

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
ESCOLA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MINERAL

**APLICAÇÕES DE TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO A  
PROBLEMAS DE PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE  
LAVRA EM MINAS A CÉU ABERTO**

Autor: Felipe Pereira da Costa

Orientador: Marccone Jamilson Freitas Souza

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral, área de concentração: Lavra de Minas.

Ouro Preto, Fevereiro de 2005

# APLICAÇÕES DE TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO A PROBLEMAS DE PLANEJAMENTO OPERACIONAL DE LAVRA EM MINAS A CÉU ABERTO

Felippe Pereira da Costa

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 25 de fevereiro de 2005, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:

---

Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza (Orientador/UFOP)

---

Prof. Dr. Ivo Eyer Cabral (UFOP)

---

Prof. Dr. Luiz Ricardo Pinto (UFMG)

# Agradecimentos

*Qualquer que seja o fim a que o homem se proponha, qualquer que seja a idéia que tenha em vista desenvolver, experimenta sempre grande prazer quando o tem conseguido, grande alegria quando a vê realizada...*

*Claude Henri Gorceix.*

Há dois anos foi iniciada uma caminhada pela ampliação e aprimoramento do conhecimento, resultando materialmente nesta dissertação que, se possível, contribuirá com a formação de pessoal e com o desenvolvimento da Pesquisa Operacional na indústria mineral brasileira.

Ao Professor Marcone Jamilson Freitas Souza por iluminar o caminho, estimulando e apoiando a realização deste trabalho, participando como orientador, pesquisador e amigo, sendo para mim uma referência em todos os aspectos.

Aos meus pais, Palmério do Nascimento Costa e Regina Maria Pereira da Costa, que sempre apóiam minhas decisões, sou eternamente grato.

Aos meus irmãos, Palmério do Nascimento Costa Júnior e Rodrigo Pereira Costa, pela serenidade das atitudes.

À República Senzala por ser minha família em Ouro Preto.

Aos colegas José Maria do Carmo Bento Alves e Alexandre Xavier Martins por compartilharem seus conhecimentos.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral da Escola de Minas pelos recursos disponibilizados.

À CAPES pelo investimento em minha formação.

# Resumo

Este trabalho aborda problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. São apresentados e modelados problemas relativos à mistura de minérios provenientes de várias frentes de lavra, levando-se em consideração metas de produção e qualidade, restrições operacionais e a alocação dos equipamentos de carga e transporte necessários ao processo. São considerados três problemas: mistura de minérios, mistura de minérios com alocação dinâmica de caminhões e mistura de minérios com alocação estática de caminhões. Cada problema é resolvido por duas metodologias, uma baseada em técnicas de programação matemática e outra em técnicas heurísticas. Experimentos computacionais realizados com dados reais e instâncias hipotéticas baseadas nesses dados validam os modelos propostos.

# *Abstract*

*This work deals with operational mining planning in open pit mines. Ore blending problems are presented and modeled. These problems consider quality and production goals, operations constraints, and the load and haulage equipment allocation. Three problems are considered: ore blending, ore blending with truck dynamic allocation and ore blending with truck static allocation. Each problem is solved by two methodologies. One based on mathematical programming techniques, and other on heuristic techniques. Computational experiments carried through real data, and hypothetical instances based on these data validate proposed models.*

# Sumário

<b>1</b>	<b>Preliminares</b>	<b>1</b>
1.1	Introdução . . . . .	1
1.2	Organização do Trabalho . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>4</b>
2.1	Programação Linear . . . . .	4
2.1.1	Conceitos Básicos . . . . .	4
2.1.2	Programação Inteira e Mista . . . . .	6
2.1.3	Programação por Metas . . . . .	6
2.2	Técnicas Heurísticas de Otimização . . . . .	8
2.2.1	Métodos Construtivos . . . . .	8
2.2.2	Métodos de Busca Local . . . . .	9
2.2.3	Metaheurísticas . . . . .	10
2.2.4	<i>GRASP</i> . . . . .	10
2.2.5	<i>Simulated Annealing</i> . . . . .	12
2.2.6	Busca Tabu . . . . .	16
2.2.7	Método de Descida em Vizinhança Variável . . . . .	17
2.2.8	Método de Pesquisa em Vizinhança Variável . . . . .	18
2.2.9	Função de Avaliação . . . . .	19
2.3	Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração . . . . .	22
2.3.1	Mistura de Minérios . . . . .	23
2.3.2	Alocação Dinâmica de Caminhões . . . . .	28
2.3.3	Alocação Estática de Caminhões . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Problemas Abordados</b>	<b>37</b>
3.1	Mistura de Minérios por Metas . . . . .	37

3.1.1	Descrição . . . . .	37
3.1.2	Modelagem Exata . . . . .	38
3.1.3	Modelagem Heurística . . . . .	40
3.2	Alocação Dinâmica de Caminhões . . . . .	49
3.2.1	Descrição . . . . .	49
3.2.2	Modelagem Exata . . . . .	50
3.2.3	Modelagem Heurística . . . . .	53
3.3	Alocação Estática de Caminhões . . . . .	68
3.3.1	Descrição . . . . .	68
3.3.2	Modelagem Exata . . . . .	69
3.3.3	Modelagem Heurística . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Resultados Computacionais</b>	<b>89</b>
4.1	Instâncias Teste . . . . .	89
4.1.1	Instâncias Teste do PMM . . . . .	89
4.1.2	Instâncias Teste do PADC e PAEC . . . . .	91
4.2	Resultados dos Modelos Exatos . . . . .	92
4.2.1	Resultados do Modelo Exato para o PMM . . . . .	92
4.2.2	Resultados do Modelo Exato para o PADC . . . . .	93
4.2.3	Resultados do Modelo Exato para o PAEC . . . . .	94
4.3	Resultados dos Modelos Heurísticos . . . . .	95
4.3.1	Resultados dos Modelos Heurísticos do PMM . . . . .	97
4.3.2	Resultados dos Modelos Heurísticos do PADC . . . . .	100
4.3.3	Resultados dos Modelos Heurísticos do PAEC . . . . .	103
<b>5</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>107</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>109</b>
<b>I</b>	<b>Modelo <i>LINGO</i> para o PMM</b>	<b>112</b>
<b>II</b>	<b>Modelo <i>LINGO</i> para o PADC</b>	<b>114</b>
<b>III</b>	<b>Modelo <i>LINGO</i> para o PAEC</b>	<b>117</b>

IV	Relatório Gerado para o PMM	120
V	Relatório Gerado para o PADC	122
VI	Relatório Gerado para o PAEC	125
VII	Publicações	128



# Lista de Tabelas

4.1	Características das instâncias teste do PMM . . . . .	90
4.2	Características das instâncias teste do PADC e PAEC . . . . .	92
4.3	Resultados do modelo exato para o PMM . . . . .	93
4.4	Resultados do modelo exato para o PADC . . . . .	94
4.5	Resultados do modelo exato para o PAEC . . . . .	95
4.6	Resultados do PMM pelo <b>procedimento I</b> . . . . .	98
4.7	Características das soluções geradas relativas à instância PMM03 . .	100
4.8	Resultados do PADC pelo <b>procedimento I</b> . . . . .	100
4.9	Comparação entre os métodos heurísticos para o PADC pelo <b>proce-</b> <b>dimento II</b> . . . . .	101
4.10	Características das soluções geradas relativas à instância PADC01 . .	103
4.11	Resultados do PAEC, utilizando o <b>procedimento I</b> . . . . .	104
4.12	Comparação entre os métodos heurísticos para o PAEC pelo <b>proce-</b> <b>dimento II</b> . . . . .	105
4.13	Características das soluções geradas relativas à instância PAE03 . . .	105

# Lista de Figuras

2.1	Algoritmo <i>GRASP</i> . . . . .	11
2.2	Fase de construção de um algoritmo <i>GRASP</i> . . . . .	12
2.3	Algoritmo <i>Simulated Annealing</i> . . . . .	14
2.4	Determinação autoadaptativa da temperatura inicial . . . . .	15
2.5	Algoritmo de Busca Tabu . . . . .	17
2.6	Algoritmo <i>VND</i> . . . . .	18
2.7	Algoritmo <i>VNS</i> . . . . .	19
2.8	Comportamento da função penalidade . . . . .	22
3.1	Representação de uma solução . . . . .	40
3.2	Movimento acréscimo de uma caçambada . . . . .	45
3.3	Movimento decréscimo de uma caçambada . . . . .	46
3.4	Movimento acréscimo de duas caçambadas . . . . .	46
3.5	Movimento decréscimo de duas caçambadas . . . . .	46
3.6	Movimento de realocação de uma caçambada . . . . .	47
3.7	Representação de uma solução . . . . .	54
3.8	Movimento de realocação de equipamentos de carga . . . . .	63
3.9	Movimento parar operação de uma frente . . . . .	64
3.10	Movimento retomar operação de uma frente . . . . .	64
3.11	Movimento de decréscimo no número de viagens . . . . .	65
3.12	Movimento de acréscimo no número de viagens . . . . .	65
3.13	Movimento de realocação de viagens de um caminhão . . . . .	65
3.14	Movimento de realocação de viagens de uma frente . . . . .	66
3.15	Movimento parar operação de um caminhão . . . . .	66
3.16	Representação de uma solução . . . . .	73
3.17	Movimento de realocação de equipamentos de carga . . . . .	84

3.18	Movimento parar operação de uma frente . . . . .	85
3.19	Movimento retomar operação de uma frente . . . . .	85
3.20	Movimento de decréscimo no número de viagens . . . . .	85
3.21	Movimento de acréscimo no número de viagens . . . . .	86
3.22	Movimento de realocação de viagens de um caminhão . . . . .	86
3.23	Movimento de realocação de viagens de uma frente . . . . .	86
3.24	Movimento parar operação de um caminhão . . . . .	87
4.1	Comportamento típico do algoritmo <i>VNS</i> para o PADC . . . . .	102
4.2	Comportamento típico do algoritmo <i>VNS</i> para o PAEC . . . . .	106

# Lista de Siglas

**BT** Busca Tabu

**GRASP** *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*

**PADC** Problema da mistura de minérios com alocação dinâmica de caminhões

**PAEC** Problema da mistura de minérios com alocação estática de caminhões

**PMM** Problema da mistura de minérios

**SA** *Simulated Annealing*

**VND** *Variable Neighborhood Descent*

**VNS** *Variable Neighborhood Search*

# Capítulo 1

## Preliminares

### 1.1 Introdução

O planejamento operacional de lavra em uma mina a céu aberto consiste no planejamento de curto prazo, onde o principal objetivo é a determinação de qual ritmo de lavra será implementado em cada frente, fornecendo à usina de beneficiamento uma alimentação adequada. Cada frente de lavra possui características de qualidade diferentes, tais como o teor de determinado elemento químico ou a percentagem de minério em determinada granulometria. Assim, cada frente deve contribuir com uma quantidade apropriada para que o produto final esteja em conformidade com as exigências do cliente.

O método mais utilizado para determinar a proporção de minério proveniente de cada frente é a programação linear, através da resolução do problema da mistura, ou blendagem. Outro método, mais eficiente, é abordado por Chanda e Dagdelen (1995) utilizando a programação linear por metas para resolver o problema da mistura com o atendimento de metas de qualidade e produção. Em casos reais da indústria mineral existe uma série de outras restrições que devem ser consideradas e que normalmente não são abordadas em um mesmo modelo na literatura. Segundo Gershon (1982), otimizar o problema de planejamento de lavra em partes independentes pode gerar conflitos que inviabilizam a implementação das soluções obtidas em cada parte. No caso do planejamento operacional de lavra é necessário resolver o problema da mistura de minério levando em consideração as restrições relacionadas à realidade operacional da mina (Mutmansky, 1979; White et al., 1982; White e Olson, 1986; Pinto e Merschmann, 2001; Merschmann, 2002; Pinto et al.,

2003). Dentre essas restrições, destacamos a relação estéril/minério a ser obedecida e a alocação e disponibilidade de equipamentos de carga e transporte de material.

O presente trabalho tem o intuito de disponibilizar sistemas computacionais que possibilitem uma maior eficiência na tomada de decisão do planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Para tanto, foram desenvolvidos modelos de otimização baseados em programação matemática e técnicas heurísticas para o processo de tomada de decisões relativas ao planejamento do ritmo de lavra, operação que envolve o problema da mistura de minérios e a alocação de equipamentos de carga e transporte. Para o desenvolvimento dos sistemas foi necessário reavaliar os modelos de otimização aplicados à minas a céu aberto, propostos na literatura, reunindo-os em modelos mais amplos, de forma a contemplar os requisitos típicos de uma mineração, incluindo o atendimento de metas de produção e qualidade.

Os modelos de programação matemática desenvolvidos foram baseados em programação linear por metas (*goal programming*) e conduzem às soluções ótimas de seus respectivos problemas. Esses modelos foram implementados usando-se a ferramenta de otimização *LINGO*, versão 7.0. Esta escolha baseou-se na facilidade de compreensão da linguagem de modelagem utilizada pela ferramenta, na possibilidade de integração com planilhas eletrônicas, as quais são geralmente adotadas em processos de decisão na mineração, e na flexibilidade de incluir e excluir restrições operacionais sem que seja necessário alterar o “programa fonte”.

Observa-se que o problema de se determinar o ritmo de lavra em uma mineração se reduz ao Problema da Mochila Inteira Múltipla com restrições adicionais. De fato, cada equipamento de carga pode ser considerado uma mochila  $i$  de capacidade máxima  $b_i$  (em t/h). Cada frente de lavra pode ser considerada como um objeto  $j$  para o qual estão disponíveis  $u_j$  unidades (em t/h). O problema consiste em determinar quantas unidades  $x_{ij}$  (em t/h) de cada objeto  $j$  alocar à mochila  $i$  de forma a maximizar o benefício pelo uso das frentes (dado pelo atendimento às metas de produção e qualidade), satisfazendo à condição de que cada mochila tenha sua capacidade respeitada e que cada objeto esteja em uma única mochila.

Como o Problema da Mochila Inteira Múltipla é classificado na literatura como NP-difícil (Papadimitriou e Steiglitz, 1998), a abordagem de programação matemática para o problema da determinação do ritmo de lavra se restringe a problemas de

pequenas dimensões. Para dimensões mais elevadas, o tratamento é heurístico. Assim, a utilização de heurísticas, as quais conduzem a soluções aproximadas para seus respectivos problemas, tem tripla finalidade. A primeira é encontrar soluções de boa qualidade em um determinado tempo limite, previamente estipulado, tempo esse que seja inferior àquele necessário para se obter uma solução viável através de uma técnica exata. Além disso, os modelos heurísticos permitem incluir, com maior facilidade do que os modelos exatos, requisitos específicos de cada empresa. A terceira finalidade é disponibilizar uma ferramenta eficiente capaz de auxiliar o planejamento operacional de lavra a um custo mais acessível do que o que seria necessário com a aquisição de um aplicativo de otimização disponível no mercado. Ademais, não há, de nosso conhecimento, modelos contemplando requisitos de produção, meta, qualidade e alocação de forma conjunta. As metaheurísticas utilizadas neste trabalho foram desenvolvidas nas suas versões mais sofisticadas e seus algoritmos implementados na linguagem de programação C.

## 1.2 Organização do Trabalho

Este trabalho está organizado como segue. Uma revisão sucinta do tema é apresentada no capítulo 2. Nesse capítulo são abordados os principais métodos de programação linear (seção 2.1), os métodos heurísticos de otimização (seção 2.2), e os modelos de otimização aplicados ao planejamento operacional de lavra (seção 2.3). No capítulo 3 são descritos os problemas estudados neste trabalho, bem como apresentadas as modelagens exata e heurísticas desenvolvidas. Mais precisamente, foram considerados o problema da mistura de minérios (seção 3.1), o problema da mistura de minérios com alocação dinâmica de caminhões (seção 3.2), e o problema da mistura de minérios com alocação estática de caminhões (seção 3.3). Os resultados computacionais e a eficiência dos métodos são apresentados e discutidos no capítulo 4. O capítulo 5 conclui o trabalho e apresenta perspectivas de novas aplicações da pesquisa operacional em problemas de planejamento de produção no setor mineral.

# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é feita uma revisão dos métodos de solução baseados em programação linear (seção 2.1) e das técnicas heurísticas de otimização (seção 2.2), bem como uma revisão de modelos de otimização aplicados à mineração encontrados na literatura (seção 2.3).

### 2.1 Programação Linear

São apresentados, a seguir, os conceitos básicos da programação linear (seção 2.1.1) e as suas variantes, a programação inteira mista (seção 2.1.2) e a programação linear por metas (seção 2.1.3).

#### 2.1.1 Conceitos Básicos

A programação linear visa fundamentalmente encontrar a melhor solução para problemas que tenham seus modelos representados por equações lineares.

A programação linear consiste na maximização ou minimização de uma função linear, denominada função objetivo, respeitando um sistema linear de igualdades ou desigualdades que recebem o nome de restrição do modelo. As restrições representam normalmente limitações de recursos disponíveis ou exigências e condições que devem ser cumpridas no problema. Estas restrições do modelo determinam uma região à qual damos o nome de conjunto das soluções viáveis. A melhor das soluções, isto é, aquela que maximiza ou minimiza a função objetivo denomina-se solução ótima.

Um problema de programação linear deve ser equacionado obtendo-se um modelo que será, então, reduzido à forma-padrão para que seja permitida a aplicação de



algoritmos que possam determinar a solução ótima para o problema. O algoritmo mais utilizado para resolvê-lo é o SIMPLEX.

As equações (2.1) - (2.4) apresentam a formulação necessária para que um problema de programação linear esteja na forma-padrão. Uma metodologia para reduzir um problema qualquer de programação linear à forma-padrão pode ser obtida em Bregalda et al. (1988).

$$\min \sum_{j=1}^n c_j x_j = Q(x) \quad (2.1)$$

$$\text{s.a: } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2.2)$$

$$b_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2.3)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

Nesta formulação,  $j = 1, \dots, n$  representam atividades a serem realizadas,  $c_j$  o custo associado à  $j$ -ésima atividade,  $x_j$  é uma variável de decisão que quantifica o nível de operação da  $j$ -ésima atividade,  $i = 1, \dots, m$  representam restrições a serem observadas,  $b_i$  a quantidade de recursos disponíveis ou exigências a serem cumpridas e  $a_{ij}$  é a quantidade de recurso  $i$  (ou exigência) em uma unidade da atividade  $j$ . A equação (2.1) representa a função objetivo, que deve ser minimizada. As equações (2.2), (2.3) e (2.4) são as restrições do problema de programação linear, sendo que a equação (2.4) é denominada condição de não negatividade.

As soluções que satisfazem ao conjunto de restrições do problema de programação linear são chamadas de soluções viáveis. Quando o conjunto de soluções viáveis do problema de programação linear é não-vazio, há garantia de existência de pelo menos uma solução ótima.

O método SIMPLEX, fundamentado na Álgebra Linear, baseia-se na propriedade de que a solução ótima do problema, caso exista, ocorre em um vértice (chamado de solução básica viável) do polítopo formado pelo conjunto das soluções viáveis do problema. Assim, o método consiste em gerar, a cada iteração, soluções básicas viáveis cada vez melhores. Quando não é mais possível melhorá-la, a última solução obtida é considerada a solução ótima do problema.

## 2.1.2 Programação Inteira e Mista

Segundo Loesch e Hein (1999) os problemas de programação inteira e mista são, a princípio, estruturados do mesmo modo que os problemas de programação linear, entretanto possuem pelo menos uma restrição de integralidade. Restrições de integralidade impõem que as variáveis assumam valores inteiros. Os problemas que possuem todas as variáveis inteiras são denominados problemas de programação inteira, enquanto que aqueles que contêm pelo menos uma variável inteira juntamente com variáveis não-inteiras são denominados de problemas de programação mista. A técnica geralmente aplicada na resolução destes problemas é conhecida como técnica de ramificação e limite, ou *Branch-and-Bound*.

Na técnica de ramificação e limite, inicialmente resolve-se o problema como sendo um problema de programação linear puro, ignorando-se totalmente as restrições de integralidade. Se for obtida uma solução ótima limitada, satisfazendo todas as restrições de integralidade, a presente solução é dita ótima para o problema de programação inteira e mista e o procedimento chega ao final. O procedimento também é finalizado caso a solução seja ilimitada ou impossível. Se a solução encontrada viola ao menos uma restrição de integralidade então há a divisão do problema em dois novos problemas de programação linear. Esse processo de divisão pode ser aplicado repetidas vezes, criando-se uma árvore binária de busca da solução. Cada um dos dois novos problemas gerados pela divisão possui a mesma função objetivo e restrições do problema pai, adicionando-se a cada novo problema uma restrição tomando-se como base os dois inteiros mais próximos da variável não-inteira que corresponde à restrição de integralidade violada. O procedimento continua até que não seja possível criar mais ramificações, ou seja, nenhuma restrição de integralidade for violada ou o espaço de soluções for vazio.

## 2.1.3 Programação por Metas

Bueno e Oliveira (2004) apresentam a programação por metas, ou *Goal Programming*, como uma técnica de pesquisa operacional que permite a modelagem e a busca de soluções para problemas com múltiplos objetivos ou metas a serem atingidas, situação comumente encontrada na realidade das empresas, onde é necessário satisfazer ou aproximar-se das metas estabelecidas. Deste modo, pode-se caracteri-

zar a programação por metas como sendo uma extensão da programação linear, desenvolvido de modo a permitir a solução simultânea de um sistema com múltiplas metas, podendo apresentar unidades de medidas diferentes.

Na programação por metas a função de avaliação é definida como a minimização dos desvios em relação às metas. Neste trabalho será utilizada a função de avaliação Arquimediana, onde cada meta possui uma importância diferente na otimização e são hierarquizadas através de pesos, priorizando-se as principais metas com pesos maiores. Esta e outras metodologias de função de avaliação são descritas em Romero (2004).

As restrições na programação por metas deixam de ser rígidas através da inclusão de variáveis de desvio, ampliando o espaço de soluções viáveis. Com isso, permite-se que as variáveis de decisão assumam valores que otimizem, de modo geral, o problema, sendo possível avaliar o quanto uma restrição fica fora da meta em relação às demais.

Seja o problema genérico de programação por metas representado pelas equações (2.5) - (2.9), correspondente à relaxação da restrição (2.2) do modelo de programação linear apresentado anteriormente.

$$\min \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{i=1}^m (w_i^+ d_i^+ + w_i^- d_i^-) = Q(x) \quad (2.5)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - d_i^+ + d_i^- = b_i \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2.6)$$

$$b_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2.7)$$

$$x_j \geq 0 \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (2.8)$$

$$d_i^+, d_i^- \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (2.9)$$

Esta formulação é semelhante à do problema de programação linear anterior onde  $j = 1, \dots, n$  representam atividades a serem realizadas,  $i = 1, \dots, m$  representam restrições a serem observadas,  $b_i$  a meta de recursos a serem utilizados ou exigências a serem alcançadas,  $c_j$  o custo da  $j$ -ésima atividade e  $a_{ij}$  é a quantidade de recurso  $i$  (ou exigência) em uma unidade da atividade  $j$ .

Neste modelo,  $x_j$ ,  $d_i^+$  e  $d_i^-$  representam variáveis de decisão. A primeira,  $x_j$ , quantifica o nível de operação da  $j$ -ésima atividade. A segunda,  $d_i^+$ , denotada por

desvio positivo do recurso (ou exigência)  $i$ , quantifica o quanto a meta  $b_i$  foi superada, enquanto a terceira,  $d_i^-$ , denotada por desvio negativo, quantifica o quanto falta para atingir a meta  $b_i$ . As constantes  $w_i^+$  e  $w_i^-$  indicam, respectivamente, as prioridades dos  $i$ -ésimos desvios positivo e negativo em relação à meta. Os desvios, positivos e negativos, são portanto variáveis de decisão que medem o quanto o conjunto de restrições (2.2) será violado em relação à meta  $b_i$ . A equação (2.5) representa a função multiobjetivo que incorpora os desvios, e suas prioridades, que devem ser minimizados. As equações (2.6) a (2.9) representam as restrições do problema, sendo as equações (2.8) e (2.9) denominadas condições de não negatividade das variáveis de decisão.

## 2.2 Técnicas Heurísticas de Otimização

Esta seção tem como objetivo apresentar, de forma sumária, as principais técnicas heurísticas referenciadas ao longo deste trabalho.

### 2.2.1 Métodos Construtivos

Um método construtivo tem por objetivo gerar uma solução, elemento por elemento. A forma de escolha de cada elemento a ser inserido a cada passo, varia de acordo com o método, o qual, por sua vez, depende do problema abordado. A solução gerada pelo procedimento construtivo pode não ser satisfatória, indicando, assim, a necessidade de refinamento após a construção.

Uma forma de construção, conhecida como gulosa, faz com que, a cada iteração, seja inserido o elemento, pertencente ao conjunto de elementos ainda não selecionados, que traz o maior benefício para a solução construída. Este procedimento, apesar de gerar soluções de qualidade superior, produz soluções sem diversidade e requer um maior tempo computacional para o refinamento de uma solução.

Outra forma muito comum de se gerar uma solução inicial é construí-la de maneira aleatória. Isto é, a cada passo um elemento a ser inserido na solução é aleatoriamente selecionado do conjunto de elementos ainda não selecionados. A grande vantagem dessa metodologia reside na simplicidade de implementação e na grande diversidade de soluções. A desvantagem é a qualidade baixa da solução final produzida, o que requererá um esforço maior na fase de refinamento.

## 2.2.2 Métodos de Busca Local

Os métodos de busca local, ou métodos de refinamento, em problemas de otimização constituem uma família de técnicas baseadas na noção de vizinhança. Basicamente a busca local consiste em mover de uma solução inicial a outra dentro de uma estrutura de vizinhança, de acordo com regras bem definidas. Mais especificamente, seja  $S$  o espaço de pesquisa de um problema de otimização e  $f$  a função objetivo a minimizar. A função  $N$ , a qual depende da estrutura do problema tratado, associa a cada solução viável  $s \in S$ , sua vizinhança  $N(s) \subseteq S$ . Cada solução  $s' \in N(s)$  é chamada de vizinho de  $s$ . Denomina-se *movimento* a modificação  $m$  que transforma uma solução  $s$  em outra,  $s'$ , que esteja em sua vizinhança. Representa-se essa operação por  $s' \leftarrow s \oplus m$ . A eficiência da busca local depende da qualidade da solução construída. O procedimento de construção tem então um papel importante na busca local, uma vez que as soluções construídas constituem bons pontos de partida para a busca local, permitindo assim acelerá-la.

### 2.2.2.1 Método de Descida

É um método de busca local que se caracteriza por analisar todos os possíveis vizinhos de uma solução  $s$  em sua vizinhança  $N(s)$ , escolhendo, a cada passo, aquele que tem o menor valor para a função objetivo. Nesse método, o vizinho candidato somente é aceito se ele melhorar estritamente o valor da melhor solução até então obtida. Dessa forma, o método pára tão logo um mínimo local seja encontrado.

### 2.2.2.2 Método Randômico de Descida

O método de descida requer a exploração de toda a vizinhança. Um método alternativo, que evita essa pesquisa exaustiva, é o método randômico de descida. Ele consiste em analisar um vizinho qualquer e o aceitar somente se ele for estritamente melhor que a solução corrente; não o sendo, a solução corrente permanece inalterada e outro vizinho é gerado. O procedimento é interrompido após um número fixo de iterações sem melhora no valor da melhor solução obtida até então.

### 2.2.2.3 Método Randômico Não Ascendente

O método randômico não ascendente é uma variante do método randômico de descida, diferindo dele por aceitar o vizinho gerado aleatoriamente se ele for melhor ou igual à solução corrente. Esse método pára, também, após um número fixo de iterações sem melhora no valor da melhor solução produzida.

### 2.2.3 Metaheurísticas

As metaheurísticas são procedimentos destinados a encontrar uma boa solução, eventualmente a ótima, consistindo na aplicação, em cada passo, de uma heurística subordinada, a qual tem que ser modelada para cada problema específico (Souza, 2000).

Contrariamente às heurísticas convencionais (seções 2.2.1 e 2.2.2), as metaheurísticas são de caráter geral e têm condições de escapar de ótimos locais.

As metaheurísticas diferenciam-se dos métodos de busca local tradicionais basicamente pelas seguintes características:

- a ) critério de escolha de uma solução inicial;
- b ) definição da vizinhança  $N(s)$  de uma solução  $s$ ;
- c ) critério de seleção de uma solução vizinha dentro de  $N(s)$ ;
- d ) critério de parada;

### 2.2.4 *GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedures)*

O Procedimento de busca adaptativa gulosa e randomizada (*GRASP*) é um método iterativo, proposto por Feo e Resende (1995) que consiste de duas fases:

- uma fase de construção, na qual uma solução é gerada, elemento a elemento;
- uma fase de busca local, na qual um ótimo local na vizinhança da solução construída é pesquisado.

A melhor solução encontrada ao longo de todas iterações *GRASP* realizadas é retornada como resultado. O pseudocódigo representado na Figura 2.1 ilustra um procedimento *GRASP*.

```

procedimento GRASP( $f(\cdot), g(\cdot), N(\cdot), GRASPmax, s$ )
1   $f^* \leftarrow \infty$ ;
2  para ( $Iter = 1, 2, \dots, GRASPmax$ ) faça
3    Construcao( $g(\cdot), \alpha, s$ );
4    BuscaLocal( $f(\cdot), N(\cdot), s$ );
5    se ( $f(s) < f^*$ ) então
6       $s^* \leftarrow s$ ;
7       $f^* \leftarrow f(s)$ ;
8    fim-se;
9  fim-para;
10  $s \leftarrow s^*$ ;
11 Retorne  $s$ ;
fim GRASP

```

Figura 2.1: Algoritmo *GRASP*

Na fase de construção, uma solução é iterativamente construída, elemento por elemento. A cada iteração dessa fase, os próximos elementos candidatos a serem incluídos na solução são colocados em uma lista  $C$  de candidatos, seguindo um critério de ordenação pré-determinado. Esse processo de seleção é baseado em uma função adaptativa gulosa  $g : C \mapsto \mathfrak{R}$ , que estima o benefício da seleção de cada um dos elementos. A heurística é adaptativa porque os benefícios associados com a escolha de cada elemento são atualizados em cada iteração da fase de construção para refletir as mudanças oriundas da seleção do elemento anterior. A componente probabilística do procedimento reside no fato de que cada elemento é selecionado de forma aleatória a partir de um subconjunto restrito formado pelos melhores elementos que compõem a lista de candidatos. Este subconjunto recebe o nome de lista de candidatos restrita (*LCR*). Esta técnica de escolha permite que diferentes soluções sejam geradas em cada iteração *GRASP*. Seja  $\alpha \in [0, 1]$  um dado parâmetro. O pseudocódigo representado pela Figura 2.2 descreve a fase de construção *GRASP*.

Observamos que o parâmetro  $\alpha$  controla o nível de gulosidade e aleatoriedade do procedimento *Construcao*. Um valor  $\alpha = 0$  faz gerar soluções puramente gulosas, enquanto  $\alpha = 1$  faz produzir soluções totalmente aleatórias.

O parâmetro  $\alpha$ , que determina o tamanho da lista de candidatos restrita, é basicamente o único parâmetro a ser ajustado na implementação de um procedimento *GRASP*. Em Feo e Resende (1995) discute-se o efeito do valor de  $\alpha$  na qualidade da

```

procedimento Construcao( $g(\cdot), \alpha, s$ );
1   $s \leftarrow \emptyset$ ;
2  Inicialize o conjunto  $C$  de candidatos;
3  enquanto ( $C \neq \emptyset$ ) faça
4       $g(t_{min}) = \min\{g(t) \mid t \in C\}$ ;
5       $g(t_{max}) = \max\{g(t) \mid t \in C\}$ ;
6       $LCR = \{t \in C \mid g(t) \leq g(t_{min}) + \alpha(g(t_{max}) - g(t_{min}))\}$ ;
7      Selecione, aleatoriamente, um elemento  $t \in LCR$ ;
8       $s \leftarrow s \cup \{t\}$ ;
9      Atualize o conjunto  $C$  de candidatos;
10 fim-enquanto;
11 Retorne  $s$ ;
fim Construcao;

```

Figura 2.2: Fase de construção de um algoritmo *GRASP*

solução e na diversidade das soluções geradas durante a fase de construção. Valores de  $\alpha$  que levam a uma lista de candidatos restrita de tamanho muito limitado (ou seja, valor de  $\alpha$  próximo da escolha gulosa) implicam em soluções finais de qualidade muito próxima àquela obtida de forma puramente gulosa, obtidas com um baixo esforço computacional. Em contrapartida, provocam uma baixa diversidade de soluções construídas. Já uma escolha de  $\alpha$  próxima da seleção puramente aleatória leva a uma grande diversidade de soluções construídas mas, por outro lado, muitas das soluções construídas são de qualidade inferior, tornando mais lento o processo de busca local.

Assim como em muitas técnicas determinísticas, as soluções geradas pela fase de construção do *GRASP* provavelmente não são localmente ótimas com respeito à definição de vizinhança adotada. Daí a importância da fase de busca local, a qual objetiva melhorar a solução construída.

O procedimento *GRASP* procura, portanto, conjugar bons aspectos dos algoritmos puramente gulosos, com aqueles dos procedimentos aleatórios de construção de soluções.

### 2.2.5 *Simulated Annealing*

Trata-se de uma técnica de busca local probabilística, proposta originalmente por Kirkpatrick et al. (1983), que se fundamenta em uma analogia com a termodinâmica,



ao simular o resfriamento de um conjunto de átomos aquecidos (Dowsland, 1993).

Esta técnica começa sua busca a partir de uma solução inicial qualquer. O procedimento principal consiste em um *loop* que gera aleatoriamente, em cada iteração, um único vizinho  $s'$  da solução corrente  $s$ .

Chamando de  $\Delta$  a variação de valor da função objetivo ao mover-se para uma solução vizinha candidata, isto é,  $\Delta = f(s') - f(s)$ , o método aceita o movimento, e a solução vizinha passa a ser a nova solução corrente, se  $\Delta < 0$ . Caso  $\Delta \geq 0$  a solução vizinha candidata também poderá ser aceita, mas neste caso, com uma probabilidade  $e^{-\Delta/T}$ , onde  $T$  é um parâmetro do método, chamado de *temperatura* e que regula a probabilidade de aceitar soluções de pior custo.

A temperatura  $T$  assume, inicialmente, um valor elevado  $T_0$ . Após um número fixo de iterações (o qual representa o número de iterações necessárias para o sistema atingir o equilíbrio térmico em uma dada temperatura), a temperatura é gradativamente diminuída por uma razão de resfriamento  $\alpha$ , tal que  $T_n \leftarrow \alpha \times T_{n-1}$ , sendo  $0 < \alpha < 1$ . Com esse procedimento, dá-se, no início uma chance maior para escapar de mínimos locais e, à medida que  $T$  aproxima-se de zero, o algoritmo comporta-se como o método de descida, uma vez que diminui a probabilidade de se aceitar movimentos de piora ( $T \rightarrow 0 \implies e^{-\Delta/T} \rightarrow 0$ )

O procedimento pára quando a temperatura chega a um valor próximo de zero e nenhuma solução que piore o valor da função objetivo é mais aceita, isto é, quando o sistema está estável. A solução obtida quando o sistema encontra-se nesta situação evidencia o encontro de um mínimo local.

Os parâmetros de controle do procedimento são a razão de resfriamento  $\alpha$ , o número de iterações para cada temperatura (*SAm<sub>ax</sub>*) e a temperatura inicial  $T_0$ .

Apresenta-se, pela Figura 2.3, o algoritmo *Simulated Annealing* básico.

Dependendo do processo de resfriamento, pode ser mostrada a convergência do método a uma solução que seja globalmente ótima Dowsland (1993). Tal resultado, entretanto, é de utilidade prática restrita, uma vez que implica em tempos computacionais exponenciais no tamanho do problema. Algoritmos baseados em *SA* normalmente incluem reaquecimento, seguido de novo resfriamento, quando a quantidade de movimentos consecutivamente rejeitada é alta Dowsland (1993). É comum, também, trabalhar nas temperaturas mais altas com uma taxa de resfria-

```

procedimento  $SA(f(\cdot), N(\cdot), \alpha, SAmax, T_0, s)$ 
1   $s^* \leftarrow s;$            {Melhor solução obtida até então}
2   $IterT \leftarrow 0;$        {Número de iterações na temperatura T}
3   $T \leftarrow T_0;$        {Temperatura corrente}
4  enquanto  $(T > 0)$  faça
5      enquanto  $(IterT < SAmax)$  faça
6           $IterT \leftarrow IterT + 1;$ 
7          Gere um vizinho qualquer  $s' \in N(s);$ 
8           $\Delta = f(s') - f(s);$ 
9          se  $(\Delta < 0)$ 
10             então
11                  $s \leftarrow s';$ 
12                 se  $(f(s') < f(s^*))$  então  $s^* \leftarrow s';$ 
13             senão
14                 Tome  $x \in [0, 1];$ 
15                 se  $(x < e^{-\Delta/T})$  então  $s \leftarrow s';$ 
16             fim-se;
17         fim-enquanto;
18          $T \leftarrow \alpha \times T;$ 
19          $IterT \leftarrow 0;$ 
20 fim-enquanto;
21  $s \leftarrow s^*;$ 
22 Retorne  $s;$ 
fim  $SA;$ 

```

Figura 2.3: Algoritmo *Simulated Annealing*

mento menor e aumentá-la quando a temperatura reduzir-se.

A estimação do número máximo de iterações em uma dada temperatura, isto é,  $SAmax$ , normalmente é feita em função das dimensões do problema abordado. Por exemplo, em um problema de programação de horários em escolas, envolvendo  $n$  turmas,  $m$  professores e  $p$  horários reservados para a realização das aulas, o valor de  $SAmax$  pode ser estimado em  $SAmax = k \times p \times m \times n$ , sendo  $k$  uma constante a determinar (Souza, 2000).

Há pelo menos duas prescrições para a determinação autoadaptativa da temperatura inicial. A primeira delas consiste em determinar a temperatura inicial por simulação. Por esse mecanismo, parte-se de uma solução  $s$  e de uma temperatura de partida baixa. A seguir, conta-se quantos vizinhos dessa solução  $s$  são aceitos em  $SAmax$  iterações do método nessa temperatura. Caso esse número de vizinhos aceitos seja elevado, algo como 95% dos vizinhos, então retorna-se a temperatura

corrente como a temperatura inicial para o processo de refinamento pelo método. Caso o número de vizinhos aceitos não atinja o valor mínimo requerido, aumenta-se a temperatura segundo uma certa taxa, por exemplo 10%, e repete-se a contagem do número de vizinhos aceitos naquela temperatura. O procedimento prossegue até que se obtenha o número mínimo de vizinhos aceitos. A temperatura na qual essa condição ocorre representa a temperatura inicial para o método *Simulated Annealing*.

A Figura 2.4 mostra o pseudo-código para determinar a temperatura inicial por esse método, considerando um problema de minimização. Nesta figura,  $\beta$  é a taxa de aumento da temperatura ( $\beta > 1$ ),  $\gamma$  é a taxa mínima de aceitação de soluções vizinhas (por exemplo,  $\gamma = 0.95$ ) e  $T_0$  é uma temperatura de partida para o método, por exemplo,  $T_0 = 1$ .

```

procedimento TemperaturaInicial( $f(\cdot)$ ,  $N(\cdot)$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $S_{Amax}$ ,  $T_0$ ,  $s$ )
1   $T \leftarrow T_0$ ;           {Temperatura corrente}
2   $Continua \leftarrow TRUE$ ;
3  enquanto ( $Continua$ ) faça
4       $Aceitos \leftarrow 0$ ; {Número de vizinhos aceitos na temperatura T}
5      para  $IterT = 1$  até  $S_{Amax}$  faça
6          Gere um vizinho qualquer  $s' \in N(s)$ ;
7           $\Delta = f(s') - f(s)$ ;
8          se ( $\Delta < 0$ )
9              então
10                  $Aceitos \leftarrow Aceitos + 1$ ;
11             senão
12                 Tome  $x \in [0, 1]$ ;
13                 se ( $x < e^{-\Delta/T}$ ) então  $Aceitos \leftarrow Aceitos + 1$ ;
14             fim-se;
15         fim-para;
16         se ( $Aceitos \geq \gamma \times S_{Amax}$ )
17             então  $Continua \leftarrow FALSE$ ;
18             senão  $T \leftarrow \beta \times T$ ;
19         fim-se;
20 fim-enquanto;
21 Retorne  $T$ ;
fim TemperaturaInicial;

```

Figura 2.4: Determinação autoadaptativa da temperatura inicial

A segunda prescrição para determinar a temperatura inicial consiste em partir de uma dada solução e gerar um certo número de vizinhos, algo como 1000, por

exemplo. Para cada um desses vizinhos, calcular o respectivo custo segundo a função de avaliação considerada. A média dos custos das soluções vizinhas é uma estimativa para a temperatura inicial.

Em teoria, a temperatura final deve ser zero. Entretanto, conforme Torreão (2004) na prática é suficiente chegar a uma temperatura próxima de zero, devido à precisão limitada da implementação computacional. Um valor típico é tomar  $T_f = 0,001$ . Alternativamente, pode-se identificar o congelamento do sistema quando a taxa de aceitação de movimentos cai abaixo de um valor predeterminado.

Observa-se, finalmente, como regra geral, citada em Torreão (2004), que os parâmetros mais adequados para uma dada aplicação do algoritmo só podem ser estabelecidos por experimentação.

## 2.2.6 Busca Tabu

Busca Tabu é um procedimento de otimização local que admite soluções de piora para escapar de ótimos locais.

Em sua forma original, a cada iteração procura-se um ótimo local selecionando-se o melhor vizinho  $s'$  da vizinhança  $N(s)$  da solução corrente  $s$ . Independentemente de  $f(s')$  ser melhor ou pior que  $f(s)$ ,  $s'$  será sempre a nova solução corrente. Entretanto, apenas esse mecanismo não é suficiente para escapar de ótimos locais, uma vez que pode haver retorno a uma solução previamente gerada. Para evitar isso, o algoritmo usa o conceito de lista tabu. Esta lista define todos os movimentos com um certo atributo como sendo tabu por um determinado número de iterações, conhecido como tempo tabu. Tais movimentos são proibidos a menos que a solução satisfaça a um certo critério de aspiração, em geral que essa solução seja melhor que a melhor solução encontrada até então. Os atributos são escolhidos para prevenir o retorno a soluções visitadas recentemente e são escolhidos por características que são fáceis para detectar.

O pseudocódigo do algoritmo é apresentado pela Figura 2.5. Detalhes adicionais desse algoritmo podem ser encontrados em Glover e Laguna (1997).

```

procedimento  $BT(f(\cdot), N(\cdot), A(\cdot), |V|, f_{min}, |T|, BTmax, s)$ 
1  $s^* \leftarrow s;$            {Melhor solução obtida até então}
2  $Iter \leftarrow 0;$        {Contador do número de iterações}
3  $MelhorIter \leftarrow 0;$  {Iteração mais recente que forneceu  $s^*$ }
4  $T \leftarrow \emptyset;$    {Lista Tabu}
5 Inicialize a função de aspiração  $A;$ 
6 enquanto  $(f(s) > f_{min} \text{ e } Iter - MelhorIter < BTmax)$  faça
7    $Iter \leftarrow Iter + 1;$ 
8   Seja  $s' \leftarrow s \oplus m$  o melhor elemento de  $V \subset N(s)$  tal que
      o movimento  $m$  não seja tabu ( $m \notin T$ ) ou
       $s'$  atenda a condição de aspiração ( $f(s') < A(f(s))$ );
9    $T \leftarrow T - \{\text{movimento mais antigo}\} + \{\text{movimento que gerou } s'\};$ 
10  Atualize a função de aspiração  $A;$ 
11   $s \leftarrow s';$ 
12  se  $(f(s) < f(s^*))$  então
13     $s^* \leftarrow s;$ 
14     $MelhorIter \leftarrow Iter;$ 
15  fim-se;
16 fim-enquanto;
17  $s \leftarrow s^*;$ 
18 Retorne  $s;$ 
fim  $BT;$ 

```

Figura 2.5: Algoritmo de Busca Tabu

## 2.2.7 Método de Descida em Vizinhança Variável

O Método de Descida em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Descent*, VND), proposto por Mladenović e Hansen (1997), é um método de refinamento que consiste em explorar o espaço de soluções através de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhança, aceitando somente soluções de melhora da solução corrente e retornando à primeira estrutura quando uma solução melhor é encontrada.

O pseudocódigo desse algoritmo, em que se considera o refinamento de uma solução  $s$  utilizando uma função de avaliação  $f$ , a ser minimizada, e um conjunto  $N$  de  $r$  diferentes vizinhanças  $N = \{N^{(1)}, N^{(2)}, \dots, N^{(r)}\}$ , é apresentado pela Figura 2.6.

Dependendo do problema abordado, a busca pelo melhor vizinho (linha 4 da Figura 2.6) pode ser cara computacionalmente. Nessa situação é comum fazer a busca pela primeira solução de melhora. Outra alternativa é considerar a exploração apenas em um certo percentual da vizinhança.

```

procedimento VND( $f(\cdot), N(\cdot), r, s$ )
1  Seja  $r$  o número de estruturas diferentes de vizinhança;
2   $k \leftarrow 1$ ;           {Tipo de estrutura de vizinhança corrente}
3  enquanto ( $k \leq r$ ) faça
4      Encontre o melhor vizinho  $s' \in N^{(k)}(s)$ ;
5      se ( $f(s') < f(s)$ )
6          então
7               $s \leftarrow s'$ ;
8               $k \leftarrow 1$ ;
9          senão
10              $k \leftarrow k + 1$ ;
11     fim-se;
12 fim-enquanto;
13 Retorne  $s$ ;
fim VND;

```

Figura 2.6: Algoritmo VND

## 2.2.8 Método de Pesquisa em Vizinhança Variável

O Método de Pesquisa em Vizinhança Variável (*Variable Neighborhood Search*, VNS), proposto por Mladenović e Hansen (1997) é um método de busca local que consiste em explorar o espaço de soluções através de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhança. Contrariamente à outras metaheurísticas baseadas em métodos de busca local, o método VNS não segue uma trajetória, mas sim explora vizinhanças gradativamente mais “distantes” da solução corrente e focaliza a busca em torno de uma nova solução se e somente se um movimento de melhora é realizado. O método inclui, também, um procedimento de busca local a ser aplicado sobre a solução corrente. Esta rotina de busca local também pode usar diferentes estruturas de vizinhança. Na sua versão original, o método VNS faz uso do método VND para fazer a busca local.

O pseudocódigo do algoritmo é apresentado pela Figura 2.7. Detalhes adicionais desse algoritmo podem ser encontrados em Mladenović e Hansen (1997); Hansen e Mladenović (1999); Hansen e Mladenović (2001).

Nesse algoritmo, parte-se de uma solução inicial qualquer e a cada iteração seleciona-se aleatoriamente um vizinho  $s'$  dentro da vizinhança  $N^{(k)}(s)$  da solução  $s$  corrente. Esse vizinho é então submetido a um procedimento de busca local. Se a solução ótima local,  $s''$ , for melhor que a solução  $s$  corrente, a busca continua

```

procedimento VNS()
1  Seja  $s_0$  uma solução inicial;
2  Seja  $r$  o número de estruturas diferentes de vizinhança;
3   $s \leftarrow s_0$ ;      {Solução corrente}
4  enquanto (Critério de parada não for satisfeito) faça
5       $k \leftarrow 1$ ;      {Tipo de estrutura de vizinhança corrente}
6      enquanto ( $k \leq r$ ) faça
7          Gere um vizinho qualquer  $s' \in N^{(k)}(s)$ ;
8           $s'' \leftarrow \text{BuscaLocal}(s')$ ;
9          se ( $f(s'') < f(s)$ )
10             então
11                  $s \leftarrow s''$ ;
12                  $k \leftarrow 1$ ;
13             senão
14                  $k \leftarrow k + 1$ ;
15         fim-se;
16     fim-enquanto;
17 fim-enquanto;
18 Retorne  $s$ ;
fim VNS;

```

Figura 2.7: Algoritmo *VNS*

de  $s''$  recomeçando da primeira estrutura de vizinhança  $N^{(1)}(s)$ . Caso contrário, continua-se a busca a partir da próxima estrutura de vizinhança  $N^{(k+1)}(s)$ . Este procedimento é encerrado quando uma condição de parada for atingida, tal como o tempo máximo permitido de CPU, o número máximo de iterações ou número máximo de iterações consecutivas entre dois melhoramentos. A solução  $s'$  é gerada aleatoriamente no passo 7 de forma a evitar ciclagem, situação que pode ocorrer se alguma regra determinística for usada.

### 2.2.9 Função de Avaliação

A finalidade da função de avaliação é determinar se uma solução é melhor ou pior que outra. Em muitos problemas de otimização, uma solução é avaliada não somente pela sua qualidade (determinada pela função objetivo propriamente dita), mas também pela sua viabilidade. O procedimento mais comumente adotado consiste em dividir o conjunto de restrições/requisitos do problema em dois subconjuntos: Um subconjunto dos requisitos essenciais ( $I$ ) e um subconjunto dos requisitos não-essenciais ( $Q$ ). O primeiro engloba aquelas restrições e requisitos que, se não

satisfeitos, geram soluções inviáveis. O segundo engloba as restrições/requisitos de qualidade, cuja satisfação é apenas desejável, e desta forma, se não satisfeitos, não geram soluções inviáveis. Cada requisito/restrição  $i$  do conjunto  $I$  é avaliado por uma função  $g_i$  que mede o nível de inviabilidade da solução com relação a esse requisito. Por outro lado, cada requisito  $j$  do conjunto  $Q$  é avaliado por uma função  $h_j$  que mede o nível de qualidade da solução com relação ao requisito.

Desse modo, uma solução  $s$  pode ser medida com base em duas componentes que devem ser minimizadas, uma de inviabilidade  $g(s)$ , a qual mede o não atendimento aos requisitos essenciais, e outra de qualidade  $h(s)$ , a qual mede o não atendimento aos requisitos considerados não-essenciais. Portanto, a função de avaliação  $f(s)$  é expressa pela equação (2.10).

$$f(s) = g(s) + h(s) \quad (2.10)$$

Cada uma destas componentes é composta por diferentes funções, as quais possuem pesos diferenciados, com o intuito de dar maior prioridade aos requisitos considerados mais importantes.

A parcela  $g(s)$  mede o nível de inviabilidade de uma solução  $s$  e é avaliada com base na expressão (2.11).

$$g(s) = \sum_{i \in I} \alpha_i f_i(s) \quad (2.11)$$

onde:

- $I$  : conjunto de funções que medem a inviabilidade da solução;
- $\alpha_i$  : peso associado à  $i$ -ésima função de inviabilidade;
- $f_i(s)$  : função que retorna o valor da  $i$ -ésima medida de inviabilidade.

A parcela  $h(s)$  é avaliada com base na expressão (2.12) e mensura a qualidade de uma solução  $s$ .

$$h(s) = \sum_{j \in Q} \beta_j f_j(s) \quad (2.12)$$

onde:

- $Q$  : conjunto de funções que medem a qualidade da solução;
- $\beta_j$  : peso associado à  $j$ -ésima função de qualidade;



$f_j(s)$  : função que retorna o valor da  $j$ -ésima medida de qualidade.

Deve ser observado que uma solução  $s$  é viável se e somente se  $g(s) = 0$  e, ainda, que esta solução possui maior qualidade quando mais próximo de zero for  $h(s)$ . Como as componentes da função  $f(s)$  possuem pesos diferentes para as diversas medidas, refletindo a importância relativa de cada uma delas, é necessário tomar  $\alpha_i \gg \beta_j \forall i, j$ , de forma a privilegiar à eliminações das soluções inviáveis.

É importante que a função de avaliação assuma valores inteiros por dois fatores. Primeiramente, para evitar problemas de instabilidade numérica, os quais ocorrem pela propagação dos erros de arredondamento, inerentes ao processo. O segundo fator está relacionado com a significância da variação de determinadas componentes a serem avaliadas, onde pequenas variações podem ser desprezadas, não provocando alterações expressivas na qualidade das soluções encontradas.

### 2.2.9.1 Função de Penalidade

As medidas de avaliação de determinados requisitos de uma solução  $s$  são expressas em valores reais. Entretanto, pelos motivos expostos anteriormente, as penalidades correspondentes a esses requisitos devem assumir valores inteiros. Essa parametrização pode ser implementada pela equação (2.13), a qual tem por objetivo retornar a penalidade relativa a um dado valor  $x$ . Esta penalidade mede o quão distante está a solução corrente da meta  $M$  e varia em um intervalo  $[0, \alpha]$ , onde  $\alpha$  é a penalidade máxima a ser aplicada na componente da função de avaliação analisada.

$$fp(x) = \left\lceil \frac{|M - x|}{\Delta} \right\rceil \quad (2.13)$$

O intervalo de significância  $\Delta$  corresponde ao intervalo em que o valor  $x$  pode variar sem que sua penalidade seja alterada. Desta forma, existem  $\alpha$  segmentos de tamanho  $\Delta$ , distribuídos entre a meta  $M$  e o valor máximo  $V$ .

A Figura 2.8 apresenta o comportamento dessa função. Nesta figura, a linha tracejada mostra a penalidade relativa ao valor  $x$ , caso fosse considerado um valor real. A penalidade como valor inteiro é representada pela linha contínua, distribuída pela faixa compreendida entre o valor meta  $M$  e o valor máximo  $V$ . Observa-se que  $x$  possui penalidade igual a zero se, somente se, seu valor for igual a meta.

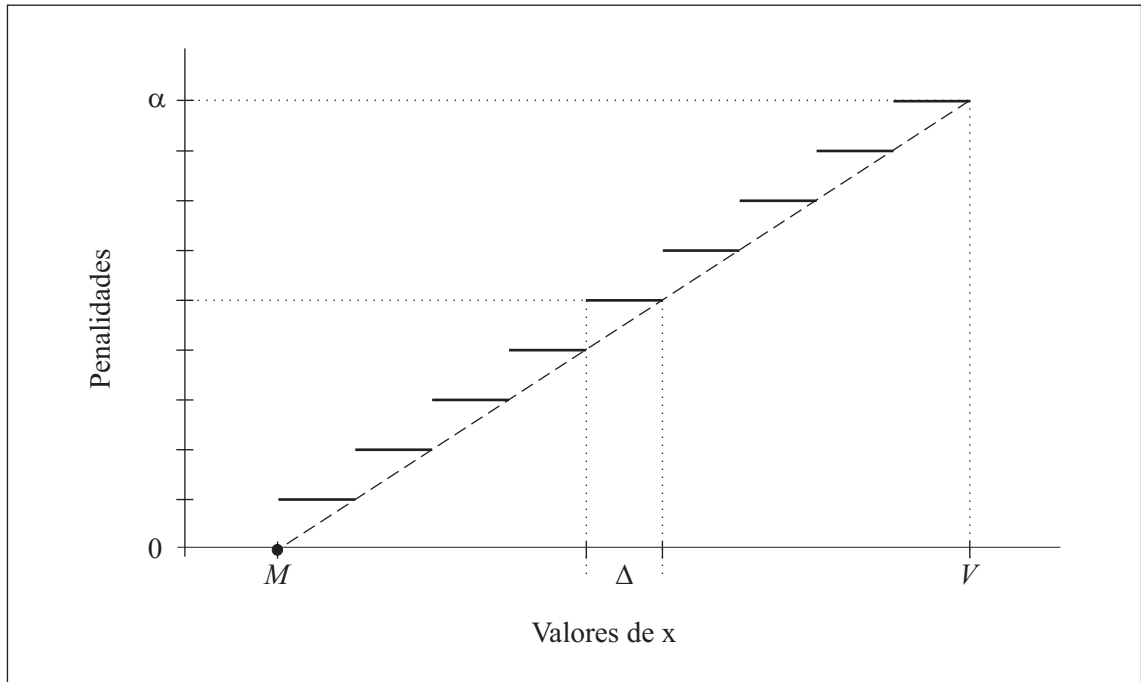


Figura 2.8: Comportamento da função penalidade

## 2.3 Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração

Dentre as técnicas de pesquisa operacional mais utilizadas na mineração pode-se destacar a programação linear como a mais aplicada aos problemas de planejamento de produção em mineração, sendo adotada principalmente pelas minerações a céu aberto, devido à maior complexidade de suas operações em relação às de minas subterrâneas (Mutmansky, 1979).

Entretanto, com o desenvolvimento e o aumento da velocidade de processamento dos computadores, os métodos heurísticos vêm conquistando cada vez mais espaço na resolução de problemas de planejamento de produção em mineração. Os modelos de programação linear para problemas reais são complexos e demandam muito tempo para obter a solução do problema, enquanto os métodos heurísticos possuem uma maior flexibilidade na modelagem das restrições e podem gerar soluções satisfatórias em tempo computacional viável. Mutmansky (1979) descreve os modelos heurísticos como sendo comuns em problemas de mineração, mas pouco apresentados na literatura, devido a sua subjetividade e aplicados a operações particulares. Um importante seguimento de aplicação dos métodos heurísticos está relacionado com o sistema de despacho de caminhões (Ezawa e Silva, 1995; Alvarenga, 1997).

Nesta seção são descritas algumas aplicações dos métodos de pesquisa operacional apresentados na seção 2.1 a problemas de planejamento de produção na indústria mineral. Para clareza de entendimento e uma melhor compreensão dos modelos apresentados neste trabalho, as notações originais dos autores foram substituídas por uma comum a todos os autores.

### **2.3.1 Mistura de Minérios**

O problema da mistura de minérios consiste na determinação de quanto minério proveniente de um conjunto de frentes ou pilhas deve ser misturado de modo a gerar um produto final em conformidade com as exigências do cliente. Dependendo de sua origem, o minério possui características econômicas e de qualidade diferentes, tais como o custo de lavra, o teor de determinado elemento químico ou a percentagem de minério em determinada granulometria. Torna-se necessário determinar proporcionalmente o ritmo de lavra de cada frente, fazendo com que a mistura do minério gere, a um custo mínimo, uma alimentação que atenda as metas de qualidade e produção requeridas. Entretanto, tais metas podem não ser alcançadas. Assim, para que o produto seja aceito pelo cliente, os parâmetros de controle devem ter valores pertencentes a um intervalo especificado. Vale lembrar que o termo “mistura de minérios” diz respeito à determinação desta proporção e não deve ser confundido com “homogeneização de minério”, processo no qual pretende-se que todo o minério misturado possua as mesmas características. A solução do problema da mistura de minérios pode ser obtida através de técnicas de pesquisa operacional, sendo a programação linear a mais difundida e a de maior sucesso (Gershon, 1982).

Descreve-se, a seguir, três modelos encontrados na literatura que apresentam soluções para o problema da mistura de minérios.

#### **2.3.1.1 O Modelo de Wilke e Reimer**

Mutmansky (1979) apresenta um modelo desenvolvido por Wilke e Reimer (1977) para planejamento de lavra utilizando a programação linear na resolução do problema da mistura de minérios considerando a relação estéril/minério e as capacidades de produção. Este modelo é apresentado pelas equações (2.14)- (2.23).

$$\max \sum_{i \in M} e_i x_i + \sum_{i \in E} e_i x_i \quad (2.14)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad j = \text{variavel de controle} \quad (2.15)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad j = \text{variavel de controle} \quad (2.16)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \leq C_{BB} \quad (2.17)$$

$$x_i \leq Qu_i \quad \forall i \in F \quad (2.18)$$

$$\sum_{i \in E} x_i \geq W \quad (2.19)$$

$$\sum_{i \in E} x_i - \text{rem} \sum_{i \in M} x_i = 0 \quad (2.20)$$

$$\sum_{i \in F} x_i L_i \leq C_S \quad (2.21)$$

$$\sum_{i \in F} x_i T_i \leq C_T \quad (2.22)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (2.23)$$

Neste modelo,  $M$  representa o conjunto de blocos de minério,  $E$  o conjunto de blocos de estéril e  $F$  o conjunto de blocos formado por  $M \cup E$ . A variável de decisão que retorna a quantidade a ser lavrada em um bloco  $i$  é dada por  $x_i$ . A função objetivo do problema, equação (2.14), consiste em maximizar a economia  $e_i$  obtida com a utilização do material proveniente do bloco  $i$ . As restrições de qualidade (2.15) e (2.16) definem que o parâmetro de controle  $j$  na mistura não deve ser superior ao limite  $tu_j$  e não ser inferior ao limite  $tl_j$ , dado que cada bloco  $i$  possui um teor  $t_{ij}$ . A produção é limitada pela restrição (2.17), onde a capacidade máxima da pilha a ser formada por período é dada por  $C_{BB}$ . Em cada bloco  $i$  não pode ser lavrado mais do que sua capacidade  $Qu_i$  (restrição (2.18)). A quantidade mínima de estéril a ser lavrada por período, definida por  $W$ , e a relação estéril/minério ( $rem$ ) são contempladas, respectivamente, pelas restrições (2.19) e (2.20). O tempo necessário para o carregamento de uma tonelada de material do bloco  $i$  é denominado fator de carregamento ( $L_i$ ) que multiplicado pela quantidade de material lavrado não deve superar o tempo total de carga disponível dado por  $C_S$  (restrição (2.21)). O tempo necessário para transportar uma tonelada de material do bloco  $i$  até o seu destino

é denominado fator de transporte ( $T_i$ ) e multiplicado pela quantidade de material lavrado não deve ultrapassar o tempo total de transporte disponível dado por  $C_T$  (restrição (2.22)). A restrição (2.23) define que as variáveis de decisão não podem assumir valores negativos.

### 2.3.1.2 O Modelo de Chanda e Dagdelen

Chanda e Dagdelen (1995) apresentam um modelo de programação linear por metas aplicado à resolução de um problema de mistura de minérios para o planejamento de curto prazo. Segundo os autores, esta técnica é mais adequada à realidade das minerações, pois seu objetivo é fazer com que a solução ótima seja a mais próxima possível das metas de produção e qualidade requeridas. As equações (2.24)-(2.34) apresentam a formulação deste modelo.

$$\max \sum_{i \in M} e_i x_i - \sum_{j \in S} \alpha_j^- d_j^- - \sum_{j \in S} \alpha_j^+ d_j^+ - \beta^- P^- - \beta^+ P^+ \quad (2.24)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in M} x_i + P^- - P^+ = Pr \quad (2.25)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j) x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in S \quad (2.26)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \quad (2.27)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \geq 0 \quad (2.28)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.29)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.30)$$

$$x_i \leq Qu_i \quad \forall i \in M \quad (2.31)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (2.32)$$

$$d_j^+, d_j^- \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (2.33)$$

$$P^+, P^- \geq 0 \quad (2.34)$$

Nesta formulação do problema da mistura existem dois critérios a serem otimizados, representados pela equação (2.24): a maximização da extração do minério contido no conjunto de blocos  $M$ , onde a cada bloco  $i$  é associado um valor econômico

$e_i$  e um teor  $t_{ij}$  para o parâmetro de controle  $j$ , e a minimização da soma dos desvios de produção  $P^+$  e  $P^-$  e dos desvios de qualidade  $d_j^+$  e  $d_j^-$  para todos os parâmetros de controle  $j$ . Para cada variável de desvio é associado uma penalidade, sendo  $\beta^-$  e  $\beta^+$  penalidades por desvios negativo e positivo de produção, respectivamente e  $\alpha_j^-$  e  $\alpha_j^+$  as penalidades por desvios negativos e positivos de qualidade do parâmetro de controle  $j$ . Os desvios de produção são definidos através da restrição (2.25), a qual tem por objetivo fazer com que o total de minério extraído seja igual a um valor meta  $Pr$ ; não sendo possível alcançar este valor, são aceitos um desvio positivo  $P^+$  e um desvio negativo  $P^-$  em relação à meta  $Pr$ . Desvios positivos  $d_j^+$  e negativos  $d_j^-$  de qualidade são obtidos na restrição (2.26) onde o teor do parâmetro  $j$  na mistura deve apresentar um valor o mais próximo possível da meta  $tr_j$ . As restrições (2.27) e (2.28) limitam a capacidade de produção pelos limites de produção superior  $Pu$  e inferior  $Pl$ . A qualidade do produto final é limitada pelas equações (2.29) e (2.30). Tais restrições limitam o teor do parâmetro  $j$  superiormente por  $tu_j$  e inferiormente por  $tl_j$ . A quantidade de minério disponível em cada bloco é dada por  $Qu_i$  e não pode ser ultrapassada (restrições (2.31)). As restrições (2.32), (2.33) e (2.34) indicam que estas variáveis não podem assumir valores negativos.

### 2.3.1.3 O Modelo de Pinto et al.

Pinto et al. (2003) apresentam um modelo para o problema da mistura onde opera um equipamento de carga. Assim, a quantidade de minério a ser retirada de cada pilha deve ser múltipla da capacidade da caçamba do equipamento de carga. O modelo é apresentado pelas equações (2.35)-(2.40).

Sejam os seguintes dados de entrada:

- $M$  : Conjunto das pilhas de minério;
- $S$  : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
- $t_{ij}$  : Teor do parâmetro  $j$  na pilha  $i$  (%);
- $tl_j$  : Teor mínimo admissível para o parâmetro  $j$  no produto final (%);
- $tu_j$  : Teor máximo admissível para o parâmetro  $j$  no produto final (%);
- $Qu_i$  : Quantidade máxima disponível na pilha  $i$  (t);
- $Cc$  : Capacidade da carregadeira (t).

Sejam as seguintes variáveis de decisão:

$x_i$  : A quantidade de minério a ser retirada da pilha  $i$  (t);

$N_i$  : O número de caçambadas a serem efetuadas na pilha  $i$ .

$$\max \sum_{i \in M} x_i \quad (2.35)$$

$$\text{s.a:} \quad tl_j \leq \frac{\sum_{i \in M} t_{ij} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \leq tu_j \quad \forall j \in S \quad (2.36)$$

$$x_i \leq Qu_i \quad \forall i \in M \quad (2.37)$$

$$x_i = CcN_i \quad \forall i \in M \quad (2.38)$$

$$N_i \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in M \quad (2.39)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (2.40)$$

Neste modelo, o objetivo (equação (2.35)) é maximizar a quantidade de minério retirada de um conjunto  $M$  de pilhas de forma a gerar um produto final no qual o valor do  $j$ -ésimo parâmetro esteja dentro das especificações estabelecidas (restrição (2.36)). Considera-se, pela restrição (2.37), que a quantidade de minério retirada de uma pilha  $i$  não deve superar a sua quantidade disponível  $Qu_i$  e que esta quantidade seja múltipla da capacidade da caçamba  $Cc$  do equipamento de carga (restrição (2.38)). A restrição (2.39) determina que o número de caçambadas a serem efetuadas em uma pilha  $i$  deve ser um valor inteiro positivo e a restrição (2.40) impede que valores negativos sejam aceitos para  $x_i$ .

Finalmente, observa-se que o conjunto de restrições (2.36) é não-linear. Assim, o modelo proposto pelos autores pode conduzir a soluções sub-ótimas, não havendo garantia da otimalidade da solução final gerada. Tais restrições são facilmente linearizadas, resultando nas restrições equivalentes (2.29) e (2.30) apresentadas à página 25.

## 2.3.2 Alocação Dinâmica de Caminhões

O problema da mistura de minérios com alocação dinâmica de caminhões objetiva determinar o ritmo de lavra de cada frente de acordo com sua capacidade de produção. A capacidade de produção de cada frente é determinada pelos equipamentos de carga nela alocada e pelos caminhões que realizam o transporte do material até o ponto de basculamento.

Na alocação dinâmica um caminhão pode ser alocado a novos pontos de carga e basculamento de forma a prevenir a formação de filas e aumentar a produtividade da frota. Este aumento de produtividade da frota pode refletir um aumento na capacidade de produção da mina ou a redução do número de equipamentos necessários para manter o mesmo nível de produção. Para isso é importante que o despacho de caminhões seja eficiente.

Descreve-se, a seguir, três modelos encontrados na literatura que apresentam soluções para o problema de mistura de minérios com alocação dinâmica de caminhões.

### 2.3.2.1 O Modelo de Pinto et al.

Pinto e Merschmann (2001), Merschmann (2002) e Pinto et al. (2003) abordam o problema de planejamento operacional de lavra utilizando o sistema de alocação dinâmica de caminhões. Este modelo contempla o problema da mistura e a alocação de equipamentos de carga, o atendimento da relação estéril/minério mínima e considera a alocação dinâmica dos caminhões.

O modelo de Pinto e Merschmann (2001) é apresentado pelas equações (2.41) - (2.47) e utiliza os seguintes dados de entrada:

- $M$  : Conjunto de frentes de minério;
- $E$  : Conjunto de frentes de estéril;
- $F$  : Conjunto de frentes formado por  $M \cup E$ ;
- $S$  : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
- $C$  : Conjunto de equipamentos de carga;
- $Pr$  : Ritmo de lavra recomendado (t/h);
- $t_{ij}$  : Teor do parâmetro  $j$  na frente  $i$  (%);



$tl_j$  : Teor mínimo admissível para o parâmetro  $j$  no produto final (%);

$tu_j$  : Teor máximo admissível para o parâmetro  $j$  no produto final (%);

$rem$  : Relação estério/minério requerida;

$Cl_k$  : Produção mínima do equipamento de carga  $k$  (t/h);

$Cu_k$  : Produção máxima do equipamento de carga  $k$  (t/h).

Define-se, ainda, as seguintes variáveis de decisão:

$x_i$  : Ritmo de lavra da frente  $i$  (t/h);

$y_{ik}$  :  $\begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de carga } k \text{ opera na frente } i; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$$\max \sum_{i \in M} x_i \quad (2.41)$$

$$\text{s.a: } tl_j \leq \frac{\sum_{i \in M} t_{ij} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \leq tu_j \quad \forall j \in S \quad (2.42)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (2.43)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (2.44)$$

$$\sum_{k \in C} Cl_k y_{ik} \leq x_i \leq \sum_{k \in C} Cu_k y_{ik} \quad \forall i \in F \quad (2.45)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \geq Pr \quad (2.46)$$

$$\frac{\sum_{i \in E} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \geq rem \quad (2.47)$$

Observa-se nesta formulação que a função objetivo (2.41) deve ser maximizada sujeita às restrições (2.42), que definem valores mínimos e máximos admissíveis para o parâmetro de qualidade  $j$  no produto final. Outras restrições que complementam o modelo estão relacionadas à alocação de equipamentos de carga, onde a restrição (2.43) define que cada frente possui um único equipamento de carga, enquanto a restrição (2.44) define que cada equipamento de carga opera em uma única frente. A restrição (2.45) está relacionada ao ritmo de lavra, mínimo e máximo, imposto

pelos equipamentos de carga. A restrição (2.47) diz respeito ao atendimento da relação estéril/minério.

Observa-se, finalmente, que o modelo proposto pelos autores é não linear, tendo em vista as restrições (2.42) e (2.47). Sendo assim, não há garantia de que a solução final produzida seja ótima.

### **2.3.2.2 O Modelo de White et al.**

White et al. (1982) apresentam um modelo de programação linear para minimizar o número de caminhões necessários através de restrições relacionadas à continuidade do fluxo de material pelos pontos de carga e basculamento e às capacidades de produção dos pontos de carga. Para o modelo descrito pelas equações (2.48)-(2.51) sejam os seguintes dados de entrada :

- $N_P$  : Conjunto de rotas viáveis;
- $N_S$  : Conjunto de pontos de basculamento;
- $N_C$  : Conjunto de pontos de carga;
- $N_F$  : Conjunto de pontos formado por  $N_S \cup N_C$ ;
- $E_j$  : Conjunto de rotas viáveis que chegam no ponto  $j$ ;
- $S_j$  : Conjunto de rotas viáveis que saem do ponto  $j$ ;
- $C$  : Número de pontos de carga;
- $Td_i$  : Tempo de deslocamento pela rota  $i$  (min);
- $Tb_j$  : Tempo de basculamento no ponto  $j$  (min);
- $R_j$  : Taxa de carregamento do ponto  $j$  (caminhões/min).

e a seguinte variável de decisão:

- $P_{ij}$  : Taxa de caminhões que utilizam a rota  $i$  que possui ligação com um ponto de carga ou basculamento  $j$  (caminhões/min).

$$\min \sum_{i \in N_P} P_i T d_i + \sum_{j \in N_S} \sum_{i \in E_j} P_{ij} T b_j + C \quad (2.48)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in E_j} P_{ij} - \sum_{i \in S_j} P_{ij} = 0 \quad \forall j \in N_F \quad (2.49)$$

$$\sum_{i \in S_j} P_{ij} - R_j = 0 \quad \forall j \in N_C \quad (2.50)$$

$$P_{ij} \geq 0 \quad \forall j \in N_C, i \in N_P \quad (2.51)$$

Nesta formulação, a função objetivo (2.48) visa minimizar a necessidade de caminhões mantendo a produção máxima dos equipamentos de carga (restrição (2.50)). A restrição (2.49) garante que a taxa total de entrada de caminhões em um ponto de carga ou basculamento é igual à taxa total de saída deste ponto. A restrição (2.51) não permite valores negativos para a taxa de caminhões em uma rota.

### 2.3.2.3 O Modelo de White e Olson

White e Olson (1986) apresentam um modelo de programação linear para o problema de alocação dinâmica de caminhões em mineração, o qual é dividido em duas partes. Na primeira parte do modelo, restrições (2.52)-(2.55), realiza-se uma otimização do problema da mistura de minérios tendo como objetivo a minimização da função de custo dada pela equação (2.52), a qual considera o ritmo de lavra, o atendimento às taxas de alimentação da usina de beneficiamento e de qualidade da mistura, além do remanuseio de material.

As restrições do modelo estão relacionadas às capacidades de produção dos equipamentos de carga (restrição (2.53)), às taxas de alimentação mínima requerida da usina de beneficiamento (restrição (2.54)) e à qualidade da mistura (restrição (2.55)). A formulação do problema é apresentada pelas equações (2.52)-(2.55) e considera os seguintes dados de entrada:

- $N_m$  : Conjunto de equipamentos de carga alocados nas frentes de lavra;
- $N_{est}$  : Conjunto de equipamentos de carga alocados nas pilhas de estoque;
- $N_F$  : Conjunto de pontos de carga formado por  $N_S \cup N_C$ ;
- $S$  : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
- $c_m$  : Custo de movimentação de material (h/m<sup>3</sup>);

- $c_p$  : Custo associado à alimentação da usina de beneficiamento (h/m<sup>3</sup>);  
 $c_s$  : Custo de estocagem de material (h/m<sup>3</sup>);  
 $c_q$  : Custo associado à qualidade do minério (h/m<sup>3</sup>);  
 $Pu$  : Produção máxima admissível(m<sup>3</sup>/h);  
 $t_{ij}$  : Teor do parâmetro  $j$  no minério proveniente da frente ou pilha de estoque  $i$  (%);  
 $tl_j$  : Teor mínimo admissível para o parâmetro  $j$  no produto final (%);  
 $tu_j$  : Teor máximo admissível para o parâmetro  $j$  no produto final (%);  
 $tc_j$  : Teor corrente para o parâmetro  $j$  na pilha de mistura (%);  
 $l_j$  : Importância do parâmetro  $j$ ;  
 $R_i$  : Produção máxima do ponto de carga  $i$  (m<sup>3</sup>/min);  
 $T_C$  : Intervalo de controle (h);  
 $M_C$  : Massa de controle (t);  
 $SG$  : Peso específico (t/m<sup>3</sup>).

e a seguinte variável de decisão:

- $x_i$  : Ritmo de lavra do ponto de carga  $i$  (m<sup>3</sup>/h).

$$\min \sum_{i \in N_m} c_m x_i + c_p (Pu - \sum_{i \in N_F} x_i) + \sum_{i \in N_{est}} c_s x_i + \sum_{i \in N_F} \sum_{j \in S} l_j c_q t_{ij} x_i \quad (2.52)$$

$$\text{s.a: } 0 \leq x_i \leq R_i \quad \forall i \in N_F \quad (2.53)$$

$$Pu \geq \sum_{i \in N_F} x_i \quad (2.54)$$

$$tl_j \leq tc_j + \sum_{i \in N_F} (t_{ij} - tc_j) x_i T_C / (M_C / SG) \leq tu_j \quad \forall j \in S \quad (2.55)$$

A segunda parte do modelo de White e Olson (1986) é semelhante ao modelo de White et al. (1982), diferenciando-se por utilizar como variável de decisão o volume de material transportado por hora, ao invés da taxa de caminhões por hora, que utilizam uma rota. É considerado, ainda, a presença de pilhas de estocagem. Para este modelo, apresentado pelas equações (2.56)-(2.61), sejam os seguintes dados de entrada:

$N_P$  : Conjunto de rotas viáveis;  
 $N_S$  : Conjunto de pontos de basculamento;  
 $N_m$  : Conjunto de equipamentos de carga alocados nas frentes de lavra;  
 $N_{est}$  : Conjunto de equipamentos de carga alocados nos pilhas de estoque;  
 $N_F$  : Conjunto de pontos de carga formado por  $N_S \cup N_C$ ;  
 $N_D$  : Conjunto de pontos de carga e basculamento formado por  $N_F \cup N_S$ ;  
 $E_j$  : Conjunto de rotas viáveis que chegam no ponto  $j$ ;  
 $S_j$  : Conjunto de rotas viáveis que saem do ponto  $j$ ;  
 $E$  : Número de pontos de carga;  
 $C_F$  : Capacidade da frota ( $m^3$ );  
 $Td_i$  : Tempo de deslocamento pela rota  $i$  (h);  
 $Tb_j$  : Tempo de basculamento no ponto  $j$  (h);  
 $R_i$  : Taxa de carregamento do ponto  $i$  ( $m^3/h$ ).

e a seguinte variável de decisão:

$P_{ij}$  : Volume transportado pela rota  $i$  que possui ligação com um ponto de carga ou basculamento  $j$  ( $m^3/h$ ).

$$\min \sum_{i \in N_P} P_i Td_i + \sum_{j \in N_S} \sum_{i \in E_j} P_{ij} Tb_j + EC_F \quad (2.56)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in E_j} P_{ij} - \sum_{i \in S_j} P_{ij} = 0 \quad \forall j \in N_D \quad (2.57)$$

$$\sum_{i \in S_j} P_{ij} = R_j \quad \forall j \in N_m \quad (2.58)$$

$$\sum_{i \in S_j} P_{ij} \leq R_j \quad \forall j \in N_{est} \quad (2.59)$$

$$\sum_{i \in S_j} P_{ij} = x_j \quad \forall j \in N_F \quad (2.60)$$

$$P_{ij} \geq 0 \quad \forall j \in N_D, i \in N_P \quad (2.61)$$

Nesta formulação, a função (2.56) tem por objetivo minimizar a necessidade de transporte de material na mina. A restrição (2.57) está relacionada com a continuidade do fluxo de material através dos pontos de carga e basculamento. O ritmo

de lavra das frentes de minério deve ser igual à sua taxa de carregamento (restrição (2.58)). A restrição (2.59) define que o ritmo de lavra em pilhas de estocagem deve ser menor ou igual à taxa de carregamento do ponto. A união desta segunda parte do modelo de White e Olson (1986) com a primeira é realizada através da restrição (2.60), onde define-se que o fluxo de material que sai de um ponto de carga deve ser igual ao ritmo de lavra determinado na primeira parte do modelo.

### 2.3.3 Alocação Estática de Caminhões

O problema de mistura de minérios com alocação estática de caminhões é geralmente adotado devido à simplificação das operações e ao custo relativo à implantação de um sistema de despacho computadorizado de caminhões.

Na alocação estática, um caminhão é alocado a uma única rota, ou seja, permanece se deslocando entre dois pontos fixos, um de basculamento e outro de carga, onde esteja alocado um equipamento de carga compatível. Desta forma, o ritmo de lavra de uma frente dependerá da capacidade de produção dos caminhões e do equipamento de carga alocado à frente.

#### 2.3.3.1 O Modelo de Pinto e Merschmann

Pinto e Merschmann (2001) apresentam um modelo para o problema de alocação estática de caminhões em mineração. Este modelo é formulado segundo as equações (2.62) - (2.71), sendo considerados os seguintes dados de entrada:

- $M$  : Conjunto de frentes de minério;
- $E$  : Conjunto de frentes de estéril;
- $F$  : Conjunto de frentes formado por  $M \cup E$ ;
- $S$  : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
- $C$  : Conjunto de equipamentos de carga;
- $V$  : Conjunto de caminhões;
- $Pr$  : Ritmo de lavra recomendado (t/h);
- $t_{ij}$  : Teor do parâmetro  $j$  na frente  $i$  (%);
- $tl_j$  : Teor mínimo admissível para o parâmetro  $j$  no produto final (%);
- $tu_j$  : Teor máximo admissível para o parâmetro  $j$  no produto final (%);
- $rem$  : Relação estéril/minério requerida;

$Cl_k$  : Produção mínima do equipamento de carga  $k$  (t/h);

$Cu_k$  : Produção máxima do equipamento de carga  $k$  (t/h);

$g_{lk}$  :  $\begin{cases} 1 & \text{se o caminhão } l \text{ é compatível com o equipamento de carga } k; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$Vu_{il}$  : Produtividade do caminhão  $l$  operando na frente  $i$  (t/h).

E, ainda, as seguintes variáveis de decisão:

$x_i$  : Ritmo de lavra da frente  $i$  (t/h);

$y_{ik}$  :  $\begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de carga } k \text{ opera na frente } i; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$z_{il}$  :  $\begin{cases} 1 & \text{se o caminhão } l \text{ opera na frente } i; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$$\max \sum_{i \in M} x_i \quad (2.62)$$

$$\text{s.a: } tl_j \leq \frac{\sum_{i \in M} t_{ij} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \leq tu_j \quad \forall j \in S \quad (2.63)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (2.64)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (2.65)$$

$$\sum_{i \in F} z_{il} \leq 1 \quad \forall l \in V \quad (2.66)$$

$$y_{ij} + z_{il} - 2d_{lk} \leq 1 \quad \forall i \in F, k \in C, l \in V \quad (2.67)$$

$$\sum_{k \in C} Cl_k y_{ik} \leq x_i \leq \sum_{k \in C} Cu_k y_{ik} \quad \forall i \in F \quad (2.68)$$

$$x_i \leq \sum_{l \in V} Vu_{il} z_{il} \quad \forall i \in F \quad (2.69)$$

$$\sum_{i \in M} x_i \geq Pr \quad (2.70)$$

$$\frac{\sum_{i \in E} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \geq rem \quad (2.71)$$

Esta formulação é semelhante à apresentada na seção 2.3.2.1, diferenciando-se desta pelas restrições: (2.66), que faz com que um caminhão atenda a uma única frente; (2.67), que permite que um caminhão opere somente em uma frente que

possua um equipamento de carga compatível e (2.69), que limita a produção de uma frente pela produtividade dos caminhões nela alocados.

Observa-se, finalmente, que o modelo proposto pelos autores é não linear, em vista da não linearidade das restrições (2.63) e (2.71). Assim sendo, não há garantia de que a solução final gerada por um otimizador seja ótima.



# Capítulo 3

## Problemas Abordados

Neste capítulo são apresentados os problemas de mineração considerados neste trabalho. Para clareza de entendimento, cada problema é apresentado de forma independente, com repetição de conceitos. A seção 3.1 descreve o problema da mistura de minérios, o qual é subproblema dos problemas de mistura de minérios com alocação dinâmica e estática de caminhões, apresentados nas seções 3.2 e 3.3, respectivamente.

### 3.1 Mistura de Minérios por Metas

#### 3.1.1 Descrição do Problema da Mistura

O problema da mistura de minérios por metas (PMM) abordado é definido como a determinação da proporção de minério proveniente de cada frente de lavra que deverá ser utilizada de forma a gerar um produto final que atenda às metas de qualidade e produção estabelecidas.

Cada frente de lavra contém uma determinada quantidade de minério, com características físicas, químicas e econômicas diferenciadas, denominadas parâmetros de controle.

Para a lavra do minério são utilizadas pás-carregadeiras, as quais possuem caçambas com capacidades de carga diferentes. Assim, a quantidade de minério a ser utilizada de cada frente de lavra dependerá da capacidade da caçamba e do número de caçambadas efetuadas pelas pás-carregadeiras.

O produto final formado deverá conter uma determinada quantidade de minério, denominada meta de produção. Essa meta pode variar entre um valor mínimo

e um máximo especificados. O produto final deverá, ainda, atender às metas de qualidade especificadas para cada parâmetro de controle, podendo variar entre um limite mínimo e máximo.

Para a modelagem do problema foram adotadas duas metodologias de pesquisa operacional. A primeira, descrita na seção 3.1.2, utiliza-se da programação matemática para a obtenção de uma solução exata. A segunda metodologia, apresentada na seção 3.1.3, baseia-se em técnicas heurísticas para encontrar soluções aproximadas do problema.

### 3.1.2 Modelagem Exata do Problema da Mistura de Minérios

Para a modelagem exata do PMM será utilizada a técnica de pesquisa operacional conhecida como programação por metas (*Goal Programming*).

Para esse modelo, apresentado através das equações (3.1) - (3.14), sejam os seguintes dados de entrada:

- $M$  : Conjunto de frentes de minério;
- $S$  : Conjunto dos parâmetros de controle analisados no produto final;
- $t_{ij}$  : Valor do parâmetro de controle  $j$  na frente de minério  $i$  (%);
- $tr_j$  : Valor requerido para o parâmetro de controle  $j$  no produto final (%);
- $tl_j$  : Valor mínimo admissível para o parâmetro de controle  $j$  no produto final (%);
- $tu_j$  : Valor máximo admissível para o parâmetro de controle  $j$  no produto final (%);
- $Pr$  : Meta de produção (t);
- $Pl$  : Quantidade mínima a ser produzida (t);
- $Pu$  : Quantidade máxima a ser produzida (t);
- $\alpha_j^-$  : Penalidade por desvio negativo para o parâmetro de controle  $j$  no produto final;
- $\alpha_j^+$  : Penalidade por desvio positivo para o parâmetro de controle  $j$  no produto final;
- $\beta^-$  : Penalidade por desvio negativo da produção;
- $\beta^+$  : Penalidade por desvio positivo da produção;
- $Ql_i$  : Quantidade mínima a ser utilizada da frente  $i$  (t);
- $Qu_i$  : Quantidade máxima a ser utilizada da frente  $i$  (t);
- $Cc_i$  : Capacidade da caçamba da carregadeira alocada à frente  $i$  (t).

Considerando as seguintes variáveis de decisão:

- $x_i$  : Quantidade de minério a ser utilizada da frente  $i$  (t);  
 $N_i$  : O número de caçambadas a serem efetuadas na frente  $i$ ;  
 $d_j^-$  : Desvio negativo do parâmetro de controle  $j$  no produto final;  
 $d_j^+$  : Desvio positivo do parâmetro de controle  $j$  no produto final;  
 $P^-$  : Desvio negativo da produção requerida (t);  
 $P^+$  : Desvio positivo da produção requerida (t).

tem-se pelas equações (3.1) - (3.14) o modelo de programação por metas relativo ao problema da mistura de minérios.

$$\min \sum_{j \in S} \alpha_j^- d_j^- + \sum_{j \in S} \alpha_j^+ d_j^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ \quad (3.1)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j) x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in S \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \geq 0 \quad (3.6)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pr + P^- - P^+ = 0 \quad (3.7)$$

$$x_i - Qu_i \leq 0 \quad \forall i \in M \quad (3.8)$$

$$x_i - Ql_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (3.9)$$

$$x_i = Cc_i N_i \quad \forall i \in M \quad (3.10)$$

$$N_i \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in M \quad (3.11)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (3.12)$$

$$d_j^+, d_j^- \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.13)$$

$$P^+, P^- \geq 0 \quad (3.14)$$

Neste modelo observam-se as restrições clássicas do problema de mistura. As restrições (3.2) e (3.3) definem limites máximos e mínimos para os parâmetros de controle, enquanto as restrições (3.5) e (3.6) limitam a quantidade máxima e a

mínima de minério no produto final. As restrições (3.8) e (3.9) definem as quantidades máximas e mínimas a serem utilizadas de cada frente de lavra. A restrição (3.10) define que a quantidade de minério utilizada de uma frente de lavra é obtida multiplicando-se a capacidade da caçamba da pá-carregadeira pelo número de caçambadas. A restrição (3.11) determina que o número de caçambadas a serem efetuadas em uma frente de lavra deve ser um valor inteiro positivo.

As restrições (3.4) e (3.7), propostas por Chanda e Dagdelen (1995) e desenvolvidas a partir do método de programação por metas (*goal programming*), visam medir os desvios de qualidade e produção, respectivamente, em relação aos valores requeridos. As restrições (3.12), (3.13) e (3.14) impedem que valores negativos sejam aceitos para as variáveis de decisão. Com a inclusão das restrições (3.4) e (3.7), a função com o único objetivo de maximizar a produção de minério utilizada em Pinto et al. (2003), foi alterada para a função multiobjetivo (3.1), onde deseja-se minimizar os desvios de produção e qualidade em relação aos valores requeridos.

### 3.1.3 Modelagem Heurística do Problema da Mistura

Para a modelagem heurística do Problema da Mistura de Minérios são descritos a representação de uma solução do problema, a estrutura de vizinhança desenvolvida, a forma de avaliar a solução e as técnicas heurísticas utilizadas para explorar o espaço de soluções do problema.

#### 3.1.3.1 Representação de uma Solução

Uma solução  $s$  para o PMM é representada por um vetor  $A = (a_1 \ \dots \ a_i \ \dots \ a_m)^t$ , onde cada célula  $a_i$  representa o número de caçambadas a serem efetuadas em uma frente de lavra  $i$ . Esta representação foi adotada por ser de simples implementação e definir movimentos naturais. Outra vantagem é que ela permite um rápido levantamento das características a serem avaliadas em uma solução. A Figura 3.1 exemplifica uma solução correspondente à representação adotada.

$F_1$	$F_2$	$F_3$	$\dots$	$F_m$
0	10	8	$\dots$	5

Figura 3.1: Representação de uma solução do PMM

Nesta figura,  $F_1, F_2, \dots, F_m$  representam as frentes de lavra. Observa-se que a célula  $a_1$  possui o valor 0, ou seja, nenhum minério proveniente da frente  $F_1$  será utilizado no produto final. Já a célula  $a_3$  apresenta o valor 8, representando que serão necessárias oito caçambadas da frente  $F_3$  no produto final.

### 3.1.3.2 Geração de uma Solução Inicial

Uma solução inicial para o PMM é gerada de forma aleatória, conforme se descreve a seguir. Para cada frente  $i$  é atribuído à célula  $a_i$  um valor aleatório compreendido entre o número mínimo e o número máximo de caçambadas permitidas para serem retiradas da frente.

Observa-se, dessa forma, que podem ser geradas soluções iniciais inviáveis para o problema no que diz respeito ao atendimento dos limites de especificação dos parâmetros de controle.

### 3.1.3.3 Avaliação de uma Solução

Uma solução  $s$  é avaliada por uma função  $f(s)$  que leva em consideração a produção e a qualidade do produto final. Essa avaliação leva em consideração o seguinte conjunto de requisitos essenciais e não-essenciais a serem atendidos:

- i ) Requisitos essenciais: são aqueles que se não forem satisfeitos, gerarão soluções inviáveis, a saber:
  - (a) Quantidade de minério no produto final não satisfaz os limites de produção especificados;
  - (b) Parâmetros de controle no produto final extrapolam os limites de qualidade especificados.
  
- ii ) Requisitos não-essenciais: são aqueles cujo atendimento é desejável, porém, quando não satisfeitos, não geram programações inviáveis, no caso:
  - (a) Quantidade de minério no produto final não atende à meta de produção;
  - (b) Parâmetros de controle no produto final não atendem às metas de qualidade.

Deste modo, a avaliação do PMM é realizada por duas componentes, sendo que a primeira avalia a produção e a segunda a qualidade do minério. Mais especificamente, uma solução  $s$  é avaliada pela fórmula (3.15).

$$f(s) = f^p(s) + \sum_{j \in S} f_j^q(s) \quad (3.15)$$

onde:

$f^p(s)$  : Função que avalia  $s$  quanto à produção;

$f_j^q(s)$  : Função que avalia  $s$  quanto à qualidade do  $j$ -ésimo parâmetro de controle.

Detalha-se, a seguir, cada uma dessas funções de avaliação.

### Produção de Minério

A produção de minério de uma solução  $s$  é avaliada segundo a equação (3.16).

$$f^p(s) = \theta^p \times \left[ \frac{|Pr - P|}{\Delta^p} \right] \quad (3.16)$$

onde:

$P$  : Produção de minério (t);

$Pr$  : Meta de produção de minério (t);

$\theta^p$  : Peso associado à avaliação da produção;

$\Delta^p$  : Intervalo de significância para a produção.

O valor da produção de minério  $P$  é obtido pelo somatório da produção de cada frente  $i$ , que corresponde ao número de caçambadas a serem realizadas  $N_i$  multiplicado pela capacidade da caçamba  $Cc_i$ , conforme equação (3.17).

$$P = \sum_{i \in M} N_i Cc_i \quad (3.17)$$

De acordo com o valor de  $P$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta^p$  na função de avaliação da produção de minério. No caso, duas situações são possíveis:

$$\Delta^p = \begin{cases} \Delta^{p-} & \text{se } P < Pr \\ \Delta^{p+} & \text{se } P \geq Pr \end{cases}$$

O intervalo  $\Delta^{p-}$  é utilizado para uma produção de minério inferior à meta, enquanto o intervalo  $\Delta^{p+}$  aplica-se a uma produção de minério igual ou superior à meta.

Ainda, conforme o valor de  $P$ , é associado um peso  $\theta^p$  à componente de avaliação de produção, conforme as seguintes situações:

$$\theta^p = \begin{cases} \alpha^{p-} & \text{se } P < Pl \\ \beta^{p-} & \text{se } Pl \leq P < Pr \\ \beta^{p+} & \text{se } Pr \leq P \leq Pu \\ \alpha^{p+} & \text{se } P > Pu \end{cases}$$

Os pesos  $\alpha^{p-}$  e  $\alpha^{p+}$  são utilizados para dar maior importância aos requisitos essenciais. O peso  $\alpha^{p-}$  é utilizado se a produção de minério estiver abaixo do limite inferior de produção especificado, já o peso  $\alpha^{p+}$  é utilizado caso a produção seja maior que o limite superior. Os pesos  $\beta^{p-}$  e  $\beta^{p+}$  referem-se aos requisitos não-essenciais, sendo aplicados, respectivamente, à uma produção de minério dentro dos limites de viabilidade, mas abaixo ou acima da meta de produção.

### Qualidade da Mistura

A qualidade da mistura depende da proporção de minério retirado de cada frente e dos parâmetros de controle a serem analisados na mistura. Desta forma, cada um dos parâmetros de controle  $j$  é avaliado pela equação (3.18).

$$f_j^q(s) = \theta_j^q \times \left[ \frac{|tr_j - t_j|}{\Delta_j^q} \right] \quad \forall j \in S \quad (3.18)$$

onde:

- $t_j$  : Valor encontrado para o parâmetro  $j$  (%);
- $tr_j$  : Meta de qualidade para o parâmetro  $j$  (%);
- $\theta_j^q$  : Peso associado à avaliação da qualidade do parâmetro  $j$ ;
- $\Delta_j^q$  : Intervalo de significância para a qualidade do parâmetro  $j$ .

Cada frente  $i$  possui um valor  $t_{ij}$  para o parâmetro de controle  $j$ . Pode-se calcular o valor total  $t_j$  do parâmetro de controle  $j$  contido na mistura através da média ponderada entre  $t_{ij}$  e a produção de cada frente  $i$ , apresentada na equação (3.19).

$$t_j = \frac{\sum_{i \in M} t_{ij} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \quad \forall j \in S \quad (3.19)$$

onde:

$$x_i = N_i C c_i$$

De acordo com o valor de  $t_j$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta_j^q$  na função de avaliação da qualidade do minério, a saber:

$$\Delta_j^q = \begin{cases} \Delta_j^{q-} & \text{se } t_j < tr_j \\ \Delta_j^{q+} & \text{se } t_j \geq tr_j \end{cases} \quad \forall j \in S$$

O intervalo  $\Delta_j^{q-}$  é utilizado para um valor encontrado  $t_j$  para o parâmetro  $j$  inferior à meta especificada, enquanto o intervalo  $\Delta_j^{q+}$  aplica-se a um valor encontrado igual ou superior à meta.

Ainda, conforme o valor encontrado  $t_j$ , é associado um peso  $\theta_j^q$  à componente de avaliação da qualidade do parâmetro de controle  $j$ , conforme as seguintes situações:

$$\theta_j^q = \begin{cases} \alpha_j^{q-} & \text{se } t_j < tl_j \\ \beta_j^{q-} & \text{se } tl_j \leq t_j < tr_j \\ \beta_j^{q+} & \text{se } tr_j \leq t_j \leq tu_j \\ \alpha_j^{q+} & \text{se } t_j > tu_j \end{cases} \quad \forall j \in S$$

Quando  $\theta_j^q$  assume os valores  $\alpha_j^{q-}$  e  $\alpha_j^{q+}$  significa que se trata dos requisitos essenciais relativos à qualidade da mistura. O peso  $\alpha_j^{q-}$  é utilizado se a qualidade da mistura encontrar-se abaixo do limite inferior de produção especificado  $tl_j$ , enquanto o peso  $\alpha_j^{q+}$  é utilizado caso a qualidade da mistura para o parâmetro de controle  $j$  seja maior que o limite superior  $tu_j$ . Os pesos  $\beta_j^{q-}$  e  $\beta_j^{q+}$  referem-se aos requisitos não-essenciais, sendo aplicados, respectivamente, à uma qualidade da mistura que esteja abaixo ou acima da meta de produção e dentro dos limites de viabilidade.

#### 3.1.3.4 Movimento e Estrutura de Vizinhança

No PMM, um vizinho  $s'$  de uma solução  $s$  é encontrado aplicando-se três tipos de movimentos, os quais consistem em alterar uma célula  $a_i$ , ou seja, o número de



caçambadas a serem utilizadas de uma frente  $i$ , respeitando-se os limites máximo e mínimo estabelecidos para a frente.

No primeiro movimento, o número de caçambadas a serem utilizadas de uma frente é alterado em uma unidade, para mais ou para menos.

O segundo movimento é semelhante ao primeiro diferenciando-se por alterar em duas unidades o número de caçambadas a serem utilizadas de uma frente  $i$ .

O terceiro movimento consiste em realocar uma caçambada da frente  $i$  para uma outra frente  $j$ .

Esses movimentos definem, respectivamente, três diferentes estruturas de vizinhança, a saber:  $N^{M1}(s)$ ,  $N^{M2}(s)$  e  $N^{MR}(s)$  as quais são apresentadas em detalhe a seguir.

### Movimento Uma Caçambada

O movimento “uma caçambada” define a estrutura de vizinhança denominada  $N^{M1}(s)$  e consiste em gerar um vizinho  $s'$  para o qual o número de caçambadas usadas de uma dada frente é alterado em uma unidade. Testa-se o acréscimo, bem como o decréscimo de uma caçambada em uma frente, retornando-se como vizinho a alteração que produzir o melhor valor para a função de avaliação.

Na Figura 3.2 é apresentado o movimento de acréscimo de uma caçambada na frente  $F_3$ , ou seja, a frente  $F_3$  que contribuiria com oito caçambadas passa a contribuir com nove caçambadas para o produto final.

$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	→	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
0	10	<b>8</b>	5		0	10	<b>9</b>	5
		↑					↑	

Figura 3.2: Movimento acréscimo de uma caçambada

Já a Figura 3.3 ilustra o decréscimo de uma caçambada na frente  $F_3$ , ou seja, das oito caçambadas que seriam retiradas da frente  $F_3$  na solução corrente, apenas sete caçambadas seriam retiradas dessa frente na nova solução após o movimento.

$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	→	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
0	10	<b>8</b>	5		0	10	<b>7</b>	5
		↑					↑	

Figura 3.3: Movimento decréscimo de uma caçambada

### Movimento Duas Caçambadas

O movimento “duas caçambadas” define uma estrutura de vizinhança denominada  $N^{M2}(s)$ . Tal como no movimento anterior, um vizinho  $s'$  gerado a partir da solução  $s$  por um movimento “duas caçambadas” é aquele para o qual o valor da função de avaliação é o melhor dentre as alternativas de acrescentar ou decrescer duas caçambadas em uma frente.

Na Figura 3.4 é apresentado o movimento de acréscimo de duas caçambadas na frente  $F_3$ , ou seja, na nova solução são retiradas nove caçambadas desta frente, ao invés das sete caçambadas da solução anterior.

$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	→	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
0	10	<b>7</b>	5		0	10	<b>9</b>	5
		↑					↑	

Figura 3.4: Movimento acréscimo de duas caçambadas

Já a Figura 3.5 apresenta o decréscimo de duas caçambadas na frente  $F_3$ , ou seja, a frente  $F_3$  que contribuiria com sete caçambadas passa a contribuir com cinco caçambadas para o produto final.

$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	→	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
0	10	<b>7</b>	5		0	10	<b>5</b>	5
		↑					↑	

Figura 3.5: Movimento decréscimo de duas caçambadas

### Movimento Realocar Caçambada

O movimento “realocar caçambada” define uma estrutura de vizinhança denominada  $N^{MR}(s)$ , sendo ilustrado na Figura 3.6.

Nesta figura é apresentado o movimento de realocação de uma caçambada entre as frentes  $F_2$  e  $F_4$ . A frente  $F_2$  que contribuiria com dez caçambadas passa a

contribuir com nove e a frente  $F_4$  que contribuía com cinco caçambadas passa a contribuir com seis caçambadas para o produto final.

$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$	→	$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
0	<b>10</b>	7	<b>5</b>		0	<b>9</b>	7	<b>6</b>
	↑		↑			↑		↑

Figura 3.6: Movimento de realocação de uma caçambada

### 3.1.3.5 *Simulated Annealing* aplicado ao PMM

O método *Simulated Annealing*, *SA*, desenvolvido para o PMM, é o algoritmo básico descrito na Figura 2.3, página 14, utilizando a vizinhança  $N^{M1}(s)$  que usa o movimento uma caçambada descrito na seção 3.1.3.4, página 44, e a função de avaliação descrita na seção 3.1.3.3, página 41.

O número máximo de iterações em uma dada temperatura,  $SAm_{ax}$ , é calculado com base no número de frentes e o número de parâmetros de controle através da equação (3.20).

$$SAm_{ax} = k \times |S| \times |M| \quad (3.20)$$

onde  $k$  é um parâmetro do método a ser determinado empiricamente,  $|S|$  o número de parâmetros de controle e  $|M|$  o número de frentes.

A temperatura inicial do método é obtida por simulação através do procedimento descrito na Figura 2.4, página 15, onde devem ser aceitos 97% dos movimentos. Este parâmetro está em conformidade com a proposição do método, o qual exige que a temperatura inicial seja “elevada” de forma que haja no início do processo uma mudança significativa na configuração do sistema.

Foi utilizado como critério de parada uma temperatura final inferior à 0,01.

### 3.1.3.6 *VND* aplicado ao PMM

O método *VND* desenvolvido para o PMM é o algoritmo básico apresentado na Figura 2.6, página 18, utilizando os três movimentos descritos na seção 3.1.3.4, página 44, e a função de avaliação descrita na seção 3.1.3.3, página 41.

Para a exploração do espaço de soluções, foram utilizadas as seguintes estruturas de vizinhança, nesta ordem:

- 1 )  $N^{M2}(s)$ , retirar ou acrescentar duas caçambadas;
- 2 )  $N^{M1}(s)$ , retirar ou acrescentar uma única caçambada;
- 3 )  $N^{MR}(s)$ , realocar uma caçambada de uma frente para outra.

A ordem de exploração do espaço de soluções considerada foi aquela que apresentou bons resultados obtidos através da realização de uma bateria preliminar de testes.

### 3.1.3.7 VNS aplicado ao PMM

O método *VNS* desenvolvido para o PMM é o algoritmo básico apresentado na Figura 2.7, página 19, utilizando os três movimentos descritos na seção 3.1.3.4, página 44. Tal como na versão original do método *VNS*, a busca local é realizada pelo método *VND*, no caso aquele desenvolvido na seção 3.1.3.6, página 47. A avaliação de uma solução é feita pela função descrita na seção 3.1.3.3, página 41.

De modo a permitir a exploração do espaço de soluções, as estruturas de vizinhança foram hierarquizadas da seguinte forma:

- 1 )  $N^{M2}(s)$ , retirar ou acrescentar duas caçambadas;
- 2 )  $N^{M1}(s)$ , retirar ou acrescentar uma caçambada;
- 3 )  $N^{MR}(s)$ , realocar uma caçambada de uma frente para outra.

A hierarquização das estruturas de vizinhança para a exploração do espaço de soluções considerada foi aquela que apresentou melhores resultados em uma bateria preliminar de testes.

Foi utilizado como critério de parada a situação em que não era mais possível melhorar a solução corrente em nenhuma das três estruturas de vizinhança.

### 3.1.3.8 SA + VND aplicado ao PMM

O método *SA + VND* utiliza inicialmente o método *SA* descrito na seção 3.1.3.5, aplicando-se à solução final gerada uma busca local pelo método *VND*, apresentado na seção 3.1.3.6. O objetivo desta hibridização é alcançar soluções melhores que as geradas apenas com a aplicação do *SA*, uma vez que este método utiliza somente

uma estrutura de vizinhança, sendo, portanto, míope na exploração do espaço de soluções.

## **3.2 Alocação Dinâmica de Caminhões**

### **3.2.1 Descrição do Problema de Alocação Dinâmica de Caminhões**

No problema da mistura de minérios com alocação dinâmica de caminhões (PADC) o objetivo é fornecer à usina de beneficiamento uma alimentação que satisfaça as especificações exigidas pelo cliente, lavrando minério proveniente de diversas frentes. Cada frente de minério contém uma determinada quantidade de minério, com características físicas, químicas e econômicas diferenciadas, denominadas parâmetros de controle. Deste modo é necessário selecionar as frentes a serem lavradas e seus ritmos de lavra, os quais devem ser determinados proporcionalmente. Este objetivo é semelhante ao do PMM, entretanto outras restrições e exigências devem ser consideradas.

Uma exigência está relacionada ao atendimento de uma relação estéril/minério mínima requerida pela mina, de modo a viabilizar a abertura de novas frentes e a realização de obras de infraestrutura.

As demais restrições estão ligadas à frota de equipamentos de carga e transporte e restringem a capacidade de produção das frentes. Para a operação de lavra de minério e estéril, a mina conta com uma frota limitada de equipamentos de carga, os quais devem ser alocados às frentes de lavra e operarem em uma faixa de produtividade que torne viável sua utilização. O transporte do material retirado da frente de lavra é realizado por uma frota de caminhões com capacidade de carga diferentes. Esses caminhões são alocados às frentes de lavra dinamicamente, tentando-se evitar a formação de filas, ou seja, o caminhão é alocado a um ponto de carga ou basculamento que proporcione o menor tempo de fila possível. Entretanto, um caminhão somente pode ser direcionado à uma frente que possua um equipamento de carga compatível.

Para a modelagem do problema foram adotadas duas metodologias de pesquisa operacional. A primeira, descrita na seção 3.2.2, utiliza-se da programação matemática para a obtenção de uma solução exata. A segunda metodologia, apresentada na

seção 3.2.3, baseia-se em técnicas heurísticas para encontrar soluções aproximadas do problema.

### 3.2.2 Modelagem Exata do Problema de Alocação Dinâmica de Caminhões

Para a modelagem exata do problema, tal como no problema anterior, será utilizada a técnica de pesquisa operacional conhecida como programação por metas (*Goal Programming*).

Para o modelo de alocação dinâmica de caminhões, apresentado pelas equações (3.21)-(3.42), sejam os seguintes dados de entrada:

- $M$  : Conjunto de frentes de minério;
- $E$  : Conjunto de frentes de estéril;
- $F$  : Conjunto de frentes formado por  $M \cup E$ ;
- $S$  : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
- $C$  : Conjunto de equipamentos de carga;
- $V$  : Conjunto de equipamentos de transporte;
- $Pr$  : Ritmo de lavra recomendado (t/h);
- $Pl$  : Ritmo de lavra mínimo (t/h);
- $Pu$  : Ritmo de lavra máximo (t/h);
- $\beta^-$  : Penalidade por desvio negativo da produção;
- $\beta^+$  : Penalidade por desvio positivo da produção;
- $t_{ij}$  : Valor do parâmetro  $j$  na frente  $i$  (%);
- $tr_j$  : Valor recomendado para o parâmetro  $j$  na mistura (%);
- $tl_j$  : Valor mínimo admissível para o parâmetro  $j$  na mistura (%);
- $tu_j$  : Valor máximo admissível para o parâmetro  $j$  na mistura (%);
- $\alpha_j^-$  : Penalidade por desvio negativo para o parâmetro  $j$  na mistura;
- $\alpha_j^+$  : Penalidade por desvio positivo para o parâmetro  $j$  na mistura;
- $Ql_i$  : Ritmo de lavra mínimo para a frente  $i$  (t/h);
- $Qu_i$  : Ritmo de lavra máximo para a frente  $i$  (t/h);
- $rem$  : Relação estéril/minério requerida;
- $Cl_k$  : Produção mínima do equipamento de carga  $k$  (t/h);
- $Cu_k$  : Produção máxima do equipamento de carga  $k$  (t/h);

$cap_l$  : Capacidade do caminhão  $l$  (t);

$T_{il}$  : Tempo total de ciclo do caminhão  $l$  na frente  $i$  (min).

$g_{lk}$  :  $\begin{cases} 1 & \text{se o caminhão } l \text{ é compatível com o equipamento de carga } k; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

e as seguintes variáveis de decisão:

$x_i$  : Ritmo de lavra da frente  $i$  (t/h);

$y_{ik}$  :  $\begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de carga } k \text{ opera na frente } i; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$n_{il}$  : Número de viagens que um caminhão  $l$  realiza na frente  $i$  em uma hora;

$d_j^-$  : Desvio negativo do parâmetro  $j$  na mistura (t/h);

$d_j^+$  : Desvio positivo do parâmetro  $j$  na mistura (t/h);

$P^-$  : Desvio negativo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);

$P^+$  : Desvio positivo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h).

O modelo de programação matemática relativo à alocação dinâmica de uma frota heterogênea de caminhões e equipamentos de carga, levando-se em consideração metas de produção e qualidade de minério, é apresentado pelas equações (3.21)-(3.42).

$$\min \sum_{j \in S} \alpha_j^- d_j^- + \sum_{j \in S} \alpha_j^+ d_j^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ \quad (3.21)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.22)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.23)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j) x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in S \quad (3.24)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \quad (3.25)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \geq 0 \quad (3.26)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pr + P^- - P^+ = 0 \quad (3.27)$$

$$x_i - Qu_i \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.28)$$

$$x_i - Ql_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.29)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.30)$$

$$d_j^+, d_j^- \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.31)$$

$$P^+, P^- \geq 0 \quad (3.32)$$

$$\sum_{i \in E} x_i - rem \sum_{i \in M} x_i \geq 0 \quad (3.33)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (3.34)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (3.35)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in F, k \in C \quad (3.36)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cu_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.37)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cl_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.38)$$

$$n_{il} T_{il} - 60 \sum_{k \in C} y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F, l \in V, g_{lk} \neq 0 \quad (3.39)$$

$$\sum_{i \in F} n_{il} T_{il} - 60 \leq 0 \quad \forall l \in V \quad (3.40)$$

$$x_i - \sum_{l \in V} n_{il} cap_l = 0 \quad \forall i \in F \quad (3.41)$$

$$n_{il} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in F, l \in V \quad (3.42)$$

Observa-se que (3.22)-(3.32) são restrições que juntamente com a função objetivo (3.21) formam o modelo de mistura de minérios com metas apresentado na seção 3.1.2. A restrição (3.33) diz respeito ao atendimento da relação estéril/minério mínima requerida. As demais restrições que complementam o modelo podem ser divididas em dois grupos. O primeiro diz respeito à alocação de equipamentos de carga e a faixa de produtividade que torne viável a utilização desses equipamentos. A restrição (3.34) define que cada frente possui um único equipamento de carga, enquanto que a restrição (3.35) define que cada equipamento de carga opera em uma única frente. A restrição (3.36) define se um equipamento de carga deve ou não ser alocado a uma determinada frente de lavra. As restrições (3.37) e (3.38) limitam, respectivamente, o ritmo de lavra máximo e mínimo.

O segundo grupo de restrições está relacionado ao transporte de material na mina e a alocação dos caminhões. A restrição (3.39) faz com que um caminhão somente realize viagens à uma frente onde esteja alocado um equipamento de carga



compatível. A restrição (3.40) define que um caminhão opere no máximo sessenta minutos. A restrição (3.41) faz com que o ritmo de lavra de uma frente seja igual à produção realizada pelos caminhões alocados à frente. A restrição (3.42) determina que o número de viagens que um caminhão faz à uma frente é um valor inteiro positivo.

### 3.2.3 Modelagem Heurística do Problema de Alocação Dinâmica de Caminhões

Descreve-se, a seguir, a representação de uma solução para o problema, os movimentos e as estruturas de vizinhança utilizadas, a função de avaliação de uma solução e as técnicas heurísticas utilizadas para explorar o espaço de soluções.

#### 3.2.3.1 Representação de uma Solução

Uma solução do PADC é representada por uma matriz  $Q_{F \times (1+V)}$  de valores inteiros. Esta representação define tipos simples e naturais de movimentos, tornando mais fácil o levantamento de algumas características da função de avaliação, a qual está baseada na alocação dos equipamentos de carga e no número de viagens realizadas pelos caminhões. Para clareza de apresentação, a matriz  $Q_{F \times (1+V)}$  será decomposta em duas submatrizes  $A$  e  $B$ , isto é:  $Q_{F \times (1+V)} = A_{F \times 1} \cup B_{F \times V}$ . A submatriz  $A_{F \times 1}$  representa a alocação dos equipamentos de carga ao conjunto  $F$  de frentes e os respectivos *status* desses equipamentos com relação ao fato de estarem ativos ou não. A submatriz  $B_{F \times V}$  representa o número de viagens que serão realizadas pelos caminhões às frentes.

A Figura 3.7 exemplifica uma solução para uma instância do problema. Nesta matriz solução, as linhas representam as frentes de lavra disponíveis  $F$ , a coluna *Carga* representa a alocação dos equipamentos de carga às frentes de lavra e as demais colunas representam o número de viagens que serão realizadas pelo conjunto  $V$  de caminhões disponíveis.

Nesta instância do problema considerado observa-se, na coluna *Carga* linha  $F_1$ , a dupla  $(Car_4, 1)$ , indicando que o equipamento de carga  $Car_4$  está alocado à frente  $F_1$  e em operação. Na coluna *Carga* linha  $F_3$ , a dupla  $(Car_8, 0)$  indica que o equipamento de carga  $Car_8$  está alocado à frente  $F_3$ , mas não está em operação.

	<i>Carga</i>	<i>Cam<sub>1</sub></i>	<i>Cam<sub>2</sub></i>	...	<i>Cam<sub>V</sub></i>
$F_1$	( <i>Car<sub>4</sub></i> ,1)	8	X	...	X
$F_2$	(D,0)	0	0	...	0
$F_3$	( <i>Car<sub>8</sub></i> ,0)	0	0	...	0
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮
$F_F$	( <i>Car<sub>5</sub></i> ,1)	0	9	...	3

Figura 3.7: Representação de uma solução

Observa-se, ainda, nesta coluna *Carga* que na linha  $F_2$  o valor (D,0) informa que não existe equipamento de carga alocado à frente  $F_2$  e que, portanto, esta frente está disponível.

As demais colunas representam o número de viagens a serem realizadas por um caminhão à uma frente, considerando a compatibilidade entre o caminhão e o equipamento de carga alocado à frente. Uma célula com o valor X indica a incompatibilidade entre o caminhão e o respectivo equipamento de carga. Deste modo, na coluna *Cam<sub>2</sub>*, linha  $F_1$ , na qual se encontra o valor X, mostra-se que o caminhão *Cam<sub>2</sub>* é incompatível com o equipamento de carga *Car<sub>4</sub>*. Caso um caminhão seja compatível com o equipamento de carga, o valor retornado é o número de viagens a serem realizadas àquela frente pelo caminhão. Pode-se observar, por exemplo, que o caminhão *Cam<sub>1</sub>* é compatível com os equipamentos de carga *Car<sub>4</sub>* e *Car<sub>5</sub>*; entretanto, ele realiza oito viagens à frente  $F_1$  e nenhuma à frente  $F_F$ .

### 3.2.3.2 Geração de uma Solução Inicial

No PADC, uma solução inicial é gerada aleatoriamente, sendo este processo dividido em duas etapas.

Na primeira etapa os equipamentos de carga disponíveis são numerados e a seguir esses valores são aleatoriamente distribuídos na submatriz *A*, com cada célula recebendo um único valor no máximo.

Na segunda etapa atribui-se para cada célula  $b_{il}$  da submatriz *B*, um valor aleatório compreendido entre o número mínimo e o máximo de viagens a serem realizadas pelo caminhão  $l$  à frente  $i$ , desde que exista compatibilidade entre o equipamento de carga alocado à frente  $i$  e o caminhão  $l$ .

### 3.2.3.3 Avaliação de uma Solução

No PADC, a avaliação de uma solução  $s$  é realizada por uma função  $f(s)$ , que leva em consideração a produção, a qualidade do produto final formado com a mistura do minério e a alocação e disponibilidade dos equipamentos de carga e transporte utilizados. Essa avaliação segue um conjunto de requisitos essenciais e não-essenciais a serem atendidos, que são organizados em:

- i ) Requisitos essenciais: são aqueles que se não forem satisfeitos, gerarão soluções inviáveis, a saber:
  - (a) Produção da mina excede os limite de especificação;
  - (b) Parâmetros de controle no produto final extrapolam os limites de especificação de qualidade;
  - (c) Taxa de utilização dos caminhões superior ao máximo permitido;
  - (d) Produção dos equipamentos de carga excede as capacidade de produção especificadas.
  
- ii ) Requisitos não-essenciais:são aqueles cujo atendimento é desejável, porém, quando não satisfeitos, não geram programações inviáveis, no caso:
  - (a) Metas de produção da mina não atendidas;
  - (b) Metas de qualidade dos parâmetros de controle não atendidas;
  - (c) Relação estéril/minério desejada não atendida;
  - (d) Taxa de utilização de caminhões diferente da meta de utilização;
  - (e) Utilização do menor número possível de caminhões.

Deste modo, a avaliação do PADC é realizada por componentes que avaliam a produção e a qualidade do minério, a relação estéril/minério, além da utilização dos equipamentos de carga e transporte. Mais especificamente, uma solução  $s$  do PADC é avaliada pela equação (3.43).

$$f(s) = f^p(s) + \sum_{j \in S} f_j^q(s) + f^r(s) + \sum_{l \in V} f_l^u(s) + \sum_{i \in F} f_i^c(s) + f^n(s) \quad (3.43)$$

onde:

$f^p(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à produção;

$f_j^q(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à qualidade do  $j$ -ésimo parâmetro de controle;

$f^r(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à relação estéril/minério;

$f_l^u(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à taxa de utilização do  $l$ -ésimo caminhão;

$f_i^c(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à produção do equipamento de carga alocado à  $i$ -ésima frente de lavra;

$f^n(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto ao número total de caminhões utilizados.

Mostra-se, a seguir, como cada uma dessas componentes da função  $f(s)$  é avaliada.

### Produção de Minério

A produção de minério de uma solução  $s$  é avaliada segundo a equação (3.44).

$$f^p(s) = \theta^p \times \left[ \frac{|Pr - P|}{\Delta^p} \right] \quad (3.44)$$

onde:

$P$  : Produção de minério (t);

$Pr$  : Meta de produção de minério (t);

$\theta^p$  : Peso associado à avaliação da produção;

$\Delta^p$  : Intervalo de significância para a produção.

O valor da produção de minério  $P$  é obtida pelo somatório de todas as viagens realizadas pelos caminhões às frentes de minério multiplicadas pelas suas capacidades de carga, conforme equação (3.45).

$$P = \sum_{i \in M} \sum_{l \in V} b_{il} cap_l \quad (3.45)$$

onde:

$M$  : Conjunto de frentes de minério;

$V$  : Conjunto de equipamentos de transporte;

$b_{il}$  : Número de viagens que um caminhão  $l$  faz à uma frente  $i$ ;

$cap_l$  : Capacidade do caminhão  $l$  (t).

De acordo com o valor de  $P$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta^p$  na função de avaliação da produção de minério. No caso, duas situações são possíveis:

$$\Delta^p = \begin{cases} \Delta^{p-} & \text{se } P < Pr \\ \Delta^{p+} & \text{se } P \geq Pr \end{cases}$$

O intervalo  $\Delta^{p-}$  é utilizado para uma produção de minério inferior à meta, enquanto o intervalo  $\Delta^{p+}$  aplica-se a uma produção de minério igual ou superior à meta.

Ainda, conforme o valor de  $P$ , é associado um peso  $\theta^p$  à componente de avaliação de produção, conforme as seguintes situações:

$$\theta^p = \begin{cases} \alpha^{p-} & \text{se } P < Pl \\ \beta^{p-} & \text{se } Pl \leq P < Pr \\ \beta^{p+} & \text{se } Pr \leq P \leq Pu \\ \alpha^{p+} & \text{se } P > Pu \end{cases}$$

Os pesos  $\alpha^{p-}$  e  $\alpha^{p+}$  são utilizados para dar maior importância aos requisitos essenciais. O peso  $\alpha^{p-}$  é utilizado se a produção de minério estiver abaixo do limite inferior de produção especificado, já o peso  $\alpha^{p+}$  é utilizado caso a produção seja maior que o limite superior. Os pesos  $\beta^{p-}$  e  $\beta^{p+}$  referem-se aos requisitos não-essenciais, sendo aplicados, respectivamente, à uma produção de minério viável abaixo ou acima da meta de produção.

### Qualidade da Mistura

A qualidade da mistura depende da proporção de minério retirado de cada frente de minério e dos parâmetros de controle a serem analisados na mistura. Desta forma, cada um dos parâmetros de controle  $j$  é avaliado pela equação (3.46).

$$f_j^q(s) = \theta_j^q \times \left[ \frac{|tr_j - t_j|}{\Delta_j^q} \right] \quad \forall j \in S \quad (3.46)$$

onde:

- $t_j$  : Valor encontrado para o parâmetro  $j$  (%);  
 $tr_j$  : Meta de qualidade para o parâmetro  $j$  (%);  
 $\theta_j^q$  : Peso associado à avaliação da qualidade do parâmetro  $j$ ;  
 $\Delta_j^q$  : Intervalo de significância para a qualidade do parâmetro  $j$ .

Cada frente de minério  $i$  possui um valor  $t_{ij}$  para o parâmetro de controle  $j$ . Pode-se calcular o valor total do parâmetro de controle  $j$  contido na mistura através da média ponderada entre  $t_{ij}$  e a produção horária de cada frente de minério  $x_i$ , apresentada na equação (3.47).

$$t_j = \frac{\sum_{i \in M} t_{ij} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \quad \forall j \in S \quad (3.47)$$

onde:

$$x_i = \sum_{l \in V} b_{il} cap_l$$

De acordo com o valor de  $t_j$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta_j^q$  na função de avaliação da qualidade do minério. Duas situações são possíveis:

$$\Delta_j^q = \begin{cases} \Delta_j^{q-} & \text{se } t_j < tr_j \\ \Delta_j^{q+} & \text{se } t_j \geq tr_j \end{cases} \quad \forall j \in S$$

O intervalo  $\Delta_j^{q-}$  é utilizado para um valor encontrado para o parâmetro  $j$  inferior à meta especificada, enquanto o intervalo  $\Delta_j^{q+}$  aplica-se a um valor encontrado igual ou superior à meta.

Ainda, conforme o valor encontrado  $t_j$ , será associado um peso  $\theta_j^q$  à componente de avaliação da qualidade do parâmetro de controle  $j$ , conforme as seguintes situações:

$$\theta_j^q = \begin{cases} \alpha_j^{q-} & \text{se } t_j < tl_j \\ \beta_j^{q-} & \text{se } tl_j \leq t_j < tr_j \\ \beta_j^{q+} & \text{se } tr_j \leq t_j \leq tu_j \\ \alpha_j^{q+} & \text{se } t_j > tu_j \end{cases} \quad \forall j \in S$$

Quando  $\theta_j^q$  assume os valores  $\alpha_j^{q-}$  e  $\alpha_j^{q+}$  significa que se trata dos requisitos essenciais relativos a qualidade da mistura. O peso  $\alpha_j^{q-}$  é utilizado se a qualidade da mistura encontrar-se abaixo do limite inferior de produção especificado  $tl_j$ , já o peso  $\alpha_j^{q+}$  é utilizado caso a qualidade da mistura para o parâmetro de controle  $j$

seja maior que o limite superior  $tu_j$ . Os pesos  $\beta_j^{q-}$  e  $\beta_j^{q+}$  referem-se aos requisitos não-essenciais, sendo aplicados, respectivamente, à uma qualidade da mistura viável abaixo ou acima da meta de produção.

### Relação Estéril/Minério

A relação estéril/minério mede a proporção de estéril lavrado em relação ao minério e é avaliada pela equação (3.48).

$$f^r(s) = \theta^r \times \left[ \frac{|rem - R|}{\Delta^r} \right] \quad (3.48)$$

onde:

$R$  : Relação estéril/minério encontrada;

$rem$ : Relação estéril/minério requerida (meta);

$\theta^r$  : Peso associado à avaliação da relação estéril/minério;

$\Delta^r$  : Intervalo de significância para a relação estéril/minério.

A relação estéril/minério é encontrada pela divisão da produção de estéril pela produção de minério e obtida utilizando-se a equação (3.49), onde  $x_i$  é o ritmo de lavra da frente  $i$ .

$$R = \frac{\sum_{i \in E} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \quad (3.49)$$

De acordo com o valor de  $R$ , são aplicados diferentes valores de  $\Delta^r$  na função de avaliação da relação estéril/minério. No caso, duas situações são possíveis:

$$\Delta^r = \begin{cases} \Delta^{r-} & \text{se } R < rem \\ \Delta^{r+} & \text{se } R \geq rem \end{cases}$$

O intervalo  $\Delta^{r-}$  é utilizado para uma relação estéril/minério inferior à meta, enquanto o intervalo  $\Delta^{r+}$  aplica-se a uma relação estéril/minério igual ou superior à meta.

Ainda, conforme o valor de  $R$ , é associado um peso  $\theta^r$  à componente de avaliação da relação estéril/minério, conforme as seguintes situações:

$$\theta^r = \begin{cases} \beta^{r-} & \text{se } R < rem \\ \beta^{r+} & \text{se } R \geq rem \end{cases}$$

Como a relação estéril/minério não apresenta requisitos essenciais a serem avaliados, são utilizados somente os pesos  $\beta^{r-}$  e  $\beta^{r+}$ , os quais referem-se aos requisitos não-essenciais. A relação estéril/minério é penalizada por  $\beta^{r-}$  caso ela seja inferior à requerida e por  $\beta^{r+}$  caso contrário.

### Utilização dos Caminhões

Os caminhões são avaliados segundo suas taxas de utilização e penalizados segundo a equação (3.50).

$$f_l^u(s) = \theta_l^u \times \left[ \frac{|Ut_l - U_l|}{\Delta_l^u} \right] \quad \forall l \in V \quad (3.50)$$

onde:

$U_l$  : Taxa de utilização do caminhão  $l$  (%);

$Ut_l$  : Taxa de utilização requerida para o caminhão  $l$  (%);

$\theta_l^u$  : Peso associado à avaliação da taxa de utilização do caminhão  $l$ ;

$\Delta_l^u$  : Intervalo de significância para a taxa de utilização do caminhão  $l$ .

A utilização de um caminhão  $l$  é dada pela equação (3.51), a qual retorna o percentual do tempo em que o caminhão é efetivamente utilizado em relação à uma hora de operação.

$$U_l = \frac{\sum_{i \in F} b_{il} T_{il}}{60} \quad \forall l \in V \quad (3.51)$$

onde:

$T_{il}$  : Tempo total de ciclo do caminhão  $l$  na frente  $i$  (min);

$b_{il}$  : Número de viagens que um caminhão  $l$  faz à uma frente  $i$  em uma hora.

De acordo com o valor de  $U_l$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta_l^u$  na função de avaliação da utilização do caminhão  $l$ . No caso, duas situações são possíveis:

$$\Delta_l^u = \begin{cases} \Delta_l^{u-} & \text{se } U_l < Ut_l \\ \Delta_l^{u+} & \text{se } U_l \geq Ut_l \end{cases} \quad \forall l \in V$$



O intervalo  $\Delta_l^{u-}$  é aplicado para uma utilização do caminhão  $l$  inferior à requerida, enquanto o intervalo  $\Delta_l^{u+}$  aplica-se a uma utilização do caminhão  $l$  igual ou superior à meta.

Ainda, conforme o valor de  $U_l$ , é associado um peso  $\theta_l^u$  à componente de avaliação da utilização do caminhão  $l$ , conforme as seguintes situações:

$$\theta_l^u = \begin{cases} \beta_l^{u-} & \text{se } U_l < Ut_l \\ \beta_l^{u+} & \text{se } Ut_l \leq U_l \leq 100\% \\ \alpha_l^{u+} & \text{se } U_l > 100\% \end{cases} \quad \forall l \in V$$

Caso um caminhão  $l$  seja utilizado a uma taxa acima da máxima permitida, ou seja, 100%, a função de penalidade adota o peso  $\alpha_l^{u+}$ . No caso de a taxa de utilização do caminhão  $l$  ser inferior à meta, aplica-se o peso  $\beta_l^{u-}$ , enquanto o peso  $\beta_l^{u+}$  é aplicado no caso de essa taxa ser superior ou igual à requerida.

### Produção dos Equipamentos de Carga

Cada equipamento de carga deve operar em uma faixa de produção que garanta a sua viabilidade operacional. A produção do equipamento de carga é avaliada segundo o ritmo de lavra da frente à qual está alocado. Esta avaliação é realizada pela equação (3.52).

$$f_i^c(s) = \theta_k^c \times \left[ \frac{|Cu_k - x_i|}{\Delta_k^c} \right] \quad \forall i \in F \quad (3.52)$$

onde:

- $x_i$  : Ritmo de lavra da frente  $i$  (t/h);
- $k$  : Equipamento de carga que está operando na frente  $i$ ;
- $Cu_k$  : Produção máxima do equipamento de carga  $k$  alocado à frente  $i$  (t/h);
- $\theta_k^c$  : Peso associado à avaliação da produção do equipamento de carga  $k$  alocado à frente  $i$ ;
- $\Delta_k^c$  : Intervalo de significância para produção do equipamento de carga  $k$  alocado à frente  $i$ .

Observa-se que  $Cu_k$  é a capacidade máxima de produção do equipamento de carga alocado à  $i$ -ésima frente e corresponde à meta de produção do equipamento.

De acordo com a produção da frente  $i$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta_k^c$  na função de avaliação da produção do equipamento de carga  $k$ . No caso, duas

situações são possíveis:

$$\Delta_k^c = \begin{cases} \Delta_k^{c-} & \text{se } x_i \leq Cu_k \\ \Delta_k^{c+} & \text{se } x_i > Cu_k \end{cases} \quad \forall i \in F$$

O intervalo  $\Delta_k^{c-}$  é utilizado para uma produção do equipamento de carga  $k$  inferior ou igual à requerida, enquanto o intervalo  $\Delta_k^{c+}$  aplica-se a uma produção do equipamento de carga  $k$  superior à meta, o que torna sua utilização inviável.

Ainda, conforme o valor de  $x_i$ , é associado um peso  $\theta_k^c$  à componente de avaliação da produção do equipamento de carga  $k$ , conforme as seguintes situações:

$$\theta_k^c = \begin{cases} 0 & \text{se } x_i = 0 \\ \alpha_k^{c-} & \text{se } 0 < x_i < Cl_k \\ \beta_l^{c+} & \text{se } Cl_k \leq x_i \leq Cu_k \\ \alpha_k^{c+} & \text{se } x_i > Cu_k \end{cases} \quad \forall i \in F$$

Quando um equipamento de carga  $k$  é utilizado fora da faixa onde é economicamente viável sua operação, ou seja, abaixo do limite mínimo de produção ou acima do limite máximo de produção, são associados, respectivamente, os pesos de inviabilidade  $\alpha_k^{c-}$  e  $\alpha_k^{c+}$ . Caso o ritmo de lavra se encontre entre o limite mínimo e máximo de produção do equipamento de carga alocado à frente, é associado à função de avaliação um peso  $\beta_l^{c+}$ .

### Número Total de Caminhões Utilizados

O número total de caminhões é um requisito não essencial. O ideal é que seja utilizado o menor número possível de caminhões na operação. A equação (3.53) retorna o número total de caminhões em operação. Esta função retorna um valor inteiro, não sendo necessário sua parametrização, como nas funções anteriores.

$$f^n(s) = \beta^n \times \sum_{l \in V} [U_l] \quad (3.53)$$

onde:

$U_l$  : Taxa de utilização do caminhão  $l$  (%);

$\beta^n$  : Peso associado à avaliação do número total de caminhões utilizados;

e,

$$[U_l] = \begin{cases} 1 & \text{se } U_l > 0, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad \forall l \in V$$

### 3.2.3.4 Movimento e Estrutura de Vizinhaça

No PADC, dada uma soluçaõ  $s$ , para atingir uma soluçaõ  $s'$ , onde  $s'$  é dito vizinho de  $s$ , foram desenvolvidos seis tipos de movimentos: (a) Realocar equipamentos de carga; (b) Retomar ou parar a operaçaõ em uma frente; (c) Acrescentar ou diminuir o número de viagens de um caminhão em uma frente; (d) Realocar o número de viagens de um caminhão em frentes diferentes; (e) Realocar o número de viagens realizadas em uma frente para caminhões diferentes e (f) Retomar ou parar a operaçaõ de um caminhão em uma frente.

Esses movimentos definem, respectivamente, seis diferentes estruturas de vizinhaça, a saber:  $N^{CG}(s)$ ,  $N^{OF}(s)$ ,  $N^{NV}(s)$ ,  $N^{VC}(s)$ ,  $N^{VF}(s)$  e  $N^{OC}(s)$ , as quais são apresentadas em detalhes a seguir.

#### Movimento Carga

Este tipo de movimento consiste em trocar duas células distintas  $a_i$  e  $a_k$  da matriz  $A$ , isto é, trocar os equipamentos de carga que operam nas frentes  $i$  e  $k$ , caso as duas frentes possuam equipamentos de carga alocados e estejam em operaçaõ. No caso de apenas uma das frentes possuir equipamento de carga em operaçaõ e a outra estiver disponível, esse movimento consistirá em realocar o equipamento de carga para a frente que estiver disponível.

A Figura 3.8 ilustra a aplicaçaõ desse tipo de movimento. Neste exemplo, as frentes  $F_2$  e  $F_4$  foram selecionadas e o equipamento de carga  $Car_4$ , anteriormente alocado à frente  $F_4$ , é realocado para a frente  $F_2$ , ficando a frente  $F_4$  disponível.

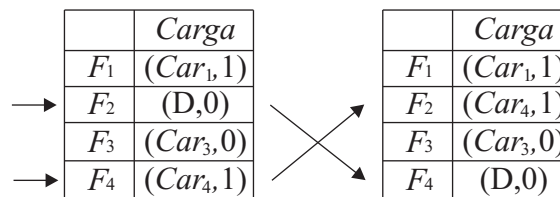


Figura 3.8: Movimento de realocaçaõ de equipamentos de carga

### Movimento Operação Frente

O movimento “operação frente” consiste em alterar o *status* de uma célula  $a_i$  da matriz  $A$ . Deste modo, o movimento atuará em uma frente  $i$  que possua um equipamento de carga alocado, retirando de operação o equipamento de carga que esteja ativo, isto é, deixando a frente  $i$  disponível, ou retornando à operação o equipamento que se encontrar inativo.

As figuras 3.9 e 3.10 ilustram a aplicação deste tipo de movimento. Na Figura 3.9, a frente  $F_1$  que antes operava com o equipamento  $Car_1$ , passa a ficar disponível, ou seja, o *status* de  $Car_1$  passa a ser inativo. Já na Figura 3.10, a frente  $F_3$ , antes disponível, passa a operar com o equipamento de carga  $Car_3$ , que estava alocado à frente  $F_3$ , mas não se encontrava ativo.

→	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr><th style="width: 30px;"></th><th style="width: 100px;"><i>Carga</i></th></tr> </thead> <tbody> <tr><td><math>F_1</math></td><td><math>(Car_1, 1)</math></td></tr> <tr><td><math>F_2</math></td><td><math>(D, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_3</math></td><td><math>(Car_3, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_4</math></td><td><math>(Car_4, 1)</math></td></tr> </tbody> </table>		<i>Carga</i>	$F_1$	$(Car_1, 1)$	$F_2$	$(D, 0)$	$F_3$	$(Car_3, 0)$	$F_4$	$(Car_4, 1)$	→	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr><th style="width: 30px;"></th><th style="width: 100px;"><i>Carga</i></th></tr> </thead> <tbody> <tr><td><math>F_1</math></td><td><math>(Car_1, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_2</math></td><td><math>(D, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_3</math></td><td><math>(Car_3, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_4</math></td><td><math>(Car_4, 1)</math></td></tr> </tbody> </table>		<i>Carga</i>	$F_1$	$(Car_1, 0)$	$F_2$	$(D, 0)$	$F_3$	$(Car_3, 0)$	$F_4$	$(Car_4, 1)$
	<i>Carga</i>																						
$F_1$	$(Car_1, 1)$																						
$F_2$	$(D, 0)$																						
$F_3$	$(Car_3, 0)$																						
$F_4$	$(Car_4, 1)$																						
	<i>Carga</i>																						
$F_1$	$(Car_1, 0)$																						
$F_2$	$(D, 0)$																						
$F_3$	$(Car_3, 0)$																						
$F_4$	$(Car_4, 1)$																						

Figura 3.9: Movimento parar operação de uma frente

→	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr><th style="width: 30px;"></th><th style="width: 100px;"><i>Carga</i></th></tr> </thead> <tbody> <tr><td><math>F_1</math></td><td><math>(Car_1, 1)</math></td></tr> <tr><td><math>F_2</math></td><td><math>(D, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_3</math></td><td><math>(Car_3, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_4</math></td><td><math>(Car_4, 1)</math></td></tr> </tbody> </table>		<i>Carga</i>	$F_1$	$(Car_1, 1)$	$F_2$	$(D, 0)$	$F_3$	$(Car_3, 0)$	$F_4$	$(Car_4, 1)$	→	<table border="1" style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr><th style="width: 30px;"></th><th style="width: 100px;"><i>Carga</i></th></tr> </thead> <tbody> <tr><td><math>F_1</math></td><td><math>(Car_1, 1)</math></td></tr> <tr><td><math>F_2</math></td><td><math>(D, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_3</math></td><td><math>(Car_3, 1)</math></td></tr> <tr><td><math>F_4</math></td><td><math>(Car_4, 1)</math></td></tr> </tbody> </table>		<i>Carga</i>	$F_1$	$(Car_1, 1)$	$F_2$	$(D, 0)$	$F_3$	$(Car_3, 1)$	$F_4$	$(Car_4, 1)$
	<i>Carga</i>																						
$F_1$	$(Car_1, 1)$																						
$F_2$	$(D, 0)$																						
$F_3$	$(Car_3, 0)$																						
$F_4$	$(Car_4, 1)$																						
	<i>Carga</i>																						
$F_1$	$(Car_1, 1)$																						
$F_2$	$(D, 0)$																						
$F_3$	$(Car_3, 1)$																						
$F_4$	$(Car_4, 1)$																						

Figura 3.10: Movimento retomar operação de uma frente

### Movimento Número de Viagens

No movimento “número de viagens”, uma célula  $b_{ij}$  da matriz  $B$  é selecionada e seu valor acrescido ou decrescido de uma viagem, executando-se a alternativa que produz o melhor valor para a função de avaliação. Portanto, esse movimento consiste em aumentar ou diminuir em uma viagem o número de viagens de um caminhão  $i$  em uma frente  $j$  onde esteja operando um equipamento de carga compatível.

A Figura 3.11 ilustra o movimento de diminuição do número de viagens a serem realizadas pelo caminhão  $Cam_2$  na frente  $F_1$  de 6 para 5 viagens.

Na Figura 3.12 o movimento aumenta o número de viagens a serem realizadas pelo caminhão  $Cam_3$  na frente  $F_4$ , alterando o número de viagens de 3 para 4.

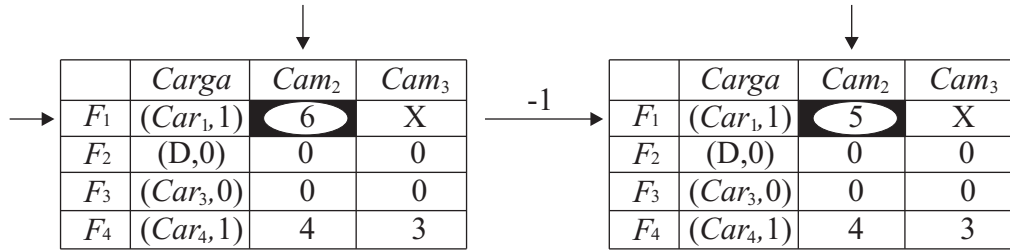


Figura 3.11: Movimento de decréscimo no número de viagens

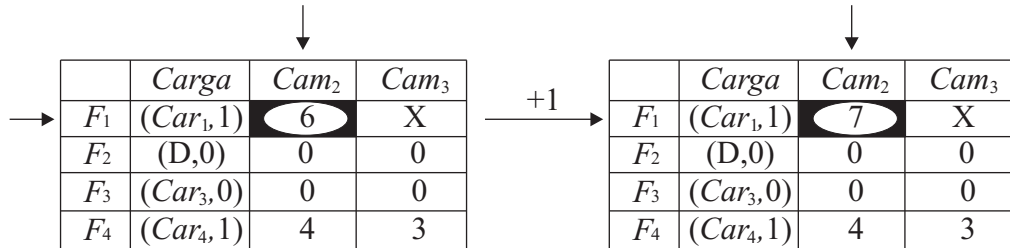


Figura 3.12: Movimento de acréscimo no número de viagens

### Movimento Realocar Viagem de um Caminhão

No movimento “realocar viagem de um caminhão”, uma viagem anteriormente alocada à uma célula  $b_{ij}$ , é realocada para uma célula  $b_{kj}$ , ambas pertencentes à matriz  $B$ . Assim, nesse movimento, um caminhão  $j$  deixa de realizar uma viagem em uma frente  $i$  para realizá-la na frente  $k$ .

A Figura 3.13 ilustra este movimento, onde o caminhão  $Cam_2$  e as frentes  $F_1$  e  $F_4$  são selecionados, e uma viagem de  $F_1$  é realocada para  $F_4$ .

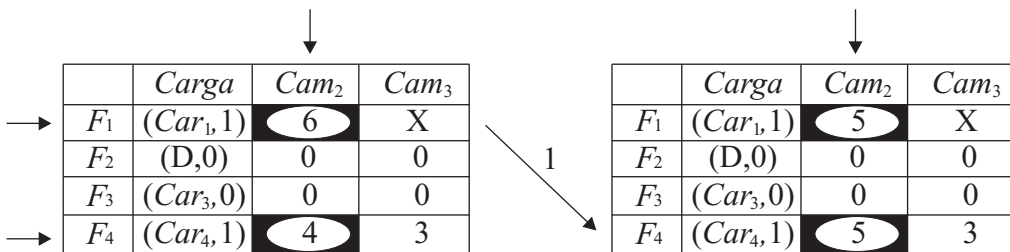


Figura 3.13: Movimento de realocação de viagens de um caminhão

### Movimento Realocar Viagem de uma Frente

Neste movimento, duas células  $b_{ij}$  e  $b_{ik}$  da matriz  $B$  são selecionadas e uma viagem de  $b_{ij}$  é realocada para  $b_{ik}$ . Portanto, esse movimento consiste em realocar uma viagem de um caminhão  $j$  para um caminhão  $k$  que esteja operando em uma frente  $i$ .

Este movimento é apresentado na Figura 3.14, onde a frente  $F_4$  foi selecionada e uma viagem do caminhão  $Cam_2$  é transferida para o caminhão  $Cam_3$ .

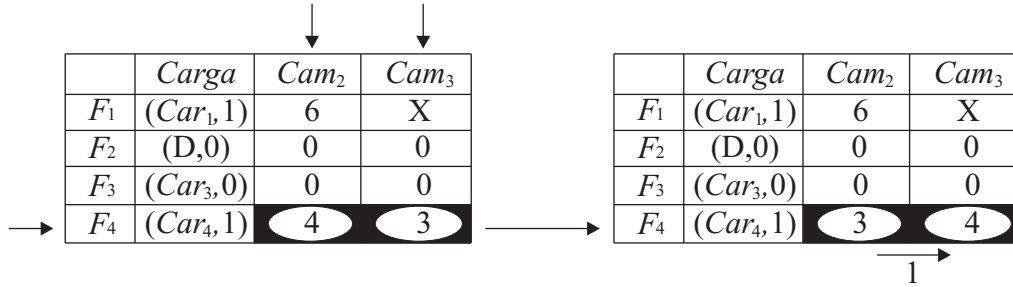


Figura 3.14: Movimento de realocação de viagens de uma frente

### Movimento Operação Caminhão

O movimento “operação caminhão” consiste em selecionar uma célula  $b_{ij}$  da matriz  $B$  e zerar seu conteúdo. Assim, esse movimento seleciona um caminhão  $j$  que esteja operando em uma frente  $i$ , ou seja, que realize viagens à esta frente e faz com que ele saia de operação naquela frente.

A Figura 3.15 ilustra este movimento. Na figura, observa-se que o caminhão  $Cam_2$  e a frente  $F_4$  foram selecionados e o número de viagens foi zerado, ou seja,  $Cam_2$  não irá operar em  $F_4$ .

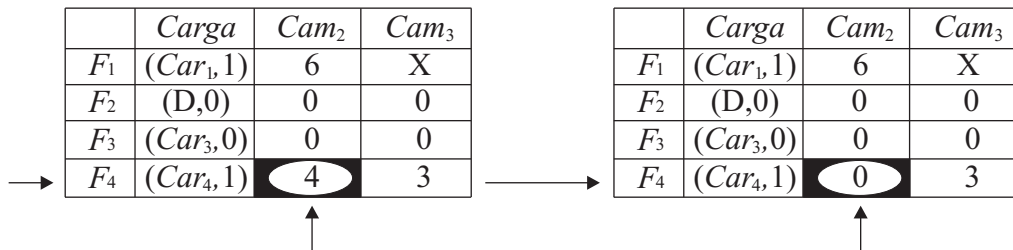


Figura 3.15: Movimento para operação de um caminhão

### 3.2.3.5 VND aplicado ao PADC

O método *VND* desenvolvido para o PADC é o algoritmo básico descrito na Figura 2.6, página 18, utilizando os seis tipos de movimentos descritos na seção 3.2.3.4, página 63, usando a função de avaliação descrita na seção 3.2.3.3, página 55.

O método explora o espaço de soluções fazendo buscas locais em cada uma das seguintes vizinhanças, nesta ordem:

- 1 )  $N^{NV}(s)$ , número de viagens;

- 2 )  $N^{OC}(s)$ , operação caminhão.
- 3 )  $N^{VC}(s)$ , realocar viagem de um caminhão;
- 4 )  $N^{VF}(s)$ , realocar viagem de uma frente;
- 5 )  $N^{CG}(s)$ , carga;
- 6 )  $N^{OF}(s)$ , operação frente;

A ordem de exploração do espaço de soluções foi determinada por testes empíricos realizados em uma bateria preliminar de testes.

### 3.2.3.6 VNS aplicado ao PADC

O método *VNS* desenvolvido para o PADC é o algoritmo básico apresentado na Figura 2.7 utilizando os seis movimentos descritos na seção 3.2.3.4 e tendo o método *VND* (seção 66, página 66), como método de refinamento de uma solução. Uma solução  $s$  é avaliada segundo a função de avaliação descrita na seção 3.2.3.3 e as estruturas de vizinhança para o método *VNS* foram hierarquizados na seguinte ordem:

- 1 )  $N^{NV}(s)$ , número de viagens;
- 2 )  $N^{OC}(s)$ , operação caminhão.
- 3 )  $N^{VF}(s)$ , realocar viagem de uma frente;
- 4 )  $N^{VC}(s)$ , realocar viagem de um caminhão;
- 5 )  $N^{CG}(s)$ , carga;
- 6 )  $N^{OF}(s)$ , operação frente;

A hierarquização das estruturas de vizinhança para a exploração do espaço de soluções foi obtida através da realização de testes empíricos, nos quais se alterou a ordem das estruturas de vizinhança; e tomou-se aquela que apresentou os melhores resultados.

Foi utilizado como critério de parada, linha 4 da Figura 2.7, página 19, um tempo de processamento predeterminado.

## 3.3 Alocação Estática de Caminhões

### 3.3.1 Descrição do Problema de Alocação Estática de Caminhões

No problema da mistura de minério com alocação estática de caminhões (PAEC), assim como no PADC, o objetivo é fornecer à usina de beneficiamento uma alimentação que satisfaça as especificações exigidas pelo cliente, lavrando minério proveniente de diversas frentes. Cada frente de minério contém uma determinada quantidade de minério, com características físicas, químicas e econômicas diferenciadas, denominadas parâmetros de controle. Deste modo é necessário selecionar as frentes a serem lavradas e seus ritmos de lavra, os quais devem ser determinados proporcionalmente. Este objetivo também é semelhante ao do problema da mistura, entretanto restrições relacionadas à relação estéril/minério e à alocação dos equipamentos de carga e transporte devem ser observadas.

O atendimento à relação estéril/minério mínima requerida pela mina deve ser satisfeita, de modo a viabilizar a abertura de novas frentes e a realização de obras de infraestrutura.

Para a operação de lavra de minério e estéril, a mina conta com uma frota limitada de equipamentos de carga, os quais devem ser alocados às frentes de lavra e operarem em uma faixa de produtividade que torne viável sua utilização.

Neste problema, considera-se que o transporte do material retirado das frentes de lavra é realizado por uma frota de caminhões de diferentes capacidades de carga. Esses caminhões são alocados às frentes de lavra estaticamente, ou seja, um caminhão opera em uma única rota, realizando viagens entre um ponto de basculamento e um de carga onde se encontra alocado um equipamento de carga compatível. Nessas alocações deve-se observar que o número de caminhões a operarem em uma dada frente deve ser tal que previna a formação de filas.

Para a modelagem do problema foram adotadas duas metodologias de pesquisa operacional. A primeira, descrita na seção 3.3.2, utiliza-se da programação matemática para a obtenção de uma solução exata. A segunda metodologia, apresentada na seção 3.3.3, baseia-se em técnicas heurísticas para encontrar soluções aproximadas do problema.



### 3.3.2 Modelagem Exata do Problema de Alocação Estática de Caminhões

O PAEC possui as restrições do PMM e, também, as restrições de atendimento da relação estéril/minério e de alocação dos equipamentos de carga do modelo de alocação dinâmica de caminhões apresentado à seção 3.3.2, página 69, à exceção das restrições de produção máxima dos veículos em cada frente (restrições (3.39) e (3.40)), as quais são substituídas por restrições ligadas à alocação estática dos caminhões às frentes de lavra. Para este modelo sejam os seguintes dados de entrada:

- $M$  : Conjunto de frentes de minério;
- $E$  : Conjunto de frentes de estéril;
- $F$  : Conjunto de frentes formado por  $M \cup E$ ;
- $S$  : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
- $C$  : Conjunto de equipamentos de carga;
- $V$  : Conjunto de equipamentos de transporte;
- $Pr$  : Ritmo de lavra recomendado (t/h);
- $Pl$  : Ritmo de lavra mínimo (t/h);
- $Pu$  : Ritmo de lavra máximo (t/h);
- $\beta^-$  : Penalidade por desvio negativo da produção;
- $\beta^+$  : Penalidade por desvio positivo da produção;
- $t_{ij}$  : Valor do parâmetro  $j$  na frente  $i$  (%);
- $tr_j$  : Valor recomendado para o parâmetro  $j$  na mistura (%);
- $tl_j$  : Valor mínimo admissível para o parâmetro  $j$  na mistura (%);
- $tu_j$  : Valor máximo admissível para o parâmetro  $j$  na mistura (%);
- $\alpha_j^-$  : Penalidade por desvio negativo para o parâmetro  $j$  na mistura;
- $\alpha_j^+$  : Penalidade por desvio positivo para o parâmetro  $j$  na mistura;
- $Ql_i$  : Ritmo de lavra mínimo para a frente  $i$  (t/h);
- $Qu_i$  : Ritmo de lavra máximo para a frente  $i$  (t/h);
- $rem$  : Relação estéril/minério requerida;
- $Cl_k$  : Produção mínima do equipamento de carga  $k$  (t/h);
- $Cu_k$  : Produção máxima do equipamento de carga  $k$  (t/h);
- $cap_l$  : Capacidade do caminhão  $l$  (t);
- $Nu_i$  : Número máximo de viagens que um caminhão pode realizar

em uma frente  $i$ ;

$u_i$  : Número máximo de caminhões que podem operar em uma frente  $i$ ;

$T_i$  : Tempo total de ciclo médio para a frente  $i$  (min).

$Tc_i$  : Tempo de carga médio na frente  $i$  (min).

$g_{lk}$  :  $\begin{cases} 1 & \text{se o caminhão } l \text{ é compatível o equipamento de carga } k; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

e as seguintes variáveis de decisão:

$x_i$  : Ritmo de lavra da frente  $i$  (t/h);

$y_{ik}$  :  $\begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de carga } k \text{ opera na frente } i; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$z_{il}$  :  $\begin{cases} 1 & \text{se o caminhão } l \text{ opera na frente } i; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$n_{il}$  : Número de viagens que um caminhão  $l$  realiza na frente  $i$  em uma hora;

$d_j^-$  : Desvio negativo do parâmetro  $j$  na mistura (t/h);

$d_j^+$  : Desvio positivo do parâmetro  $j$  na mistura (t/h);

$P^-$  : Desvio negativo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);

$P^+$  : Desvio positivo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h).

O modelo de programação matemática relativo à alocação estática de uma frota heterogênea de caminhões e equipamentos de carga, levando-se em consideração metas de produção e qualidade de minérios, é apresentado pelas equações (3.54)-(3.78).

$$\min \sum_{j \in S} \alpha_j^- d_j^- + \sum_{j \in S} \alpha_j^+ d_j^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ \quad (3.54)$$

$$\text{s.a:} \quad \sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.55)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.56)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j) x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in S \quad (3.57)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \quad (3.58)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \geq 0 \quad (3.59)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pr + P^- - P^+ = 0 \quad (3.60)$$

$$x_i - Qu_i \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.61)$$

$$x_i - Ql_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.62)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (3.63)$$

$$d_j^+, d_j^- \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.64)$$

$$P^+, P^- \geq 0 \quad (3.65)$$

$$\sum_{i \in E} x_i - Rem \sum_{i \in M} x_i \geq 0 \quad (3.66)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (3.67)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (3.68)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in F, k \in C \quad (3.69)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cu_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.70)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cl_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.71)$$

$$\sum_{i \in F} z_{il} - 1 \leq 0 \quad \forall l \in V \quad (3.72)$$

$$z_{il} - \sum_{k \in C} y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F, l \in V, g_{lk} \neq 0 \quad (3.73)$$

$$\sum_{l \in V} z_{il} - u_i \leq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.74)$$

$$z_{il} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in F, l \in V \quad (3.75)$$

$$n_{il} - Nu_i z_{il} \leq 0 \quad \forall i \in F, l \in V \quad (3.76)$$

$$x_i - \sum_{l \in V} n_{il} cap_l = 0 \quad \forall i \in F \quad (3.77)$$

$$n_{il} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in F, l \in V \quad (3.78)$$

O número máximo de viagens, por hora, que um caminhão  $l$  pode realizar na frente  $i$  e o número máximo de caminhões por frente são calculados, respectivamente, pelas equações 3.79 e 3.80, observando que estes valores são calculados considerando tempos médios de carga ( $Tc_i$ ) e de ciclo ( $T_i$ ).

$$Nu_i = \frac{60}{T_i} \quad \forall i \in F \quad (3.79)$$

$$u_i = \frac{T_i}{Tc_i} \quad \forall i \in F \quad (3.80)$$

As restrições (3.55)-(3.65), juntamente com a função objetivo (3.54), formam o problema da mistura de minérios com metas de produção e qualidade. A restrição (3.66) define a relação estéril/minério mínima requerida. As restrições (3.67)-(3.69) definem a alocação dos equipamentos de carga e as restrições (3.70) e (3.71) limitam o ritmo de lavra da frente em função da capacidade máxima de produção do equipamento de carga nela alocada. A restrição (3.72) caracteriza o problema de alocação estática de caminhões definindo que um caminhão somente pode operar em uma única frente, onde deve estar alocado um equipamento de carga compatível (restrição(3.73)). A restrição (3.74) limita o número máximo de caminhões alocados a uma determinada frente, de forma a prevenir a formação de filas. A restrição (3.75) define se um caminhão deve ou não ser alocado a uma frente de lavra.

A restrição (3.76) limita o número de viagens de um caminhão em uma frente de acordo com o número máximo de viagens do caminhão à frente. A restrição (3.77) faz com que o ritmo de lavra de uma frente seja igual à produção realizada pelos caminhões alocados à frente. A restrição (3.78) determina que o número de viagens que um caminhão faz à uma frente é um valor inteiro positivo.

Deve ser observado que este modelo proposto elimina o conjunto de restrições (2.67), página 35, utilizado por Pinto e Merschmann (2001). Isso reduz em  $|F| \times |C| \times |V|$  o número de restrições do modelo, onde  $|F|$  é o número de frentes,  $|C|$  o número de equipamentos de carga e  $|V|$  o número de veículos.

### **3.3.3 Modelagem Heurística do Problema de Alocação Estática de Caminhões**

Para a modelagem heurística do problema são descritos a representação de uma solução do problema e a forma de gerar uma solução inicial, a estrutura de vizinhança desenvolvida, a função de avaliação e as técnicas heurísticas utilizadas para explorar o espaço de soluções do problema.

#### **3.3.3.1 Representação de uma Solução**

A representação adotada para o PAEC é semelhante ao do PADC e utiliza uma matriz  $Q_{F \times (1+V)}$  de valores inteiros. Essa representação permite a definição de tipos simples e naturais de movimentos, tornando mais fácil o levantamento de

algumas características da função de avaliação, a qual está baseada na alocação dos equipamentos de carga e no número de viagens realizadas pelos caminhões.

Para clareza de apresentação a matriz  $Q_{F \times (1+V)}$  será decomposta em duas submatrizes  $A$  e  $B$ , isto é:  $Q_{F \times (1+V)} = A_{F \times 1} \cup B_{F \times V}$ . A submatriz  $A_{F \times 1}$  representa a alocação dos equipamentos de carga ao conjunto  $F$  de frentes e os respectivos *status* desses equipamentos com relação ao fato de estarem ativos ou não. A submatriz  $B_{F \times V}$  representa o número de viagens que serão realizadas pelos caminhões às frentes.

A Figura 3.16 ilustra uma solução de uma instância do problema, onde as linhas representam as frentes de lavra disponíveis  $F$ , a coluna *Carga* representa a alocação dos equipamentos de carga às frentes de lavra e as demais colunas representam o número de viagens que serão realizadas pelo conjunto  $V$  de caminhões disponíveis.

	<i>Carga</i>	<i>Cam</i> <sub>1</sub>	<i>Cam</i> <sub>2</sub>	...	<i>Cam</i> <sub><math>V</math></sub>
$F_1$	( <i>Car</i> <sub>4</sub> ,1)	8	X	...	X
$F_2$	( <i>D</i> ,0)	0	0	...	0
$F_3$	( <i>Car</i> <sub>8</sub> ,0)	0	0	...	0
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$
$F_F$	( <i>Car</i> <sub>5</sub> ,1)	0	9	...	3

Figura 3.16: Representação de uma solução

Nesta solução observa-se, na coluna *Carga* linha  $F_1$ , a dupla (*Car*<sub>4</sub>, 1), indicando que o equipamento de carga *Car*<sub>4</sub> está alocado à frente  $F_1$  e em operação. Na coluna *Carga* linha  $F_3$ , a dupla (*Car*<sub>8</sub>, 0) indica que o equipamento de carga *Car*<sub>8</sub> está alocado à frente  $F_3$ , mas não está em operação. Observa-se, ainda, nesta coluna *Carga* que na linha  $F_2$  o valor (*D*, 0) informa que não existe equipamento de carga alocado à frente  $F_2$  e que, portanto, esta frente está disponível.

As demais colunas representam o número de viagens a serem realizadas por um caminhão à uma frente e consideram a compatibilidade entre o caminhão e o equipamento de carga alocado à frente. O valor X em uma célula indica incompatibilidade entre o caminhão e o respectivo equipamento de carga. Assim, o valor X encontrado na coluna *Cam*<sub>2</sub>, linha  $F_1$ , mostra a incompatibilidade entre o caminhão *Cam*<sub>2</sub> e o equipamento de carga *Car*<sub>4</sub>. Caso um caminhão seja compatível com o equipamento de carga, o valor retornado é o número de viagens a serem realizadas àquela frente

pelo caminhão. Pode-se observar, por exemplo, que o caminhão  $Cam_1$  é compatível com os equipamentos de carga  $Car_4$  e  $Car_5$ , e ele realiza oito viagens à frente  $F_1$  e nenhuma à frente  $F_F$ .

### 3.3.3.2 Geração de uma Solução Inicial

Uma solução inicial para o PAEC é gerada de forma aleatória em duas etapas. Na primeira etapa os equipamentos de carga são numerados e aleatoriamente distribuídos na submatriz  $A$ , com cada célula recebendo um único valor. Na segunda etapa atribui-se a uma célula  $b_{il}$  da submatriz  $B$  um valor aleatório entre o número mínimo e máximo de viagens a serem realizadas pelo caminhão  $l$  à frente  $i$ , desde que exista compatibilidade entre o equipamento de carga alocado à frente  $i$  e o caminhão  $l$ .

Observa-se que este procedimento de geração de uma solução inicial não se preocupa com a formação de inviabilidades, como por exemplo, um caminhão operar em mais de uma frente.

### 3.3.3.3 Avaliação de uma Solução

No PAEC, a avaliação de uma solução  $s$ , assim como no PADC, é realizada por uma função  $f(s)$ , que leva em consideração a produção, a qualidade do produto final formado com a mistura do minério e a alocação e disponibilidade de equipamentos de carga e transporte, além de duas outras componentes que avaliam se os caminhões estão alocados estaticamente às frentes e se existem mais caminhões do que o máximo permitido. Essa avaliação leva em consideração os seguintes conjuntos de requisitos essenciais e não-essenciais a serem atendidos:

- i ) Requisitos essenciais: são aqueles que se não forem satisfeitos, gerarão soluções inviáveis, a saber:
  - (a) Produção da mina excede os limite de especificação;
  - (b) Parâmetros de controle no produto final extrapolam os limites de especificação de qualidade;
  - (c) Taxa de utilização dos caminhões superior ao máximo permitido;
  - (d) Produção dos equipamentos de carga excede as capacidade de produção especificadas;

- (e) Caminhão opera em mais de uma frente;
  - (f) Número de caminhões operando em uma frente excede o número máximo de caminhões que previne a formação de fila.
- ii ) Requisitos não-essenciais: são aqueles cujo atendimento é desejável, porém, quando não satisfeitos, não geram programações inviáveis, no caso:
- (a) Metas de produção da mina não atendidas;
  - (b) Metas de qualidade dos parâmetros de controle não atendidas;
  - (c) Relação estéril/minério desejada não atendida;
  - (d) Taxa de utilização de caminhões diferente da meta de utilização;
  - (e) Utilização do menor número de caminhões possível.

Deste modo, a avaliação do PAEC é realizada por componentes que avaliam a produção e a qualidade do minério, a relação estéril/minério, além da utilização e alocação dos equipamentos de carga e transporte. Mais especificamente, uma solução  $s$  relativa ao PAEC é avaliada por uma função de avaliação  $f(s)$  dada pela expressão (3.81).

$$f(s) = f^p(s) + \sum_{j \in S} f_j^q(s) + f^r(s) + \sum_{l \in V} f_l^u(s) + \sum_{i \in F} f_i^c(s) + f^n(s) + \sum_{l \in V} f_l^e(s) + \sum_{i \in F} f_i^f(s) \quad (3.81)$$

onde:

- $f^p(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à produção;
- $f_j^q(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à qualidade do  $j$ -ésimo parâmetro de controle;
- $f^r(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à relação estéril/minério;
- $f_l^u(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à taxa de utilização do  $l$ -ésimo caminhão;
- $f_i^c(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à produção do equipamento de carga alocado à  $i$ -ésima frente de lavra;
- $f^n(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto ao número total de caminhões utilizados;
- $f_l^e(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto à permanência do  $l$ -ésimo caminhão

em operação estática;

$f_i^f(s)$ : Função que avalia  $s$  quanto ao número máximo de caminhões operando na  $i$ -ésima frente de lavra.

### Produção de Minério

A produção de minério de uma solução  $s$  é avaliada segundo a equação (3.82).

$$f^p(s) = \theta^p \times \left[ \frac{|Pr - P|}{\Delta^p} \right] \quad (3.82)$$

onde:

$P$  : Produção de minério (t);

$Pr$  : Meta de produção de minério (t);

$\theta^p$  : Peso associado à avaliação da produção;

$\Delta^p$  : Intervalo de significância para a produção.

O valor da produção de minério  $P$  é obtida pelo somatório de todas as viagens realizadas pelos caminhões às frentes de minério multiplicadas pelas suas capacidades de carga, conforme equação (3.83).

$$P = \sum_{i \in M} \sum_{l \in V} b_{il} cap_l \quad (3.83)$$

onde:

$M$  : Conjunto de frentes de minério;

$V$  : Conjunto de equipamentos de transporte;

$b_{il}$  : Número de viagens que um caminhão  $l$  faz à uma frente  $i$  em uma hora;

$cap_l$  : Capacidade do caminhão  $l$  (t).

De acordo com o valor de  $P$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta^p$  na função de avaliação da produção de minério. No caso, duas situações são possíveis:

$$\Delta^p = \begin{cases} \Delta^{p-} & \text{se } P < Pr \\ \Delta^{p+} & \text{se } P \geq Pr \end{cases}$$

O intervalo  $\Delta^{p-}$  é utilizado para uma produção de minério inferior à meta, enquanto o intervalo  $\Delta^{p+}$  aplica-se a uma produção de minério igual ou superior à meta.



Ainda, conforme o valor de  $P$ , é associado um peso  $\theta^p$  à componente de avaliação de produção, conforme as seguintes situações:

$$\theta^p = \begin{cases} \alpha^{p-} & \text{se } P < Pl \\ \beta^{p-} & \text{se } Pl \leq P < Pr \\ \beta^{p+} & \text{se } Pr \leq P \leq Pu \\ \alpha^{p+} & \text{se } P > Pu \end{cases}$$

Os pesos  $\alpha^{p-}$  e  $\alpha^{p+}$  são utilizados para dar maior importância aos requisitos essenciais. O peso  $\alpha^{p-}$  é utilizado se a produção de minério estiver abaixo do limite inferior de produção especificado, já o peso  $\alpha^{p+}$  é utilizado caso a produção seja maior que o limite superior. Os pesos  $\beta^{p-}$  e  $\beta^{p+}$  referem-se aos requisitos não-essenciais, sendo aplicados, respectivamente, à uma produção de minério dentro dos limites de especificação, mas abaixo ou acima da meta de produção.

### Qualidade da Mistura

A qualidade da mistura depende da proporção de minério retirado de cada frente de minério e dos parâmetros de controle a serem analisados na mistura. Desta forma, cada um dos parâmetros de controle  $j$  é avaliado pela equação (3.84).

$$f_j^q(s) = \theta_j^q \times \left[ \frac{|tr_j - t_j|}{\Delta_j^q} \right] \quad \forall j \in S \quad (3.84)$$

onde:

- $t_j$  : Valor encontrado para o parâmetro  $j$  (%);
- $tr_j$  : Meta de qualidade para o parâmetro  $j$  (%);
- $\theta_j^q$  : Peso associado à avaliação da qualidade do parâmetro  $j$ ;
- $\Delta_j^q$  : Intervalo de significância para a qualidade do parâmetro  $j$ .

Cada frente de minério  $i$  possui um valor  $t_{ij}$  para o parâmetro de controle  $j$ . Pode-se calcular o valor total do parâmetro de controle  $j$  contido na mistura através da média ponderada entre  $t_{ij}$  e a produção horária de cada frente de minério  $x_i$ , apresentada na equação (3.85).

$$t_j = \frac{\sum_{i \in M} t_{ij} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \quad \forall j \in S \quad (3.85)$$

onde:

$$x_i = \sum_{l \in V} b_{il} cap_l$$

De acordo com o valor de  $t_j$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta_j^q$  na função de avaliação da qualidade do minério. Duas situações são possíveis:

$$\Delta_j^q = \begin{cases} \Delta_j^{q-} & \text{se } t_j < tr_j \\ \Delta_j^{q+} & \text{se } t_j \geq tr_j \end{cases} \quad \forall j \in S$$

O intervalo  $\Delta_j^{q-}$  é utilizado para um valor encontrado para o parâmetro  $j$  inferior à meta especificada, enquanto o intervalo  $\Delta_j^{q+}$  aplica-se a um valor encontrado igual ou superior à meta.

Ainda, conforme o valor encontrado  $t_j$ , será associado um peso  $\theta_j^q$  à componente de avaliação da qualidade do parâmetro de controle  $j$ , conforme as seguintes situações:

$$\theta_j^q = \begin{cases} \alpha_j^{q-} & \text{se } t_j < tl_j \\ \beta_j^{q-} & \text{se } tl_j \leq t_j < tr_j \\ \beta_j^{q+} & \text{se } tr_j \leq t_j \leq tu_j \\ \alpha_j^{q+} & \text{se } t_j > tu_j \end{cases} \quad \forall j \in S$$

Quando  $\theta_j^q$  assume os valores  $\alpha_j^{q-}$  e  $\alpha_j^{q+}$  significa que se trata dos requisitos essenciais relativos a qualidade da mistura. O peso  $\alpha_j^{q-}$  é utilizado se a qualidade da mistura encontrar-se abaixo do limite inferior de produção especificado  $tl_j$ , já o peso  $\alpha_j^{q+}$  é utilizado caso a qualidade da mistura para o parâmetro de controle  $j$  seja maior que o limite superior  $tu_j$ . Os pesos  $\beta_j^{q-}$  e  $\beta_j^{q+}$  referem-se aos requisitos não-essenciais, sendo aplicados, respectivamente, à uma qualidade da mistura viável abaixo ou acima da meta de produção.

### Relação Estéril/Minério

A relação estéril/minério mede a proporção de estéril lavrado em relação ao minério e é avaliada pela equação (3.86).

$$f^r(s) = \theta^r \times \left[ \frac{|rem - R|}{\Delta^r} \right] \quad (3.86)$$

onde:

$R$  : Relação estéril/minério encontrada na solução;

$rem$ : Relação estéril/minério meta;

$\theta^r$  : Peso associado à avaliação da relação estéril/minério;

$\Delta^r$  : Intervalo de significância para a relação estéril/minério.

A relação estéril/minério é encontrada pela divisão da produção de estéril pela produção de minério e obtida utilizando-se equação (3.87), onde  $x_i$  é o ritmo de lavra da frente  $i$ .

$$R = \frac{\sum_{i \in E} x_i}{\sum_{i \in M} x_i} \quad (3.87)$$

De acordo com o valor de  $R$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta^r$  na função de avaliação da relação estéril/minério. No caso, duas situações são possíveis:

$$\Delta^r = \begin{cases} \Delta^{r-} & \text{se } R < rem \\ \Delta^{r+} & \text{se } R \geq rem \end{cases}$$

O intervalo  $\Delta^{r-}$  é utilizado para uma relação estéril/minério inferior à meta, enquanto o intervalo  $\Delta^{r+}$  aplica-se a uma relação estéril/minério igual ou superior à meta.

Ainda, conforme o valor de  $R$ , é associado um peso  $\theta^r$  à componente de avaliação da relação estéril/minério, conforme as seguintes situações:

$$\theta^r = \begin{cases} \beta^{r-} & \text{se } R < rem \\ \beta^{r+} & \text{se } R \geq rem \end{cases}$$

Como a relação estéril/minério não apresenta requisitos essenciais a serem avaliados, são utilizados somente os pesos  $\beta^{r-}$  e  $\beta^{r+}$ , os quais referem-se aos requisitos não-essenciais. A relação estéril/minério é penalizada por  $\beta^{r-}$  caso ela seja inferior à requerida e por  $\beta^{r+}$  caso contrário.

### Utilização dos Caminhões

Os caminhões são avaliados segundo suas taxas de utilização e penalizados segundo a equação (3.88).

$$f_l^u(s) = \theta_l^u \times \left[ \frac{|Ut_l - U_l|}{\Delta_l^u} \right] \quad \forall l \in V \quad (3.88)$$

onde:

- $U_l$  : Taxa de utilização do caminhão  $l$  (%);  
 $Ut_l$  : Taxa de utilização requerida para o caminhão  $l$  (%);  
 $\theta_l^u$  : Peso associado à avaliação da taxa de utilização do caminhão  $l$ ;  
 $\Delta_l^u$  : Intervalo de significância para a taxa de utilização do caminhão  $l$ .

A utilização de um caminhão  $l$  é dada pela equação (3.89), a qual retorna o percentual do tempo em que o caminhão é efetivamente utilizado em relação à uma hora de operação.

$$U_l = \frac{\sum_{i \in F} b_{il} T_{il}}{60} \quad \forall l \in V \quad (3.89)$$

onde:

- $T_{il}$  : Tempo total de ciclo do caminhão  $l$  na frente  $i$  (min);  
 $b_{il}$  : Número de viagens que um caminhão  $l$  faz à uma frente  $i$  em uma hora.

De acordo com o valor de  $U_l$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta_l^u$  na função de avaliação da utilização do caminhão  $l$ . No caso, duas situações são possíveis:

$$\Delta_l^u = \begin{cases} \Delta_l^{u-} & \text{se } U_l < Ut_l \\ \Delta_l^{u+} & \text{se } U_l \geq Ut_l \end{cases} \quad \forall l \in V$$

O intervalo  $\Delta_l^{u-}$  é aplicado para uma utilização do caminhão  $l$  inferior à requerida, enquanto o intervalo  $\Delta_l^{u+}$  aplica-se a uma utilização do caminhão  $l$  igual ou superior à meta.

Ainda, conforme o valor de  $U_l$ , é associado um peso  $\theta_l^u$  à componente de avaliação da utilização do caminhão  $l$ , conforme as seguintes situações:

$$\theta_l^u = \begin{cases} \beta_l^{u-} & \text{se } U_l < Ut_l \\ \beta_l^{u+} & \text{se } Ut_l \leq U_l \leq 100\% \\ \alpha_l^{u+} & \text{se } U_l > 100\% \end{cases} \quad \forall l \in V$$

Caso um caminhão  $l$  seja utilizado a uma taxa acima da máxima permitida, ou seja, 100%, a função de penalidade adota o peso  $\alpha_l^{u+}$ . No caso de a taxa de utilização do caminhão  $l$  ser inferior à meta, aplica-se o peso  $\beta_l^{u-}$ , enquanto o peso  $\beta_l^{u+}$  é aplicado no caso de essa taxa ser superior ou igual à requerida.

## Produção dos Equipamentos de Carga

Os equipamentos de carga devem operar em uma faixa de produção que garanta a sua viabilidade operacional. A produção do equipamento de carga é avaliada segundo o ritmo de lavra da frente à qual está alocado. Esta avaliação é realizada pela equação (3.90).

$$f_i^c(s) = \theta_k^c \times \left[ \frac{|Cu_k - x_i|}{\Delta_k^c} \right] \quad \forall i \in F \quad (3.90)$$

onde:

- $x_i$  : Ritmo de lavra da frente  $i$  (t/h);
- $k$  : Equipamento de carga que está operando na frente  $i$ ;
- $Cu_k$  : Produção máxima do equipamento de carga  $k$  alocado à frente  $i$  (t/h);
- $\theta_k^c$  : Peso associado à avaliação da produção do equipamento de carga  $k$  alocado à frente  $i$ ;
- $\Delta_k^c$  : Intervalo de significância para produção do equipamento de carga  $k$  alocado à frente  $i$ .

Observa-se que  $Cu_k$  é a capacidade máxima de produção do equipamento de carga alocado à  $i$ -ésima frente e corresponde à meta de produção do equipamento.

De acordo com a produção da frente  $i$  são aplicados diferentes valores de  $\Delta_k^c$  na função de avaliação da produção do equipamento de carga  $k$ . No caso, duas situações são possíveis:

$$\Delta_k^c = \begin{cases} \Delta_k^{c-} & \text{se } x_i \leq Cu_k \\ \Delta_k^{c+} & \text{se } x_i > Cu_k \end{cases} \quad \forall i \in F$$

O intervalo  $\Delta_k^{c-}$  é utilizado para uma produção do equipamento de carga  $k$  inferior ou igual à requerida, enquanto o intervalo  $\Delta_k^{c+}$  aplica-se a uma da produção do equipamento de carga  $k$  superior à meta, o que torna sua utilização inviável.

Ainda, conforme o valor de  $x_i$ , é associado um peso  $\theta_k^c$  à componente de avaliação da produção do equipamento de carga  $k$ , conforme as seguintes situações:

$$\theta_k^c = \begin{cases} 0 & \text{se } x_i = 0 \\ \alpha_k^{c-} & \text{se } 0 < x_i < Cl_k \\ \beta_l^{c+} & \text{se } Cl_k \leq x_i \leq Cu_k \\ \alpha_k^{c+} & \text{se } x_i > Cu_k \end{cases} \quad \forall i \in F$$

Quando um equipamento de carga  $k$  é utilizado fora da faixa onde é economicamente viável sua operação, ou seja, abaixo do limite mínimo de produção ou acima do limite máximo de produção, são associados, respectivamente, os pesos de inviabilidade  $\alpha_k^{e-}$  e  $\alpha_k^{e+}$ . Caso o ritmo de lavra se encontre entre o limite mínimo e máximo de produção do equipamento de carga alocado à frente, é associado à função de avaliação um peso  $\beta_l^{c+}$ .

### Número Total de Caminhões Utilizados

O número total de caminhões é um requisito não essencial. O ideal é que seja utilizado o menor número possível de caminhões na operação. A equação (3.91) retorna o número total de caminhões em operação. Esta função retorna um valor inteiro, não sendo necessário sua parametrização, como nas funções anteriores.

$$f^n(s) = \beta^n \times \sum_{l \in V} [U_l] \quad (3.91)$$

onde:

$U_l$  : Taxa de utilização do caminhão  $l$  (%);

$\beta^n$  : Peso associado à avaliação do número total de caminhões utilizados;

e,

$$[U_l] = \begin{cases} 1 & \text{se } U_l > 0, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad \forall l \in V$$

### Alocação Estática de Caminhões

Ao optar pela otimização da alocação estática de caminhões é necessário avaliar se um caminhão  $l$  opera em uma única frente, este é um requisito essencial para o PAEC. A equação (3.92) realiza esta avaliação, penalizando o caminhão que opera em mais de uma frente.

$$f_l^e(s) = \begin{cases} \alpha_l^e \times \left( \sum_{i \in F} f_{il}^{opcf}(s) - 1 \right) & \text{se } \sum_{i \in F} f_{il}^{opcf}(s) > 1, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad \forall l \in V \quad (3.92)$$

onde:

$\alpha_l^e$  : Peso associado à avaliação da alocação estática do caminhão  $l$ .

e,

$$f_{il}^{opcf}(s) = \begin{cases} 1 & \text{se o caminhão } l \text{ realiza pelo menos uma viagem} \\ & \text{à frente } i, \text{ isto é, } b_{il} > 0, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

### Número de Caminhões Utilizados por Frente

No modelo de alocação estática de caminhões é necessário avaliar o número de caminhões que operam em uma frente. Essa quantidade de caminhões deve ser tal que previna a formação de filas no carregamento, sendo um requisito essencial do problema. A avaliação é realizada pela equação (3.93), a qual penaliza o número de caminhões em uma frente  $i$  que supera o número máximo permitido, ou seja, o número de caminhões a partir do qual há a formação de filas.

$$f_i^f(s) = \begin{cases} \alpha_i^f \times \left( \sum_{l \in V} f_{il}^{opfc}(s) - u_i \right) & \text{se } \sum_{i \in F} f_{il}^{opcf}(s) > u_i, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad \forall i \in F \quad (3.93)$$

onde:

$u_i$  : Número máximo de caminhões permitido para a frente  $i$ ;

$\alpha_i^f$  : Peso associado à avaliação do número de caminhões utilizados na frente  $i$ .

e,

$$f_{il}^{opcf}(s) = \begin{cases} 1 & \text{se o caminhão } l \text{ realiza pelo menos uma viagem} \\ & \text{à frente } i, \text{ isto é, } b_{il} > 0, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

sendo  $u_i$  dado pela divisão do tempo de ciclo  $T_i$  pelo tempo de carga  $T_{c_i}$ .

#### 3.3.3.4 Movimento e Estrutura de Vizinhaça

No PAEC, dada uma solução  $s$ , para atingir uma solução  $s'$ , onde  $s'$  é dito vizinho de  $s$ , são usados seis tipos de movimentos: (a) Realocar equipamentos de carga; (b) Retomar ou parar a operação em uma frente; (c) Acrescentar ou diminuir o número de viagens de um caminhão em uma frente; (d) Realocar o número de viagens de um caminhão em frentes diferentes; (e) Realocar o número de viagens realizadas em uma frente para caminhões diferentes e (f) Retomar ou parar a operação de um caminhão em uma frente.

Esses movimentos definem, respectivamente, seis diferentes estruturas de vizinhança, a saber:  $N^{CG}(s)$ ,  $N^{OF}(s)$ ,  $N^{NV}(s)$ ,  $N^{VC}(s)$ ,  $N^{VF}(s)$  e  $N^{OC}(s)$ , as quais são descritas em detalhes a seguir.

### Movimento Carga

Este tipo de movimento consiste em trocar duas células distintas  $a_i$  e  $a_k$  da matriz  $A$ , ou seja, trocar os equipamentos de carga que operam nas frentes  $i$  e  $k$ , caso as duas frentes possuam equipamentos de carga alocados e que estejam em operação. No caso de apenas uma das frentes possuir equipamento de carga em operação e a outra estiver disponível, esse movimento consistirá em realocar o equipamento de carga para a frente que está disponível.

A Figura 3.17 ilustra a aplicação desse tipo de movimento. Neste exemplo, as frentes  $F_2$  e  $F_4$  foram selecionadas e o equipamento de carga  $Car_4$ , anteriormente alocado à frente  $F_4$ , é realocado para a frente  $F_2$ , ficando a frente  $F_4$  disponível.

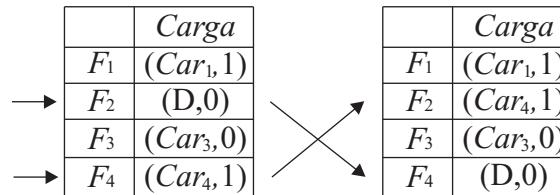


Figura 3.17: Movimento de realocação de equipamentos de carga

### Movimento Operação Frente

O movimento “operação frente” consiste em alterar o *status* de uma célula  $a_i$  da matriz  $A$ . Deste modo, o movimento atuará em uma frente  $i$  que possua um equipamento de carga alocado, retirando de operação o equipamento de carga que esteja ativo, isto é, deixando a frente  $i$  disponível, ou retornando à operação o equipamento que se encontrar inativo.

As figuras 3.18 e 3.19 ilustram a aplicação deste tipo de movimento. Na Figura 3.18 a frente  $F_1$  que antes operava com o equipamento  $Car_1$ , passa a ficar disponível, ou seja, o *status* de  $Car_1$  passa a ser inativo. Já na Figura 3.19, a frente  $F_3$ , antes disponível, passa a operar com o equipamento de carga  $Car_3$ , que estava alocado à frente  $F_3$ , mas não se encontrava ativo.



→	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="width: 30%;"></td><td style="text-align: center;"><i>Carga</i></td></tr> <tr><td><math>F_1</math></td><td><math>(Car_1, 1)</math></td></tr> <tr><td><math>F_2</math></td><td><math>(D, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_3</math></td><td><math>(Car_3, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_4</math></td><td><math>(Car_4, 1)</math></td></tr> </table>		<i>Carga</i>	$F_1$	$(Car_1, 1)$	$F_2$	$(D, 0)$	$F_3$	$(Car_3, 0)$	$F_4$	$(Car_4, 1)$	→	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="width: 30%;"></td><td style="text-align: center;"><i>Carga</i></td></tr> <tr><td><math>F_1</math></td><td><math>(Car_1, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_2</math></td><td><math>(D, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_3</math></td><td><math>(Car_3, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_4</math></td><td><math>(Car_4, 1)</math></td></tr> </table>		<i>Carga</i>	$F_1$	$(Car_1, 0)$	$F_2$	$(D, 0)$	$F_3$	$(Car_3, 0)$	$F_4$	$(Car_4, 1)$
	<i>Carga</i>																						
$F_1$	$(Car_1, 1)$																						
$F_2$	$(D, 0)$																						
$F_3$	$(Car_3, 0)$																						
$F_4$	$(Car_4, 1)$																						
	<i>Carga</i>																						
$F_1$	$(Car_1, 0)$																						
$F_2$	$(D, 0)$																						
$F_3$	$(Car_3, 0)$																						
$F_4$	$(Car_4, 1)$																						

Figura 3.18: Movimento parar operação de uma frente

→	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="width: 30%;"></td><td style="text-align: center;"><i>Carga</i></td></tr> <tr><td><math>F_1</math></td><td><math>(Car_1, 1)</math></td></tr> <tr><td><math>F_2</math></td><td><math>(D, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_3</math></td><td><math>(Car_3, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_4</math></td><td><math>(Car_4, 1)</math></td></tr> </table>		<i>Carga</i>	$F_1$	$(Car_1, 1)$	$F_2$	$(D, 0)$	$F_3$	$(Car_3, 0)$	$F_4$	$(Car_4, 1)$	→	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="width: 30%;"></td><td style="text-align: center;"><i>Carga</i></td></tr> <tr><td><math>F_1</math></td><td><math>(Car_1, 1)</math></td></tr> <tr><td><math>F_2</math></td><td><math>(D, 0)</math></td></tr> <tr><td><math>F_3</math></td><td><math>(Car_3, 1)</math></td></tr> <tr><td><math>F_4</math></td><td><math>(Car_4, 1)</math></td></tr> </table>		<i>Carga</i>	$F_1$	$(Car_1, 1)$	$F_2$	$(D, 0)$	$F_3$	$(Car_3, 1)$	$F_4$	$(Car_4, 1)$
	<i>Carga</i>																						
$F_1$	$(Car_1, 1)$																						
$F_2$	$(D, 0)$																						
$F_3$	$(Car_3, 0)$																						
$F_4$	$(Car_4, 1)$																						
	<i>Carga</i>																						
$F_1$	$(Car_1, 1)$																						
$F_2$	$(D, 0)$																						
$F_3$	$(Car_3, 1)$																						
$F_4$	$(Car_4, 1)$																						

Figura 3.19: Movimento retomar operação de uma frente

### Movimento Número de Viagens

No movimento “número de viagens”, uma célula  $b_{ij}$  da matriz  $B$  é selecionada e seu valor acrescido ou decrescido de uma viagem, retornando-se como vizinho aquele que apresentar o melhor valor de função de avaliação. Portanto, esse movimento consiste em aumentar ou diminuir em uma viagem o número de viagens de um caminhão  $i$  em uma frente  $j$  onde esteja operando um equipamento de carga compatível.

A Figura 3.20 ilustra o movimento de diminuição do número de viagens a serem realizadas pelo caminhão  $Cam_2$  na frente  $F_1$  de 6 para 5 viagens.

→	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="width: 30%;"></td><td style="text-align: center;"><i>Carga</i></td><td style="text-align: center;"><i>Cam<sub>2</sub></i></td><td style="text-align: center;"><i>Cam<sub>3</sub></i></td></tr> <tr><td><math>F_1</math></td><td><math>(Car_1, 1)</math></td><td style="text-align: center; background-color: #cccccc;">6</td><td style="text-align: center;">X</td></tr> <tr><td><math>F_2</math></td><td><math>(D, 0)</math></td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr> <tr><td><math>F_3</math></td><td><math>(Car_3, 0)</math></td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr> <tr><td><math>F_4</math></td><td><math>(Car_4, 1)</math></td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">3</td></tr> </table>		<i>Carga</i>	<i>Cam<sub>2</sub></i>	<i>Cam<sub>3</sub></i>	$F_1$	$(Car_1, 1)$	6	X	$F_2$	$(D, 0)$	0	0	$F_3$	$(Car_3, 0)$	0	0	$F_4$	$(Car_4, 1)$	4	3	→	-1	→	<table style="border-collapse: collapse; width: 100%;"> <tr><td style="width: 30%;"></td><td style="text-align: center;"><i>Carga</i></td><td style="text-align: center;"><i>Cam<sub>2</sub></i></td><td style="text-align: center;"><i>Cam<sub>3</sub></i></td></tr> <tr><td><math>F_1</math></td><td><math>(Car_1, 1)</math></td><td style="text-align: center; background-color: #cccccc;">5</td><td style="text-align: center;">X</td></tr> <tr><td><math>F_2</math></td><td><math>(D, 0)</math></td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr> <tr><td><math>F_3</math></td><td><math>(Car_3, 0)</math></td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">0</td></tr> <tr><td><math>F_4</math></td><td><math>(Car_4, 1)</math></td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">3</td></tr> </table>		<i>Carga</i>	<i>Cam<sub>2</sub></i>	<i>Cam<sub>3</sub></i>	$F_1$	$(Car_1, 1)$	5	X	$F_2$	$(D, 0)$	0	0	$F_3$	$(Car_3, 0)$	0	0	$F_4$	$(Car_4, 1)$	4	3
	<i>Carga</i>	<i>Cam<sub>2</sub></i>	<i>Cam<sub>3</sub></i>																																										
$F_1$	$(Car_1, 1)$	6	X																																										
$F_2$	$(D, 0)$	0	0																																										
$F_3$	$(Car_3, 0)$	0	0																																										
$F_4$	$(Car_4, 1)$	4	3																																										
	<i>Carga</i>	<i>Cam<sub>2</sub></i>	<i>Cam<sub>3</sub></i>																																										
$F_1$	$(Car_1, 1)$	5	X																																										
$F_2$	$(D, 0)$	0	0																																										
$F_3$	$(Car_3, 0)$	0	0																																										
$F_4$	$(Car_4, 1)$	4	3																																										

Figura 3.20: Movimento de decréscimo no número de viagens

Na Figura 3.21, o movimento aumenta o número de viagens a serem realizadas pelo caminhão  $Cam_3$  na frente  $F_4$ , alterando o número de viagens de 3 para 4.

### Movimento Realocar Viagem de um Caminhão

No movimento “realocar viagem de um caminhão”, uma viagem, anteriormente alocada à uma célula  $b_{ij}$ , é realocada para uma célula  $b_{kj}$ , ambas pertencentes à

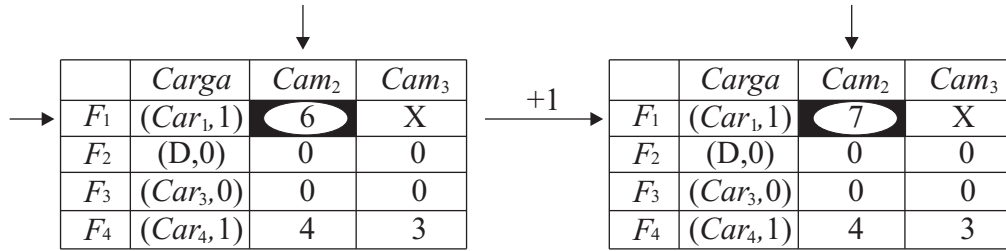


Figura 3.21: Movimento de acréscimo no número de viagens

matriz  $B$ . Assim, nesse movimento, um caminhão  $j$  deixa de realizar uma viagem em uma frente  $i$  para realizá-la na frente  $k$ , passando a realizá-la em uma outra frente. A Figura 3.22 ilustra este movimento, onde o caminhão  $Cam_2$  e as frentes  $F_1$  e  $F_4$  são selecionados, e uma viagem de  $F_1$  é realocada em  $F_4$ .

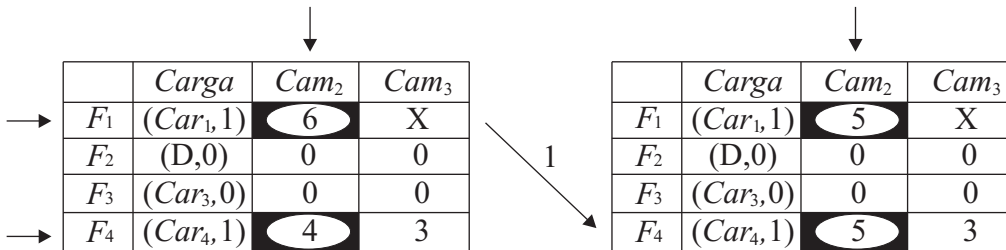


Figura 3.22: Movimento de realocação de viagens de um caminhão

### Movimento Realocar Viagem de uma Frente

Neste movimento, duas células  $b_{ij}$  e  $b_{ik}$  da matriz  $B$  são selecionadas e uma viagem de  $b_{ij}$  é realocada para  $b_{ik}$ . Portanto, esse movimento consiste em realocar uma viagem de um caminhão  $j$  para um caminhão  $k$  que esteja operando em uma frente  $i$ .

Este movimento é ilustrado na Figura 3.23, onde a frente  $F_4$  foi selecionada e uma viagem do caminhão  $Cam_2$  é transferida para o caminhão  $Cam_3$ .

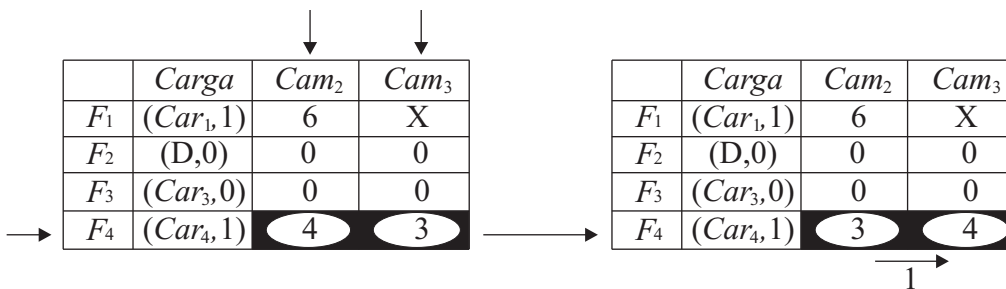


Figura 3.23: Movimento de realocação de viagens de uma frente

### Movimento Operação Caminhão

O movimento “operação caminhão” consiste em selecionar uma célula  $b_{ij}$  da matriz  $B$  e zerar seu conteúdo. Assim, esse movimento seleciona um caminhão  $j$  que esteja operando em uma frente  $i$ , ou seja, que realize viagens à esta frente e o retira de atividade naquela frente.

A Figura 3.24 ilustra este movimento. Na figura observa-se que o caminhão  $Cam_2$  e a frente  $F_4$  foram selecionados e o número de viagens foi zerado, ou seja,  $Cam_2$  não irá operar em  $F_4$ .

	Carga	Cam <sub>2</sub>	Cam <sub>3</sub>
F <sub>1</sub>	(Car <sub>1</sub> ,1)	6	X
F <sub>2</sub>	(D,0)	0	0
F <sub>3</sub>	(Car <sub>3</sub> ,0)	0	0
F <sub>4</sub>	(Car <sub>4</sub> ,1)	4	3

	Carga	Cam <sub>2</sub>	Cam <sub>3</sub>
F <sub>1</sub>	(Car <sub>1</sub> ,1)	6	X
F <sub>2</sub>	(D,0)	0	0
F <sub>3</sub>	(Car <sub>3</sub> ,0)	0	0
F <sub>4</sub>	(Car <sub>4</sub> ,1)	0	3

Figura 3.24: Movimento parar operação de um caminhão

#### 3.3.3.5 VND aplicado ao PAEC

O método *VND* desenvolvido para o PAEC é o algoritmo básico descrito na Figura 2.6, página 18, utilizando os seis movimentos descritos na seção 3.3.3.4, página 83, e a função de avaliação descrita na seção 3.3.3.3, página 74.

As estruturas de vizinhança foram hierarquizados na seguinte ordem de exploração:

- 1 )  $N^{NV}(s)$  número de viagens;
- 2 )  $N^{OC}(s)$  operação caminhão.
- 3 )  $N^{VC}(s)$  realocar viagem de um caminhão;
- 4 )  $N^{VF}(s)$  realocar viagem de uma frente;
- 5 )  $N^{CG}(s)$  carga;
- 6 )  $N^{OF}(s)$  operação frente;

A hierarquização das estruturas de vizinhança para a exploração do espaço de soluções foi determinada através da realização de testes empíricos, nos quais se

alterou a ordem das estruturas de vizinhança; retornando-se aquela que apresentou os melhores resultados.

### 3.3.3.6 VNS aplicado ao PAEC

O método *VNS* desenvolvido para o PAEC é o algoritmo básico apresentado na Figura 2.7, página 19, utilizando os seis movimentos descritos na seção 3.3.3.4, página 83. Assim como na versão original do método, a busca local é realizada pelo método *VND* desenvolvido na seção 3.3.3.5, página 87. Uma solução  $s$  é avaliada segundo a função de avaliação descrita na seção 3.3.3.3, página 74.

O método explora o espaço de soluções utilizando a seguinte ordem de exploração de vizinhanças:

- 1 )  $N^{NV}(s)$  número de viagens;
- 2 )  $N^{OC}(s)$  operação caminhão.
- 3 )  $N^{VF}(s)$  realocar viagem de uma frente;
- 4 )  $N^{VC}(s)$  realocar viagem de um caminhão;
- 5 )  $N^{CG}(s)$  carga;
- 6 )  $N^{OF}(s)$  operação frente;

A ordem de exploração do espaço de soluções foi obtida através da realização de uma bateria preliminar de testes, em que se alterou a ordem das estruturas de vizinhança, retornando-se aquela que apresentou os melhores resultados.

Foi utilizado como critério de parada, linha 4 da Figura 2.7, página 19, um tempo de processamento predeterminado.

# Capítulo 4

## Resultados Computacionais

Neste capítulo são apresentados, na seção 4.1, as instâncias teste utilizadas para avaliar os modelos exatos e heurísticos desenvolvidos no capítulo 3. Os resultados computacionais obtidos com a aplicação dos modelos exatos e heurísticos são apresentados e discutidos, respectivamente, nas seções 4.2 e 4.3.

### 4.1 Instâncias Teste

Os problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto abordados neste trabalho são de conhecimento geral da indústria mineral. Entretanto, não há na literatura, de nosso conhecimento, um conjunto de instâncias teste que possa ser usado para validar os modelos desenvolvidos. Desta forma, optou-se por utilizar dados de situações reais de mineradoras da região e por gerar instâncias com dados aleatórios, mas baseados em faixa de valores reais comumente encontrados nessas mineradoras. Todas as instâncias consideradas encontram-se disponíveis em <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/orientacoes/orientacoesconcluidas.html>

#### 4.1.1 Instâncias Teste do PMM

Para o PMM são consideradas oito instâncias teste. A primeira foi extraída de Pinto et al. (2003) e referenciada neste trabalho pela sigla PMM01. Como o problema original não possuía metas de qualidade e produção, estas foram consideradas como a média entre os limites máximos e mínimos de cada uma das variáveis de controle.

A segunda instância, denominada PMM02, foi adaptada de PMM01, mantendo-se os limites de especificação de qualidade e produção, e alterando-se os valores dos parâmetros de controle e as quantidades de minério disponíveis nas frentes de

lavra através da geração de valores aleatórios, distribuídos uniformemente entre o valor mínimo e máximo de cada uma das variáveis consideradas na instância base PMM01.

A terceira e quinta instâncias, respectivamente PMM03 e PMM05, utilizam dados reais, inclusive metas de produção e qualidade e limites de especificação, de mineradoras de ferro da região de Ouro Preto.

A quarta instância, PMM04, foi adaptada da terceira pelo mesmo procedimento utilizado para a obtenção de PMM02, utilizando os mesmos limites de especificação e metas de qualidade e produção.

A sexta instância, PMM06, foi adaptada da quinta relaxando-se alguns limites de especificação dos parâmetros de controle.

A sétima instância, PMM07, foi adaptada da quinta utilizando o procedimento descrito para a obtenção de PMM02. Foram considerados os limites de especificação relaxados da sexta instância.

Com o intuito de aumentar as dimensões do problema, a oitava instância teste, PMM08, foi gerada fazendo-se a união dos parâmetros de controle das instâncias teste anteriores. Os valores de cada parâmetro de cada frente foram gerados de forma aleatória, seguindo uma distribuição uniforme entre os valores reais mínimos e máximos, e mantendo os mesmos limites de especificação e metas relativos às instâncias consideradas. As quantidades de minério disponíveis em cada frente foram obtidas de modo semelhante.

A Tabela 4.1 apresenta algumas características das instâncias teste analisadas.

Tabela 4.1: Características das instâncias teste do PMM

<b>Instância</b>	<b><math> M </math></b>	<b><math> S </math></b>
PMM01	10	12
PMM02	10	12
PMM03	10	10
PMM04	10	10
PMM05	10	6
PMM06	10	6
PMM07	10	6
PMM08	30	28

Nesta tabela, as colunas  $|M|$  e  $|S|$  representam, respectivamente, o número de frentes de minério e o número de parâmetros de controle das instâncias teste

avaliadas.

### 4.1.2 Instâncias Teste do PADC e PAEC

Como o PADC e o PAEC visam resolver situações semelhantes, diferenciadas apenas pela forma de alocação dos caminhões às frentes de lavra, foram consideradas para ambas as mesmas instâncias teste, em um total de 4.

A primeira foi extraída de Pinto et al. (2003) e referenciada neste trabalho pela sigla PADC01 para o PADC e PAEC01 para o PAEC. Como o problema original não possuía metas de qualidade e produção, estas foram consideradas como a média entre os limites mínimos e máximos de cada um dos parâmetros de controle considerados.

A segunda instância, denominada PADC02 para o PADC e PAEC02 para o PAEC, foi adaptada da primeira instância. Os limites de especificação de qualidade e produção foram mantidos, alterando-se os valores dos parâmetros de controle através da geração de números aleatórios, distribuídos uniformemente entre o valor mínimo e máximo de cada um dos parâmetros de controle considerados na primeira instância teste.

A terceira instância, designada por PADC03 para o PADC e PAEC03 para o PAEC, utiliza dados reais de uma mineradora da região de Ouro Preto. São considerados as frentes de lavra, metas de qualidade e produção e o número de equipamentos de carga e suas respectivas capacidades de produção. Nessa instância, os dados relativos aos caminhões foram gerados de forma aleatória, utilizando uma distribuição uniforme. Não foi considerada a presença de frentes de estéril. Assim, a restrição referente à relação estéril/minério foi ignorada.

A quarta instância, PADC04 para o PADC e PAEC04 para o PAEC, foi adaptada da terceira pelo mesmo procedimento utilizado para a obtenção de segunda instância, mantendo-se as metas de qualidade e produção consideradas na terceira instância.

A Tabela 4.2 apresenta algumas características das instâncias teste utilizadas. Nesta tabela, as colunas  $|F|$  e  $|S|$  representam, respectivamente, o número de frentes de lavra e o número de parâmetros de controle das instâncias teste avaliadas. A coluna  $|C|$  mostra o total de equipamentos de carga considerados em cada uma das instâncias teste. A coluna  $|V|$  apresenta o número de caminhões disponíveis.

Tabela 4.2: Características das instâncias teste do PADC e PAEC

Instância	$ F $	$ S $	$ C $	$ V $
PADC01 e PAEC01	17	10	8	30
PADC02 e PAEC02	17	10	8	30
PADC03 e PAEC03	32	10	7	30
PADC04 e PAEC04	32	10	7	30

## 4.2 Resultados dos Modelos Exatos

Para resolver as instâncias teste utilizando as formulação de programação matemática propostas no capítulo 3, seções 3.1.2, 3.2.2 e 3.3.2, foi utilizado o modelador e otimizador *LINGO*, versão 7.0.

Os testes foram realizados em um microcomputador AMD-Durom, 1.0 GHz, de 256 MB de RAM, com sistema operacional *Windows XP*.

### 4.2.1 Resultados do Modelo Exato para o PMM

O modelo de programação matemática relativo ao PMM, descrito pelas equações (3.1)-(3.14), à página 39, e implementado conforme o Anexo I, utiliza os seguintes pesos associados às componentes da função objetivo (3.1):

$$\begin{aligned}\alpha_j^+ &= \alpha_j^- = 100 & \forall j \in S, \\ \beta^+ &= \beta^- = 1.\end{aligned}$$

A Tabela 4.3 mostra os resultados obtidos em cada uma das instâncias teste utilizadas. Nela constam o número de variáveis inteiras, coluna **Número de Inteiras**, o total de restrições, coluna **Número de Restrições**, o valor da função objetivo, coluna **Função Objetivo**, e o tempo de processamento em segundos, coluna **Tempo**.

O PMM é um problema de baixa complexidade e que demanda pouco tempo computacional para se alcançar a solução exata. Casos de inviabilidade, como na instância PMM05, ocorrem pela inflexibilidade do modelo em aceitar soluções fora dos limites de especificação. Essas situações são comuns no setor mineral. Por exemplo, em períodos chuvosos pode não ser possível atender as especificações de umidade requeridas para o minério, o que impõe que esses limites sejam relaxados.



Tabela 4.3: Resultados do modelo exato para o PMM

Instância	Número de Inteiros	Número de Restrições	Função Objetivo	Tempo (s)
PMM01	10	52	453,00	< 1
PMM02	10	52	117.665,33	< 1
PMM03	10	46	60.818,31	< 1
PMM04	10	46	158.584,43	< 1
PMM05	10	34	inviável	...
PMM06	10	34	12.860,34	< 1
PMM07	10	34	16.146,83	< 1
PMM08	30	120	260.735,60	< 1

## 4.2.2 Resultados do Modelo Exato para o PADC

O modelo de programação matemática relativo ao PADC, descrito pelas equações (3.21)-(3.42), à página 51, e implementado conforme o Anexo II, utiliza os seguintes pesos associados às componentes da função objetivo (3.21):

$$\begin{aligned}\alpha_j^+ &= \alpha_j^- = 100 & \forall j \in S, \\ \beta^+ &= \beta^- = 1.\end{aligned}$$

Devido ao elevado tempo de processamento para a obtenção da solução ótima, optou-se por considerar a melhor solução obtida em duas situações. Na primeira, fixando-se o tempo máximo de processamento em quinze minutos e na segunda, em uma hora de processamento.

A Tabela 4.4 mostra os resultados obtidos em cada uma das instâncias teste utilizadas no PADC. Nela constam o número de variáveis inteiras, coluna **Número de Inteiros** e o total de restrições, coluna **Número de Restrições**. Nesta tabela ainda são apresentados o melhor *bound* de programação linear da função objetivo, coluna  $\mathbf{fo}_B^*$ , bem como os valores da melhor função objetivo encontrada em quinze minutos de processamento, coluna  $\mathbf{fo}_{\text{quinze}}^*$ , e em uma hora de processamento, coluna  $\mathbf{fo}_{\text{hora}}^*$ .

Como já comentado anteriormente (página 3), o PADC é um problema NP-difícil. Desta forma, o tratamento por técnicas de programação matemática restringe-se a problemas de baixa dimensões. Pode-se observar pelos resultados apresentados na Tabela 4.4 que não foi possível obter a solução ótima do problema em nenhuma das instâncias teste, considerando um tempo de processamento máximo de uma hora,

Tabela 4.4: Resultados do modelo exato para o PADC

Instância	Número de Inteiros	Número de Restrições	$\mathbf{fo}_B^*$	$\mathbf{fo}_{\text{quinze}}^*$	$\mathbf{fo}_{\text{hora}}^*$
PADC01	646	653	210,5	216,8	216,8
PADC02	646	653	1.426,1	2.751,8	2.751,8
PADC03	1.184	1.162	$1,7 \times 10^{-10}$	2.527,7	2.106,4
PADC04	1.184	1.162	1.686,1	4.308,5	4.480,9

e que as melhores soluções encontradas para essas instâncias ficaram relativamente distantes do *Bound*, o qual corresponde ao valor ótimo do problema considerando todas as variáveis do modelo como contínuas. Isto significa que não houve tempo hábil para que o procedimento *Branch-and-Bound* pudesse explorar totalmente o espaço de busca.

Observa-se que na instância PADC04 o melhor valor encontrado em uma hora de processamento foi pior que em quinze minutos de processamento. Isto se deve ao fato de o otimizador utilizar uma heurística para percorrer a árvore de *branch-and-bound*, o que conduz a buscas a ramificações diferentes a cada execução do método.

### 4.2.3 Resultados do Modelo Exato para o PAEC

O modelo de programação matemática relativo ao PAEC, descrito pelas equações (3.54)-(3.78), à página 70, e implementado conforme o Anexo III, utiliza os seguintes pesos associados às componentes da função objetivo (3.54):

$$\begin{aligned} \alpha_j^+ &= \alpha_j^- = 100 & \forall j \in S, \\ \beta^+ &= \beta^- = 1. \end{aligned}$$

A Tabela 4.5 mostra os resultados obtidos em cada uma das instâncias teste utilizadas no PAEC. Nela constam o número de variáveis inteiras, coluna **Número de Inteiros** e o total de restrições, coluna **Número de Restrições**. Nesta tabela ainda são apresentados o melhor *bound* de programação linear da função objetivo, coluna  $\mathbf{fo}_B^*$ , bem como os valores da melhor função objetivo encontrada em quinze minutos de processamento, coluna  $\mathbf{fo}_{\text{quinze}}^*$ , e em uma hora de processamento, coluna  $\mathbf{fo}_{\text{hora}}^*$ .

Tabela 4.5: Resultados do modelo exato para o PAEC

Instância	Número de Inteiros	Número de Restrições	$fo_B^*$	$fo_{\text{quinze}}^*$	$fo_{\text{hora}}^*$
PAEC01	1.156	1.180	210,5	212,0	212,0
PAEC02	1.156	1.180	1.417,6	2.751,8	2.751,8
PAEC03	2.144	2.154	$5,8 \times 10^{-11}$	1.556,0	1.238,9
PAEC04	2.144	2.154	1.725,9	5.364,7	5.139,4

De forma semelhante ao PADC, o PAEC é classificado como NP-difícil, sendo o uso de técnicas de programação matemática restritos a problemas de baixas dimensões. Pode-se observar pelos resultados apresentados na Tabela 4.5 que não foi possível obter a solução ótima do problema em nenhuma das instâncias teste em um tempo máximo de processamento de uma hora. Além disso, as melhores soluções encontradas ficaram relativamente distantes do *Bound*, o qual corresponde ao valor ótimo do problema considerando contínuas as variáveis do modelo. Isto significa que não houve tempo hábil para que o procedimento *Branch and Bound* pudesse explorar totalmente o espaço de busca.

### 4.3 Resultados dos Modelos Heurísticos

Os algoritmos heurísticos propostos no capítulo 3, seções 3.1.3, 3.2.3 e 3.3.3, foram implementados na linguagem C, utilizando o ambiente C++ *Builder*, versão 5.0, da Borland.

Os testes foram realizados em microcomputador AMD-Durom, 1.0 GHz, de 256 MB de RAM, com sistema operacional *Windows XP*.

Cada algoritmo foi aplicado um determinado número de vezes a um conjunto de instâncias teste, utilizando sementes de números aleatórios distintas para cada execução.

Os pesos associados a cada componente da função de avaliação dos modelos heurísticos foram determinados de acordo com as características de cada instância teste.

Como a avaliação dos modelos heurísticos apresenta diferenças em relação aos modelos de programação matemática, em função da quantidade de requisitos considerados em cada metodologia, foi adotada a expressão (4.1), comum aos dois mo-

delos, para avaliar e comparar os resultados.

$$fo_H = INV \times \left( \sum_{j \in S} \alpha_j^- d_j^- + \sum_{j \in S} \alpha_j^+ d_j^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ \right) \quad (4.1)$$

onde:

- $fo_H$  : Função de avaliação da solução  $s$ ;  
 $d_j^-$  : Desvio negativo do parâmetro  $j$  na mistura (t/h);  
 $d_j^+$  : Desvio positivo do parâmetro  $j$  na mistura (t/h);  
 $P^-$  : Desvio negativo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);  
 $P^+$  : Desvio positivo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);  
 $INV$  : Representa a viabilidade da solução.

sendo:

$$\begin{aligned} \alpha_j^+ &= \alpha_j^- = 100 & \forall j \in S, \\ \beta^+ &= \beta^- = 1, \\ INV &= \begin{cases} 1 & \text{se a solução } s \text{ for viável;} \\ 2 & \text{caso contrário.} \end{cases} \end{aligned}$$

Esta expressão considera somente o atendimento às metas de produção e qualidade para o PADC e o PAEC, que são os requisitos comuns às metodologias de programação matemática e heurísticas utilizadas. Questões como o atendimento às metas de taxa de utilização dos caminhões e de produtividade dos equipamentos de carga não são considerados no modelo de programação matemática.

Desta forma, é realizada a análise da eficiência dos métodos heurísticos por dois procedimentos. O primeiro compara a metodologia heurística com a de programação matemática, considerando os requisitos implementados e comuns às duas metodologias. O segundo procedimento compara apenas as heurísticas entre si.

Em resumo, são considerados os seguintes procedimentos de análise:

**procedimento I** : Considera somente os requisitos comuns às metodologias de programação matemática e heurísticas utilizadas, sendo uma solução  $s$  avaliada pela expressão (4.1);

**procedimento II** : Considera os requisitos comuns às metodologias de programação matemática e heurísticas utilizadas e ainda:

- metas de taxa de utilização dos caminhões;
- metas de produtividade dos equipamentos de carga;
- metas de relação estéril/minério;
- número total de caminhões utilizados.

Uma solução  $s$  é avaliada conforme as seções 3.2.3.3 e 3.3.3.3.

### 4.3.1 Resultados dos Modelos Heurísticos do PMM

Os algoritmos propostos na seção 3.1.3, a saber, *SA* (seção 3.1.3.5), *VND* (seção 3.1.3.6), *VNS* (seção 3.1.3.7), *SA+VND* (seção 3.1.3.8), foram implementados e uma bateria de testes foi realizada de forma a calibrar os diversos parâmetros existentes. Após determinado tais parâmetros foram realizadas dez execuções de cada um dos quatro algoritmos propostos nas oito instâncias teste consideradas.

No método *Simulated Annealing*, o parâmetro  $k$  relativo à fórmula (3.20), apresentada na página 47, foi fixado em 1 para todas as instâncias.

A Tabela 4.6 apresenta os resultados obtidos pela aplicação dos métodos desenvolvidos a cada instância teste do PMM, considerando o **procedimento I** de análise.

Tabela 4.6: Resultados do PMM pelo **procedimento I**

Instância	fo*	Método	fo <sub>H</sub> *	Dp (%)	Tempo (s)
PMM01	453,0	SA	465,0	38,0	0,37
		VND	603,9	112,3	0,02
		VNS	453,0	35,2	0,03
		SA + VND	453,0	16,7	0,37
PMM02	117.665,3	SA	117.779,3	0,1	0,38
		VND	117.665,4	0,0	0,04
		VNS	117.665,4	0,0	0,04
		SA + VND	117.665,4	0,1	0,38
PMM03	60.818,3	SA	60.818,3	0,1	0,30
		VND	60.818,3	0,0	0,04
		VNS	60.818,3	0,0	0,04
		SA + VND	60.818,3	0,0	0,29
PMM04	158.584,4	SA	158.609,9	1,0	0,30
		VND	158.609,9	0,0	0,05
		VNS	158.584,7	0,0	0,06
		SA + VND	158.609,9	0,0	0,29
PMM05	inviável	SA	14.199,6	0,9	0,13
		VND	14.169,0	0,0	0,04
		VNS	14.169,0	0,0	0,04
		SA + VND	14.169,0	0,0	0,14
PMM06	12.860,3	SA	15.215,4	25,1	0,12
		VND	14.169,0	10,2	0,04
		VNS	14.569,0	10,2	0,04
		SA + VND	14.169,0	10,2	0,15
PMM07	16.146,8	SA	16.198,6	13,2	0,12
		VND	16.157,7	5,8	0,03
		VNS	16.157,7	5,7	0,03
		SA + VND	16.183,3	13,1	0,12
PMM08	260.735,6	SA	264.938,7	2,1	11,16
		VND	261.806,8	2,0	1,43
		VNS	261.048,9	0,8	1,94
		SA + VND	263.013,0	1,6	11,34

Nesta tabela, **fo\*** representa o melhor valor da função objetivo encontrado pelo modelo de programação matemática e **fo<sub>H</sub>\*** o melhor valor da função de avaliação, segundo a equação (4.1), encontrado pela aplicação do método heurístico em 10 execuções de cada instância teste. A coluna **Dp** indica o desvio percentual, em

relação à melhor solução encontrada ( $\mathbf{fo}^*$  ou  $\mathbf{fo}_H^*$ ), da média da função de avaliação da heurística nessas 10 execuções (calculado conforme a fórmula (4.2)). A coluna **Tempo** mostra o tempo médio de execução em segundos. No caso de o modelo de programação matemática apresentar soluções infactíveis, o desvio **Dp** é calculado em relação à  $\mathbf{fo}_H^*$ , uma vez que o otimizador não apresenta o valor de soluções inviáveis.

$$Dp = \frac{\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} fo_i - \min\{fo^*, fo_H^*\}}{\min\{fo^*, fo_H^*\}} \quad (4.2)$$

onde  $fo_i$  é o valor da função de avaliação da solução gerada na  $i$ -ésima execução.

A baixa complexidade do PMM fez com que os resultados obtidos pelos métodos heurísticos e exatos fossem bem próximos. De modo geral o algoritmo *VNS* foi o mais eficiente dentre os métodos implementados, conseguindo atingir o valor da função objetivo do método exato em grande parte dos experimentos. O algoritmo *VNS* mostrou-se, ainda, robusto por apresentar um baixo desvio percentual em relação à melhor solução encontrada e um tempo computacional médio irrisório.

Os métodos baseados no algoritmo *Simulated Annealing* (*SA* e *SA+VND*) apresentaram os piores resultados para o PMM. Este fato pode ser explicado pela estratégia de utilizar somente a estrutura de vizinhança  $N^{M1}(s)$ , a qual mostrou-se ineficiente para escapar de mínimos locais uma vez atingida a meta de produção.

A Tabela 4.7 mostra, para cada parâmetro de controle analisado, coluna **Parâmetro**, as metas de qualidade, coluna **tr**, e os limites de especificação mínimo e máximo, respectivamente colunas **tl** e **tu**, bem como as características da melhor solução encontrada pelo modelo de programação matemática, coluna **PMat**, e pelo algoritmo heurístico de melhor desempenho, coluna **VNS**, considerando a instância PMM03.

Observa-se, nesta tabela, que o método heurístico *VNS* alcança a solução ótima do problema.

O Anexo IV, página 120, apresenta um relatório detalhado informando os valores da função de avaliação, desvios de produção e qualidade, número de caçambadas a serem utilizadas de cada frente e a massa correspondente, além dos valores esperados para os parâmetros de controle no produto final desta instância teste.

Tabela 4.7: Características das soluções geradas relativas à instância PMM03

Parâmetro	tl	-	tr	-	tu	PMat	VNS
Fe	64,5000	-	65,0000	-	100,0000	65,6430	65,6430
SiO <sub>2</sub>	4,8000	-	4,9000	-	5,0000	4,9023	4,9023
P	0,0000	-	0,0260	-	0,0300	0,0206	0,0206
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0,0000	-	0,9000	-	1,1000	0,7709	0,7709
Mn	0,0000	-	0,1500	-	0,3000	0,1413	0,1413
H <sub>2</sub> O	0,0000	-	6,0000	-	10,0000	6,7475	6,7475
+6.3	0,0000	-	6,5000	-	10,0000	8,5270	8,5270
+1.0	53,0000	-	55,0000	-	100,0000	58,9375	58,9375
-0.15	0,0000	-	25,7000	-	100,0000	25,3945	25,3945
-0.106	0,0000	-	23,7000	-	25,0000	21,3695	21,3695

### 4.3.2 Resultados dos Modelos Heurísticos do PADC

Os algoritmos propostos na seção 3.2.3, mais precisamente os algoritmos *VND* (seção 3.2.3.5) e *VNS* (seção 3.2.3.6), foram testados considerando para cada um dez execuções em quatro instâncias teste.

A Tabela 4.8 mostra os resultados obtidos pela aplicação do **procedimento I** aos métodos desenvolvidos, coluna **Método**, a cada instância teste do PADC apresentada na seção 4.1.2, coluna **Instância**.

Tabela 4.8: Resultados do PADC pelo **procedimento I**

Instância	fo*	Método	fo <sub>H</sub> *	Dp (%)
PADC01	216,8	<i>VND</i>	212,0	899,2
		<i>VNS</i>	212,0	0,0
PADC02	2.751,8	<i>VND</i>	2.731,7	73,7
		<i>VNS</i>	2.731,7	12,4
PADC03	2.527,1	<i>VND</i>	3.294,5	1.050,5
		<i>VNS</i>	556,5	113,4
PADC04	4.308,5	<i>VND</i>	6.791,2	274,3
		<i>VNS</i>	3.734,5	36,7

Nesta tabela, **fo\*** representa o melhor valor de função objetivo encontrado pelo modelo de programação matemática em quinze minutos de processamento e **fo<sub>H</sub>\*** o melhor valor da função de avaliação encontrado pela aplicação do método heurístico em 10 execuções de cada instância (calculado conforme a fórmula (4.1)). No caso do método *VNS*, o critério de parada adotado foi quinze minutos de processamento. A coluna **Dp** indica o desvio percentual, em relação à melhor solução encontrada



( $\mathbf{fo}^*$  ou  $\mathbf{fo}_H^*$ ), da média da função de avaliação da heurística nessas 10 execuções (calculada conforme a fórmula (4.2)).

O algoritmo *VNS* mostrou-se eficiente nos testes realizados, encontrando soluções finais de qualidade melhor que as encontradas pelo método de programação matemática em todas as instâncias. Além disso, o desvio encontrado é baixo, indicando que o método é robusto. O *VND*, apesar de ter superado o método exato nas instâncias PADC01 e PADC02, de modo geral, não apresentou soluções de boa qualidade, manifestado pelo elevado desvio em relação à melhor solução obtida. Este comportamento pode ser explicado pela capacidade limitado de o *VND* escapar de ótimos locais.

A Tabela 4.9 mostra os resultados obtidos pela aplicação do **procedimento II** aos métodos desenvolvidos, coluna **Método**, a cada instância teste do PADC. Nesta tabela  $\mathbf{fa}_H^*$  representa o melhor valor da função de avaliação encontrado pela aplicação do método heurístico em 10 execuções de cada instância, considerando a metodologia exposta na seção 3.2.3.3, página 55. No caso do método *VNS*, o critério de parada utilizado foi de quinze minutos de processamento. A coluna **Dp** indica o desvio percentual, em relação à  $\mathbf{fa}_H^*$ , da média da função de avaliação da heurística nessas 10 execuções. A coluna **Tempo** mostra o tempo médio, em segundos, em que foi encontrada a melhor solução.

Tabela 4.9: Comparação entre os métodos heurísticos para o PADC pelo **procedimento II**

<b>Instância</b>	<b>Método</b>	$\mathbf{fa}_H^*$	<b>Dp (%)</b>	<b>Tempo (s)</b>
PADC01	<i>VND</i>	7.958	2.367,4	3,8
	<i>VNS</i>	6.343	11,5	302,2
PADC02	<i>VND</i>	18.663	902,2	4,0
	<i>VNS</i>	16.963	4,3	268,7
PADC03	<i>VND</i>	4.185	278,9	18,2
	<i>VNS</i>	1.568	33,1	292,9
PADC04	<i>VND</i>	4.452	180,9	19,1
	<i>VNS</i>	1.939	17,5	193,4

Ao comparar os resultados obtidos considerando a função de avaliação utilizada pelas heurísticas é possível verificar que o algoritmo *VNS* apresentou o melhor desempenho. Este fato pode ser explicado por ser o algoritmo *VND* um método de

refinamento que não possui estratégias que possibilitem escapar de ótimos locais. Isto é comprovado em boa parte dos testes realizados, onde o algoritmo *VND* não obteve êxito em gerar sequer soluções viáveis, fazendo com que o desvio em relação à melhor solução fosse alto. O tempo médio de processamento do algoritmo *VNS*, necessário para encontrar a melhor solução, é maior pois utiliza o algoritmo *VND* como método de busca local a cada solução gerada.

A Figura 4.1 mostra o comportamento típico do algoritmo *VNS* aplicado à instância teste PADC03 durante quinze minutos de execução. Nesta figura, a linha contínua representa a função de avaliação da melhor solução encontrada ao longo da busca e a linha tracejada representa o comportamento da função de avaliação da solução corrente durante a exploração do espaço de soluções.

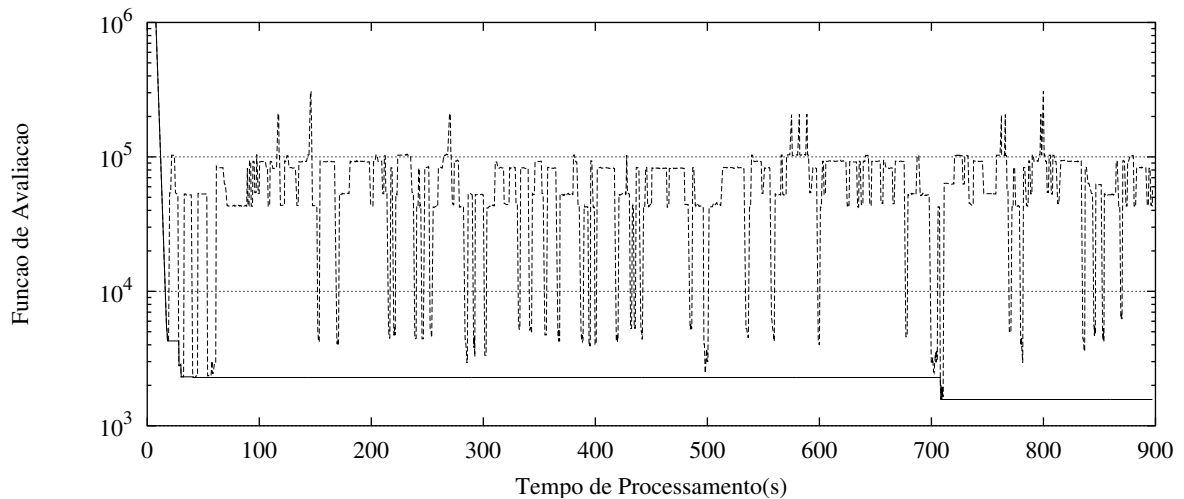


Figura 4.1: Comportamento típico do algoritmo *VNS* para o PADC

A Tabela 4.10 mostra, para cada parâmetro de controle analisado, coluna **Parâmetro**, as metas de qualidade, coluna **tr**, e os limites de especificação mínimos e máximos, respectivamente colunas **tl** e **tu**, bem como as características da melhor solução encontrada pelo modelo de programação matemática, coluna **PMat**, e a melhor solução obtida pelos modelo heurístico de melhor desempenho, coluna **VNS**, considerando a instância PADC01. Nesta tabela, a solução de programação matemática foi obtida pela aplicação do **procedimento I**, enquanto a do *VNS* foi obtida usando o **procedimento II**.

Os resultados da Tabela 4.10 mostram que a solução heurística atende as exigências especificadas com relação à qualidade do produto final, mesmo tendo em vista

Tabela 4.10: Características das soluções geradas relativas à instância PADCO1

Parâmetro	tl	-	tr	-	tu	PMat	VNS
VAR01	2,4000	-	3,3000	-	4,2000	3,2959	3,2966
VAR02	3,4700	-	4,2400	-	5,0000	4,2315	4,2321
VAR03	0,5000	-	1,6300	-	2,7500	1,6302	1,6293
VAR04	2,7000	-	3,9200	-	5,1300	3,9206	3,9197
VAR05	0,9300	-	1,0700	-	1,2000	1,0644	1,0645
VAR06	2,8000	-	3,0300	-	3,2500	3,0260	3,0259
VAR07	0,8600	-	1,1300	-	1,4000	1,1288	1,1290
VAR08	1,1000	-	1,2400	-	1,3700	1,2356	1,2355
VAR09	1,0000	-	1,7700	-	2,5300	1,7685	1,7679
VAR10	1,2100	-	1,7100	-	2,2000	1,7027	1,7031

o número maior de requisitos de avaliação considerados no procedimento heurístico.

O Anexo V, página 122, apresenta um relatório detalhado informando os valores da produção de minério e estéril e a relação estéril/minério, os valores de cada componente da função de avaliação, a alocação e produção dos equipamentos de carga. Este relatório apresenta ainda um resumo sobre a situação dos parâmetros de controle e a utilização dos caminhões.

### 4.3.3 Resultados dos Modelos Heurísticos do PAEC

Para o PAEC foram implementados os algoritmos *VND* (seção 3.3.3.5) e *VNS* (seção 3.3.3.6). Cada algoritmo foi testado a partir de dez execuções, cada qual partindo de uma semente diferente de números aleatórios.

A Tabela 4.11 mostra os resultados obtidos pela aplicação do **Procedimento I** aos métodos heurísticos, coluna **Método**, desenvolvidos na seção 3.3.3 a cada instância teste do PAEC apresentada na seção 4.1.2, coluna **Instâncias**. Nesta tabela,  $\mathbf{fo}^*$  representa o melhor valor de função objetivo encontrado pelo modelo de programação matemática em quinze minutos de processamento e  $\mathbf{fo}_H^*$  o melhor valor da função de avaliação encontrado pela aplicação do método heurístico em 10 execuções de cada instância (calculado conforme a fórmula (4.1), página 96). No caso do método *VNS*, o critério de parada adotado foi quinze minutos de processamento. A coluna **Dp** indica o desvio percentual, em relação à melhor solução encontrada ( $\mathbf{fo}^*$  ou  $\mathbf{fo}_H^*$ ), da média da função de avaliação da heurística nessas 10 execuções (calculado conforme a fórmula (4.2), página 99).

Tabela 4.11: Resultados do PAEC, utilizando o **procedimento I**

<b>Instância</b>	<b>fo*</b>	<b>Método</b>	<b>fo<sub>H</sub>*</b>	<b>Dp (%)</b>
PAEC01	212,0	<i>VND</i>	424,0	577,6
		<i>VNS</i>	212,0	0,2
PAEC02	2.751,8	<i>VND</i>	5.463,4	127,8
		<i>VNS</i>	2731,7	0,0
PAEC03	1.556,0	<i>VND</i>	3.399,7	846,0
		<i>VNS</i>	684,5	94,9
PAEC04	5.364,7	<i>VND</i>	6.791,2	188,5
		<i>VNS</i>	3.734,5	32,6

Os resultados da Tabela 4.11 demonstram a eficiência do método *VNS* sobre o método de programação matemática. Em todas as instâncias o método *VNS* superou em muito o método exato, em alguns casos, como na instância PAEC03, a redução sobre o valor produzido pelo método de programação matemática foi de 56%. Mesmo considerando o desvio inerente a uma metodologia heurística, o método *VNS* supera em qualidade final as soluções produzidas pela metodologia de programação matemática.

A Tabela 4.12 apresenta os resultados obtidos pela aplicação do **procedimento II** aos métodos heurísticos desenvolvidos, coluna **Método**, a cada instância teste do PAEC. Nesta tabela **fa<sub>H</sub>\*** representa o melhor valor da função de avaliação encontrado pela aplicação do método heurístico em 10 execuções de cada instância. No caso do método *VNS*, o critério de parada foi de quinze minutos de processamento. A coluna **Dp** indica o desvio percentual, em relação à melhor solução heurística encontrada, da média da função de avaliação da heurística nessas 10 execuções. A coluna **Tempo** mostra o tempo médio, em segundos, em que foi encontrada a melhor solução.

Observa-se que o método *VNS* apresentou, conforme se esperava, as melhores soluções finais, além de se mostrar robusto, manifestado pelo fato de apresentar um desvio insignificante.

O maior tempo médio de processamento para encontrar a melhor solução se deve pelo fato de o *VNS* utilizar o *VND* como método de busca local, chamando-o a cada solução gerada durante a exploração do espaço de soluções.

Tabela 4.12: Comparação entre os métodos heurísticos para o PAEC pelo **procedimento II**

Instância	Método	$fo_H^*$	Dp (%)	Tempo (s)
PAEC01	VND	10.355	3.586,1	4,2
	VNS	9.352	0,6	382,5
PAEC02	VND	20.705	1.499,5	4,3
	VNS	20.705	1,43	310,7
PAEC03	VND	3.717	913,8	19,3
	VNS	2.461	1,5	443,4
PAEC04	VND	3.533	401,1	19,4
	VNS	2.581	1,0	477,7

O desempenho pífio do método VND se deve à capacidade limitada que o método tem para superar as armadilhas dos ótimos locais.

A Tabela 4.13 mostra, para cada parâmetro de controle analisado, coluna **Parâmetro**, as metas de qualidade, coluna **tr**, bem como as características da melhor solução encontrada pelo modelo de programação matemática, coluna **Pmat**, e a melhor solução obtida pelo modelo heurístico de melhor desempenho, coluna **VNS**, considerando a instância PAEC03. Esta instância não apresenta limites de especificação para os parâmetros de controle. Nesta tabela, a solução de programação matemática foi obtida pela aplicação do **procedimento I**, enquanto a do VND foi obtida usando o **procedimento II**

Tabela 4.13: Características das soluções geradas relativas à instância PAEC03

Parâmetro	tr	Pmat	VNS
Fe	47,9100	47,9271	47,5707
$Al_2O_{3A}$	0,4700	0,4946	0,4988
$Al_2O_{3B}$	0,2600	0,2710	0,2734
$P_A$	0,0350	0,0374	0,0435
$P_B$	0,0420	0,0430	0,0461
$PPC_A$	1,8800	1,8663	2,1580
$PPC_C$	2,1500	2,1017	2,3468
-325#	16,5000	16,3695	16,7532
RFe	80,9400	80,9351	80,8737
HEc	43,0000	43,0488	42,4634

Os resultados da Tabela 4.13 mostram que a solução heurística atende as exigências especificadas com relação à qualidade do produto final, mesmo considerando que o procedimento heurístico inclui outras restrições não abordadas no modelo de

programação matemática.

A Figura 4.2 mostra o comportamento típico do algoritmo *VNS* aplicado à instância teste PADCO3 durante quinze minutos de execução. Nesta figura, a linha contínua representa a evolução da função de avaliação da melhor solução encontrada no processo de busca e a linha tracejada representa o comportamento da função de avaliação da solução corrente, demonstrando o comportamento do método na exploração do espaço de soluções.

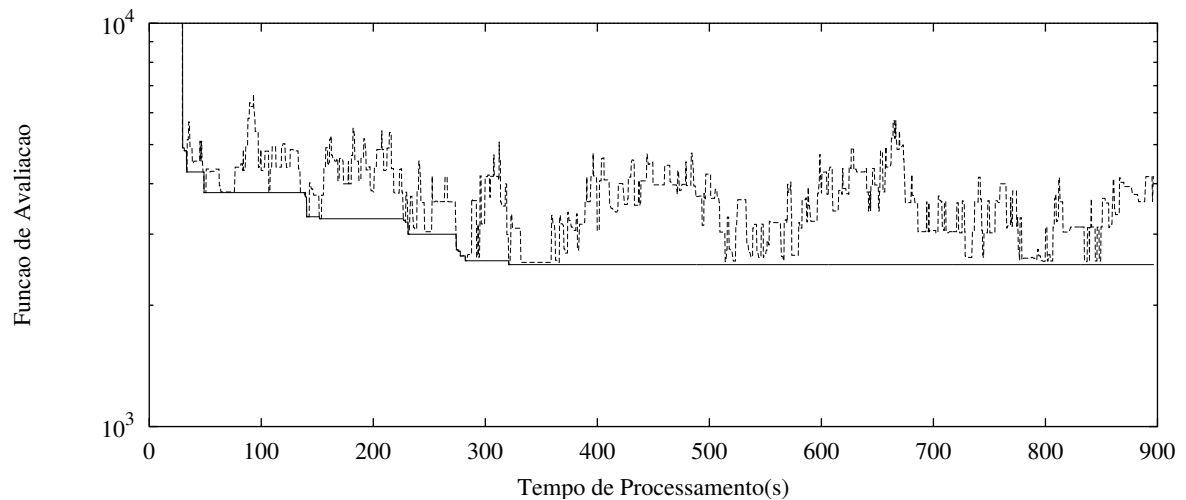


Figura 4.2: Comportamento típico do algoritmo *VNS* para o PAEC

No Anexo VI, página 125, apresenta-se um relatório semelhante ao do PADCO, diferenciando-se por apresentar os valores de cada componente da função de avaliação relativos à alocação estática dos caminhões. Neste anexo consta um quadro informando a frente à qual cada caminhão está alocado, bem como o número de viagens à ela realizada.

# Capítulo 5

## Conclusões e Perspectivas

Este trabalho trata de problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto. Mais precisamente, foram estudados os problemas de mistura de minérios (PMM), de mistura de minérios com alocação dinâmica de caminhões (PADC) e de mistura de minérios com alocação estática de caminhões (PAEC), abordando suas características básicas.

Os modelos de programação matemática propostos na literatura para resolver estes problemas foram ampliados para incorporar outras restrições e requisitos comuns à realidade operacional da indústria mineral. No caso, foram propostos modelos baseados em programação por metas (*goal programming*). Esta escolha foi considerada por representar eficientemente a realidade na indústria mineral, na qual atingir metas de produção e qualidade é um fator essencial na tomada de decisão.

Além dos modelos de programação matemática por metas que foram propostos para cada problema, também foram desenvolvidos modelos heurísticos de otimização baseados em metaheurísticas. No caso do PADC e do PAEC esta abordagem se justifica devido ao fato de que estes problemas se reduzem ao Problema da Mochila Inteira Múltipla, o qual pertence à classe de problemas NP-difíceis. Isto significa que não existem algoritmos que resolvam estes problemas em tempo polinomial. Assim, modelos de programação matemática só conseguem resolver eficientemente problemas de pequeno porte. O tratamento heurístico para os problemas abordados também se justifica em vista de apresentarem custos mais acessíveis que os requeridos pela aquisição de um aplicativo de otimização para resolver os modelos de programação matemática.

Para a abordagem heurística dos problemas, foram desenvolvidas representações

de soluções e movimentos específicos para explorar o espaço de soluções de cada um desses problemas.

No caso do PMM, foram desenvolvidos três tipos de movimentos: a) crescer ou decrescer em uma caçambada a quantidade de minério a ser usada de uma frente; b) crescer ou decrescer em duas caçambadas a quantidade de minério a ser usada de uma frente e c) Realocar uma caçambada de minério a ser usada de uma frente para outra frente. Os algoritmos implementados foram *Simulated Annealing*, *VND*, *VNS* e um método híbrido *Simulated Annealing-VND*.

No caso do PADC e do PAEC, foram desenvolvidos seis tipos de movimentos: (a) Realocar equipamentos de carga; (b) Retomar ou parar a operação em uma frente; (c) Acrescentar ou diminuir o número de viagens de um caminhão em uma frente; (d) Realocar o número de viagens de um caminhão em frentes diferentes; (e) Realocar o número de viagens realizadas em uma frente para caminhões diferentes e (f) Retomar ou parar a operação de um caminhão em uma frente. Dada a natureza diversificada dos tipos de movimentos desenvolvidos, os métodos mais naturais para serem usados são aqueles baseados em exploração de vizinhança variável. Desta forma, foram aplicados a esses dois problemas os métodos *VND* e *VNS*.

Para testar os modelos desenvolvidos foram utilizadas instâncias existentes na literatura e criadas instâncias baseadas em situações reais da indústria mineral. Para cada instância foram comparados os resultados obtidos pelos modelos de programação matemática e os modelos heurísticos, tanto em relação à qualidade da solução final quanto ao tempo de execução dos algoritmos. Os resultados computacionais obtidos mostraram que os algoritmos heurísticos desenvolvidos são capazes de encontrar soluções finais de qualidade rapidamente. Dentre os métodos desenvolvidos, o *VNS* se mostrou o mais eficiente para tratar todos os problemas analisados, tendo conseguido superar as soluções produzidas pelo método de programação matemática.

Como contribuição deste trabalho, mostrou-se que é possível desenvolver metodologias que atendam a necessidade de otimização do planejamento operacional de lavra na indústria mineral brasileira, substituindo os tradicionais métodos de tentativa e erro. Dentre estas metodologias destaca-se a aplicação dos métodos heurísticos de otimização pela eficiência e flexibilidade, incorporando restrições particulares de



cada empresa.

Como trabalho futuro, aponta-se a necessidade de melhoria dos métodos heurísticos. Uma sugestão seria dividir a faixa de valores compreendida entre os limites inferior e superior de cada parâmetro em três faixas: a) uma entre o limite inferior e um valor próximo e abaixo da meta; b) uma entre esse valor próximo e abaixo da meta e outro próximo e acima da meta e c) uma faixa entre esse valor próximo e acima da meta e o limite superior. A faixa intermediária seria então dividida em partes menores que as outras duas faixas, resultando em intervalos de significância menores. Com esta subdivisão seria possível diferenciar ainda mais as soluções próximas às metas, capacitando o algoritmo a refinar melhor as soluções.

Uma outra possibilidade de melhora é a utilização de modelos heurísticos hibridizados com modelos de programação matemática. Por exemplo, no PADC e no PAEC um método heurístico faria a alocação dos equipamentos de carga e transporte e acionaria um método de programação matemática para resolver de forma exata o problema da mistura relativo a essa configuração, haja vista que este último problema é resolvido de forma eficiente por um método de programação matemática.

A aplicação de outras metodologias heurísticas, tais como *GRASP*, Busca Tabu e Algoritmos Genéticos, é também uma das alternativas que podem ser testadas visando a melhoria das soluções finais produzidas.

# Referências Bibliográficas

- Alvarenga, G. B. (1997). Despacho ótimo de caminhões numa mineração de ferro utilizando algoritmo genético com processamento paralelo. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica/UFGM, Belo Horizonte.
- Bregalda, P. F.; Oliveira, A. A. F. e Bornstein, C. T. (1988). *Introdução à Programação Linear*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 3ª edição.
- Bueno, A. F. e Oliveira, M. C. (2004). *Pesquisa Operacional para decisão em contabilidade e administração*, Capítulo 8, *Goal Programming (Programação Multiobjetivo)*, p. 394–438. Editora Atlas, São Paulo.
- Chanda, E. K. C. e Dagdelen, Kadri. (1995). Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, v. 9, p. 203–208.
- Dowland, K.A. (1993). Simulated Annealing. Reeves, C.R., editor, *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, Advanced Topics in Computer Science Series, Capítulo 2, p. 20–69. Blackwell Scientific Publications, London.
- Ezawa, L. e Silva, K. S. (1995). Alocação dinâmica de caminhões visando qualidade. *VI Congresso Brasileiro de Mineração*, p. 15–19, Salvador, Bahia.
- Feo, T.A. e Resende, M.G.C. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, v. 6, p. 109–133.
- Gershon, M. (1982). A linear programming approach to mine scheduling optimization. *Proceedings of the 17th Application of computers and operations research in the mineral industry*, p. 483–493, New York.
- Glover, F. e Laguna, M. (1997). *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Hansen, P. e Mladenović, N. (1999). Variable Neighborhood Search: Methods and Recent Applications. *Proceedings of the Third Metaheuristics International Conference*, p. 275–280, Angra dos Reis, Brazil.
- Hansen, P. e Mladenović, N. (2001). Variable Neighborhood Search: Principles and Applications. *European Journal of Operational Research*, v. 130, p. 449–467.
- Kirkpatrick, S.; Gellat, D.C. e Vecchi, M.P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, v. 220, p. 671–680.

- Loesch, C. e Hein, N. (1999). *Pesquisa Operacional: Fundamentos e Modelos*. Editora FURB, Blumenau.
- Merschmann, L. H. C. (2002). Desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para análise de cenários de produção em minas a céu aberto. Dissertação de mestrado, Programa de Engenharia de Produção/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Mladenović, N. e Hansen, P. (1997). Variable Neighborhood Search. *Computers and Operations Research*, v. 24, p. 1097–1100.
- Mutmansky, J. M. (1979). Computing and operations research techniques for production scheduling. *Computer methods for the 80's in the mineral industry*, p. 615–625, New York.
- Papadimitriou, C. H. e Steiglitz, K. (1998). *Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity*. Dover Publications, Inc., New York.
- Pinto, L. R.; Biajoli, F. L. e Mine, O. M. (2003). Uso de otimizador em planilhas eletrônicas para auxílio ao planejamento de lavra. Relatório técnico, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mineral, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais.
- Pinto, L. R. e Merschmann, L. H. C. (2001). Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos. *Revista Escola de Minas*, v. 54, n. 3, p. 211–214.
- Romero, C. (2004). A general structure of achievement function for a goal programming model. *European Journal of Operational Research*, v. 153, p. 675–686.
- Souza, M. J. F. (2000). Programação de horários em escolas: uma aproximação por metaheurísticas. Tese de doutorado, Programa de Engenharia de Sistemas e Computação, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- Torreão, J.R.A. (2004). Inteligência Computacional. Notas de aula, Universidade Federal Fluminense, Niterói.
- White, J. W.; Arnold, M. J. e Clevenger, J. G. (1982). Automated open-pit truck dispatching at Tyrone. *Engineering and Mining Journal*, v. 183, n. 6, p. 76–84.
- White, J. W. e Olson, J. P. (1986). Computer-based dispatching in mines with concurrent operating objectives. *Mining Engineering*, v. 38, n. 11, p. 1045–1054.

# Anexo I

## Modelo *LINGO* para o PMM

Model:

Title PMM;

sets:

    parametros: tl, tu, tr, dn, dp,wn,wp;

    pilhas: Ql, Qu, x, N, Cc;

    matriz(pilhas, parametros): teores;

endsets

data:

    pilhas, parametros = @ole('PMM.xls','pilhas','parametros');

    teores = @ole('PMM.xls','teores');

    Ql, Qu, Cc = @ole('PMM.xls','Ql','Qu','Cc');

    tl, tu, tr = @ole('PMM.xls','tl','tu','tr');

    Pr, Pl, Pu = @ole('PMM.xls','Pr','Pl','Pu');

    wn,wp,wpn,wpp = @ole('PMM.xls','wn','wp','wpn','wpp');

enddata

[fo] min = desvio\_teor + desvio\_producao;

desvio\_teor = @sum(parametros(j): wn(j)\*dn(j))  
            + @sum(parametros(j): wp(j)\*dp(j));

desvio\_producao = wpn\*dpn + wpp\*dpp;

@for(parametros(j):

    @sum(pilhas(i): (teores(i,j) - tu(j))\*x(i)) <= 0

);

```

@for(parametros(j):
    @sum(pilhas(i): (teores(i,j) - tl(j))*x(i)) >= 0
);

@for(parametros(j):
    @sum(pilhas(i): (teores(i,j) - tr(j))*x(i)) + dn(j) - dp(j) = 0
);

@sum(pilhas(i): x(i)) <= Pu;

@sum(pilhas(i): x(i)) >= Pl;

@sum(pilhas(i): x(i)) + dPn - dPp - Pr = 0;

@for(pilhas(i):
    @BND(Ql(i),x(i),Qu(i))
);

@for(pilhas(i):
    x(i)= Cc(i)*N(i)
);

@for(pilhas(i):
    @GIN(N(i))
);

Data:
    @ole('PMM.xls','N','x','fo')= N,x,fo;
enddata

end

```

## Anexo II

# Modelo *LINGO* para o PADC

Model:

Title PADC;

sets:

```
parametros: tl, tu, tr, wn, wp, dn, dp;  
frentes: x, Ql, Qu, mine;  
carga: Cs, Cl;  
caminhoes: cap;  
matriz1(frentes, parametros): teores;  
matriz2(frentes, carga): y;  
matriz3(caminhoes, carga): g;  
matriz4(frentes, caminhoes): nv, T;
```

endsets

data:

```
frentes, parametros = @ole('PADC.xls', 'frentes', 'parametros');  
teores, mine = @ole('PADC.xls', 'teores', 'mine');  
tl, tu, tr = @ole('PADC.xls', 'tl', 'tu', 'tr');  
wn, wp, wpn, wpp = @ole('PADC.xls', 'wn', 'wp', 'wpn', 'wpp');  
Pu, Pl, Pr, Ql, Qu = @ole('PADC.xls', 'Pu', 'Pl', 'Pr', 'Ql', 'Qu');  
rem, carga, Cs, Cl = @ole('PADC.xls', 'rem', 'carga', 'Cs', 'Cl');  
caminhoes, cap = @ole('PADC.XLS', 'caminhoes', 'cap');  
g, T = @ole('PADC.XLS', 'g', 'T');
```

enddata

```
[fo]min = desvio_teor + desvio_producao;
```

```
desvio_teor = @sum(parametros(j): wn(j)*dn(j))  
             + @sum(parametros(j): wp(j)*dp(j));
```

```

desvio_producao = wpn*dPn + wpp*dPp;

@for(parametros(j):
    @sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1: (teores(i,j) - tu(j))*x(i)) <= 0
);

@for(parametros(j):
    @sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1: (teores(i,j) - tl(j))*x(i)) >= 0
);

@for(parametros(j):
    @sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1: (teores(i,j) - tr(j))*x(i))
    + dn(j) - dp(j) = 0
);

@sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1:x(i)) - Pu <= 0;

@sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1:x(i)) - Pl >= 0;

@sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1:x(i)) + dPn - dPp - Pr = 0;

@for(frentes(i):
    @BND(Ql(i),x(i),Qu(i))
);

@sum(frentes(i)|mine(i)#eq#0: x(i)) -
rem*@sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1: x(i)) >= 0;

@for(frentes(i):
    @sum(carga(k):y(i,k))<=1
);

@for(carga(k):
    @sum(frentes(i):y(i,k))<=1
);

@for(matriz2(i,k):
    @BIN(y(i,k))
);

@for(frentes(i):
    x(i) - @sum(carga(k):Cs(k)*y(i,k)) <= 0
);

```

```

@for(frentes(i):
    x(i) - @sum(carga(k):Cl(k)*y(i,k))>= 0
);

@for(matriz4(i,l):
    nv(i,l)*T(i,l) - 60*@sum(carga(k)|g(l,k)#ne#0:y(i,k)) <= 0
);

@for(caminhoes(l):
    @sum(frentes(i):nv(i,l)*T(i,l)) - 60 <= 0
);

@for(frentes(i):
    x(i) - @sum(caminhoes(l):nv(i,l)*cap(l)) = 0
);

@for(matriz4(i,l):
    @GIN(nv(i,l))
);

Data:
    @ole('PADC.xls','fo','x','nv')= fo,x,y,nv;
enddata

end

```



## Anexo III

### Modelo *LINGO* para o PAEC

Model:

Title PAEC;

sets:

```
parametros: tl, tu, tr, wn, wp, dn, dp;  
frentes: x, Ql, Qu, Nu, u, mine;  
carga: Cs, Cl;  
caminhoes: cap;  
matriz1(frentes, parametros): teores;  
matriz2(frentes, carga): y;  
matriz3(caminhoes, carga): g;  
matriz4(frentes, caminhoes): z, nv;
```

endsets

data:

```
frentes, parametros = @ole('PAEC.xls', 'frentes', 'parametros');  
teores, mine, Nu, u = @ole('PAEC.xls', 'teores', 'mine', 'Nu', 'u');  
tl, tu, tr = @ole('PAEC.xls', 'tl', 'tu', 'tr');  
wn, wp, wpn, wpp = @ole('PAEC.xls', 'wn', 'wp', 'wpn', 'wpp');  
Pu, Pl, Pr, Ql, Qu = @ole('PAEC.xls', 'Pu', 'Pl', 'Pr', 'Ql', 'Qu');  
rem, carga, Cs, Cl = @ole('PAEC.xls', 'rem', 'carga', 'Cs', 'Cl');  
caminhoes, cap, g = @ole('PAEC.XLS', 'caminhoes', 'cap', 'g');
```

enddata

```
[fo]min = desvio_teor + desvio_producao;
```

```
desvio_teor = @sum(parametros(j): wn(j)*dn(j))  
             + @sum(parametros(j): wp(j)*dp(j));
```

```
desvio_producao = wpn*Pn + wpp*Pp;
```

```

@for(parametros(j):
    @sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1: (teores(i,j) - tu(j))*x(i)) <= 0
);

@for(parametros(j):
    @sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1: (teores(i,j) - tl(j))*x(i)) >= 0
);

@for(parametros(j):
    @sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1: (teores(i,j) - tr(j))*x(i))
    + dn(j) - dp(j) = 0
);

@sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1:x(i)) - Pu <= 0;

@sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1:x(i)) - Pl >= 0;

@sum(frentes(i)|(i)#eq#1:x(i)) + dPn - dPp - Pr = 0;

@for(frentes(i):
    @BND(Ql(i),x(i),Qu(i))
);

@sum(frentes(i)|mine(i)#eq#0: x(i)) -
rem*@sum(frentes(i)|mine(i)#eq#1: x(i)) >= 0;

@for(frentes(i):
    @sum(carga(k):y(i,k))<=1
);

@for(carga(k):
    @sum(frentes(i):y(i,k))<=1
);

@for(matriz2(i,k):
    @BIN(y(i,k))
);

@for(frentes(i):
    x(i) - @sum(carga(k):Cs(k)*y(i,k)) <= 0
);

```

```

@for(frentes(i):
    x(i) - @sum(carga(k):Cl(k)*y(i,k)) >= 0
);

@for(caminhoes(l):
    @sum(frentes(i):z(i,l)) - 1 <= 0
);

@for(matriz4(i,l):
    z(i,l) - @sum(carga(k)|g(l,k)#NE#0:y(i,k)) <= 0
);

@for(frentes(i):
    @sum(caminhoes(l):z(i,l)) - u(i) <= 0
);

@for(matriz4(i,l):
    @BIN(z(i,l))
);

@for(matriz4(i,l):
    nv(i,l) - Nu(i)*z(i,l) <= 0
);

@for(frentes(i):
    x(i) - @sum(caminhoes(l):nv(i,l)*cap(l)) = 0
);

@for(matriz4(i,l):
    @GIN(nv(i,l))
);

Data:
    @ole('PAEC.xls','fo','x','y','nv')= fo, x, y, nv;
enddata

end

```

# Anexo IV

## Relatório Gerado para o PMM

RELATORIO DO PMM

TESTE: PMM03\_SAVND9999.rel

fo : 1013643  
Desvio Producao: 0.00  
Desvio teor : 60818.31  
SEMENTE : 9999  
TempoCPU(seg) : 0.300

Producao das Frentes

ID	[MaxC]	Cacambadas	Producao
0	[ 21]	21	630.00
1	[ 21]	0	0.00
2	[ 18]	13	390.00
3	[ 12]	12	360.00
4	[ 42]	42	1260.00
5	[ 45]	45	1350.00
6	[ 30]	30	900.00
7	[ 37]	0	0.00
8	[ 33]	17	510.00
9	[ 20]	20	600.00
-----			
Total		200	6000.00

## Parametros de Controle

ID	[ Minimo - Meta - Maximo]	Encontrado	Dif.	Pontuacao	STATUS
0	[ 64.500 - 65.000 -100.000]	65.6429	0.6429	64295	ok!
1	[ 4.800 - 4.900 - 5.000]	4.9022	0.0022	225	ok!
2	[ 0.000 - 0.026 - 0.030]	0.0206	-0.0054	536	ok!
3	[ 0.000 - 0.900 - 1.100]	0.7709	-0.1291	12915	ok!
4	[ 0.000 - 0.150 - 0.300]	0.1413	-0.0087	868	ok!
5	[ 0.000 - 6.000 - 10.000]	6.7475	0.7475	74750	ok!
6	[ 0.000 - 6.500 - 10.000]	8.5270	2.0270	202701	ok!
7	[ 53.000 - 55.000 -100.000]	58.9375	3.9375	393751	ok!
8	[ 0.000 - 25.700 -100.000]	25.3945	-0.3055	30551	ok!
9	[ 0.000 - 23.700 - 25.000]	21.3695	-2.3305	233051	ok!

# Anexo V

## Relatório Gerado para o PADC

Relatorio para a alocao DINAMICA de caminhoes

TESTE: PADC01\_VNS1111.rel

fo : 7469  
Desvio Producao: 0.00  
Desvio teor : 211.998474  
SEMENTE : 1111  
TempoCPU(seg) : 900.90

Producao de Minerio 5800.00 [ 4800.0 - 5800.0 - 6800.0]  
Producao de Esteril 1800.00  
REM 0.31 [ 0.30 - 0.31 - 0.40]

Componentes da Funcao de Avaliacao

Favaliacao	7469
-----	
fa_producao	0
fa_teor	1252
fa_rem	4
fa_produccam	3230
fa_prodcarga	2960
fa_totalcam	23
-----	

## Equipamentos de Carga

ID Frente	[Prod Min - Prod Max]	RitmoLavra	Pontuacao	STATUS
7 1	[ 400.0 - 1100.0]	1040.0	860	ok!
6 2	[ 400.0 - 1100.0]	1040.0	860	ok!
5 5	[ 350.0 - 1000.0]	960.0	620	ok!
3 7	[ 300.0 - 900.0]	900.0	0	ok!
4 8	[ 350.0 - 1000.0]	960.0	620	ok!
2 11	[ 300.0 - 900.0]	900.0	0	ok!
0 14	[ 300.0 - 900.0]	900.0	0	ok!
1 16	[ 300.0 - 900.0]	900.0	0	ok!

## Parametros de Controle

ID	[ Minimo - Meta - Maximo]	Encontrado	Dif.	Pontuacao	STATUS
0	[ 2.400 - 3.300 - 4.200]	3.2966	-0.0034	39	ok!
1	[ 3.470 - 4.240 - 5.000]	4.2321	-0.0079	103	ok!
2	[ 0.500 - 1.630 - 2.750]	1.6293	-0.0007	7	ok!
3	[ 2.700 - 3.920 - 5.130]	3.9197	-0.0003	3	ok!
4	[ 0.930 - 1.070 - 1.200]	1.0645	-0.0055	395	ok!
5	[ 2.800 - 3.030 - 3.250]	3.0259	-0.0041	180	ok!
6	[ 0.860 - 1.130 - 1.400]	1.1290	-0.0010	39	ok!
7	[ 1.100 - 1.240 - 1.370]	1.2355	-0.0045	321	ok!
8	[ 1.000 - 1.770 - 2.530]	1.7679	-0.0021	27	ok!
9	[ 1.210 - 1.710 - 2.200]	1.7031	-0.0069	138	ok!

Número de viagens realizadas às frentes pelos caminhões

Caminhao	1	2	5	7	8	11	14	16	Util.	Pontuacao	STATUS
0	.	.	.	3	.	.	1	1	78.3	79	ok!
2	.	.	.	2	.	2	1	.	77.2	93	ok!
3	.	.	.	1	.	.	2	2	78.3	79	ok!
4	.	.	.	1	.	4	.	.	77.7	87	ok!
5	.	.	.	1	.	3	.	1	78.7	75	ok!
6	.	.	.	3	.	.	1	1	78.3	79	ok!
7	.	.	.	1	.	.	3	1	76.7	99	ok!
8	.	.	.	.	.	3	3	.	91.0	401	ok!
9	.	.	.	.	.	.	2	3	79.2	69	ok!
10	.	.	.	2	.	.	.	3	80.8	50	ok!
11	.	.	.	.	.	1	.	4	81.5	42	ok!
12	.	.	.	3	.	2	.	.	78.0	83	ok!
13	.	.	.	.	.	2	1	2	78.8	73	ok!
14	.	.	.	1	.	1	4	.	90.5	367	ok!
15	4	1	.	.	.	.	.	.	75.3	114	ok!
16	1	.	2	.	3	.	.	.	88.0	200	ok!
17	3	.	.	.	2	.	.	.	74.3	126	ok!
24	.	5	.	.	.	.	.	.	76.7	99	ok!
25	.	.	2	.	4	.	.	.	87.7	178	ok!
26	1	4	.	.	.	.	.	.	76.3	102	ok!
27	1	2	3	.	.	.	.	.	89.2	278	ok!
28	1	1	4	.	.	.	.	.	88.3	223	ok!
29	2	.	1	.	3	.	.	.	88.5	234	ok!

-----

Total de caminhoes: 23



# Anexo VI

## Relatório Gerado para o PAEC

Relatorio para a alocao ESTATICA de caminhões

TESTE: PAEC03\_VNS1111.rel

fo : 2520  
Desvio Producao: 0.00  
Desvio teor : 7072.710938  
SEMENTE : 1111  
TempoCPU(seg) : 901.56

Producao de Minerio 4100.00 [ 3100.0 - 4100.0 - 5100.0]  
Producao de Esteril 0.00  
REM 0.00 [ 0.00 - 0.00 - 0.00]

Componentes da Funcao de Avaliacao

Favaliacao	2520
-----	
fa_producao	0
fa_teor	293
fa_rem	0
fa_productcam	2211
fa_prodcarga	0
fa_totalcam	16
fa_estatico	0
fa_numcamfre	0
-----	

### Equipamentos de Carga

ID Frente	[Prod Min - Prod Max]	RitmoLavra	Pontuacao	STATUS
3 2	[ 300.0 - 500.0]	500.0	0	ok!
0 3	[ 300.0 - 500.0]	500.0	0	ok!
1 5	[ 300.0 - 400.0]	400.0	0	ok!
2 7	[ 300.0 - 400.0]	400.0	0	ok!
5 15	[ 350.0 - 900.0]	900.0	0	ok!
6 17	[ 400.0 - 600.0]	600.0	0	ok!
4 28	[ 350.0 - 800.0]	800.0	0	ok!

### Parametros de Controle

ID	[ Minimo - Meta - Maximo]	Encontrado	Dif.	Pontuacao	STATUS
0	[ 0.000 - 47.910 -100.000]	47.5707	-0.3393	71	ok!
1	[ 0.000 - 0.470 -100.000]	0.4988	0.0288	3	ok!
2	[ 0.000 - 0.260 -100.000]	0.2734	0.0134	2	ok!
3	[ 0.000 - 0.035 -100.000]	0.0435	0.0085	1	ok!
4	[ 0.000 - 0.042 -100.000]	0.0461	0.0041	1	ok!
5	[ 0.000 - 1.880 -100.000]	2.1580	0.2780	29	ok!
6	[ 0.000 - 2.150 -100.000]	2.3468	0.1968	21	ok!
7	[ 0.000 - 16.500 -100.000]	16.7532	0.2532	31	ok!
8	[ 0.000 - 80.940 -100.000]	80.8737	-0.0663	9	ok!
9	[ 0.000 - 43.000 -100.000]	42.4634	-0.5366	125	ok!

Número de viagens realizadas às frentes pelos caminhões

Caminhao	2	3	5	7	15	17	28	Util.	Pontuacao	STATUS
0	.	.	.	.	.	.	5	75.8	108	ok!
1	.	.	.	.	.	.	5	75.8	108	ok!
2	.	.	3	.	.	.	.	46.0	459	ok!
3	.	.	.	.	.	6	.	87.0	134	ok!
4	.	.	.	.	.	6	.	87.0	134	ok!
5	.	.	.	.	6	.	.	85.0	0	ok!
6	.	.	5	.	.	.	.	76.7	99	ok!
7	.	.	.	.	.	.	6	91.0	401	ok!
8	5	.	.	.	.	.	.	78.3	79	ok!
9	.	5	.	.	.	.	.	80.8	50	ok!
11	.	5	.	.	.	.	.	80.8	50	ok!
12	.	.	.	4	.	.	.	63.3	255	ok!
13	.	.	.	.	6	.	.	85.0	0	ok!
18	.	.	.	.	6	.	.	85.0	0	ok!
24	.	.	.	4	.	.	.	63.3	255	ok!
29	5	.	.	.	.	.	.	78.3	79	ok!

Total de caminhoes: 16

# Anexo VII

## Publicações

Lista-se a seguir os trabalhos oriundos desta pesquisa que foram submetidos a periódicos de circulação nacional e internacional e/ou apresentados em eventos.

### Trabalhos submetidos a periódicos internacionais

**Título:** *Variable Neighborhood Search applied to operational mining planning.*

**Co-autores:** Marcone Jamilson Freitas Souza e Luiz Ricardo Pinto.

**Periódico:** *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment.*

**Data de Submissão:** 14 de março de 2005.

### Trabalhos submetidos a periódicos nacionais

**Título:** Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade.

**Co-autores:** Marcone Jamilson Freitas Souza e Luiz Ricardo Pinto.

**Periódico:** Revista Escola de Minas.

**Data de Submissão:** 30 de junho de 2004.

### Trabalhos apresentados em eventos nacionais

**Título:** Um modelo de alocação dinâmica de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade.

**Co-autores:** Marcone Jamilson Freitas Souza e Luiz Ricardo Pinto.

**Evento:** III Congresso Brasileiro de Mina a Céu aberto e III Congresso Brasileiro de Mina Subterrânea.

**Local:** Belo Horizonte - MG.

**Período:** 9 e 10 de setembro de 2004.