in F$;
- ll_{ct}^C : Quantidade mínima de minério transportado pelo terminal de carga $c \in C$ (Kt) que torne viável a sua utilização no instante de tempo $t \in T$;
- lu_{ct}^C : Capacidade máxima de carga do terminal de carga $c \in C$ (Kt) no instante de tempo $t \in T$;
- lu_{gt}^G : Capacidade máxima de carga do ponto de descarga $g \in G$ (Kt) no instante de tempo $t \in T$;
- lu_{mct}^M : Capacidade máxima de transporte entre o pátio de minérios $m \in M$ e o terminal de carga $c \in C$ no instante de tempo $t \in T$;

lu_{cgt}^G : Capacidade máxima de transporte entre o terminal de carga $c \in C$ e o ponto de descarga $g \in G$ no instante de tempo $t \in T$;

α_{jkt}^- : Penalidade por desvio negativo do parâmetro de qualidade $k \in S$ no produto final $j \in F$ no instante de tempo $t \in T$;

α_{jkt}^+ : Penalidade por desvio positivo do parâmetro de qualidade $k \in S$ no produto final $j \in F$ no instante de tempo $t \in T$;

β_{jt}^- : Penalidade por desvio negativo do atendimento à demanda do produto final $j \in F$ no instante de tempo $t \in T$;

ω_{jk} : Fator de correção do parâmetro de qualidade $k \in S$ do produto final $j \in F$;

São definidas ainda as seguintes variáveis de decisão:

x_{ijt}^r : Quantidade do produto primário $i \in P$ a ser utilizado na composição do produto final $j \in F$, sendo transportado pela rota $r \in R$ no instante de tempo $t \in T$;

y_{cgt} : Quantidade de trens carregados no terminal de carga $c \in C$ e descarregados no ponto de descarga $g \in G$ no instante de tempo $t \in T$;

z_{ij} : Variável binária que assume valor 1 se um produto primário $i \in P$ fizer parte da composição do produto final $j \in F$; e 0, caso contrário;

z_{ct}^C : Variável binária que assume valor 1 se o terminal de carga $c \in C$ for utilizado no instante de tempo $t \in T$; e 0, caso contrário;

dt_{jk}^- : Desvio negativo do parâmetro de qualidade $k \in S$ no produto final $j \in F$;

dt_{jk}^+ : Desvio positivo do parâmetro de qualidade $k \in S$ no produto final $j \in F$;

dp_j^- : Desvio negativo do atendimento à demanda do produto final $j \in F$;

A formulação matemática proposta para resolver o Problema de Planejamento do Fluxo de Produtos (FP) é dada a seguir pelas equações (4.1) - (4.21):

Minimizar

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1 = \sum_{j \in F} \beta_j^- dp_j^- \\ F_2 = \sum_{j \in F} \sum_{k \in S} \alpha_{jkt}^- \omega_{jk} dt_{jk}^- + \sum_{j \in F} \sum_{k \in S} \alpha_{jkt}^+ \omega_{jk} dt_{jk}^+ \\ F_3 = \sum_{(i,j) \in B} \sum_{r \in R^B(i,j)} \sum_{t=1}^{pt_j} cs_t^r x_{ijt}^r + \sum_{c \in C} \sum_{t \in T} cc_{ct} z_{ct}^C \end{array} \right. \quad (4.1)$$

Sujeito a

$$\sum_{i|(i,j) \in B} \sum_{r \in R^B(i,j)} \sum_{t=1}^{pt_j} x_{ijt}^r = pl_j \quad \forall j \in F \quad (4.2)$$

$$\sum_{i|(i,j) \in B} \sum_{r \in R^B(i,j)} \sum_{t=1}^{pt_j} x_{ijt}^r + dp_j^- = pr_j \quad \forall j \in F \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i|(i,j) \in B} \sum_{r \in R^C(i,j,n)} \sum_{t=1}^{pt_j} (q_{ikt} - tl_{jk}) x_{ijt}^r + \\ & \sum_{i|(i,j) \in B} \sum_{r \in R^C(i,j,f)} \sum_{t=1}^{pt_j} (q_{ikt} + fm_{ik} - tl_{jk}) x_{ijt}^r \geq 0 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall j \in F, \forall k \in S, \\ \forall n \in C^N, \forall f \in C^F \end{array} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i|(i,j) \in B} \sum_{r \in R^C(i,j,n)} \sum_{t=1}^{pt_j} (q_{ikt} - tu_{jk}) x_{ijt}^r + \\ & \sum_{i|(i,j) \in B} \sum_{r \in R^C(i,j,f)} \sum_{t=1}^{pt_j} (q_{ikt} + fm_{ik} - tu_{jk}) x_{ijt}^r \leq 0 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall j \in F, \forall k \in S, \\ \forall n \in C^N, \forall f \in C^F \end{array} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i|(i,j) \in B} \sum_{r \in R^C(i,j,n)} \sum_{t=1}^{pt_j} (q_{ikt} - tr_{jk}) x_{ijt}^r + \\ & \sum_{i|(i,j) \in B} \sum_{r \in R^C(i,j,f)} \sum_{t=1}^{pt_j} (q_{ikt} + fm_{ik} - tr_{jk}) x_{ijt}^r \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \forall j \in F, \forall k \in S, \\ \forall n \in C^N, \forall f \in C^F \end{array} \quad (4.6)$$

$$dt_{jk}^- - dt_{jk}^+ = 0$$

$$\sum_{j|(i,j) \in B} \sum_{r \in R^B(i,j)} x_{ijt}^r \leq o_{it} \quad \forall i \in P, \forall t \in T \quad (4.7)$$

$$\sum_{(i,j) \in B} \sum_{r \in R^P(i,j,c,g)} x_{ijt}^r - y_{cgt} u_{cg} = 0 \quad \forall c \in C, \forall g \in G, \forall t \in T \quad (4.8)$$

$$\sum_{r \in R^B(i,j)} \sum_{t \in T} x_{ijt}^r - z_{ij} v_j p r_j \geq 0 \quad \forall i \in P, \forall j \in F \quad (4.9)$$

$$z_{ij} - \sum_{r \in R^B(i,j)} \sum_{t \in T} \frac{x_{ijt}^r}{p r_j} \geq 0 \quad \forall i \in P, \forall j \in F \mid p r_j > 0 \quad (4.10)$$

$$\sum_{(i,j) \in B} \sum_{r \in R^C(i,j,c)} x_{ijt}^r - z_{ct}^C l l_{ct}^C \geq 0 \quad \forall c \in C, \forall t \in T \quad (4.11)$$

$$\sum_{(i,j) \in B} \sum_{r \in R^C(i,j,c)} x_{ijt}^r \leq l u_{ct}^C \quad \forall c \in C, \forall t \in T \quad (4.12)$$

$$\sum_{(i,j) \in B} \sum_{r \in R^G(i,j,g)} x_{ijt}^r \leq l u_{gt}^G \quad \forall g \in G, \forall t \in T \quad (4.13)$$

$$\sum_{(i,j) \in B} \sum_{r \in R^M(i,j,m,c)} x_{ijt}^r \leq l u_{mct}^M \quad \forall m \in M, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (4.14)$$

$$\sum_{(i,j) \in B} \sum_{r \in R^P(i,j,c,g)} x_{ijt}^r \leq l u_{cgt}^P \quad \forall c \in C, \forall g \in G, \forall t \in T \quad (4.15)$$

$$x_{ijt}^r \geq 0 \quad \begin{array}{l} \forall i \in P, \forall j \in F, \forall t \in T, \\ \forall r \in R^B(i,j) \end{array} \quad (4.16)$$

$$y_{cgt} \geq 0, \quad y_{cgt} \in \mathbb{Z} \quad \forall c \in C, \forall g \in G, \forall t \in T \quad (4.17)$$

$$0 \leq z_{ij} \leq 1, \quad z_{ij} \in \mathbb{Z} \quad \forall i \in P, \forall j \in F \quad (4.18)$$

$$0 \leq z_{ct}^C \leq 1, \quad z_{ct}^C \in \mathbb{Z} \quad \forall c \in C, \forall t \in T \quad (4.19)$$

$$dt_{jk}^-, dt_{jk}^+ \geq 0 \quad \forall j \in F, \forall k \in S \quad (4.20)$$

$$dp_j^- \geq 0 \quad \forall j \in F \quad (4.21)$$

O modelo possui três funções objetivo: F_1 , F_2 e F_3 , dadas pelas equações (4.1). A função F_1 representa a soma, em Kt (quilotoneladas), dos desvios de atendimento às diferentes demandas por minério. Como na prática existe uma hierarquia de importância entre os produtos finais de venda, pesos β_j^- são aplicados no não atendimento à demanda de cada produto. O valor deste peso é definido pelo planejador e, geralmente, representa o retorno financeiro de venda do produto. De forma geral, quanto maior for a demanda satisfeita, menor o valor de F_1 ; se F_1 atingir valor igual a 0, isto implica que todas as demandas foram atendidas.

A função F_2 representa o desvio do atendimento às metas de qualidade dos diferentes minérios comercializados. De forma análoga à função objetivo anterior, F_2 utiliza uma matriz de pesos para definir a importância de cada parâmetro de qualidade de cada produto final de venda. Este parâmetro, α_{jk}^+ , é definido pelo planejador de acordo com a importância dada aos parâmetros e aos produtos. Além do peso α_{jk}^+ , um fator de correção ω_{jk} também é utilizado, uma vez que os diferentes parâmetros de qualidade são de ordem de grandeza diferentes (ex. enquanto o percentual de ferro é da ordem de 66%, o de fósforo é da ordem de 0,03%). Assim, este fator de correção ω_{jk} objetiva equilibrar os valores dos diferentes parâmetros, sendo calculado de acordo com a equação (4.22).

$$\omega_{jk} = \left(\frac{tu_{jk} - tr_{jk}}{2} + \frac{tr_{jk} - tl_{jk}}{2} \right)^{-1} \quad \begin{array}{l} \forall j \in F, \forall k \in S, \\ tu_{jk} - tr_{jk} > 0 \text{ ou } tr_{jk} - tl_{jk} > 0 \end{array} \quad (4.22)$$

Analisando a equação (4.22) e as restrições (4.6), conclui-se que $\omega_{jk} dt_{jk}^- \in [0, 1]$ e $\omega_{jk} dt_{jk}^+ \in [0, 1]$, para qualquer parâmetro $k \in S$ de um produto final $j \in F$.

F_3 , a terceira e última função objetivo, representa a soma de todos os custos com transporte. Esta soma inclui o transporte da mina ao terminal de carga e do terminal de carga ao ponto de descarga, além dos valores fixos pela utilização dos terminais.

O primeiro conjunto de restrições trata da demanda dos produtos finais. As restrições (4.2) asseguram que uma quantidade mínima pl_j da demanda do produto final $j \in F$ será obrigatoriamente atendida. As restrições (4.3), por outro lado, mensuram

o quanto a demanda de cada produto não foi atendida, sendo este valor armazenado na variável dp_j^- para depois ser avaliado na função objetivo.

O segundo conjunto de restrições trata da qualidade dos produtos gerados. As restrições (4.4) e (4.5) garantem, respectivamente, que os limites inferior e superior dos parâmetros de qualidade dos produtos finais serão respeitados. As restrições (4.6) computam o valor das variáveis dt_{jk}^- e dt_{jk}^+ , que representam, respectivamente, os desvios inferior e superior da meta de qualidade do parâmetro $k \in S$ do produto final $j \in F$. Estas restrições levam em conta, ainda, os fatores de manuseio que um determinado produto pode sofrer de acordo com a forma de transporte escolhida.

A quantidade disponível de cada produto primário, dada de acordo com as capacidades produtivas e do estoque, é limitada pelas restrições (4.7).

As restrições (4.8) garantem que a quantidade de um produto primário utilizada na composição de um produto final será múltiplo de u_{cg} , onde c representa o terminal de carga e g o ponto de descarga. Essa restrição é necessária pois cada par terminal de carga e ponto de descarga pode ter capacidade distinta. Por exemplo, a capacidade de um trem em um determinado terminal de carga enviando para um certo ponto de descarga é de 13 Kt, enquanto em outro pode ser de 6 Kt.

A quantidade mínima de utilização de um produto primário na composição de um determinado produto final é tratado pelas restrições (4.9) e (4.10). A definição deste valor mínimo evita situações operacionalmente inviáveis, como a alocação de uma quantidade muito pequena de um dado produto primário na composição de um produto final. Esta restrição é ainda importante na busca da homogeneização dos estoques dos produtos finais obtidos.

As restrições (4.11) garantem que se um determinado terminal de carga $c \in C$ for utilizado no instante de tempo $t \in T$, uma quantidade mínima ll_{ct}^C deverá ser carregada por ele. As restrições (4.12), por outro lado, asseguram que a capacidade máxima de transporte do terminal em um determinado instante de tempo será respeitada.

As restrições (4.13) limitam a quantidade de minério que um ponto de descarga pode receber em um determinado intervalo de tempo, enquanto as restrições (4.14) e (4.15)

impedem, repectivamente, que as capacidades de transporte entre minas e terminais de carga e entre terminais de carga e pontos de descarga sejam desrespeitadas.

Por fim, o último grupo de restrições - equações (4.16) a (4.21) - trata dos limites e integralidade das variáveis.

Capítulo 5

Algoritmos Heurísticos

Em alguns problemas combinatórios, o uso de métodos exatos pode se tornar bastante restrito, uma vez que eles podem não ser capazes de encontrar uma solução de qualidade em tempo aceitável. Este é o motivo pelo qual os pesquisadores têm concentrado esforços na utilização de heurísticas para solucionar problemas deste nível de complexidade.

Dada a dificuldade de resolução de instâncias maiores do FP através da abordagem de programação matemática por meio de pacotes comerciais de otimização, metodologias heurísticas foram desenvolvidas para tratar o problema.

Este capítulo tem por objetivo apresentar estes algoritmos heurísticos. Os conceitos básicos das metodologias utilizadas são apresentados na Seção 5.1. Em seguida, na Seção 5.2, a abordagem baseada na técnica *relax-and-fix* é explanada. Por fim, a Seção 5.3 apresenta o algoritmo híbrido GRASP+ILS aplicado ao problema.

5.1 Conceitos Iniciais

Nesta seção, os princípios das metodologias heurísticas *relax-and-fix* (Seção 5.1.1), GRASP (Seção 5.1.2), ILS (Seção 5.1.3) e VND (Seção 5.1.4) são apresentados.

5.1.1 Relax-And-Fix

A heurística *relax-and-fix* [Dillenberger et al., 1994; Wolsey, 1998] é uma abordagem de solução baseada em métodos exatos. Essa abordagem tem sido usada na solução de diversos tipos de problemas de forma pura ou híbrida. Nesta heurística, o conjunto de variáveis inteiras de um problema de otimização inteira mista é particionado em P conjuntos disjuntos, Q_i , $i = 1, \dots, P$, de diferentes importâncias. O número P de conjuntos determina o número de iterações da heurística. Em uma iteração n , apenas as variáveis do conjunto Q_n são definidas como inteiras, enquanto as demais variáveis são relaxadas. O submodelo resultante é então resolvido. O valor retornado para as variáveis inteiras é fixado e o próximo submodelo, gerado pela fixação dos conjuntos $Q_1, \dots, Q_n$ e pela integralização das variáveis de Q_{n+1} , é resolvido.

Durante as iterações da heurística, é possível que algum submodelo seja inviável. Neste caso, não é possível encontrar uma solução viável para o problema na iteração n com as variáveis dos conjuntos Q_i , $i = 1, \dots, n - 1$ assumindo os valores fixados.

A característica principal da heurística *relax-and-fix* é a redução do número de variáveis inteiras dos submodelos de programação inteira mista, tornando-os mais fáceis de resolver. Assim, a partição do conjunto de variáveis e o critério de seleção das variáveis a serem fixadas têm grande influência na dificuldade de solução dos submodelos.

No trabalho de Federgruen et al. [2007] é apresentada uma heurística de intervalos progressivos, onde a *relax-and-fix* é tida como um caso particular. O autor considera que nesta heurística, não há fixação de variáveis contínuas, o que dá o máximo de flexibilidade na obtenção de soluções viáveis. O caso extremo de menor flexibilidade é a fixação de todas as variáveis contínuas da iteração. Estas duas estratégias de fixação de variáveis são denominadas respectivamente por Heurística de Horizonte Expandido e Heurística de Particionamento Estrito.

Na heurística *relax-and-fix*, a primeira iteração do método é feita sobre uma relaxação do problema. Assim, o *gap* pode ser obtido de acordo com a equação (5.1), onde UB representa a solução viável final obtida pelo método e LB representa o valor da

função objetivo obtida na primeira iteração do método.

$$gap = 1 - \frac{LB}{UB} \quad (5.1)$$

O Algoritmo 5.1 mostra o pseudocódigo de um procedimento *relax-and-fix* básico.

Algoritmo 5.1 Procedimento *RelaxAndFix* Básico

- 1: divida o conjunto de variáveis inteiras em N subconjuntos disjuntos $Q_i, i = 1, \dots, N$;
 - 2: relaxe todas as variáveis inteiras do problema;
 - 3: **enquanto** $i < N$ **faça**
 - 4: retorne as variáveis do conjunto Q_i ao seu estado original;
 - 5: resolva o modelo resultante;
 - 6: **se** uma solução viável for obtida **então**
 - 7: fixe as variáveis do conjunto Q_i com os valores obtidos;
 - 8: **senão**
 - 9: **retorne**: “solução inviável”;
 - 10: **fim se**;
 - 11: **fim enquanto**;
 - 12: **retorne** a solução viável obtida;
-

É importante observar que a heurística *relax-and-fix* não apresenta garantia de viabilidade para cada subproblema. Neste contexto, Escudero e Salmeron [2005] propuseram que, se em uma das iterações uma solução viável não for encontrada, o algoritmo retirasse os valores fixados na iteração anterior, tentando resolver novamente a iteração em que a inviabilidade foi detectada. Assim, no pior caso, o problema original é resolvido em uma única iteração.

5.1.2 GRASP

GRASP, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* ou Procedimento de busca adaptativa gulosa e randomizada, é um método iterativo, proposto por Feo e Resende [1995], que consiste de duas fases: uma fase de construção, na qual uma solução inicial é gerada e uma fase de busca local, na qual um ótimo local na vizinhança da solução construída é pesquisado. A melhor solução encontrada ao longo de todas as

iterações GRASP realizadas é retornada como resultado. O pseudocódigo descrito pelo Algoritmo 5.2 ilustra o procedimento GRASP.

Algoritmo 5.2 Procedimento *GRASP* Básico

```

1: repita
2:    $s \leftarrow Construc\alpha o(\alpha)$ ;   {onde  $\alpha$  é um parâmetro a ser definido}
3:    $s \leftarrow BuscaLocal(s)$ ;
4:   se a solução  $s$  for melhor do que  $s^*$  então
5:      $s^* \leftarrow s$ ;
6:   fim se;
7: até que  $iter_{max}$  iterações sejam efetuadas
8: retorne:  $s^*$ ;

```

Na fase de construção, uma solução é iterativamente construída, elemento por elemento. A cada iteração dessa fase, os próximos elementos candidatos a serem incluídos na solução são colocados em uma lista C de candidatos, seguindo um critério de ordenação pré-determinado. Esse processo de seleção é baseado em uma função adaptativa gulosa $g : C \rightarrow \mathbb{R}$, que estima o benefício da seleção de cada um dos elementos. A heurística é adaptativa porque os benefícios associados com a escolha de cada elemento são atualizados em cada iteração da fase de construção para refletir as mudanças oriundas da seleção do elemento anterior. A componente probabilística do procedimento reside no fato de que cada elemento é selecionado de forma aleatória a partir de um subconjunto restrito formado pelos melhores elementos que compõem a lista de candidatos. Este subconjunto recebe o nome de lista de candidatos restrita (RCL - *restricted candidate list*). Esta técnica de escolha permite que diferentes soluções sejam geradas em cada iteração GRASP. O pseudocódigo representado pela Algoritmo 5.3 descreve a fase de construção GRASP.

O parâmetro α do algoritmo exibido na Figura 5.3 controla o nível de “gulosidade” (aleatoriedade) do procedimento $Construc\alpha o(.)$, sendo que $\alpha \in [0, 1]$. Um valor $\alpha = 0$ faz gerar soluções puramente gulosas, enquanto $\alpha = 1$ faz produzir soluções totalmente aleatórias.

Assim como em muitas técnicas determinísticas, as soluções geradas pela fase de construção do GRASP provavelmente não são localmente ótimas com respeito à definição de vizinhança adotada. Daí a importância da fase de busca local, a qual objetiva

Algoritmo 5.3 Procedimento *Construcao*(α) do GRASP

```

1: Seja  $s$  uma solução inicial vazia;
2: Seja  $g(\cdot)$  uma função que retorna o valor (custo) de um elemento;
3: enquanto  $s$  não for uma solução completa faça
4:   classifique os elementos da solução por um critério guloso e adicione-os a uma
     lista  $C$ ;
5:    $g_{min} \leftarrow$  valor do melhor elemento da lista  $C$ ;
6:    $g_{max} \leftarrow$  valor do pior elemento da lista  $C$ ;
7:    $RCL \leftarrow \{e \in C \text{ tais que } g(e) \leq g_{min} + \alpha \times (g_{max} - g_{min})\}$ 
8:   selecione aleatoriamente um elemento  $e \in RCL$  e o inclua em  $s$ ;
9: fim enquanto;
10: retorne:  $s$ ;

```

melhorar a solução construída. O Algoritmo 5.4 descreve o pseudocódigo de um procedimento básico de busca local com respeito a uma certa vizinhança $N(\cdot)$ de s .

Algoritmo 5.4 Procedimento *BuscaLocal*($N(\cdot), s_0$) do GRASP

```

1:  $s^* \leftarrow s_0$ ; {solução inicial, passada por parâmetro};
2:  $V \leftarrow$  conjunto de soluções vizinhas  $N(s^*)$ ;
3: enquanto  $|V| > 0$  faça
4:   selecione uma solução  $s \in V$  qualquer;
5:   se a solução  $s$  for melhor que  $s^*$  então
6:      $s^* \leftarrow s$ ;
7:      $V \leftarrow$  conjunto de soluções vizinhas  $N(s^*)$ ;
8:   senão
9:      $V \leftarrow V \setminus \{s\}$ ;
10:  fim se;
11: fim enquanto;
12: retorne:  $s^*$ ;

```

A eficiência da busca local depende da qualidade da solução construída. O procedimento de construção tem então um papel importante na busca local, uma vez que as soluções construídas constituem bons pontos de partida para a busca local, permitindo assim acelerá-la. O parâmetro α , que determina o tamanho da lista de candidatos restrita, é basicamente o único parâmetro a ser ajustado na implementação de um procedimento GRASP. Em Feo e Resende [1995], discute-se o efeito do valor de α na qualidade da solução e na diversidade das soluções geradas durante a fase de construção. Valores de α que levam a uma lista de candidatos restrita de tamanho muito

limitado (ou seja, α com valor próximo de 0) implicam em soluções finais de qualidade muito próxima àquela obtida de forma puramente gulosa, obtidas com um baixo esforço computacional. Em contrapartida, provocam uma baixa diversidade de soluções construídas. Já uma escolha de α próxima da seleção puramente aleatória leva a uma grande diversidade de soluções construídas mas, por outro lado, muitas das soluções construídas são de qualidade inferior, tornando mais lento o processo de busca local.

O algoritmo GRASP procura, portanto, conjugar bons aspectos dos algoritmos puramente gulosos, com aqueles dos procedimentos aleatórios de construção de soluções. Procedimentos GRASP mais sofisticados incluem estratégias adaptativas para o parâmetro α . O ajuste desse parâmetro ao longo das iterações GRASP, por critérios que levam em consideração os resultados obtidos nas iterações anteriores, produz soluções melhores do que aquelas obtidas considerando-o fixo [Prais e Ribeiro, 1999, 2000].

5.1.3 ILS

O método *Iterated Local Search* (ILS) é baseado na idéia de que um procedimento de busca local pode ser melhorado gerando-se novas soluções de partida, as quais são obtidas por meio de perturbações na solução ótima local.

Para aplicar um algoritmo ILS, quatro componentes têm que ser especificadas: (a) Procedimento *SolucaoInicial*(.), que gera uma solução inicial s_0 para o problema; (b) Procedimento *BuscaLocal*(s'), que retorna uma solução s'' possivelmente melhorada em relação a s' ; (c) Procedimento *Perturbacao*(s), que modifica a solução corrente s guiando a uma solução intermediária s' e (d) Procedimento *CriterioAceitacao*(.), que decide de qual solução a próxima perturbação será aplicada.

No Algoritmo 5.5 mostra-se o pseudocódigo do ILS básico.

O sucesso do ILS é centrado no conjunto de amostragem de ótimos locais, juntamente com a escolha do método de busca local, das perturbações e do critério de aceitação. Em princípio, qualquer método de busca local pode ser usado, mas o desempenho do ILS com respeito à qualidade da solução final e a velocidade de convergência depende fortemente do método escolhido. Normalmente um método de descida é usado,

Algoritmo 5.5 Procedimento ILS Básico

```
1:  $s_0 \leftarrow SolucaoInicial()$ ;  
2:  $s \leftarrow BuscaLocal(s_0)$ ;  
3: enquanto critério de parada não for satisfeito faça  
4:    $s' \leftarrow Perturbacao(s)$ ;  
5:    $s'' \leftarrow BuscaLocal(s')$ ;  
6:    $s \leftarrow CriterioAceitacao(s, s'')$ ;  
7: fim enquanto;  
8: retorne:  $s^*$ ;
```

mas também é possível aplicar algoritmos mais sofisticados, tais como Busca Tabu ou outras metaheurísticas.

A intensidade da perturbação deve ser forte o suficiente para permitir escapar do ótimo local corrente e permitir explorar diferentes regiões. Ao mesmo tempo, ela precisa ser fraca o suficiente para guardar características do ótimo local corrente.

O critério de aceitação é usado para decidir de qual solução se continuará a exploração, bem como qual será a perturbação a ser aplicada. Um aspecto importante do critério de aceitação e da perturbação é que eles induzem aos procedimentos de intensificação e diversificação. A intensificação consiste em permanecer na região do espaço onde a busca se encontra, procurando explorá-la de forma mais efetiva; enquanto a diversificação consiste em se deslocar para outras regiões do espaço de soluções. A intensificação da busca no entorno da melhor solução encontrada é obtida, por exemplo, pela aplicação de “pequenas” perturbações sobre ela. A diversificação, por sua vez, pode ser realizada aceitando-se quaisquer soluções s'' e aplicando “grandes” perturbações na solução ótima local.

Um critério de aceitação comumente utilizado é mover-se para o ótimo local s'' somente se ele for melhor que o ótimo local corrente s , isto é, somente se $f(s'') < f(s)$ em um problema de minimização, ou se $f(s'') > f(s)$ em um problema de maximização.

5.1.4 VND

O Método de Descida em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Descent*, VND), proposto por Mladenović e Hansen [1997], é um método de refinamento que consiste em explorar o espaço de soluções por meio de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhança, aceitando somente soluções de melhora da solução corrente e retornando à primeira estrutura quando uma solução melhor é encontrada [Souza, 2009]. O pseudo-código deste método, em que se considera o refinamento de uma solução s utilizando uma função de avaliação f , a ser minimizada, e um conjunto de r diferentes vizinhanças $N = \{N^{(1)}, N^{(2)}, \dots, N^{(r)}\}$, é apresentado pelo Algoritmo 5.6.

Algoritmo 5.6 VND Básico

```

1: seja  $r$  o número de estruturas de vizinhanças diferentes;
2:  $k \leftarrow 1$ ;      // tipo de estrutura de vizinhança corrente
3: enquanto  $k \leq r$  faça
4:   encontre um vizinho  $s' \in N^{(k)}(s)$  de melhora; se não encontrar faça  $s \leftarrow \emptyset$ ;
5:   se ( $s = \emptyset$ ) então
6:      $k \leftarrow k + 1$ ;
7:   senão
8:      $k \leftarrow 1$ ;
9:   fim se;
10: fim enquanto;
11: retorne:  $s$ ;
  
```

Dependendo do problema abordado, a busca pelo melhor vizinho pode ser cara computacionalmente. Nesta situação é comum fazer a busca pela primeira solução de melhora. Outra alternativa, bastante utilizada, é aplicar explorar a vizinhança de forma aleatória, ou seja, executar a busca em ordem aleatória, ao invés de executá-la de forma sequencial.

Segundo os autores, o método VND baseia-se em três princípios básicos:

- Um ótimo local com relação a uma dada estrutura de vizinhança não corresponde necessariamente a um ótimo local com relação a uma outra estrutura de vizinhança;

- Um ótimo global corresponde a um ótimo local para todas as estruturas de vizinhança;
- Para muitos problemas, ótimos locais com relação a uma ou mais estruturas de vizinhança são relativamente próximas.

Ainda de acordo com Mladenović e Hansen [1997], o último princípio, de natureza empírica, indica que um ótimo local frequentemente fornece algum tipo de informação sobre o ótimo global. Este é o caso em que os ótimos local e global compartilham muitas variáveis com o mesmo valor, o que sugere uma investigação sistemática da vizinhança de um ótimo local até a obtenção de uma nova solução de melhor valor.

5.2 Heurística *Relax-And-Fix* aplicada ao FP

A heurística *relax-and-fix* foi implementada sobre a formulação matemática apresentada no Capítulo 4. Na implementação utilizada neste trabalho, apenas as variáveis inteiras são fixadas, dando assim maior flexibilidade na obtenção de soluções viáveis.

Duas estratégias de particionamento foram implementadas na adaptação da heurística *relax-and-fix* para o FP. Inicialmente, foi proposto um critério de seleção aleatório, ou seja, as variáveis do problema são divididas de forma aleatória em n conjuntos Q_i , $i = 1, \dots, n$, de mesmo tamanho. Doravante, esta implementação será referenciada como RF-Rnd. Uma segunda abordagem utilizou o conceito de tempo para particionar as variáveis. Nesta estratégia, cada conjunto Q_i de variáveis inteiras abrange as variáveis de um dado período de tempo. Assim, um total de $|T|$ conjuntos são gerados, onde T representa o conjunto de estágios de tempo. A esta abordagem é atribuída o acrônimo RF-Per.

Na abordagem RF-Per, duas formas de fixação de variáveis são utilizadas, sendo que ambas particionam o conjunto de variáveis inteiras de acordo com os estágios de tempo T . A primeira estratégia, denominada RF-PerA, relaxa e fixa as variáveis do primeiro ao último período de tempo. A estratégia RF-PerB, por outro lado, utiliza a ordenação inversa.

Uma vez que na heurística *relax-and-fix* não existe garantia de viabilidade, a estratégia proposta por Escudero e Salmeron [2005] foi utilizada (vide Seção 5.1.1). Assim, se em uma das iterações uma solução viável não for encontrada, o algoritmo ignora os valores fixados na iteração anterior, e re-executa a iteração corrente sobre a união dos dois subconjuntos de variáveis inteiras envolvidas. No pior caso, o algoritmo será executado sobre o conjunto não particionado de variáveis, resolvendo assim todo o problema original numa única iteração.

Se durante as iterações do *relax-and-fix*, uma variável relaxada, que no problema original era inteira, assumir um valor inteiro, esta também é fixada. O objetivo desta estratégia é agilizar ainda mais a heurística, reduzindo o tamanho dos subproblemas gerados pelas iterações posteriores.

5.3 Heurística GRASP-ILS aplicada ao FP

Neste trabalho foi desenvolvida uma heurística híbrida para o FP, doravante denominada GRASP-ILS, que combina fundamentos e ideias das metaheurísticas GRASP e ILS (seções 5.1.2 e 5.1.3) e utiliza um procedimento VND (Seção 5.1.4) como busca local. Nesta abordagem híbrida, o algoritmo ILS adaptado ao FP é utilizado na fase de busca local do GRASP. O GRASP implementado neste trabalho é apresentado no Algoritmo 5.2, da página 58.

O procedimento de geração de soluções iniciais é apresentado na Seção 5.3.2. As estratégias de vizinhança utilizadas são discutidas na Seção 5.3.3, enquanto a busca local e o algoritmo ILS utilizados são explanados nas seções ?? e 5.3.4.

5.3.1 Representação de uma Solução

De forma análoga à formulação matemática apresentado no Capítulo 4, uma solução s para o FP é representada por um conjunto de variáveis x_{ijt}^r , representando a quantidade do produto primário i a ser utilizado na composição do produto final j , sendo transportado pela rota r no instante de tempo t . Ainda seguindo esta analogia, as res-

trições consideradas pelos modelos heurísticos são as mesmas consideradas pelo modelo matemático, podendo ser verificadas nas equações (4.1) - (4.21).

5.3.2 Geração de Soluções Iniciais

Inicialmente, ocorre uma fase de pré-processamento em que as rotas são agrupadas de acordo com os pontos que as compõem. Uma vez definidas todas as rotas possíveis entre cada par Produto Primário $\times$ Produto Final, uma solução inicial é gerada.

Esta geração é feita por meio de um procedimento parcialmente guloso, em que os primeiros estágios de tempo são analisados primeiro. Os Produtos Finais são ordenados de acordo com sua urgência (com data limite de atendimento à demanda mais próxima), sendo os mais urgentes melhor classificados. Um segundo critério de classificação é a quantidade mínima a ser obrigatoriamente atendida. Quanto maior for esta quantidade, melhor será a classificação.

Destes Produtos Finais, os $\alpha\%$ melhor classificados são colocados em uma Lista Restrita de Candidatos (*RCL*). Desta lista, um Produto é escolhido ao acaso para ser composto. Para compor este produtos, os Produtos Primários que podem ser blendados e que utilizam rotas disponíveis são classificados de acordo com a sequência de critérios definidos a seguir, nesta ordem:

1. Produto Primário com utilização mínima ainda não satisfeita;
2. Produto Primário que utilize rotas em que o limite inferior de utilização ainda não tenha sido atingido;
3. Produto Primário que minimize os desvios dos parâmetros de qualidade;

A definição do Produto Primário a ser utilizado é feito de forma análoga à escolha do Produto Final. Os $\alpha\%$ melhor classificados são submetidos a um sorteio, sendo que o sorteado é o produto escolhido. A rota a ser utilizada deve também ser definida. Para realizar esta seleção, as rotas são ordenadas de acordo com os critérios a seguir:

1. Rota que não tenha seu limite inferior de utilização atingido;
2. Rota que minimize os desvios dos parâmetros de qualidade do Produto Primário selecionado (considerando os fatores de manuseio);
3. Rota com menor custo;

Uma vez que todas as restrições de utilização mínima dos Produtos Primários e das rotas tenham sido satisfeitas, a escolha do Produto Primário passa a considerar apenas a qualidade, ou seja, os produtos que atenderem melhor aos parâmetros de controle de qualidade são utilizados.

A cada iteração do método, a lista de candidatos é atualizada, através da remoção do último Produto Final analisado e o procedimento se repete até que todos sejam analisados. Para formar a lista de Produtos Primários candidatos, algumas condições devem ser satisfeitas. O produto deve pertencer à lista de produtos blendáveis com aquele Produto Final, deve estar disponível na quantidade mínima exigida para entrar na composição do Produto Final e as rotas pelas quais ele pode passar devem ser capazes de transportar no mínimo esta quantidade.

5.3.3 Estruturas de Vizinhança

A definição das estruturas de vizinhança a serem utilizadas é crucial no desempenho e na eficiência de uma heurística de refinamento. Idealmente, de uma solução s do espaço de soluções deve ser sempre possível atingir qualquer outra solução s' em um número finito de passos, utilizando um ou mais tipos de movimento.

De forma a diversificar o espaço de busca, diversas estruturas de vizinhança foram definidas para o FP:

1. ***Change Day***: troca o dia de uma alocação;
2. ***Change Route***: troca a rota pela qual um Produto Primário é transportado, adequando a quantidade à nova rota;

3. ***Change Product***: troca o Produto Primário em uma blendagem para gerar um Produto Final.

É importante notar que o número de movimentos possíveis nas estruturas de vizinhança definidas em geral não é elevado. Isso porque, nas instâncias baseadas na realidade, muitos destes movimentos geram soluções inviáveis.

Nas estruturas de vizinhança consideradas, além de movimentos de realocação foram desenvolvidos também movimentos de troca.

Uma método de busca local baseado no algoritmo VND (vide Seção 5.1.4) foi desenvolvido, considerando todas as estruturas de vizinhança. Para agilizar a busca, o primeiro vizinho de melhora encontrado é aceito. Outro detalhe a respeito da implementação utilizada é que a busca é sempre feita em ordem aleatória, o que aumenta a diversidade das soluções geradas.

5.3.4 Busca Local

No algoritmo GRASP-ILS, o método ILS desenvolvido funciona como a busca local do algoritmo GRASP. O pseudocódigo do algoritmo ILS implementado é dado pelo Algoritmo 5.5, apresentado na página 61.

A busca local utilizada pelo ILS é descrita na Seção 5.3.3, e utiliza as estruturas de vizinhança apresentadas. Como critério de parada, é definido um número fixo de iterações.

As perturbações consistem em zerar o valor de algumas variáveis de decisão, escolhidas ao acaso, e re-executar o procedimento de geração de solução inicial a partir daquele ponto. O número de variáveis a serem zeradas define o nível de perturbação. Assim, quanto maior o nível de perturbação, maior será o número de variáveis zeradas.

Quanto ao critério de aceitação de uma solução, é utilizado o procedimento de avaliação explicado na Seção 5.3.5, sendo aceitas apenas soluções de melhora.

5.3.5 Avaliação Multiobjetivo

Na Seção 4.1 foram apresentados os conceitos iniciais sobre otimização multiobjetivo. Na metodologia heurística implementada, os mesmos conceitos podem ser aplicados. Assim, o algoritmo deveria identificar e armazenar as soluções não-dominadas, assumindo que estas estão mais próximas das soluções Pareto-ótimas. Entretanto, uma vez que no FP existe uma hierarquia bem definida entre as funções objetivo, é possível definir uma função não-linear de ordenação. O Algoritmo 5.7 apresenta o pseudocódigo do método de ordenação de soluções, assumindo que a função objetivo f_i é sempre prioritária em relação à função f_{i+1} , $\forall i = 1, \dots, n - 1$.

Algoritmo 5.7 Procedimento de Avaliação de Soluções

- 1: sejam x_1 e x_2 as soluções em avaliação;
 - 2: **para** $i = 1$ até n **faça**
 - 3: **se** $f_i(x_1) < f_i(x_2)$ **então**
 - 4: **retorne:** solução x_1 domina a solução x_2 ;
 - 5: **senão se** $f_i(x_2) < f_i(x_1)$ **então**
 - 6: **retorne:** solução x_2 domina a solução x_1 ;
 - 7: **fim se**;
 - 8: **fim para**;
 - 9: **retorne:** soluções possuem mesmos valores;
-

Capítulo 6

Resultados Obtidos

Diversos testes experimentais, considerando diferentes cenários e horizontes de planejamento foram feitos para se fazer um estudo das diferentes metodologias desenvolvidas.

(Robson, está faltando apenas esta seção. Ainda estou terminando de executar os testes, e acredito que até segunda ou terça terei este capítulo completo. Estou incluindo tudo sobre as instâncias e, por isso, deve ficar bem extenso).

Capítulo 7

Considerações Finais

Neste trabalho foram propostas soluções para tratar o Problema do Planejamento do Fluxo de Produto (FP) visando múltiplos objetivos simultaneamente: (i) minimizar o não atendimento às demandas, (ii) minimizar o não atendimento às metas de qualidade e (iii) minimizar custos com transporte. Para tanto, inicialmente foi desenvolvido um modelo multiobjetivo de programação matemática. Este modelo mostrou-se eficaz na resolução de instâncias do horizonte mensal e anual, não sendo capaz de resolver instâncias que consideram o dia-a-dia.

Para tratar estas instâncias, abordagens heurísticas foram consideradas. Uma heurística *relax-and-fix* e um algoritmo baseado nas metaheurísticas GRASP e ILS foram propostos. Estas metodologias mostraram-se adequadas no tratamento das instâncias que consideram o dia-a-dia, gerando boas soluções rapidamente.

Finalmente, com o objetivo de avaliar as abordagens propostas, instâncias baseadas na realidade de uma grande empresa mineradora brasileira foram utilizadas nos testes. As soluções - tão rapidamente obtidas - foram, então, analisadas pelos planejadores da empresa, que aprovaram a qualidade das mesmas. Assim, este trabalho contribui com a diminuição drástica do tempo de tomada da decisão, além de disponibilizar ao planejador a possibilidade de simular diversos cenários, tarefa impossível de ser feita em tempo hábil de forma manual.

Outro aspecto que valida a importância deste trabalho é a maior interação entre

a universidade e empresas mineradoras da região, possibilitando a formação de profissionais especialistas em otimização de processos. Adicionalmente, contribui com a divulgação, para o meio empresarial, de métodos de otimização na abordagem de problemas típicos de empresas de mineração.

Referências Bibliográficas

- Agência Nacional de Transportes Terrestres (2009). Transporte ferroviário. In *www.antt.gov.br*, acessado em junho de 2009.
- Aires, M. A. C.; Joly, M.; Rocha, R.; Smania Filho, P. e Fampa, M. H. C. (2005). Programação da produção de gasolina em refinaria: modelagem matemática e um algoritmo de solução. *Anais do XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 1:2140–2151.
- Alves, J. M.; Guimarães, F. A.; Toffolo, T. A. M. e Souza, M. J. F. (2007). Um sistema de otimização para o planejamento da produção e vendas de um empresa mineradora. *Anais do XXXIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 1:12.
- Arenales, M.; Armentano, V.; Morabito, R. e Yanasse, H. (2007). *Pesquisa Operacional Para Cursos de Engenharia. Rio de Janeiro: Editora Campus*. Editora Campus, Rio de Janeiro.
- Chanda, E. K. C. e Dagdelen, K. (1995). Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 9:203–208.
- Charnes, A. e Cooper, W. W. (1961). *Management models and industrial applications of linear programming*. Wiley, New York.
- Costa, F. P. (2005). *Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavras em mina a céu aberto*. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral, Universidade Federal de Ouro Preto.

- Costa, F. P.; Souza, M. J. F. e Pinto, L. R. (2004). Um modelo de alocação dinâmica de caminhões. *Brasil Mineral*, 231:26–31.
- Costa, F. P.; Souza, M. J. F. e Pinto, L. R. (2005). Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade. *Revista Escola de Minas*, 78(1):77–88.
- Dillenberger, C.; Escudero, L. F.; Wollensak, A. e Zhang, W. (1994). On practical resource allocation for production planning and scheduling with period overlapping setups. *European Journal of Operations Research*, 75(1):275–286.
- Escudero, L. F. e Salmeron, J. (2005). On a relax-and-relax framework for a class of project scheduling problems. *Annals of Operations Research*, 140:163–188.
- Everett, J. (2001). Iron ore production scheduling to improve product quality. *European Journal of Operational Research*, 129(1):355–361.
- Federgruen, A.; Meissner, J. e Tzur, M. (2007). Progressive interval heuristics for multiitem capacitated lot sizing problems. *Operations Research*, 55(3):490–502.
- Feo, T. A. e Resende, M. G. C. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, 6:109–133.
- Ferreira, D.; Morabito, R. e Rangel, S. (2005). Aplicação de um modelo de otimização multi-item multimáquina na programação da produção em uma fábrica de bebidas. *Anais do XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 1:2473–2484.
- Guimaraes, I. F.; Souza, M. J. F. e Pantuza Júnior, G. (2007). Modelo de simulação computacional para validação dos resultados de alocação dinâmica de caminhões com atendimento de metas de qualidade e de produção em minas a céu aberto. In *Anais do XIV SIMPEP*, p. 11p.
- Guimarães, F. A. C.; Souza, M. J. F.; Costa, T. A. e Costa, P. F. (2006a). Iterated local search aplicado ao planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto considerando alocação dinâmica de caminhões. *Anais do XXXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 1:1369–1380.

- Guimarães, F. A. C.; Souza, M. J. F.; Costa, T. A.; Costa, P. F. e do Carmo Bento Alves, J. M. (2006b). Iterated local search aplicado ao planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto considerando alocação estática de caminhões. *Anais do IV Congresso Brasileiro de Mina a Céu Aberto, IBRAM, Belo Horizonte*, 1:1–16.
- Instituto Brasileiro de Mineração (2009). Produção mineral brasileira. In <http://www.ibram.org.br>, acessado em maio de 2009.
- Junqueira, R. A. R. e Morabito, R. (2006). Um modelo de otimização linear para o planejamento agregado da produção e logística de sementes de milho. *Revista Produção*, 16(3):510–525.
- Kimms, A.; Toledo, C. F. M. e França, P. M. (2005). Modelo conjunto de programação da produção e dimensionamento de lotes aplicado a uma indústria de bebidas. *Anais do XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 1:1947–1958.
- Lee, S. M. (1972). *Goal programming for decision analysis*. Auerback, Philadelphia.
- Lourenço, H. R.; Martin, O. e Stützle, T. (2003). Iterated local search. In Glover, F. e Kochenberger, G., editores, *Handbook of Metaheuristics*, pp. 321–353. Kluwer Academic Publishers.
- Lu, J.; Fu, M. e Sha, J. (2005). Research of import iron ore logistics system based on the minimum cost theory. In *Proceedings of the International Conference on Services Systems and Services Management, Chongqing, China*, pp. 391–396.
- Mateus, G. R.; Luna, H. P. L.; Fontelle Júnior, J.; Vieira, R. L. F.; Costa, R. A. V. e do Patrocínio Júnior, Z. K. G. (1994). Transporte de minério de ferro na mbr: caracterização e modelo. In *Departamento de Ciência da Computação, UFMG, Belo Horizonte, MG, Tech. Rep. RT-009/94*.
- Merschmann, L. H. C. (2002). *Desenvolvimento de um Sistema de Otimização e Simulação para Cenários de Produção em Minas a Céu Aberto*. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- Mladenović, N. e Hansen, P. (1997). Variable Neighborhood Search. *Computers and Operations Research*, 24:1097–1100.
- Moraes, E. F.; Alves, J. M.; Souza, M. J. F.; Cabral, I. E. e Martins, A. X. (2005). Um modelo de programação matemática para otimizar a composição de lotes de minério de ferro da mina cauê da cvrd. *Revista Escola de Minas*, 59:299–306.
- Paiva, R. P. O. e Morabito, R. (2006). Modelagem matemática de otimização aplicada ao planejamento agregado da produção em usinas de açúcar e Álcool: Formulação e resultados. *Anais do XXXVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 1:24–34.
- Pimentel, S. B.; Mateus, G. R. e Almeida, F. A. (2009). Mathematical models for optimizing the global mining supply chain. Nag, B., editor, *Intelligent Systems in Operations: Models, Methods and Applications*. IGI Global.
- Prais, M. e Ribeiro, C. (1999). Parameter variation in GRASP implementations. In *Proceedings of the Third Metaheuristics International Conference*, Angra dos Reis, Brazil.
- Prais, M. e Ribeiro, C. (2000). Reactive GRASP: An application to a matrix decomposition problem in tdma traffic assignment. *INFORMS Journal on Computing*, 12:164–176.
- Rodrigues, L. F. (2006). Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção/UFGM, Belo Horizonte.
- Schofield, C. G. (1980). Homogenization/blending systems design and control for minerals processing. In *Trans Tech Publications*.
- Souza, M. J. F. (2009). Inteligência computacional para otimização - notas de aula. In *Technical Report, UFOP - Ouro Preto*.
- Takahashi, R. H. C. (2007). Otimização escalar e vetorial - notas de aula. In *Technical Report 1, UFGM - Belo Horizonte*.

Wolsey, L. A. (1998). *Integer Programming*. Wiley, New York.