



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – UFOP  
ESCOLA DE MINAS – EM  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE MINAS – DEMIN  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MINERAL – PPGEM



## **UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA OTIMIZAR A COMPOSIÇÃO DE LOTES DE MINÉRIO DE FERRO DA MINA CAUÊ DA CVRD**

Autora: Edilaila Fernandes Moraes

Orientador: Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral do Departamento de Engenharia de Minas da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mineral, área de concentração: Lavra de Minas.

Ouro Preto, Dezembro de 2005.

M827u Moraes, Edilaila Fernandes.  
Um modelo de programação matemática para otimizar a composição de lotes de minério de ferro da mina Cauê da CVRD [manuscrito]. / Edilaila Fernandes Moraes. – 2005.  
x, 78f. : il. color., graf., tabs.

Área de concentração: Lavra de Minas.  
Orientador: Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia de Minas. Programa de pós-graduação em Engenharia Mineral.

1.. Engenharia de Minas - Teses. 2. Lavra a céu aberto - Teses. 3. Programação linear. – Teses. 4. Minérios de Ferro - Misturas - Teses. 5. Minérios de Ferro – Controle de estoque – Teses. I. Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas. Departamento de Engenharia de Minas. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mineral. II. Título.

CDU: 622.27

Catálogo: [sisbin@sisbin.ufop.br](mailto:sisbin@sisbin.ufop.br)

**UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA PARA  
OTIMIZAR A COMPOSIÇÃO DE LOTES DE MINÉRIO DE  
FERRO DA MINA CAUÊ DA CVRD**

Edilaila Fernandes Moraes

Esta dissertação foi apresentada em sessão pública e aprovada em 09 de dezembro de 2005, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros:

---

Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza (Orientador/UFOP)

---

Prof. Dr. Ivo Eyer Cabral (UFOP)

---

Prof. Dr. Carlos Roberto Venâncio de Carvalho (UFMG)

# Agradecimentos

Agradeço a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho, especialmente:

À Deus, pela saúde e por mais essa conquista;

Ao meu orientador e amigo, Marcone Jamilson Freitas Souza, pelo aprendizado e motivação;

Ao programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Mineral da Escola de Minas da UFOP, pelos recursos disponibilizados;

Ao grupo de Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração da UFOP, por adaptar essa dissertação às necessidades da CVRD, desenvolvendo e implementando um sistema, que servirá como ferramenta para o problema de blendagem dos produtos do Pátio desta empresa;

Ao Kléber Souza e Silva, meu gerente quando iniciei o mestrado, atualmente Gerente Geral das Minas do Sistema Norte, pela orientação e oportunidade;

À Equipe de Controle de Qualidade de Pátios da CVRD Itabira, especialmente ao Antônio Jacinto Rodrigues, pela colaboração e aprendizado;

Ao David Costa, pelo apoio e por me fazer acreditar que tudo é possível;

Aos meus familiares e amigos, em especial à Ianara, pelo incentivo e carinho.

## Resumo

Este trabalho tem seu enfoque no problema de blendagem de produtos de minério de ferro, estocados nos pátios da mina Cauê, da empresa Companhia Vale do Rio Doce (CVRD), em Minas Gerais, para a composição de lotes. Propõe-se um modelo de programação linear por metas que visa determinar os locais de retomada do produto estocado, de tal forma que a mistura atenda aos limites de especificações de qualidade e quantidade preestabelecidos pelo cliente e satisfaça as restrições operacionais do pátio. O modelo de programação matemática desenvolvido foi implementado no modelador e otimizador LINGO 9.0, interfaceando com planilhas do EXCEL 2000, o que possibilitou a utilização e exportação de dados em um ambiente familiar à empresa de mineração. O sistema desenvolvido foi validado comparando-se os resultados obtidos com os produzidos manualmente pela empresa. Os resultados computacionais apresentados comprovaram que é possível prover uma melhora na composição dos lotes através do modelo proposto.

Palavras-Chave: Blendagem de minérios, pátio de estocagem de minérios, programação por metas.

## Abstract

*This work focus on the problem of blending iron ore products, at the Cauê mine stockyard, of Companhia Vale do Rio Doce, in Minas Gerais State, for the composition of a lot. It consists in elaborating a linear goal programming model that seeks to determine the places of retake the stored ore, in such a way that the blending of products be in conformity with the quality specification required by the customer. This work is a case study of applied nature. The mathematical programming model was developed with the support of the optimization software LINGO 9.0 in conjunction with of EXCEL 2000 spreadsheets, making possible to handle and export data in formats used by the mining company. With the purpose of validating the implemented system, the results obtained by the system were compared with real data. These results proved that is possible to improve the composition of the products lots applying the proposed model.*

*Keywords: Ore blending, ore stockyard, goal programming.*

# Sumário

<b>AGRADECIMENTOS .....</b>	<b>III</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>IV</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>V</b>
<b>SUMÁRIO .....</b>	<b>VI</b>
<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>VIII</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>IX</b>
<b>LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS.....</b>	<b>X</b>
<b>1. PRELIMINARES .....</b>	<b>1</b>
1.1 INTRODUÇÃO .....	1
1.2 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA.....	2
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	3
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>4</b>
2.1 INTRODUÇÃO .....	4
2.2 PROGRAMAÇÃO POR METAS .....	10
2.3 O MODELO DE CHANDA & DAGDELEN (1995) .....	14
2.3.1 <i>Parâmetros do Modelo</i> .....	14
2.3.2 <i>Função Objetivo</i> .....	15
2.3.3 <i>Restrições de Meta</i> .....	15
2.3.4 <i>Restrições de limite superior e inferior de produção e especificação</i> ....	15
2.3.5 <i>Controle de produção</i> .....	16
2.3.6 <i>Não-negatividade</i> .....	16
2.4 OS MODELOS DE MERSCHMANN (2002).....	17
2.4.1 <i>Modelo de Otimização referente à Alocação Dinâmica de Caminhões</i> . 18	
2.4.2 <i>Modelo de Otimização referente à Alocação Estática de Caminhões</i> ....	21
2.4.3 <i>Modelo de Simulação</i> .....	25
<b>3. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA ABORDADO.....</b>	<b>28</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	28
3.1.1 <i>Sistema Norte da CVRD</i> .....	28
3.1.2 <i>Sistema Sul da CVRD</i> .....	29
3.2 ESTUDO DE CASO.....	31
<b>4. MODELAGEM DO PROBLEMA ABORDADO .....</b>	<b>39</b>
4.1 INTRODUÇÃO .....	39
4.2 MODELO BASEADO EM PROGRAMAÇÃO POR METAS ARQUIMEDIANA .....	39

4.2.1	<i>Parâmetros do modelo</i> .....	39
4.2.2	<i>Variáveis de decisão</i> .....	41
4.2.3	<i>Função objetivo</i> .....	42
4.2.4	<i>Restrições de seqüenciamento vertical</i> .....	42
4.2.5	<i>Restrições de retirada de um conjunto de pilhas contíguas</i> .....	42
4.2.6	<i>Restrições de seqüenciamento horizontal</i> .....	43
4.2.7	<i>Restrições de limite superior de garantia</i> .....	43
4.2.8	<i>Restrições de limite inferior de garantia</i> .....	43
4.2.9	<i>Restrições de meta</i> .....	44
4.2.10	<i>Restrições de eliminação parcial de uma pilha</i> .....	44
4.2.11	<i>Restrições de eliminação completa de pilhas</i> .....	45
4.2.12	<i>Restrições que visam à eliminação completa de pilhas</i> .....	45
4.2.13	<i>Restrições de integralidade e não-negatividade</i> .....	45
4.3	MODELO BASEADO EM PROGRAMAÇÃO POR METAS NEBULOSA .....	46
4.3.1	<i>Função objetivo</i> .....	46
4.3.2	<i>Restrições</i> .....	46
4.4	IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL .....	47
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS COMPUTACIONAIS</b> .....	<b>48</b>
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b> .....	<b>62</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>64</b>
	<b>ANEXO I: O SOFTWARE LINGO</b> .....	<b>67</b>
	<b>ANEXO II: MODELO</b> .....	<b>71</b>
	<b>ANEXO III: PUBLICAÇÕES</b> .....	<b>78</b>



## Lista de Figuras

Figura 2.1 - Diagrama de Ciclo de Atividade do Modelo Genérico.....	26
Figura 3.1 - Principais Produtos do Complexo Itabira .....	32
Figura 3.2 - Pátios de estocagem da mina Cauê .....	33
Figura 3.3 - Equipamentos de empilhamento e recuperação .....	35
Figura 3.4 - Layout dos Pátios .....	37
Figura 5.1 – Teor de ferro nos cinco cenários do PCCA .....	50
Figura 5.2 – Teor de sílica nos cinco cenários do PCCA .....	50
Figura 5.3 – Teor de fósforo nos cinco cenários do PCCA .....	51
Figura 5.4 – Teor de alumina nos cinco cenários do PCCA.....	51
Figura 5.5 – Teor de manganês nos cinco cenários do PCCA.....	52
Figura 5.6 – Teor de água nos cinco cenários do PCCA .....	52
Figura 5.7 – Teor de ferro nos cinco cenários do PECA .....	53
Figura 5.8 – Teor de sílica nos cinco cenários do PECA .....	53
Figura 5.9 – Teor de fósforo nos cinco cenários do PECA .....	54
Figura 5.10 – Teor de alumina nos cinco cenários do PECA .....	54
Figura 5.11 – Teor de manganês nos cinco cenários do PECA .....	55
Figura 5.12 – Teor de água nos cinco cenários do PECA .....	55
Figura 5.13 – Teor de ferro nos cinco cenários do PXCA_DIPE.....	56
Figura 5.14 – Teor de sílica nos cinco cenários do PXCA_DIPE .....	56
Figura 5.15 – Teor de fósforo nos cinco cenários do PXCA_DIPE.....	57
Figura 5.16 – Teor de alumina nos cinco cenários do PXCA_DIPE.....	57
Figura 5.17 – Teor de manganês nos cinco cenários do PXCA_DIPE.....	58
Figura 5.18 – Teor de água nos cinco cenários do PXCA_DIPE .....	58
Figura 5.19 – Teor de ferro nos cinco cenários do PXCA_PPC.....	59
Figura 5.20 – Teor de sílica nos cinco cenários do PXCA_PPC.....	59
Figura 5.21 – Teor de fósforo nos cinco cenários do PXCA_PPC.....	60
Figura 5.22 – Teor de alumina nos cinco cenários do PXCA_PPC .....	60
Figura 5.23 – Teor de manganês nos cinco cenários do PXCA_PPC .....	61
Figura 5.24 – Teor de água nos cinco cenários do PXCA_PPC.....	61

# Lista de Tabelas

Tabela 5.1. – Principais Características das Instâncias-teste .....	49
---	----

## Lista de Siglas e Abreviaturas

AG	Algoritmo Genético
CSN	Companhia Siderúrgica Nacional
CST	Companhia Siderúrgica Tubarão
CVRD	Companhia Vale do Rio Doce
DAG	Despacho por Algoritmo Genético
DCA	Diagrama de Ciclo de Atividades
EFC	Estrada de Ferro Carajás
MFP	Minimizar a Falta de Produção
MNP	Minimizar o Número de Pedidos
MRS	Malha Rodoferroviária Sul
OTISIMIN	Otimizador e Simulador para Mineração
PADC	Problema de Alocação Dinâmica de Caminhões
PCP	Planejamento e Controle da Produção
PMM	Problema de Mistura de Minérios
SiC	Carbeto de Silício
SIMIN	Sistema de Simulação a Eventos Discretos
TMPM	Terminal Marítimo de Ponta Madeira

# 1. Preliminares

## 1.1 Introdução

A Pesquisa Operacional teve sua origem durante a Segunda Guerra Mundial, quando um grupo de pesquisadores procurou aplicar métodos científicos para apoiar os comandos operacionais na resolução de problemas de natureza logística, tática e de estratégia militar de grande dimensão e complexidade. O objetivo era decidir sobre a utilização mais eficaz dos recursos militares limitados.

O sucesso e credibilidade dessas aplicações foram tão grandes que motivou o mundo acadêmico e empresarial a iniciarem atividades semelhantes. A partir de então, a pesquisa operacional se difundiu, sendo hoje um ramo da ciência administrativa que fornece instrumentos para análise e tomada de decisões.

O imenso progresso da Pesquisa Operacional se deve, em grande parte, ao desenvolvimento dos computadores digitais, em face de sua velocidade de processamento, capacidade de armazenamento e recuperação das informações, e versatilidade na geração de relatórios.

Outro fato que atualmente muito contribui para o uso intensivo das técnicas de pesquisa operacional é a disseminação dos microcomputadores, acompanhados por bons pacotes de *softwares*.

Face ao seu caráter multidisciplinar, a Pesquisa Operacional estende-se por praticamente todos os domínios da atividade humana, da Engenharia à Medicina, passando pela Economia e a Gestão Empresarial.

Aplicações de Pesquisa Operacional na mineração começaram a surgir no final da década de 50 e início da década de 60. Apesar disso, enquanto outros tipos de indústria têm mostrado um crescente interesse na aplicação de pesquisa operacional, na mineração esse crescimento pode ser considerado um tanto quanto tímido.

No Brasil, o uso de Pesquisa Operacional na mineração ainda é muito pequeno se comparado aos inúmeros benefícios que suas técnicas têm a oferecer. Ainda hoje, mesmo nas grandes empresas de mineração, problemas de tomada de decisão ainda são solucionados com base no bom senso e em experiências passadas. As decisões tomadas

dessa forma, apesar de conduzirem a soluções adequadas, em geral não garantem uma decisão ótima sob o aspecto considerado.

Uma característica importante que a Pesquisa Operacional possui e que facilita muito o processo de análise de decisão é a utilização de modelos. Isto permite a "experimentação", o que significa que uma decisão pode ser melhor avaliada e testada antes de ser efetivamente implementada. A economia de recursos e a experiência adquirida pela experimentação, por si só, justificam a utilização de técnicas de Pesquisa Operacional como instrumentos de administração de empresas.

Entre os grandes desafios das empresas de mineração está o planejamento da produção, parte do qual é objeto de estudo neste trabalho, que tem seu enfoque no problema de blendagem de produtos de minério de ferro estocados nos pátios da mina Cauê, da empresa Companhia Vale do Rio Doce, em Minas Gerais, para a composição de um lote. O objetivo é determinar a seqüência da retomada de produtos nos pátios de estocagem de modo que seja possível fornecer para um cliente externo, um produto que atenda as especificações relativas à qualidade e quantidade preestabelecidas.

## **1.2 Justificativa e Relevância**

As minas de ferro do Complexo Itabira, em Minas Gerais, pertencentes à Companhia Vale do Rio Doce (CVRD), são responsáveis por 50% de toda a produção do Sistema Sul, formada pelas minas situadas no quadrilátero ferrífero.

Após beneficiamento do minério, produtos de diferentes especificações, sejam elas químicas (teores de ferro, sílica, manganês etc), ou físicas (no caso, granulometria), são armazenados na forma de pilhas em pátios de estocagem para posterior composição de lotes de vagões, em atendimento às encomendas de clientes.

Para a formação de um lote de vagões, faz-se necessário observar vários aspectos. Do ponto de vista da qualidade do minério, para cada parâmetro de qualidade, o cliente especifica as metas, bem como os limites mínimos e máximos toleráveis. Do ponto de vista operacional, as máquinas retomadoras têm suas limitações. Por exemplo, para pilhas dispostas em forma contígua, não é possível retirar o produto das pilhas intermediárias, sem que as pilhas mais externas tenham sido retiradas. Há também a limitação de tempo para a composição de um lote. Devido ao tempo de preparação das

máquinas retomadoras (tempo de *setup*), não é viável manusear pilhas distantes umas das outras de um mesmo pátio.

Atualmente a programação de lotes é feita manualmente, com auxílio de uma planilha eletrônica. O operador dessa ferramenta simula vários cenários, com base na tentativa e erro, escolhendo aquele que melhor se aproxima do pedido do cliente. A otimização do processo é, portanto, tímida e está baseada apenas na experiência do operador. Desta forma, o presente trabalho se justifica, uma vez que permitirá obter a melhor solução existente para uma dada configuração de pátio, além de acelerar o processo de decisão.

É importante observar que, embora este trabalho esteja voltado para um estudo de caso, toda mineradora tem um pátio de estocagem e os problemas que aparecem são bastante semelhantes. Assim, a solução a ser adotada para o problema objeto de estudo pode ser utilizada e/ou adaptada para resolver problemas similares de outras empresas mineradoras.

### **1.3 Estrutura do Trabalho**

Este trabalho está organizado como segue. No presente capítulo é contextualizada a pesquisa operacional nas aplicações em empresas de mineração e são apresentadas a justificativa e relevância do presente trabalho.

No capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica de aplicações de pesquisa operacional na mineração, bem como de técnicas de programação matemática.

No capítulo 3 é descrito em detalhes o problema abordado.

No capítulo 4 é apresentada uma modelagem de programação matemática para o problema abordado.

No capítulo 5 são apresentados, discutidos e analisados os resultados obtidos pela aplicação do modelo proposto a um conjunto de diferentes cenários no pátio de estocagem da Mina de Cauê da CVRD, em Itabira (MG).

O capítulo 6 conclui o trabalho e apresenta propostas para trabalhos futuros.

## 2. Revisão Bibliográfica

### 2.1 Introdução

Otimizar é um problema permanentemente estudado já que cada vez mais se exige um gerenciamento eficiente dos recursos disponíveis.

Neste contexto a Pesquisa Operacional tornou-se ferramenta muito importante no meio empresarial, facilitando a otimização e racionalização de tais recursos. Isso se deve à característica principal dos modelos de otimização de indicarem a melhor decisão a ser tomada segundo algum critério adotado.

Entre os diversos trabalhos publicados aplicados ao planejamento da produção, os modelos de programação linear são os mais difundidos. A seguir, são destacados alguns desses trabalhos com o intuito de mostrar parte do que foi desenvolvido neste campo.

CHANDA & DAGDELEN (1995) apresentam um modelo de programação linear por metas para um problema de blendagem de minérios no planejamento de curto prazo em uma mina de carvão. De acordo com os autores, a programação linear clássica está sendo vastamente utilizada na modelagem de problemas de produção/blendagem na indústria mineral, porém, a sua formulação é limitada pelo fato de que somente uma função objetivo pode ser utilizada por modelo, quando na realidade o problema de blendagem é multiobjetivo. O modelo elaborado oferece vantagens quando comparado com a programação linear clássica, pois engloba a maximização de um critério econômico e a minimização da soma dos desvios dos parâmetros individuais de qualidade e da tonelagem em relação aos valores desejados. A capacidade desses modelos é analisada, comparando-os com os pertencentes a um sistema baseado em gráficos interativos. Estudos demonstraram que melhorias na qualidade dos resultados de planejamento podem ser obtidas através da combinação dessas duas técnicas.

MERSCHMANN (2002) descreveu sobre o desenvolvimento de um sistema de otimização e simulação para análise de cenário de produção em minas a céu aberto. O sistema denominado OTISIMIN (Otimizador e Simulador para Mineração) foi desenvolvido em dois módulos. O primeiro corresponde ao módulo de otimização onde

um modelo de programação linear pode ser construído e resolvido e o segundo a um módulo de simulação que permite ao usuário utilizar os resultados obtidos na resolução do modelo de programação linear como dados de entrada para a simulação. O Sistema foi desenvolvido em Borland Delphi 5.0 e usou as rotinas do SIMIN, sistema de simulação a eventos discretos - resultado da tese de doutorado de Pinto (1999) - como base de parte de sua estrutura. O armazenamento dos dados de entrada é feito com auxílio de um banco de dados construído por meio do Microsoft Access 97. O módulo de otimização foi elaborado com o objetivo de otimizar o processo de mistura de minérios oriundos das várias frentes de lavra de forma a atender as especificações de qualidade impostas pela usina de tratamento e realizar a alocação de equipamentos (caminhões, carregadeiras e/ou escavadeiras) às frentes de lavra. Os modelos matemáticos são gerados automaticamente a partir dos dados que são fornecidos pelo usuário através do preenchimento das tabelas existentes no item de menu Dados de Entrada. Dois modelos foram apresentados. Ambos com objetivo de determinar o ritmo de lavra de cada frente disponível e alocar os equipamentos existentes às mesmas, de forma a maximizar a produção. Esses modelos se diferem pela forma de alocação dos caminhões. Um trabalha com alocação estática, ou seja, cada caminhão trabalha fixado a um único par de pontos de carga e descarga. O outro trabalha com alocação dinâmica onde a definição da frente a ser atendida por cada caminhão e seu ponto de descarga acontece ao término de cada viagem, sendo o controle desta alocação realizado por um sistema de despacho automático. A resolução do modelo gerado é realizada utilizando-se o software LINDO 6.1 da Lindo Systems Inc. (<http://www.lindo.com>). Os resultados obtidos no módulo de Otimização são utilizados como base de dados de entrada para o modelo de Simulação. O módulo de simulação permite a execução de um modelo de simulação, cujo objetivo é possibilitar o estudo de sistemas de produção em minas a céu aberto, servindo como uma importante ferramenta de auxílio no processo decisório em empresas de mineração que desejam estudar operações alternativas de mistura de minérios, carregamento e transporte ligados a planos de lavra de curto prazo. Um exemplo ilustrativo, baseado em dados da mina de Matozinhos da empresa Lafarge Cimento, foi desenvolvido com a finalidade de testar e validar o OTISIMIN.

Os modelos de MERSCHMANN (2002) foram aperfeiçoados por COSTA *et al.* (2004, 2005) e COSTA (2005). Neste trabalho, apresenta-se uma modelagem de programação matemática que reduz significativamente o número de restrições de um dos



modelos. Além disso, os modelos incluem o atendimento às metas de produção e qualidade através da minimização, na função objetivo, dos desvios de atendimento às restrições de meta. O autor apresenta, ainda, modelos heurísticos para resolução dos dois problemas de determinação do ritmo de lavra. É mostrado que a modelagem heurística produz solução de melhor qualidade em tempos computacionais mais baixos.

MARTINS, VASCONCELOS & FILHO (2003) apresentam um método proposto para otimizar a programação da produção da área de fundição de uma usina de zinco. Na planta estudada, as placas de zinco são submetidas a uma seqüência de fornos, nos quais ocorrem os processos de fusão e de mistura para a formação das ligas que posteriormente serão comercializadas. Porém, devido à ocorrência de variações súbitas e imprevisíveis na demanda e às eventuais indisponibilidades temporárias de recursos, a programação das atividades na fundição necessitava ser freqüentemente reavaliada, tarefa essa que comprometia várias horas dos profissionais do setor de planejamento e controle da produção. A proposta do trabalho foi, portanto, elaborar um sistema de otimização que permitisse aos responsáveis pela programação da produção reagir, em pouco tempo e com segurança necessária, a eventos de última hora. O procedimento consistiu em determinar a seqüência na qual as ordens de produção seriam alocadas, o que foi feito via algoritmos genéticos, e seguindo essa seqüência, em designar cada ordem aos recursos capazes de processá-las, tarefa essa realizada por um algoritmo de busca heurística. Entre os parâmetros considerados na programação, constaram os tempos de *setup* dependentes da seqüência; a não disponibilidade contínua de insumos; a existência de grupos de fornos capazes de executar as mesmas tarefas em paralelo; as rotas existentes entre os equipamentos; interrupções na jornada de trabalho e cálculo de dimensões de lotes de alguns produtos. Segundo os autores, por se tratar de um mecanismo estocástico, nem sempre se pode garantir que a solução encontrada corresponde a melhor possível. Porém, pelos resultados obtidos com a implementação do sistema, nos quais soluções próximas ao ótimo foram encontradas, pôde-se comprovar que o sistema híbrido proposto foi capaz de otimizar o programa de produção em tempo hábil, atendendo às necessidades existentes.

ARAÚJO & ARENALES (2003) elaboraram um estudo de caso em uma fundição cativa de grande porte localizada no interior de São Paulo, que enfoca problemas de planejamento e programação da produção. O processo produtivo da empresa consiste, basicamente, de vários fornos com capacidades diferentes e linhas de

moldagem com produtividades diferentes. No estudo em questão são nove fornos e três linhas de moldagem, sendo que a indústria fabrica oito diferentes famílias de produtos finais, as quais são decompostas em diferentes peças que devem ser fabricadas pela fundição. Para cada peça existe um molde específico e este molde faz uma certa quantidade de peças de cada vez dependendo do número de cavidades presentes no molde. Os autores consideram na modelagem matemática duas variáveis de decisão: uma referente à capacidade de armazenamento de cada liga e outra referente à capacidade de reposição de cada liga, as quais são limitadas pelas capacidades de armazenamento e de reposição do conjunto de fornos que pode produzir cada liga. O modelo foi resolvido com auxílio de um pacote de otimização inteira (AMPL/CPLEX 7.1). Os resultados obtidos a partir do modelo matemático proposto mostraram que as soluções finais obtidas em dois minutos de processamento estavam relativamente próximas ao ótimo, distante apenas cerca de 3% deste. A fixação de um baixo tempo de processamento deve-se à necessidade do setor envolvido da empresa em tomar rapidamente uma decisão com relação aos procedimentos a serem adotados. Esses resultados foram comparados com os obtidos na prática pela indústria, mostrando expressivos ganhos de produtividade e redução de atrasos na entrega dos pedidos.

OLIVEIRA, DUARTE & MONTEVECHI (2001) abordaram a aplicação da programação linear em uma empresa no processo de fabricação por fundição de componentes para automóveis, de modo a fornecer um produto a um mínimo custo, dentro das especificações desejadas e com as matérias primas disponíveis. A formulação matemática do modelo foi elaborada com o objetivo de minimizar o custo da produção da liga e atender as especificações do processo, garantindo assim as propriedades mecânicas necessárias ao produto final. O *software* utilizado na otimização do problema foi o LINDO, interfaceando com planilhas do Excel. A solução obtida demonstrou o potencial desta ferramenta na otimização do processo de fabricação. Com a implementação do sistema, a empresa conseguiu fabricar uma liga com as mesmas propriedades mecânicas específicas, a um custo cerca de 10 a 18% menor em comparação com os métodos até então aplicados. Segundo os autores, a utilização da programação linear não se limitou apenas em fornecer uma solução para o processo de fabricação, mas também serviu para apoio em outras tomadas de decisões, pois a metodologia possibilita o direcionamento da política de estoque e compra de matéria prima da empresa.

ALVARENGA (1997) desenvolveu um programa para o despacho ótimo de caminhões em uma mineração de ferro, a céu aberto, com o objetivo de minimizar o tempo de filas para as frotas de caminhões, aumentar a produtividade da frota e melhorar o minério lavrado com relação ao atendimento da qualidade requerida. No trabalho desenvolvido, foi aplicada uma técnica estocástica de otimização, o algoritmo genético com processamento paralelo, em um caso real da Mineração Casa de Pedra, uma empresa do grupo CSN – Companhia Siderúrgica Nacional. O problema se resume em sugerir qual o ponto de basculamento ou carregamento ideal e a trajetória para o deslocamento, no momento em que há uma situação de escolha a ser realizada. No modelo desenvolvido o conjunto das possíveis decisões é um indivíduo do algoritmo genético (AG), ou seja, as variáveis da otimização. Depois de encontrada uma solução pelo algoritmo genético, tem-se as melhores opções de rotas para um período de operação que ainda está por acontecer. O processo de busca pelo AG envolve o refinamento de uma população de 900 indivíduos, os quais são avaliados com relação à qualidade do minério produzido, ao tempo total de fila da frota e ao número de viagens realizadas, simulando 3 horas de operação na mineração. A avaliação de todos os indivíduos é realizada e, depois de encontrada uma solução, é reiniciado o processo de busca, incluindo alguma alteração que possa ter ocorrido na configuração da mina, como por exemplo, variações nos tempos dos caminhões, nas posições, ou mesmo um despacho que já foi realizado. Esta característica de modelagem foi considerada inédita nos sistemas de despacho de caminhões em minerações de ferro, já que os demais trabalham o algoritmo somente após a eminência de tomada de decisão. Após encontrada a solução final, que representa o melhor indivíduo da última geração, é possível avaliar o quanto se obteve de melhora nos itens desejados. Uma outra análise foi feita, comparando-se os resultados da melhor opção do algoritmo genético com os obtidos em uma operação de frente fixa. Os resultados da operação frente fixa foram obtidos simulando a continuidade da operação e considerando que os caminhões retornavam sempre para o ponto de carga de origem. Os resultados dessa comparação mostraram superioridade da metodologia baseada em AG, mostrando que até mesmo os primeiros indivíduos do AG apresentam uma solução melhor que a operação frente fixa. Ao projeto foi dado o nome de DAG, Despacho por Algoritmo Genético. O DAG é composto por três módulos: O Banco de dados, o módulo de otimização e a interface

com o usuário com as regras de negócio<sup>1</sup> (sistema desenvolvido). Segundo o autor, o *software* desenvolvido, hoje a base do *Smart Mine*, faz uso do que há de mais amigável, construindo interface de alta qualidade e de fácil manuseio. Enquanto os ganhos com a qualidade foram mais difíceis de serem quantificados, os resultados numéricos mostraram ganhos de 5% a 15% de produtividade, comprovando a validade do projeto.

O objeto de pesquisa do trabalho de LUCHE & MORABITO (2004) é o planejamento e controle da produção (PCP) na indústria de grãos eletrofundidos. O trabalho baseia-se num estudo de caso em uma empresa localizada na cidade de Salto, em São Paulo. O problema consiste em encontrar um programa de produção que, no menor número possível de períodos, seja capaz de atender toda a demanda utilizando, no máximo, um processo por período. No trabalho são aplicados modelos de Programação Linear Inteira Mista para auxiliar nas decisões da programação da produção e analisar os resultados obtidos. Tais modelos combinam modelos conhecidos de seleção de processos, consistindo em determinar o quanto produzir de cada produto por cada processo, de maneira a minimizar os custos de produção, sujeito às restrições de limitação de recursos e atendimento da demanda. Considera-se, também, o dimensionamento de lotes monoestágio que, de forma geral consiste em planejar a quantidade de itens a ser produzido em cada período ao longo de um horizonte de tempo finito, de modo a atender a demanda e otimizar um critério, por exemplo, minimizar custos ou maximizar a contribuição ao lucro. Segundo os autores otimizar tal programação na indústria de grãos eletrofundidos não é uma tarefa simples, principalmente devido à grandeza dos tempos de preparação dos equipamentos, à diversidade de produtos e às limitações dos prazos de entrega da carteira de pedidos. A planta estudada está dividida em duas fábricas: uma que produz carbetos de silício (SiC) e outra que produz óxido de alumínio. Esta última está dividida em duas seções, a primeira que produz óxido de alumínio branco e a segunda que produz óxido de alumínio marrom. Todos os produtos apresentam-se na forma de grãos cujos tamanhos variam desde alguns centímetros até poucos micrômetros. Para a modelagem do problema da empresa foram desenvolvidas duas propostas. A primeira visa minimizar o número de pedidos (MNP) necessários para a produção dos itens demandados e a segunda proposta visa minimizar a falta de produção (MFP). Devido ao fato de que na prática a restrição de demanda é freqüentemente infactível, o modelo elaborado nesta

---

<sup>1</sup> Regras de negócio: termo comumente utilizado pela comunidade de Ciência da Computação referir-se

segunda proposta utiliza variáveis de folga (excesso) e falta na restrição de demanda para garantir factibilidade. Na resolução dos modelos matemáticos, foi utilizada a linguagem GAMS 2.0 com o otimizador CPLEX 7.0. Devido ao gigantesco número de possíveis processos de fabricação que podem ser implementados na fábrica, os autores tomaram como base inicial para a programação da produção, uma lista limitada de processos usados pela empresa. Ao se aplicar o modelo MNP (modelo 1), este foi capaz de gerar uma solução factível. Resolvendo pelo modelo MFP (modelo 2), esperava-se que o modelo encontrasse, na pior das hipóteses, uma solução pelo menos tão boa quanto a utilizada pelo PCP da empresa, a qual resultou em uma falta de 13450 quilos. Como esperado, na segunda simulação obteve-se um resultado melhor do que o da empresa: falta total de 10475 quilos (uma redução de 22% da falta) num tempo computacional de 3 minutos. Os autores concluíram que o modelo MNP é útil quando a programação da produção deve ser cumprida sem atraso da produção de qualquer item, porém quando é permitido obter uma solução de mínima falta para o problema quando este não for factível do ponto de vista de atraso zero, deve-se utilizar o modelo MFP.

A seguir é feito um detalhamento maior dos artigos de Chanda & Dagdelen (1995) e Merschmann (2002), os quais estão mais relacionados com a proposta de desenvolvimento deste trabalho.

Antes, porém, da descrição desses trabalhos, será introduzido o método de programação linear por metas, o qual é a base do trabalho de Chanda & Dagdelen (1995) e do presente trabalho.

## **2.2 Programação por Metas**

As técnicas de modelagem matemática ou de otimização geralmente estudadas estão condicionadas à solução de um único objetivo, ou seja, assumem que as restrições não podem ser violadas.

Entretanto, inúmeras soluções existentes no mundo real exigem que boa parte das decisões do dia a dia das empresas seja flexível.

Dessa forma, os gestores procuram satisfazer ou aproximar-se dos objetivos estabelecidos, ao invés de considerá-los como rígidos.

---

às partes de algoritmos que definem o funcionamento do sistema: condições, fórmulas etc.

Esses problemas podem ser mais apropriadamente modelados utilizando-se múltiplos objetivos em vez de restrições rígidas. A solução desses modelos não se resume a maximizar ou minimizar uma função objetivo dentro de um conjunto de restrições, mas envolve a satisfação de uma condição mínima aceitável. Esses são os denominados problemas de programação por metas, ou da literatura inglesa, *Goal Programming* (BUENO & OLIVEIRA, 2004).

A programação por metas é uma técnica que permite a modelagem e a busca de soluções para os problemas com múltiplos objetivos ou metas a serem otimizadas.

Uma das diferenças significativas entre a programação linear clássica e a programação por metas está na função objetivo. A programação linear requer que o tomador de decisão persiga apenas uma função objetivo: a minimização de custos, ou a maximização do lucro ou qualquer outra função a ser otimizada. Na programação por metas, por sua vez, não se busca somente maximizar ou minimizar a função objetivo diretamente, busca-se também a minimização dos desvios no alcance das metas.

Para esse fim são utilizadas as chamadas variáveis de desvio. Assim, tem-se como propósito a minimização dos desvios (distância) entre os objetivos estabelecidos.

Nessas condições, a solução “ideal” seria aquela na qual todas as variáveis de desvio tivessem valor igual a zero, ou seja, em que todos os objetivos tivessem sido atingidos em seus parâmetros estipulados.

Dessa forma, para a solução dos problemas de programação por metas identificamos, além das variáveis de decisão presentes nos demais modelos de programação linear, as respectivas variáveis de desvio e formulamos as restrições obedecendo às prioridades definidas.

De acordo com Romero (2004), existem três formas tradicionais de programação por metas: (a) programação por metas, baseada em pesos, também chamada de programação por metas arquimediana; (b) programação por metas lexicográfica ou programação por metas não-arquimediana e (c) programação por metas minmax, também conhecida como programação por metas nebulosa.

A função objetivo do modelo de programação por metas arquimediana lista as variáveis de desvios não desejados, cada qual penalizada de acordo com a sua importância. A estrutura analítica de um modelo de programação por metas, baseada em pesos, é a seguinte:

Função Objetivo:

$$\min \sum_{i=1}^q (\alpha_i n_i + \beta_i p_i) \quad 2.1$$

Metas e restrições:

$$f_i(x) + n_i - p_i = t_i \quad i \in \{1, \dots, q\} \quad 2.2$$

$$x \in F, n \geq 0, p \geq 0 \quad 2.3$$

onde:

$t_i$  é o nível designado para a  $i$ -ésima meta,

$n_i$ ,  $p_i$  são os desvios negativo e positivo com relação à  $i$ -ésima meta,

$x$  é o vetor de variáveis de decisão,

$F$  é o conjunto de restrições,

$\alpha_i = w_i / k_i$  se o desvio negativo  $n_i$  é não desejado, caso contrário  $\alpha_i = 0$ ,

$\beta_i = w_i / k_i$  se o desvio positivo  $p_i$  é não desejado, caso contrário  $\beta_i = 0$ .

Os parâmetros  $w_i$  e  $k_i$  são os pesos propriamente ditos, os quais representam respectivamente o grau de importância de atendimento à  $i$ -ésima meta e o correspondente fator de normalização.

A função objetivo do modelo de programação por metas lexicográfica é composta de um vetor ordenado cuja dimensão coincide com o número  $Q$  de níveis de prioridade estabelecida no modelo. Cada componente neste vetor representa as variáveis de desvios não desejados relativas às metas colocadas no nível de prioridade correspondente. A estrutura analítica de um modelo de programação por metas lexicográfica é a seguinte:

Função Objetivo:

$$\min a = \left[ \sum_{i \in h_1} (\alpha_i n_i + \beta_i p_i), \dots, \sum_{i \in h_r} (\alpha_i n_i + \beta_i p_i), \dots, \sum_{i \in h_Q} (\alpha_i n_i + \beta_i p_i) \right] \quad 2.4$$

Metas e restrições:

$$f_i(x) + n_i - p_i = t_i \quad i \in \{1, \dots, q\}, i \in h_r, r \in \{1, \dots, Q\} \quad 2.5$$

$$x \in F, n \geq 0, p \geq 0 \quad 2.6$$

onde  $h_r$  representa o conjunto de índices das metas colocadas no  $r$ -ésimo nível de prioridade. A função objetivo lexicográfica implica em uma estrutura de preferências não-compensatória. Em outras palavras, não há uma relação custo/benefício entre metas colocadas em diferentes níveis de prioridade.

A função objetivo do modelo de programação por metas minmax implica na minimização do máximo desvio de todas as metas simples. Observa-se que a solução correspondente representa uma alocação balanceada entre os objetivos das diferentes metas. Representando por  $D$  este desvio máximo, a estrutura analítica do modelo de programação por metas minmax é a seguinte:

Função Objetivo:

$$\min D \quad 2.7$$

Metas e restrições:

$$(\alpha_i n_i + \beta_i p_i) - D \leq 0 \quad \forall i = 1, \dots, q \quad 2.8$$

$$f_i(x) + n_i - p_i = t_i \quad i \in \{1, \dots, q\} \quad 2.9$$

$$x \in F, n \geq 0, p \geq 0 \quad 2.10$$

A programação por metas minmax implica na otimização de uma função de utilidade onde o desvio máximo é minimizado. Conseqüentemente, o modelo com este tipo de função objetivo provê uma solução que dá a importância máxima à meta mais deslocada em relação ao seu objetivo. Deste modo, a solução mais equilibrada entre o objetivo das diferentes metas é obtida.



## 2.3 O modelo de CHANDA & DAGDELEN (1995)

O modelo descrito a seguir destaca a programação linear por metas (ou programação linear por metas arquimediana, na definição de Romero (2004)), conhecido na literatura inglesa como *goal programming*, para resolução do problema de blendagem de minérios no planejamento de lavra de curto prazo em uma mina de carvão.

O modelo oferece vantagens por ser multiobjetivo, englobando a maximização de um critério econômico e a minimização da soma dos valores de desvios absolutos de teores e massas em relação aos valores desejados. Esses desvios são utilizados para calcular penalidades pelo não cumprimento das especificações.

### 2.3.1 Parâmetros do Modelo

Sejam  $I$  parâmetros de qualidade a serem observados,  $n$  blocos a serem lavrados e as seguintes variáveis de decisão:

$X_j$  = Tonelagem de minério do bloco  $j$  a ser lavrado

$P_k$  = desvio positivo, em toneladas, para o parâmetro  $k$

$N_k$  = desvio negativo, em toneladas, para o parâmetro  $k$

$N_f$  = desvio negativo de produção, em toneladas

$P_f$  = desvio positivo de produção, em toneladas

Sejam, ainda, os seguintes dados de entrada:

$W_k$  = peso para o parâmetro  $k$

$C_j$  = valor econômico por tonelagem de minério associado ao bloco  $j$

$T_m$  = produção requerida

$G_{jk}$  = porcentagem do parâmetro  $k$  no minério do bloco  $j$

$G_{mk}$  = porcentagem requerida para o parâmetro  $k$  no minério blendado

$T_u$  = produção máxima permitida, em toneladas, no período de planejamento

$T_i$  = produção mínima permitida, em toneladas, no período de planejamento

$G_{uk}$  = limite superior, em percentagem, para o parâmetro  $k$

$G_{lk}$  = limite inferior, em percentagem, para o parâmetro  $k$

$A_j$  = quantidade de minério disponível para lavra do bloco  $j$ , em toneladas

### 2.3.2 Função Objetivo

A função objetivo representada pela equação 2.11 visa a maximização do parâmetro econômico e a minimização dos desvios em relação aos valores desejados:

$$\max \sum_{j=1}^n C_j X_j - \sum_{k=1}^I W_k P_k - \sum_{k=1}^I W_k N_k \quad 2.11$$

### 2.3.3 Restrições de Meta

A restrição 2.12 garante que o produto resultante da mistura dos minérios a serem lavrados esteja o mais próximo possível da meta de tonelagem requerida:

$$\sum_{j=1}^n X_j + N_f - P_f = T_m \quad 2.12$$

Já o conjunto de restrições 2.13 garante que o produto resultante da mistura dos minérios a serem lavrados esteja o mais próximo possível da meta de qualidade requerida:

$$\sum_{j=1}^n (G_{jk} - G_{mk}) X_j + N_k - P_k = 0 \quad \forall k = 1, 2, \dots, I \quad 2.13$$

### 2.3.4 Restrições de limite superior e inferior de produção e especificação

A tonelagem do produto resultante da mistura dos minérios lavrados não pode superar a produção máxima permitida:

$$\sum_{j=1}^n X_j \leq T_u \quad 2.14$$

A restrição 2.15 indica que a tonelagem do produto resultante da mistura dos minérios lavrados não é inferior à produção mínima permitida no período de planejamento:

$$\sum_{j=1}^n X_j \geq T_i \quad 2.15$$

A restrição 2.16 assegura que a qualidade do produto resultante da mistura dos minérios a serem lavrados não supera a especificação máxima admitida:

$$\sum_{j=1}^n (G_{jk} - G_{uk}) X_j \leq 0 \quad \forall k = 1, \dots, I \quad 2.16$$

O respeito à especificação mínima de qualidade na mistura é garantida pelas restrições 2.17:

$$\sum_{j=1}^n (G_{jk} - G_{lk}) X_j \geq 0 \quad \forall k = 1, 2, \dots, I \quad 2.17$$

### 2.3.5 Controle de produção

As restrições 2.18 garantem que a quantidade do produto resultante da mistura dos minérios a serem lavrados em cada bloco não supera a quantidade de minério disponível:

$$X_j \leq A_j \quad 2.18$$

### 2.3.6 Não-negatividade

As restrições 2.19 garantem que as variáveis de decisão não assumem valores negativos.

$$X_j, N_k, P_k, N_f, P_f \geq 0 \quad 2.19$$

## 2.4 Os modelos de MERSCHMANN (2002)

Merschmann (2002) desenvolveu um sistema computacional, denominado OTISIMIN (Otimizador e Simulador para Mineração), para resolver problemas de otimização e simulação em mineração. O módulo de otimização está contido na janela principal desse sistema.

Esse módulo contempla a construção e a resolução de um modelo matemático, baseado em programação linear, cujo objetivo é determinar o ritmo de lavra a ser implementado em cada frente levando-se em consideração a qualidade do minério da frente, a relação estéril/minério desejada, a produção requerida, as características dos equipamentos de carga e transporte e as características operacionais da mina.

O usuário pode escolher dois modelos distintos para trabalhar. No primeiro modelo, chamado de alocação dinâmica de caminhões, os caminhões, após descarregamento, voltam a qualquer outro ponto de carga. O segundo modelo, por sua vez considera a alocação estática dos caminhões, isto é, cada caminhão é fixado a uma determinada frente de lavra e permanece assim durante todo o processo. Além disso, os modelos permitem que o transporte dos materiais seja realizado tanto por caminhões como por correia transportadora. Estes modelos são gerados automaticamente a partir dos dados que são fornecidos pelo usuário através das tabelas pertencentes a um banco de dados.

Para a resolução do modelo gerado, foi utilizado o software LINDO 6.1 Extended – Linear, Interactive and Discrete Optimizer – da Lindo Systems Inc.

Os resultados obtidos pelo modelo de programação matemática demonstraram que os requisitos de qualidade impostos pela usina foram atendidos.

A seguir serão apresentados os modelos matemáticos desenvolvidos pelo autor para a resolução de problemas operacionais relacionados ao planejamento de lavra a céu aberto.

### 2.4.1 Modelo de Otimização referente à Alocação Dinâmica de Caminhões

Sejam os parâmetros de entrada:

$M$  = Conjunto das frentes de minério

$E$  = Conjunto das frentes de estéril

$T$  = Conjunto das frentes de minério e estéril que operam com correia transportadora

$T_{vi}$  = Teor da variável  $v$  na frente  $i$  (%)

$l_{inf_v}$  = Teor mínimo admissível para a variável  $v$  (%)

$l_{sup_v}$  = Teor máximo admissível para a variável  $v$  (%)

$l_{if_n}$  = Participação mínima na produção que é admissível para a frente  $n$  (%)

$l_{sf_n}$  = Participação máxima na produção que é admissível para a frente  $n$  (%)

$P_{min_j}$  = Produção mínima admissível para o equipamento de carga  $j$  (u.m./u.t.)\*  
quando opera carregando caminhões

$P_{max_j}$  = Produção máxima admissível para o equipamento de carga  $j$  (u.m./u.t.)\*  
quando opera carregando caminhões

$B_{ji}$  = Produtividade da carregadeira  $j$  quando ela trabalha na frente  $i$  carregando correia transportadora - valor que depende da capacidade da carregadeira e dos tempos médios de ciclo relacionados à frente  $i$

$B_{min_{ji}}$  = Produtividade mínima admissível da carregadeira  $j$  quando ela trabalha na frente  $i$  carregando correia transportadora

$R$  = Relação estéril/minério mínima requerida

$P_{req}$  = Produção mínima requerida (u.m./u.t.)\*

Sejam, também, as seguintes variáveis de decisão:

$P_i$  = Ritmo de lavra da frente  $i$  (u.m / u.t.)\*

$x_{ji} = \begin{cases} 0 & \text{se o equipamento de carga } j \text{ não trabalhar na frente } i \\ 1 & \text{se o equipamento de carga } j \text{ trabalhar na frente } i \end{cases}$

\* Obs: (u.m/u.t.) corresponde à unidade de massa por unidade de tempo. Pode-se adotar quaisquer unidades de massa e tempo desde que elas sejam únicas em todo modelo.

### A. Função Objetivo:

A função objetivo utilizada na equação 2.20 visa a maximização do ritmo da frente de lavra:

$$\max \sum_{i \in M} P_i \quad 2.20$$

### B. Restrições de Qualidade:

As restrições 2.21 definem que o produto resultante da mistura dos minérios a serem lavrados esteja com a qualidade dentro dos limites de especificações exigidos:

$$l \inf_v \leq \frac{\sum_{i \in M} P_i T_{vi}}{\sum_{i \in M} P_i} \leq l \sup_v \quad \forall v \quad 2.21$$

### C. Restrições de Alocação:

As restrições 2.22 fazem com que cada frente de lavra possua somente um equipamento de carga:

$$\sum_j x_{ji} \leq 1 \quad \forall i \in M, i \in E \quad 2.22$$

As restrições 2.23, por sua vez, fazem com que cada equipamento de carga atenda a somente uma frente de lavra:

$$\sum_{\substack{i \in M \\ i \in E}} x_{ji} \leq 1 \quad \forall j \quad 2.23$$

#### D. Restrições de Produção:

O conjunto de restrições 2.24 assegura que os equipamentos de carga, quando operam carregando caminhões, trabalhem entre os limites de produção preestabelecidos:

$$\sum_j P \min_j x_{ji} \leq P_i \leq \sum_j P \max_j x_{ji} \quad \forall i \in T \quad 2.24$$

Já as restrições 2.25 determinam que os equipamentos de carga, quando operam carregando correias transportadoras, trabalham entre os limites de produção preestabelecidos:

$$\sum_j B \min_{ji} x_{ji} \leq P_i \leq \sum_j B_{ji} x_{ji} \quad \forall i \in T \quad 2.25$$

A equação 2.26 é uma restrição opcional, caso se deseje impor uma produção mínima:

$$\sum_{i \in M} P_i \geq P_{req} \quad 2.26$$

A relação estéril/minério mínima preestabelecida, R, é garantida pela restrição 2.27:

$$\frac{\sum_{i \in E} P_i}{\sum_{i \in M} P_i} \geq R \quad 2.27$$

As restrições 2.28 garantem que a participação de cada frente em relação à produção total esteja dentro dos limites superior e inferior exigidos:

$$lif_n \leq \frac{P_n}{\sum_{i \in M} P_i} \leq lsf_n \quad \forall n \in M, n \in E \quad 2.28$$

As restrições 2.29 asseguram a produção em nível não negativo em todas as frentes de lavra.

$$P_i \geq 0 \quad \forall i \in M, i \in E \quad 2.29$$

#### 2.4.2 Modelo de Otimização referente à Alocação Estática de Caminhões

Para clareza de entendimento, serão apresentadas todas as restrições do modelo de alocação dinâmica de caminhões descrito na seção anterior, acrescidas daquelas específicas ao modelo de alocação estática de caminhões.

Sejam os seguintes parâmetros de entrada:

$M$  = Conjunto das frentes de minério

$E$  = Conjunto das frentes de estéril

$T$  = Conjunto das frentes de minério e estéril que operam com correia transportadora

$$y_{jk} = \begin{cases} 0 & \text{se o equipamento de carga } j \text{ for incompatível com o caminhão } k \\ 1 & \text{se o equipamento de carga } j \text{ for compatível com o caminhão } k \end{cases}$$

$T_{vi}$  = Teor da variável  $v$  na frente  $i$  (%)

$l_{inf_v}$  = Teor mínimo admissível para a variável  $v$  (%)

$l_{sup_v}$  = Teor máximo admissível para a variável  $v$  (%)

$l_{if_n}$  = Participação mínima na produção que é admissível para a frente  $n$  (%)

$l_{sf_n}$  = Participação máxima na produção que é admissível para a frente  $n$  (%)

$C_{ki}$  = Produtividade do caminhão  $k$  quando ele trabalha na frente  $i$  (u.m./u.t.)\*

$P_{min_j}$  = Produção mínima admissível para o equipamento de carga  $j$  (u.m./u.t.)\*  
quando opera carregando caminhões

$P_{max_j}$  = Produção máxima admissível para o equipamento de carga  $j$  (u.m./u.t.)\*  
quando opera carregando caminhões

$B_{ji}$  = Produtividade da carregadeira  $j$  quando ela trabalha na frente  $i$  carregando correia transportadora - valor que depende da capacidade da carregadeira e dos tempos médios de ciclo relacionados à frente  $i$



$B_{\min_{ji}}$  = Produtividade mínima admissível da carregadeira  $j$  quando ela trabalha na frente  $i$  carregando correia transportadora

$R$  = Relação estéril/minério mínima requerida

$P_{req}$  = Produção mínima requerida (u.m./u.t.)\*

Sejam, também, as seguintes variáveis de decisão:

$P_i$  = Ritmo de lavra da frente  $i$  (u.m/u.t.)\*

$x_{ji} = \begin{cases} 0 & \text{se o equipamento de carga } j \text{ não trabalhar na frente } i \\ 1 & \text{se o equipamento de carga } j \text{ trabalhar na frente } i \end{cases}$

$d_{ki} = \begin{cases} 0 & \text{se o caminhão } k \text{ não trabalhar na frente } i \\ 1 & \text{se o caminhão } k \text{ trabalhar na frente } i \end{cases}$

\* Obs.: (u.m/u.t.) corresponde à unidade de massa por unidade de tempo. Podem-se adotar quaisquer unidades de massa e tempo desde que elas sejam únicas em todo modelo.

### A. Função Objetivo:

A função objetivo utilizada na equação 2.30 visa a maximização do ritmo da frente de lavra:

$$\max \sum_{i \in M} P_i \quad 2.30$$

### B. Restrições de Qualidade:

As restrições 2.31 garantem que o produto resultante da mistura dos minérios a serem lavrados esteja com a qualidade dentro dos limites de especificações exigidos:

$$l \inf_v \leq \frac{\sum_{i \in M} P_i T_{vi}}{\sum_{i \in M} P_i} \leq l \sup_v \quad \forall v \quad 2.31$$

### C. Restrições de Alocação:

As restrições 2.32 fazem com que cada frente de lavra possua somente um equipamento de carga:

$$\sum_j x_{ji} \leq 1 \quad \forall i \in M, i \in E \quad 2.32$$

As restrições 2.33 fazem com que cada equipamento de carga atenda a somente uma frente:

$$\sum_{\substack{i \in M \\ i \in E}} x_{ji} \leq 1 \quad \forall j \quad 2.33$$

As restrições 2.34 asseguram que cada caminhão atenda somente uma frente:

$$\sum_{\substack{i \in M \\ i \in E}} d_{ki} \leq 1 \quad \forall k \quad 2.34$$

As restrições 2.35 garantem que caminhões não serão alocados às frentes que operam com correia transportadora:

$$d_{ki} \leq 0 \quad \forall i \in T, \forall k \quad 2.35$$

As restrições 2.36 garantem que somente modelos compatíveis de equipamentos de carga e transporte trabalhem numa mesma frente:

$$x_{ji} + d_{ki} - 2y_{jk} \leq 1 \quad \forall i \in M, i \in E, \forall j, \forall k \quad 2.36$$

### D. Restrições de Produção:

As restrições 2.37 asseguram que os equipamentos de carga, quando operam com caminhões, trabalham entre os limites de produção preestabelecidos:

$$\sum_j P \min_j x_{ji} \leq P_i \leq \sum_j P \max_j x_{ji} \quad \forall i \notin T \quad 2.37$$

As restrições 2.38 asseguram que a produção de cada frente que não opera com correia transportadora fique limitada à produtividade dos caminhões que a ela está alocado:

$$P_i \leq \sum_k C_{ki} d_{ki} \quad \forall i \notin T \quad 2.38$$

O conjunto de restrições 2.39 assegura que a produção de cada frente que não opera com correia transportadora fique limitada à produtividade do equipamento de carga que a ela está alocado:

$$\sum_j B_{min_{ji}} x_{ji} \leq P_i \leq \sum_j B_{ji} x_{ji} \quad \forall i \in T \quad 2.39$$

A equação 2.40 é uma restrição opcional, caso se deseje impor uma produção mínima:

$$\sum_{i \in M} P_i \geq P_{req} \quad 2.40$$

A relação estéril/minério mínima preestabelecida,  $R$ , é garantida pela restrição 2.41:

$$\frac{\sum_{i \in E} P_i}{\sum_{i \in M} P_i} \geq R \quad 2.41$$

As restrições 2.42 garantem que a participação de cada frente, em relação à produção total, esteja dentro dos limites superior e inferior exigidos:

$$lif_n \leq \frac{P_n}{\sum_{\substack{i \in M \\ i \in E}} P_i} \leq lsf_n \quad \forall n \in M, n \in E \quad 2.42$$

As restrições 2.43 garantem a produção em nível não negativo em todas as frentes de lavra.

$$P_i \geq 0 \quad \forall i \in M, i \in E \quad 2.43$$

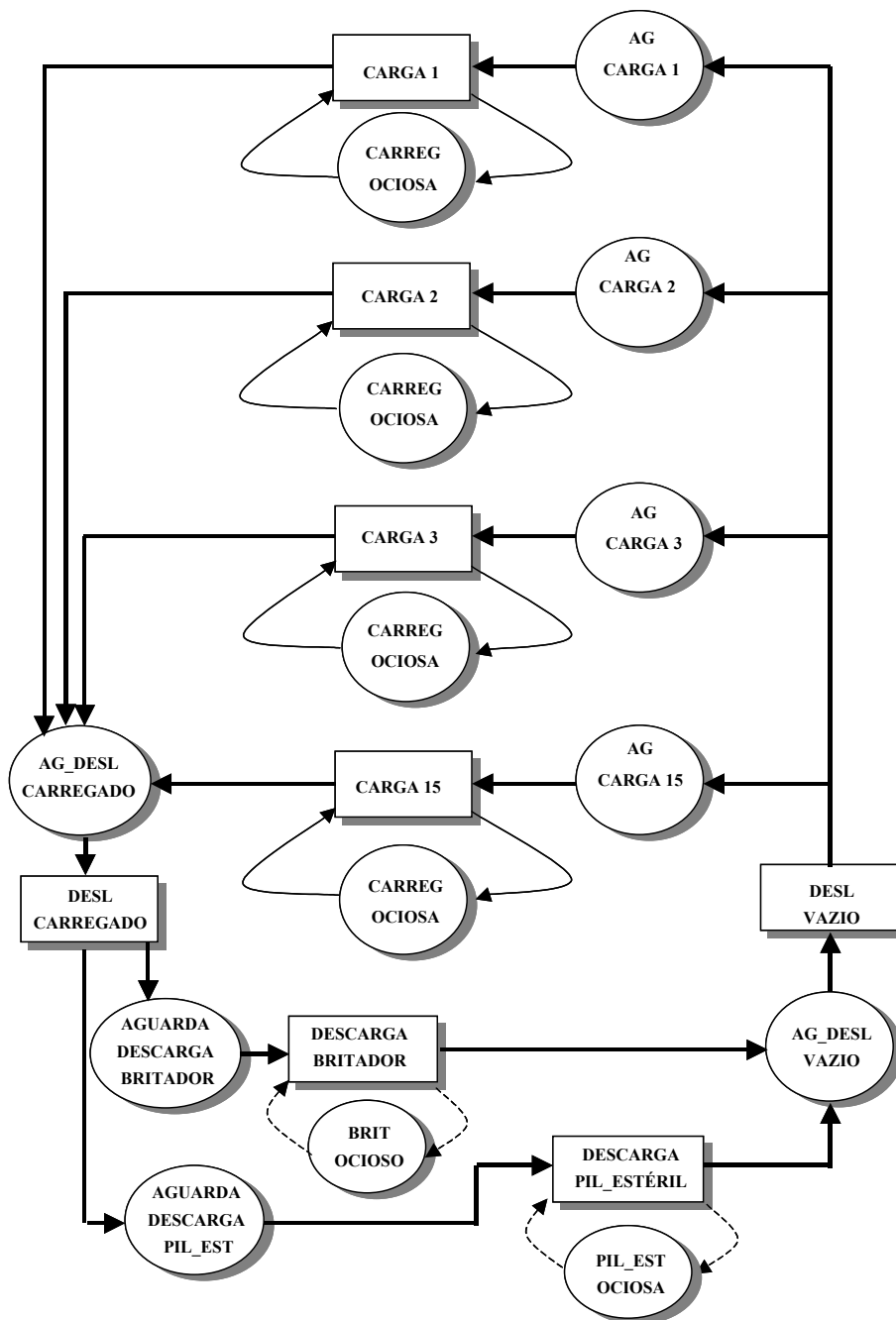
### **2.4.3 Modelo de Simulação**

O módulo de Simulação, no qual é possível a realização de simulação de sistemas de produção em minas a céu aberto, está contido na janela secundária do sistema OTISIMIN.

Esse módulo tem como base de sua estrutura o SIMIN, Sistema de simulação a eventos discretos, resultado da tese de doutorado de PINTO (1999).

Os modelos foram construídos no ambiente Delphi com base em diagramas de ciclo de atividades (DCA) e no método das três fases.

A descrição do modelo e seu DCA são apresentados no diagrama de ciclo de atividades mostrado na Figura 2.1.



**Figura 2.1 - Diagrama de Ciclo de Atividade do Modelo Genérico**

Entidades

- Caminhões
- Carregadeiras
- Operadores

A construção dos modelos foi realizada adicionando-se componentes a formulários específicos do SIMIN, ou seja, no caso do OTISIMIN, o módulo de simulação é o responsável apenas por executar o modelo genérico e permitir a alteração de seus parâmetros, uma vez que o modelo de simulação já está embutido no aplicativo.

Embora o modelo seja fixo, as propriedades de alguns componentes que o constituem podem ser modificadas no módulo de simulação. Isto faz com que este modelo, em princípio genérico, possa representar um sistema de uma mina particular.

Ao acessar o módulo de Simulação o usuário terá acesso à janela secundária do OTISIMIN.

Primeiramente deve-se fornecer as propriedades de cada um dos componentes que constituem o modelo. Duas alternativas serão oferecidas ao usuário: utilizar os resultados obtidos a partir da resolução do modelo matemático no módulo de otimização ou entrar com os dados manualmente no módulo de simulação.

Depois que todas as propriedades pertencentes a cada um dos componentes do modelo tiverem sido definidas o usuário poderá realizar a checagem no modelo contra erros básicos de construção acessando a opção menu.

Após o término da Simulação o usuário tem a opção de retirar relatórios para análise de dados e/ou solicitar histogramas.

Os modelos elaborados para o estudo em questão, basearam-se em dados de uma mina, da empresa Lafarge Cimento em Matozinhos, que possui nove frentes de minério e dispõe de dez caminhões fora de estrada e cinco equipamentos de carga, e que trabalha com alocação estática de caminhões. Os resultados obtidos pelo modelo de simulação demonstraram que o tempo médio de fila obtido com o modelo, ficou abaixo dos praticados na empresa, comprovando assim os benefícios da aplicação dessa ferramenta.

## **3. Descrição do Problema Abordado**

### **3.1 Introdução**

A Companhia Vale do Rio Doce (CVRD) nasceu como empresa mineradora, sendo o minério de ferro, até hoje, o principal produto da empresa. Ocupa a posição de maior empresa de mineração diversificada das Américas. Presente em 13 estados brasileiros e em cinco continentes, opera mais de 9 mil quilômetros de malha ferroviária e oito terminais portuários próprios.

Líder mundial no mercado de minério de ferro e pelotas, a CVRD é a segunda maior produtora integrada de manganês e ferroligas, além de maior prestadora de serviços de logística do Brasil (CVRD, 2005a).

No Brasil, o minério é explorado em sistemas integrados, cada um formado por mina, ferrovia, usina de pelletização e terminal marítimo.

Descreve-se a seguir o Sistema Norte e o Sistema Sul da CVRD.

#### **3.1.1 Sistema Norte da CVRD**

Esse sistema é composto pelo Complexo Minerador da Serra dos Carajás no Pará, e pelo Terminal Marítimo de Ponta da Madeira (TMPM), no Maranhão. A essas atividades está integrado o transporte de minério através da EFC (Estrada de Ferro Carajás), atualmente no âmbito da área de negócio da Logística.

De acordo com CVRD (2005b), o Complexo Minerador da Serra dos Carajás, localizado no estado do Pará, possui reservas da ordem (em 31.12.02) de 1,5 bilhão de toneladas de minério de ferro. Este complexo localiza-se entre as cidades de São Félix do Xingú e Marabá e entre os rios Tocantins e Xingú. As primeiras pesquisas geológicas iniciaram-se em 1967 e em 1978 começaram as obras de implantação do Projeto Carajás. Após esta fase, em 1981, ocorreu a primeira detonação para abertura de mina, tendo já em 1985, entrado em operação o 1º trem de minério. Em 1986 ocorreu o *start up* de vendas do Sistema Norte com o primeiro embarque de minério no TMPM, totalizando naquele ano, 13,5 milhões de toneladas de produção de minério de ferro. Somente em 1994 dá-se o *start up* das operações no Píer II.

Na mina, o método de lavra empregado é o convencional, com bancadas a céu aberto, perfuração, detonação, carregamento e transporte do material lavrado que é feito por caminhões fora de estrada sendo o minério transportado para as instalações da Usina para o seu beneficiamento. As áreas em operação denominam-se N4E, N4W-N, N5W e N5E.

Na usina, para permitir a adequação granulométrica dos produtos, as instalações são compostas de equipamentos que realizam as operações de cominuição, peneiramento a úmido e classificação do minério em várias etapas: Britagem Primária, Britagem e Peneiramento Secundário, Britagem e Peneiramento Terciário, Moagem, Ciclone e Filtragem de *pellet feed*. A Usina possui uma capacidade instalada de 56 Mta e todo o minério produzido nestas etapas é estocado nos pátios que contam, atualmente, com três empilhadeiras e duas recuperadoras. O objetivo da Usina de beneficiamento é a obtenção de três produtos de granulometrias distintas: *Sinter Feed*, Granulado, *Pellet Feed* Natural e *Pellet Feed* Moído.

Após a recuperação do minério nos pátios de estocagem em Carajás, a ferrovia transporta-o ao longo dos 892 Km até o TMPM. Chegando a São Luís, o minério é descarregado por dois viradores de vagões. Após o descarregamento, o minério é estocado nos pátios onde parte deste minério é embarcado e o restante é direcionado para as Usinas de Pelotização, para ser transformado em pelota e posteriormente embarcado.

### **3.1.2 Sistema Sul da CVRD**

De acordo com CVRD (2003, 2005b), as minas do Sistema Sul da CVRD situam-se na região centro-meridional de Minas Gerais no Quadrilátero Ferrífero, em uma área de 7.000 Km<sup>2</sup>, que hospeda uma das maiores ocorrências de minérios de ferro do mundo.

Esse sistema é composto por quatro grandes complexos mineradores: Itabira, Mariana, Minas Centrais e Minas da Região Oeste. Estes complexos englobam mais de 20 minas. O mais antigo complexo do Sistema Sul é o de Itabira. Compreende as minas do Complexo Cauê e Conceição e suas operações tiveram início em 1942.



Com a aquisição da Ferteco em 2001, e a sua recente incorporação à CVRD, o Sistema Sul passou a operar o terceiro sistema produtivo da Vale: o das minas de Fábrica e Córrego do Feijão, a pelotização de Fábrica, a ferrovia MRS e o porto de Sepetiba.

As jazidas do Sistema Sul possuem reservas estimadas (em 31.12.02) de 2,9 bilhões de toneladas de minério de ferro.

A capacidade de produção atual do Sistema Sul é de 90 milhões de toneladas. O suprimento de minério de ferro se dá pela produção direta a partir de suas jazidas e pela compra de quantidade complementar, por razões de qualidade ou da não capacidade para atendimento total da demanda.

Devido a sua grande diversidade de minas e sua distribuição no Quadrilátero Ferrífero, duas importantes competências deste sistema são: abastecimento aos produtores nacionais de aço e flexibilidade operacional para fornecimento de diferentes qualidades de minério.

A localização das siderúrgicas Usiminas, Acesita e CST, responsáveis por mais de 50% da produção nacional de aço, ao longo da Estrada de Ferro Vitória Minas, faz com que o Sistema Sul seja seu natural supridor de minério. As siderúrgicas Cosipa e Açominas também são eventualmente abastecidas pelo Sistema Sul, porém essas possuem outras alternativas de fornecimento.

Ao longo dos anos o Sistema Sul desenvolveu competência em concentração de minérios finos. Responsável pelo fornecimento de minério para as pelotizações da Vale em Vitória, o Sistema Sul produz concentrados para uso em processos de redução direta desde 1996, o que o coloca na dianteira em termos de tecnologia de mineração de ferro. Além de aumentar o aproveitamento das reservas existentes, essa competência contribui para aumentar a produção e reduzir o impacto ambiental da mineração.

## 3.2 Estudo de Caso

O presente trabalho tem seu enfoque no Complexo de Itabira, mais especificamente na Mina de Cauê. Isto se justifica em virtude do vínculo empregatício da autora desta proposta com a mineradora CVRD nesta região, facilitando o desenvolvimento do trabalho.

Desde sua criação, em 1942, até os dias atuais, a CVRD tem nas minas de Itabira um dos seus principais centros produtivos. De acordo com CVRD (2003), com uma movimentação anual de 130 milhões de toneladas de material bruto, incluindo minério e estéril e 40 milhões de toneladas de produtos de alta qualidade, o sistema produtivo de Itabira representa atualmente 50% de toda a produção do Sistema Sul da CVRD.

Ainda segundo esse documento, as minas de Itabira possuem hoje reservas minerais de 1,13 bilhões de toneladas. Os recursos totais são de 3,87 bilhões de toneladas. Esses quantitativos permitem assegurar uma vida útil de mais de 20 anos, podendo chegar a até 75 anos com o aproveitamento de todos os recursos potenciais.

De maneira geral, os minérios de ferro de Itabira podem ser divididos em dois tipos principais: Hematitas (minério de alto teor de ferro, com teor superior a 63%) e Itabiritos (rochas constituídas pela alternância de leitos de quartzo e hematita).

Além das características químicas e estruturais, os minérios de ferro podem ter diferentes consistências físicas, ou seja, pode-se encontrar nas minas de Itabira minérios compactos, friáveis e pulverulentos. Essas características conferem aos minérios uma especificidade na geração de produtos distintos, conhecidos como *pellet feed* (superfinos), *sinter feed* (finos) e granulados.

A Figura 3.1 mostra os principais produtos do Complexo Itabira (Cauê, Minas do Meio e Conceição).



**Figura 3.1 - Principais Produtos do Complexo Itabira**

Esses produtos geram no total três tipos de Granulados, doze de *Sinter Feed* e onze de *Pellet Feed*, que são estocados em pátios para serem retomados posteriormente.

A Figura 3.2 mostra um esquema dos pátios de estocagem de produtos da Mina de Cauê. Essa figura mostra três pátios, denominados A, B e C, sendo o primeiro o mais ao alto e o último, o menor, mais embaixo na figura.



**Figura 3.2 - Pátios de estocagem da mina Cauê**

Os pátios de estocagem do Complexo Cauê (pátios A, B e C da Figura 3.2) armazenam separadamente minérios do tipo “pellet feed”, “sinter feed” e “natural pellet ore”, produzidos pela planta de concentração deste complexo. Cada tipo de produto é estocado na forma de pilhas em áreas, denominadas balizas, que nada mais são que espaços graduados de 5 em 5 metros.

Os pátios A e B possuem cada um capacidade para estocagem de 90.000 toneladas de produtos e o número de balizas varia no intervalo de -25 a 330, isto é, possuem cada um 71 espaços para dispor as pilhas de produtos.

Já no pátio C, que é um pouco menor que os demais, o número de balizas varia no intervalo de -25 a 220, representando 50 balizas, sendo capaz de armazenar até 60.000 toneladas de produtos.

Para estocar/recuperar os produtos oriundos da planta de beneficiamento em cada pátio de estocagem, a empresa dispõe dos seguintes equipamentos:

- (a) Uma empilhadeira móvel, com capacidade de 5.000 t/h, situada entre os pátios A e B, empilhadeira essa que pode estocar tanto no pátio A quanto no B;
- (b) Duas empilhadeiras/recuperadoras de rodas de caçambas, com capacidade de 6.000 t/h, sendo uma situada entre os pátios B e C (que pode recuperar o produto de qualquer um desses pátios) e outra do lado externo do pátio A, também com capacidade de 6.000 t/h, que pode empilhar e recuperar somente o produto estocado no pátio A.

O arranjo geral dos sistemas de recuperação e transportadores de correia com transferência móveis permite levar os produtos recuperados de qualquer um dos pátios para qualquer um dos silos de carregamento, cada um com capacidade de 500 toneladas, fato que dá grande flexibilidade à operação e aumenta a capacidade horária de carregamento.

A Figura 3.3 ilustra os equipamentos utilizados para empilhar e retomar (recuperar) os produtos nos pátios.



(a) Recuperadora (*Bucket Wheel*)



(b) Recuperadora Tambor (*Drum*)



(c) Empilhadeira (*Stacker*)

**Figura 3.3 - Equipamentos de empilhamento e recuperação**

Após conhecer a qualidade do minério advindo da usina, o técnico do Controle de Qualidade determina o local dentro da área do pátio para estocagem e informa ao operador da empilhadeira (*stacker*) o local onde o produto deve ser estocado. A identificação da localização dos produtos estocados é feita por meio de balizas, no caso, espaços graduados de 5 em 5 metros.

As recuperadoras do pátio Cauê são programadas para retomar o minério estocados em balizas considerando duas posições para recuperação: inferior e superior.

Os pátios de estocagem de produtos são representados em mapas e em planilhas que contêm o detalhamento das informações das pilhas (nome do produto, número da baliza, posição de estocagem – inferior ou superior, quantidade, qualidade etc).

As pilhas de produtos formados são atualizadas em uma planilha, chamada de “planilha de Controle de Pátios”, conforme ilustra a Figura 3.4, sendo esta disponibilizada para a simulação de produção.

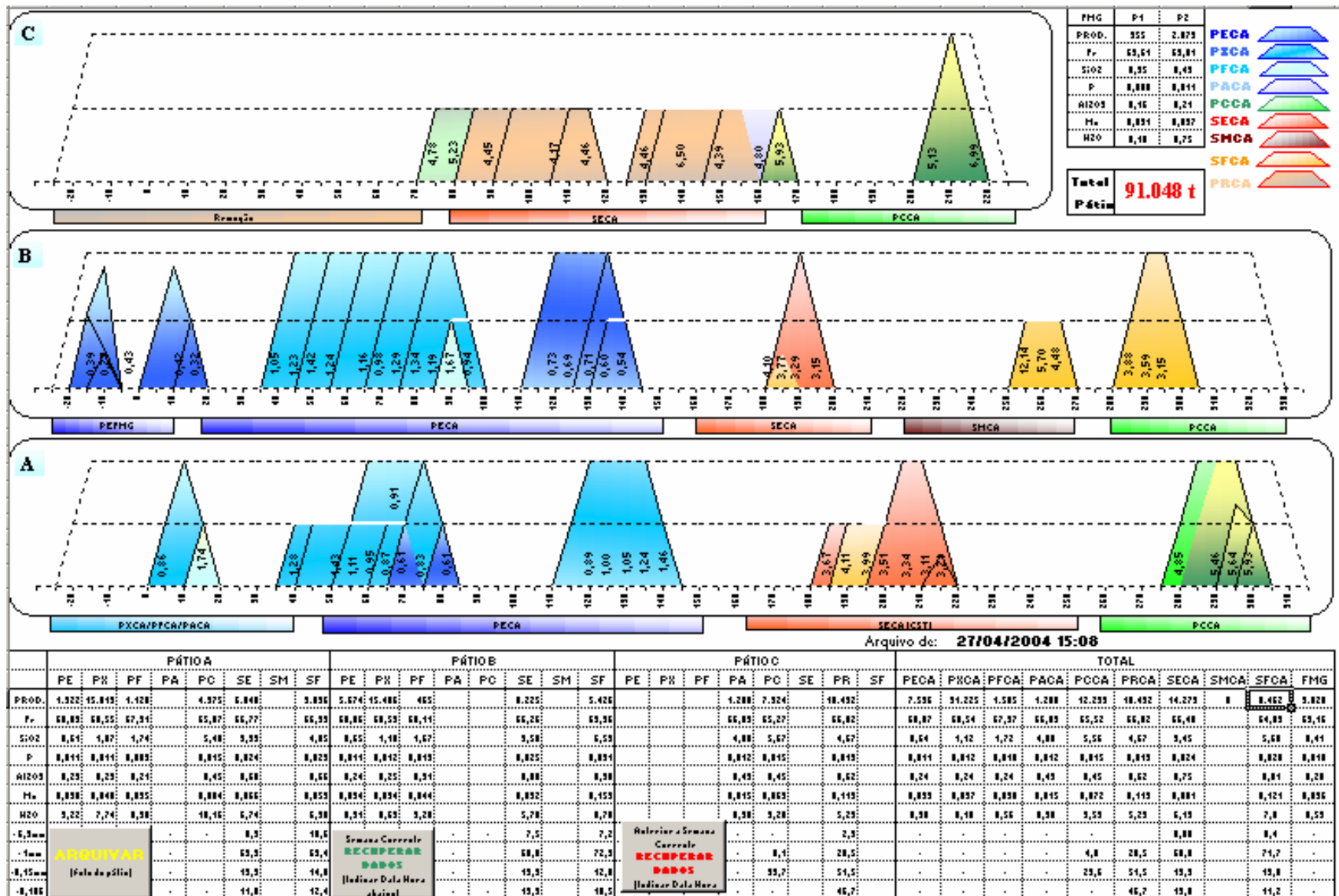


Figura 3.4 - Layout dos Pátios



Conhecendo-se a localização, a tonelagem disponível, a característica de qualidade e a percentagem de minério em determinada granulometria de cada pilha, o objetivo do Controle de Qualidade de Pátios é determinar, tendo em vista o produto a ser formado e a programação de embarque, quanto minério proveniente de cada pilha deve ser retirado de modo a gerar uma mistura que atenda as especificações preestabelecidas.

A programação da retomada de minérios das pilhas para formação de um produto é feita, atualmente, por tentativa e erro, usando, como instrumento de cálculo, uma planilha eletrônica que simula a composição do lote a partir das análises químicas e físicas e das quantidades preestabelecidas. Trata-se de uma operação trabalhosa, que consome, em média, de 10 a 15 minutos para obter uma solução para o problema. Dado o grande número de soluções possíveis e a incapacidade humana de avaliar todas elas rapidamente, não é garantido que a solução final gerada pelo técnico do Controle de Qualidade seja a melhor possível.

Baseado no resultado da simulação, o técnico do Controle de Qualidade indica aos operadores o número de vagões a ser carregado por posição de recuperação.

O produto retomado é, então, transportado até os silos de carregamento para carregar os vagões. O carregamento é feito em lotes de 2 a 86 vagões de 80 toneladas cada.

Após a composição do lote são recolhidas amostras, as quais são analisadas química e fisicamente, e o resultado é comparado com a simulação, sendo que um dos critérios de avaliação de desempenho individual do responsável pela simulação é o quanto esses resultados se assemelham.

## 4. Modelagem do Problema Abordado

### 4.1 Introdução

O objetivo do presente trabalho é propor um modelo de programação linear por metas, baseado nos dados do Controle de Qualidade da Mina de Cauê da CVRD, visando ao melhor aproveitamento dos recursos e conseqüente melhoria na produtividade do processo.

Para melhor tratamento do problema, tentou-se fazer com que o sistema computacional desenvolvimento abordasse também uma boa solução de interface com os usuários, de forma que o sistema, além de eficiente, seja também funcional e prático em termos de usabilidade.

Seguem abaixo duas modelagens matemáticas propostas para o problema, a primeira baseada em programação por metas arquimediana e a segunda, baseada em programação por metas nebulosa.

### 4.2 Modelo baseado em programação por metas arquimediana

#### 4.2.1 Parâmetros do modelo

Sejam os seguintes parâmetros de entrada:

Pátio: Conjunto de pátios, no caso, Pátio = {A, B, C};

Baliza( $k$ ): Conjunto de balizas do pátio  $k$ . Para cada pátio  $k$  o número de balizas  $nb$  varia no intervalo  $[1, nb(k)]$ . Para o pátio A, tem-se: Baliza (A) = {-25, -20, -15, ..., 330}, isto é,  $nb(A) = 71$ ;

Cada pilha situada em uma dada baliza  $i$  de um dado pátio  $k$ , é dividido em duas partes: uma superior, denotada por *sup*, outra inferior, denotada por *inf*;

$Eliminar_{ijk}$ : Parâmetro que assume o valor 1 se a pilha situada na baliza  $i$ , parte  $j$  do pátio  $k$  deve ser completamente eliminada, como desejo do operador;

$ElParc_{ijk}$ : Quantidade de minério, em toneladas, a ser eliminado da parte  $j$  da baliza  $i$  do pátio  $k$ , como desejo do operador;

$Qu_{ijk}$ : Quantidade de minério, em toneladas, existente na baliza  $i$  do pátio  $k$ , na parte  $j$ ;

$tem_{ijk}$ : Parâmetro que assume valor 1 se há um conjunto de pilhas contíguas iniciando na baliza  $i$ , parte  $j$ , do pátio  $k$ . Para as demais balizas, nas quais não há uma pilha à sua esquerda, esse parâmetro assume o valor zero;

$ncp_k$ : Número máximo de conjuntos de pilhas contíguas a serem retiradas do pátio  $k$  nas posições *inf* e *sup* das pilhas;

$S$ : Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;

$t_{ijkl}$ : Teor do parâmetro  $l$  na parte  $j$  da pilha situada na baliza  $i$  do pátio  $k$  (%);

$tr_l$ : Teor recomendado para o parâmetro  $l$  no produto final (%);

$lig_l$ : Limite inferior de garantia, isto é, teor mínimo admissível para o parâmetro  $l$  no produto final (%);

$lsg_l$ : Limite superior de garantia, isto é, teor máximo admissível para o parâmetro  $l$  no produto final (%);

$lie_l$ : Limite inferior de especificação, isto é, teor mínimo recomendável para o parâmetro  $l$  no produto final (%);

$lse_l$ : Limite superior de especificação, isto é, teor máximo recomendável para o parâmetro  $l$  no produto final (%);

$\alpha_l^-$ : Penalidade por desvio negativo em relação à meta de qualidade para o parâmetro  $l$  no produto final;

$\alpha_l^+$ : Penalidade por desvio positivo em relação à meta de qualidade para o parâmetro  $l$  no produto final;

$\gamma_l^+$ : Penalidade por desvio positivo em relação ao limite superior de especificação do parâmetro  $l$  no produto final;

$\gamma_l^-$ : Penalidade por desvio negativo em relação ao limite inferior de especificação do parâmetro  $l$  no produto final;

$\beta^-$ : Penalidade por desvio negativo na meta de produção;

$\beta^+$ : Penalidade por desvio positivo na meta de produção;

$P_m$ : meta de produção, em toneladas;

#### 4.2.2 Variáveis de decisão

Sejam as seguintes variáveis de decisão:

$x_{ijk}$  = quantidade de minério, em toneladas, a ser retirado da parte  $j$  da baliza  $i$  do pátio  $k$ ;

$y_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{se a pilha que está na baliza } i \text{ do pátio } k, \text{ parte } j, \text{ pode ser usada} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$z_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{se a pilha que está na baliza } i \text{ do pátio } k, \text{ parte } j, \text{ será usada} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$

$d_l^-$ : Desvio negativo do parâmetro  $l$  no produto final, em toneladas, em relação à meta de qualidade do parâmetro  $l$ ;

$d_l^+$ : Desvio positivo do parâmetro  $l$  no produto final, em toneladas, em relação à meta de qualidade do parâmetro  $l$ ;

$dbaliza_{ijk}$ : Quantidade de minério, em toneladas, que resta na pilha localizada na baliza  $i$ , parte  $j$  e pátio  $k$ ;

$P^-$ : Desvio negativo em relação à meta de produção, em toneladas;

$P^+$ : Desvio positivo em relação à meta de produção, em toneladas;

$de_l^+$ : Desvio positivo de especificação do parâmetro  $l$  no produto final, em toneladas, em relação ao seu limite superior de especificação;

$de_l^-$ : Desvio negativo de especificação do parâmetro  $l$  no produto final, em toneladas, em relação ao seu limite inferior de especificação.

### 4.2.3 Função objetivo

A função objetivo considerada visa minimizar os desvios de qualidade e quantidade em relação às metas de qualidade e produção, bem como eliminar dos pátios, sempre que possível, as pilhas que forem usadas para a composição de um lote.

$$\min \sum_{l \in S} \alpha_l^- d_l^- + \sum_{l \in S} \alpha_l^+ d_l^+ + \beta^- P^- + \beta^+ P^+ + \sum_{l \in S} \gamma_l^+ de_l^+ + \sum_{l \in S} \gamma_l^- de_l^- + \sum_{i \in \text{Baliza}} \sum_{j \in \text{Parte}} \sum_{k \in \text{Pátio}} dbaliza_{ijk} \quad 4.1$$

### 4.2.4 Restrições de seqüenciamento vertical

As equações 4.2 e 4.3 modelam a restrição de que só se pode retirar minério da parte inferior de uma pilha se o minério da parte superior da pilha subsequente já tiver sido retirado:

$$y_{i,\text{inf},k} \leq y_{i+1,\text{sup},k} \quad \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall k \in \text{Pátio}, \text{ tal que } i \leq \text{nb}(k) - 1 \quad 4.2$$

$$y_{i,\text{inf},k} \leq \frac{x_{i+1,\text{sup},k}}{Qu_{i+1,\text{sup},k}} \quad \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall k \in \text{Pátio}, \text{ tal que } Qu_{i+1,\text{sup},k} \neq 0 \text{ e } i \leq \text{nb}(k) - 1 \quad 4.3$$

### 4.2.5 Restrições de retirada de um conjunto de pilhas contíguas

Para cada pátio  $k$ , pode ser desejável, por questões operacionais, retirar minério de forma concentrada em um ou mais conjuntos de pilhas contíguas. As equações a seguir modelam essa restrição:

$$\sum_{i \in \text{Baliza}(k)} tem_{i,\text{sup},k} z_{i,\text{sup},k} + \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} tem_{i,\text{inf},k} z_{i,\text{inf},k} \leq ncp_k \quad \forall k \in \text{Pátio} \quad 4.4$$

$$z_{ijk} \leq x_{ijk} \quad \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall k \in \text{Pátio}, \forall j \in \text{Parte} \quad 4.5$$

$$z_{ijk} \geq \frac{x_{ijk}}{Qu_{ijk}} \quad \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall k \in \text{Pátio}, \forall j \in \text{Parte} \text{ tal que } Qu_{ijk} \neq 0 \quad 4.6$$

#### 4.2.6 Restrições de seqüenciamento horizontal

Uma parte  $j$  de uma pilha situada na baliza  $i$  do pátio  $k$  só pode ser retirada se a mesma parte  $j$  da pilha situada na baliza anterior do mesmo pátio  $k$  já estiver sido retirado:

$$y_{ijk} \leq \frac{x_{i-1,j,k}}{Qu_{i-1,j,k}} \quad \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall j \in \text{Parte}, \forall k \in \text{Patio}, \text{ tal que } i \geq 2 \text{ e } Qu_{i-1,j,k} \neq 0 \quad 4.7$$

$$y_{ijk} \geq \frac{x_{i,j,k}}{Qu_{i,j,k}} \quad \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall j \in \text{Parte}, \forall k \in \text{Patio}, \text{ tal que } Qu_{i,j,k} \neq 0 \quad 4.8$$

#### 4.2.7 Restrições de limite superior de garantia

As restrições 4.9 definem limites máximos para os parâmetros de qualidade da mistura.

$$\frac{\sum_{k \in \text{Patio}} \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} \sum_{j \in \text{Parte}} t_{ijkl} x_{ijk}}{\sum_{k \in \text{Patio}} \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} \sum_{j \in \text{Parte}} x_{ijk}} \leq lsg_l \quad \forall l \in S \quad 4.9$$

Linearizando:

$$\sum_{k \in \text{Patio}} \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} \sum_{j \in \text{Parte}} (t_{ijkl} - lsg_l) x_{ijk} \leq 0 \quad \forall l \in S \quad 4.10$$

#### 4.2.8 Restrições de limite inferior de garantia

As restrições 4.11 definem limites mínimos para os parâmetros de qualidade da mistura.

$$\frac{\sum_{k \in \text{Patio}} \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} \sum_{j \in \text{Parte}} t_{ijkl} x_{ijk}}{\sum_{k \in \text{Patio}} \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} \sum_{j \in \text{Parte}} x_{ijk}} \geq lig_l \quad \forall l \in S \quad 4.11$$

Linearizando:

$$\sum_{k \in \text{Patio}} \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} \sum_{j \in \text{Parte}} (t_{ijkl} - lig_l) x_{ijk} \geq 0 \quad \forall l \in S \quad 4.12$$

#### 4.2.9 Restrições de meta

As restrições a seguir visam penalizar os desvios de quantidade e qualidade em relação aos valores requeridos.

a) Restrições de quantidade:

$$\sum_{k \in \text{Patio}} \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} \sum_{j \in \text{Parte}} x_{ijk} + P^- - P^+ = P_m \quad 4.13$$

b) Restrições de qualidade:

$$\sum_{k \in \text{Patio}} \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} \sum_{j \in \text{Parte}} (t_{ijkl} - tr_l) x_{ijk} + d_l^- - d_l^+ = 0 \quad \forall l \in S \quad 4.14$$

c) Restrições de atendimento aos limites superiores de especificação:

$$\sum_{k \in \text{Patio}} \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} \sum_{j \in \text{Parte}} (t_{ijkl} - lse_l) x_{ijk} - de_l^+ \leq 0 \quad \forall l \in S \quad 4.15$$

d) Restrições de atendimento aos limites inferiores de especificação:

$$\sum_{k \in \text{Patio}} \sum_{i \in \text{Baliza}(k)} \sum_{j \in \text{Parte}} (t_{ijkl} - lie_l) x_{ijk} + de_l^- \geq 0 \quad \forall l \in S \quad 4.16$$

#### 4.2.10 Restrições de eliminação parcial de uma pilha

O conjunto de restrições a seguir visa a eliminação, definida pelo operador, de uma certa quantidade de minério da pilha situada na baliza  $i$ , pátio  $k$ , parte  $j$ , dada por  $ELParc_{ijk}$ :

$$x_{ijk} = ELParc_{ijk} \quad \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall k \in \text{Pátio}, \forall j \in \text{Parte}, \text{ tal que } ELParc_{ijk} \neq 0, \quad 4.17$$

$$Qu_{ijk} \neq 0 \text{ e } Eliminar_{ijk} \neq 1$$

#### 4.2.11 Restrições de eliminação completa de pilhas

As restrições a seguir eliminam completamente pilhas previamente definidas pelo operador do sistema.

$$x_{ijk} = Qu_{ijk} \quad \forall (i, j, k) \mid \text{Eliminar}_{ijk} = 1, k \in \text{Patio}, i \in \text{Baliza}(k), j \in \text{Parte} \quad 4.18$$

#### 4.2.12 Restrições que visam à eliminação completa de pilhas

As restrições a seguir, juntamente com a variável  $dbaliza_{ijk}$  da função objetivo, tentam eliminar completamente uma pilha de forma a evitar que ela seja usada apenas parcialmente.

$$x_{ijk} + dbaliza_{ijk} = z_{ijk} \times Qu_{ijk} \quad \forall k \in \text{Patio}, \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall j \in \text{Parte} \quad 4.19$$

#### 4.2.13 Restrições de integralidade e não-negatividade

As restrições a seguir indicam a bivalência de algumas variáveis e impedem que valores negativos das variáveis de decisão sejam aceitos.

$$dbaliza_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in \text{Patio}, \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall j \in \text{Parte} \quad 4.20$$

$$x_{ijk} \geq 0 \quad \forall k \in \text{Patio}, \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall j \in \text{Parte} \quad 4.21$$

$$z_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall k \in \text{Patio}, \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall j \in \text{Parte} \quad 4.22$$

$$y_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall k \in \text{Patio}, \forall i \in \text{Baliza}(k), \forall j \in \text{Parte} \quad 4.23$$

$$d_l^- \geq 0 \quad \forall l \in S \quad 4.24$$

$$d_l^+ \geq 0 \quad \forall l \in S \quad 4.25$$

$$de_l^- \geq 0 \quad \forall l \in S \quad 4.26$$

$$de_l^+ \geq 0 \quad \forall l \in S \quad 4.27$$

$$P^- \geq 0 \quad 4.28$$

$$P^+ \geq 0 \quad 4.29$$



Observa-se, neste modelo, que é possível definir previamente uma região a ser explorada para a busca de minérios satisfazendo os critérios de qualidade e produção. Basta, nesse caso, anular o parâmetro  $Qu_{ijk}$  para as regiões que não devem ser exploradas.

### 4.3 Modelo baseado em programação por metas nebulosa

Este modelo difere do anterior apenas com relação à função objetivo e a inclusão de três novos conjuntos de restrições.

#### 4.3.1 Função objetivo

A função objetivo 4.1 é substituída pela seguinte:

$$\min D_1 + D_2 + D_3 \quad 4.30$$

#### 4.3.2 Restrições

Este modelo considera, além das restrições 4.2 a 4.29, os seguintes conjuntos de restrições:

$$\alpha_l^- d_l^- + \alpha_l^+ d_l^+ \leq D_1 \quad \forall l \in S \quad 4.31$$

$$\beta^- P^- + \beta^+ P^+ \leq D_2 \quad 4.32$$

$$\gamma^- de_l^- + \gamma^+ de_l^+ \leq D_3 \quad \forall l \in S \quad 4.33$$

Nestas equações  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$  representam, respectivamente, os desvios máximos em toneladas, devido ao não atendimento dos parâmetros de controle recomendados, produção e limites de especificação.

## 4.4 Implementação computacional

O modelo baseado em programação matemática por metas (*goal programming*) apresentado na seção 4.2 foi implementado usando-se o modelador e otimizador LINGO, versão 9.0, da Lindo Systems Inc. (<http://www.lindo.com>) com interface a uma planilha eletrônica do Microsoft Excel, a qual, até então era utilizada no processo de decisão na empresa, para o problema abordado.

O sistema desenvolvido oferece um ambiente de uso agradável, flexível e aplicável no dia-a-dia da empresa, de maneira que não necessita de um usuário “especial” para operá-lo. Ele permite ainda que o usuário faça alterações de valores que mudam freqüentemente como, por exemplo, restrições operacionais e produto.

A implementação do modelo proposto no *software* LINGO é mostrada detalhadamente no Anexo II.

## 5. Resultados Computacionais

Neste capítulo são apresentadas as instâncias-teste utilizadas para avaliar o modelo de programação por metas arquiimediana proposto no capítulo 4, seção 4.2, e os resultados computacionais obtidos com a aplicação desse modelo.

As instâncias-teste consistem em 20 cenários do Pátio de Controle de Qualidade da Mina de Cauê, em Itabira/MG. Na Tabela 5.1 são apresentadas as principais características dessas instâncias. Esta tabela considera quatro produtos: PCCA, PECA, PXCA\_DIPE e PXCA\_PPC. Para cada produto, foram analisados seis parâmetros de controle, todos químicos: Fe, SiO<sub>2</sub>, P, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Mn e H<sub>2</sub>O. Cada parâmetro químico  $l$  foi classificado em cinco categorias: Irrelevante (-), Importante (IP), Muito Importante (MI), Crítico (CR) e Muito Crítico (CR+), às quais foram associados os seguintes pesos, respectivamente: 0, 1, 5, 10 e 100. Esses pesos se referem aos desvios de meta ( $\alpha_l^+ = \alpha_l^- \forall l$ ). Os desvios de especificação ( $\gamma_l^+ = \gamma_l^-$ ) foram fixados em 100 vezes os desvios de meta. Além disso, de forma a tornar comparáveis os desvios de cada parâmetro de controle, os seus respectivos pesos foram multiplicados por 1, 10, 1000, 100, 100 e 1. A penalidade por desvio na meta de produção foi fixada em um valor elevado, no caso, um bilhão.

Para cada produto foram analisados cinco cenários, envolvendo diferentes lotes de pedidos, numerados de 1 a 5.

Cada instância foi processada pelo sistema desenvolvido em um microcomputador com processador Pentium IV, clock de 1,8 MHz, com 256 MB de RAM, demandando um máximo de 60 segundos para encontrar a solução ótima para uma determinada configuração dos pátios.

**Tabela 5.1. – Principais Características das Instâncias-teste**

Produto	Lote	Cenário		Nº de vagões	Parâmetros de controle					
		Dia	Hora		Fe	SiO <sub>2</sub>	P	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Mn	H <sub>2</sub> O
PCCA	1	15/07/05	08:00	40	-	CR	CR	CR	CR	CR
	2	16/07/05	13:43	80						
	3	16/07/05	20:14	76						
	4	18/07/05	21:55	80						
	5	19/07/05	16:35	80						
PECA	1	14/07/05	03:42	82	-	CR <sup>+</sup>	CR	CR	CR	MI
	2	15/07/05	07:10	40						
	3	15/07/05	12:00	78						
	4	16/07/05	10:15	80						
	5	16/07/05	23:49	80						
PXCA_ DIPE	1	19/07/05	00:17	80	-	CR	IP	-	CR	CR
	2	19/07/05	03:05	82						
	3	19/07/05	08:35	82						
	4	19/07/05	18:03	80						
	5	19/07/05	20:02	76						
PXCA_ PPC	1	11/07/05	16:27	78	-	CR <sup>+</sup>	CR	CR	CR	MI
	2	11/07/05	19:44	80						
	3	11/07/05	22:25	80						
	4	12/07/05	18:02	78						
	5	12/07/05	18:40	78						

Para cada instância, foram comparados os resultados obtidos pelo sistema desenvolvido com os produzidos manualmente pela empresa de mineração. A seguir são apresentados os gráficos comparativos entre as soluções produzidas pelas duas abordagens referentes aos 20 cenários. Em cada gráfico, também são apresentados as metas de qualidade e os limites de especificação para cada parâmetro de controle.

As figuras 5.1 a 5.6 comparam os teores dos diferentes elementos químicos obtidos nas duas abordagens referente ao produto PCCA nos cinco lotes analisados.

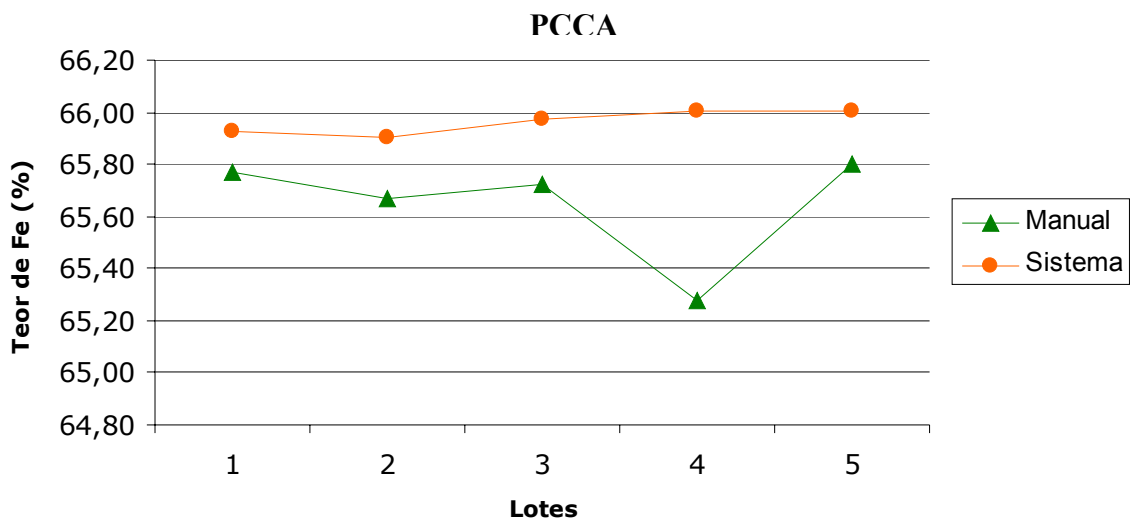


Figura 5.1 – Teor de ferro nos cinco cenários do PCCA

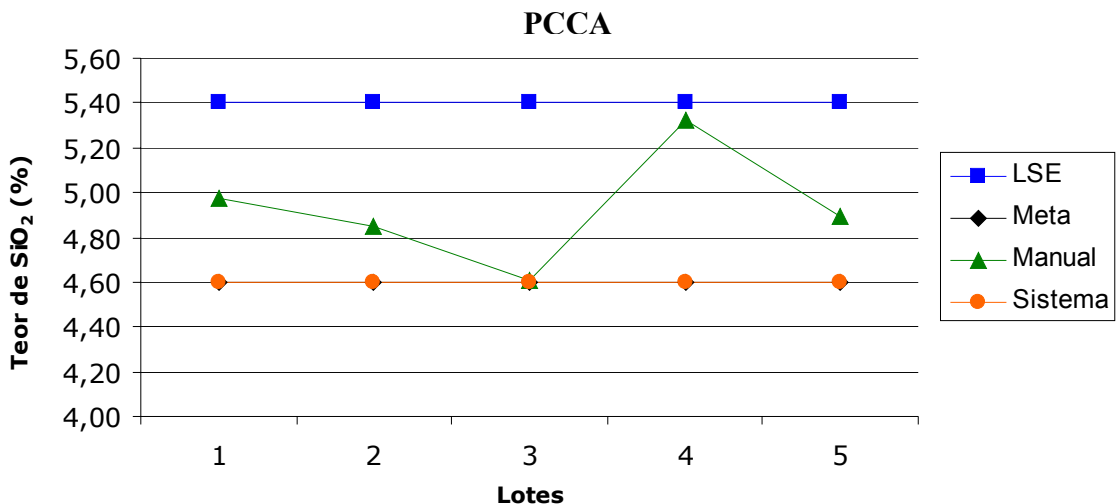
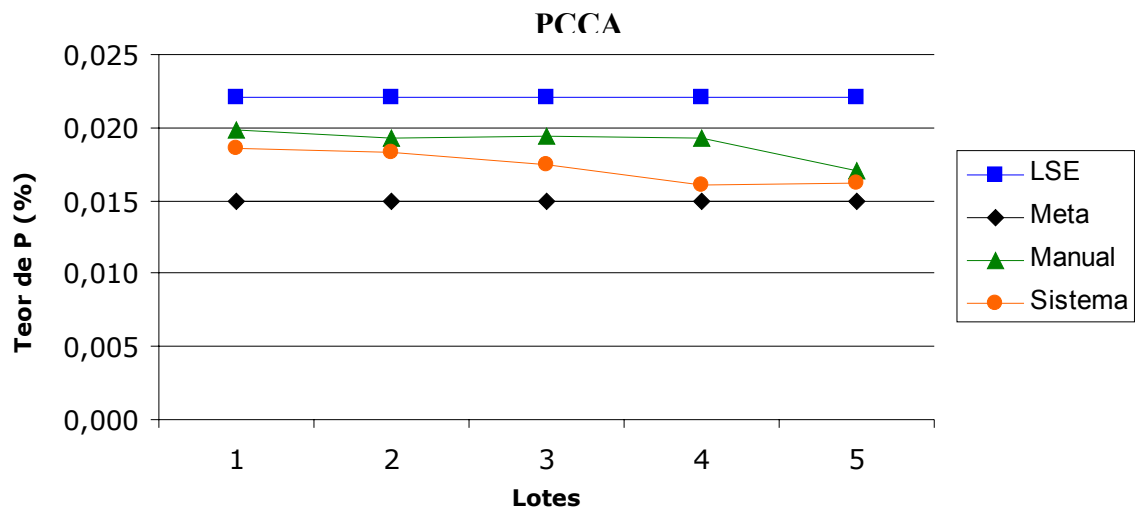
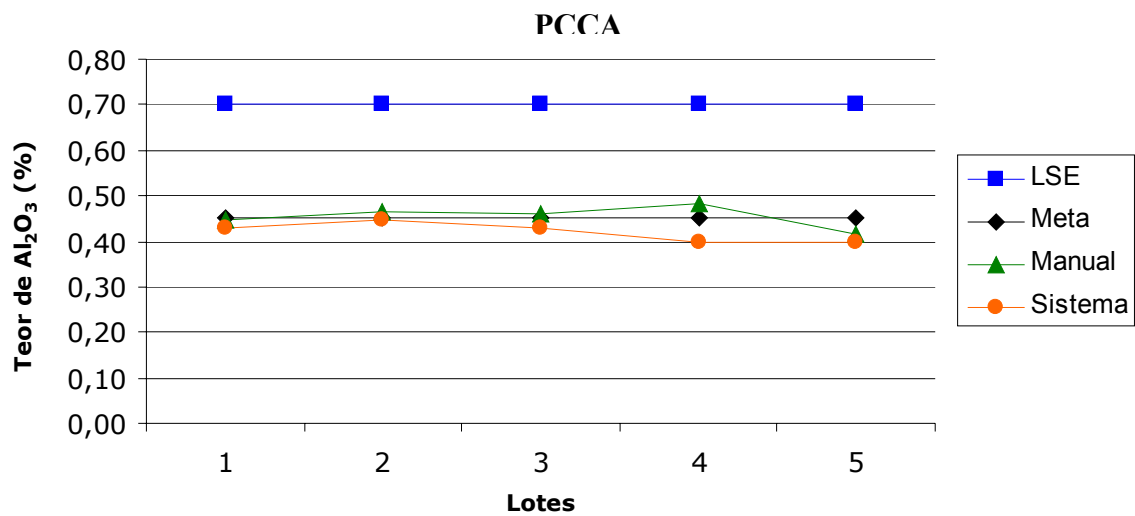


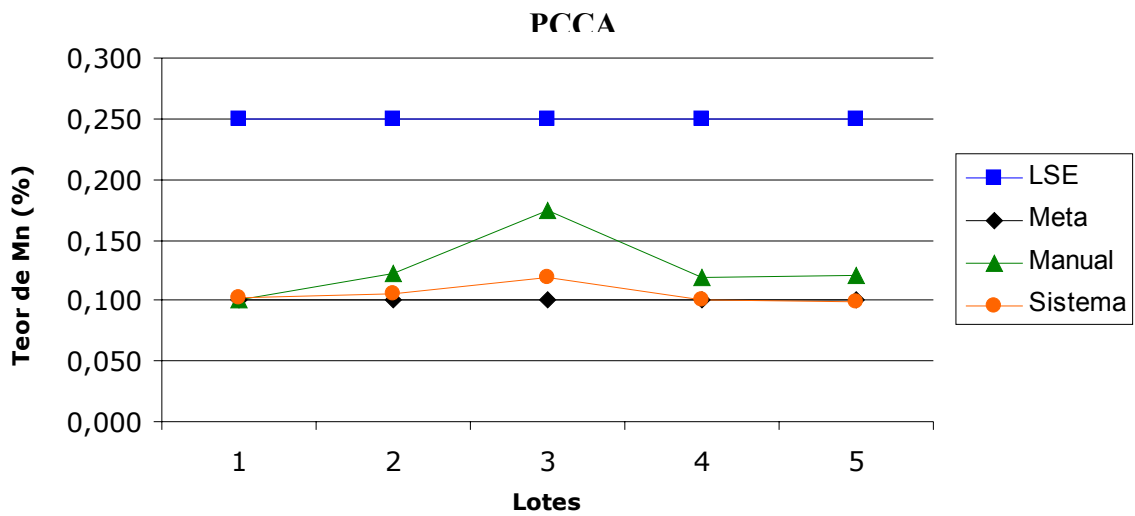
Figura 5.2 – Teor de sílica nos cinco cenários do PCCA



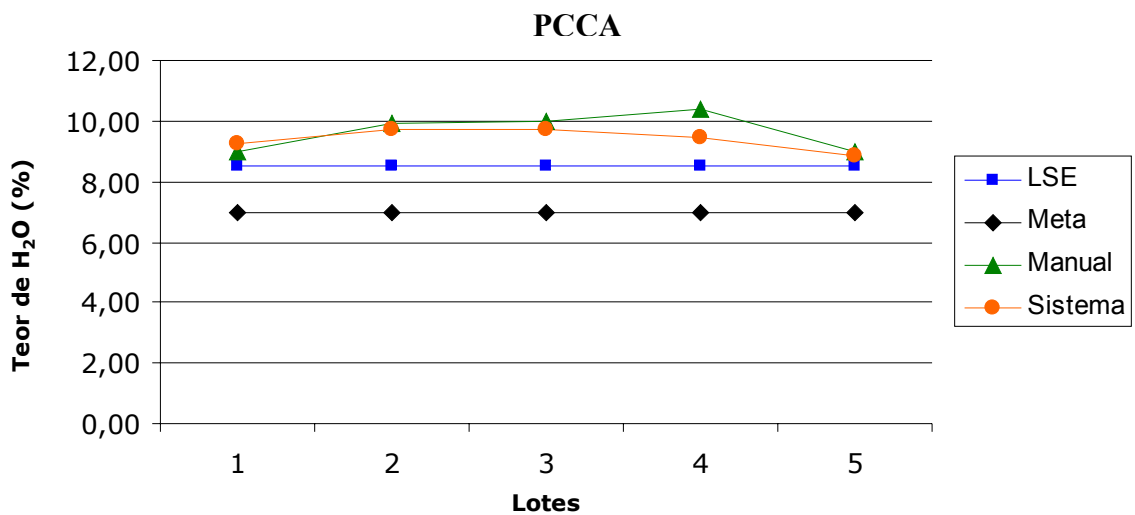
**Figura 5.3 – Teor de fósforo nos cinco cenários do PCCA**



**Figura 5.4 – Teor de alumina nos cinco cenários do PCCA**



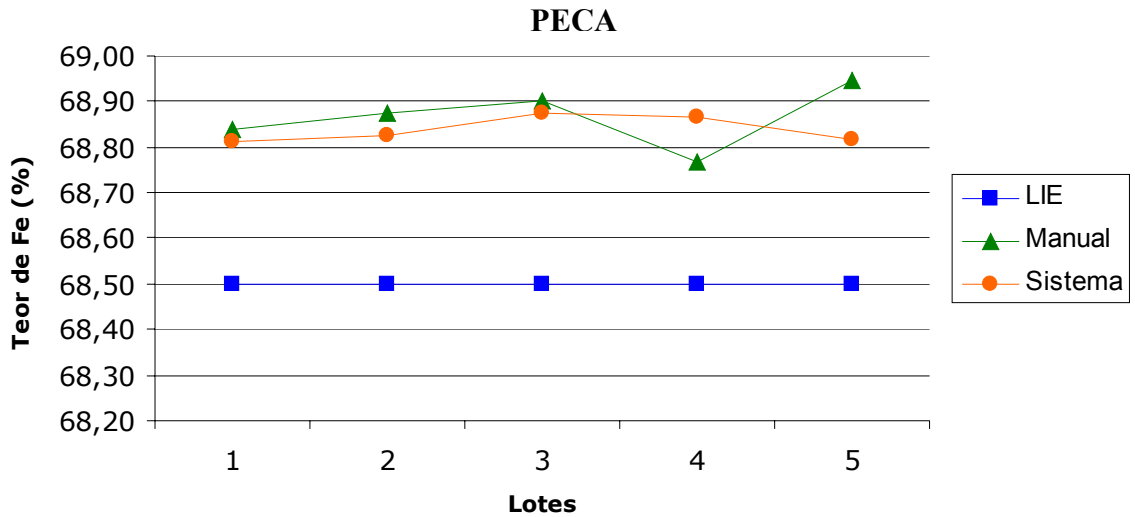
**Figura 5.5 – Teor de manganês nos cinco cenários do PCCA**



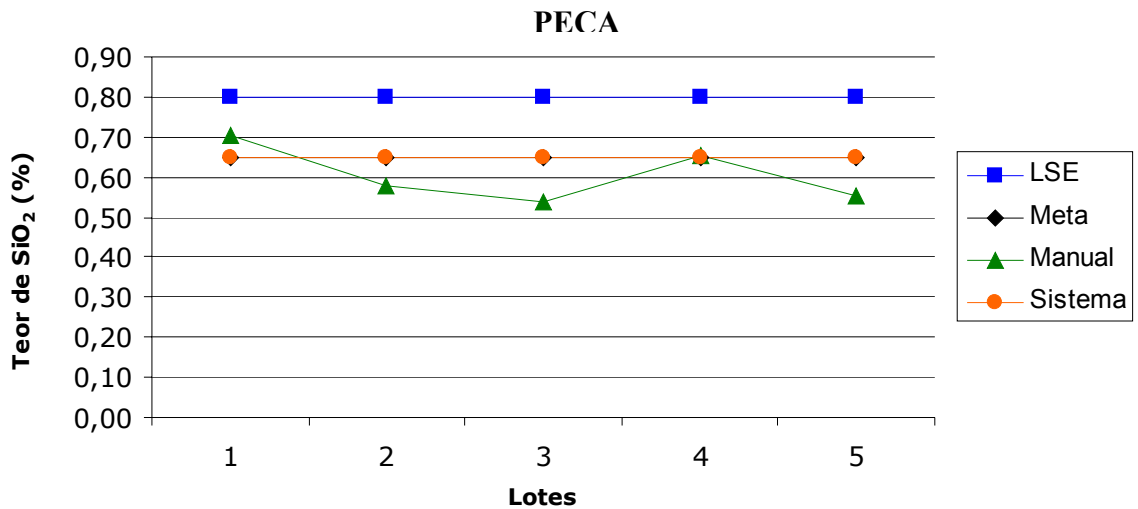
**Figura 5.6 – Teor de água nos cinco cenários do PCCA**

Observa-se pelas figuras 5.1 a 5.6 que o sistema desenvolvido produziu soluções significativamente melhores que a solução da empresa, atingindo a meta de qualidade (caso da sílica na Figura 5.2) ou aproximando-se mais dela. Apenas com relação ao parâmetro alumina (Figura 5.4), o método manual encontrou soluções mais próximas da meta. Entretanto, o que se analisa é o conjunto dos parâmetros e como todos esses parâmetros foram considerados críticos, não havia diferenciação entre eles.

As figuras 5.7 a 5.12 comparam os teores dos diferentes elementos químicos obtidos nas duas abordagens referente ao produto PECA nos cinco lotes analisados.

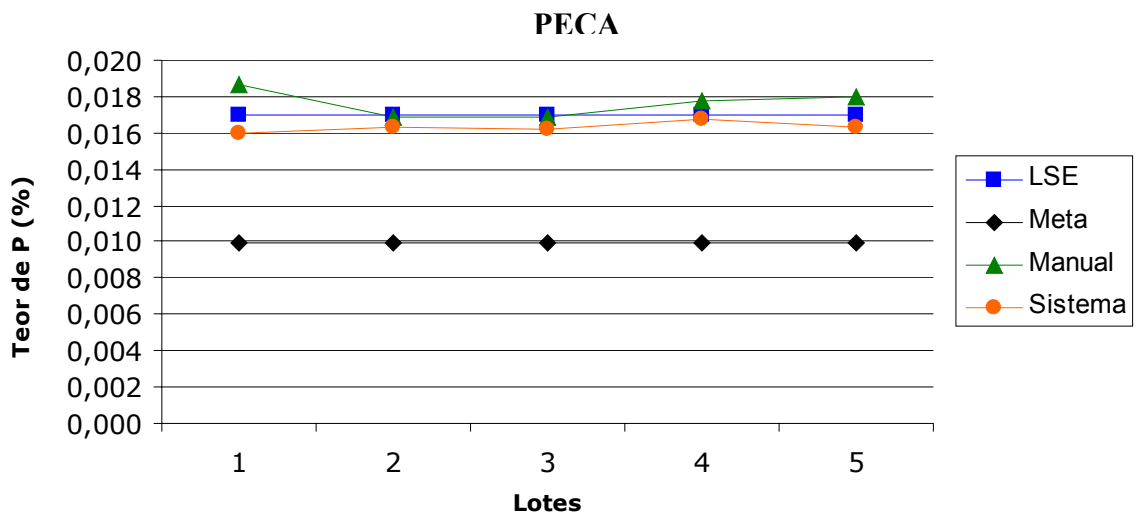


**Figura 5.7 – Teor de ferro nos cinco cenários do PECA**

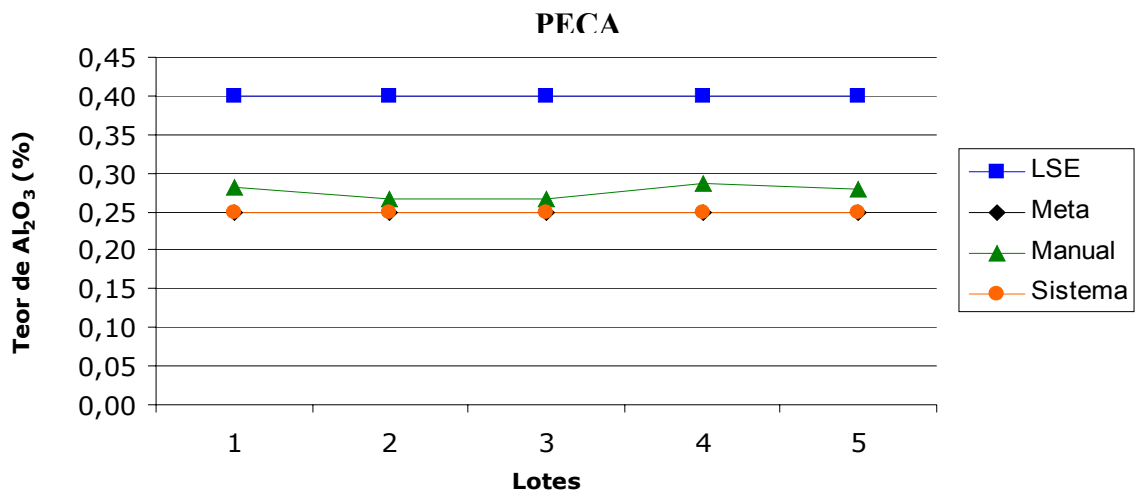


**Figura 5.8 – Teor de sílica nos cinco cenários do PECA**

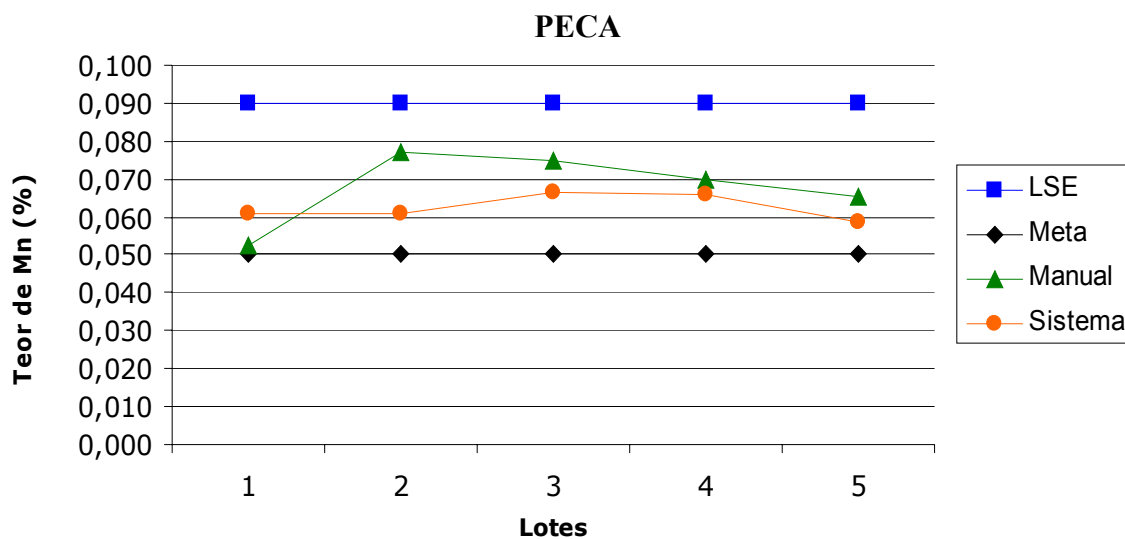




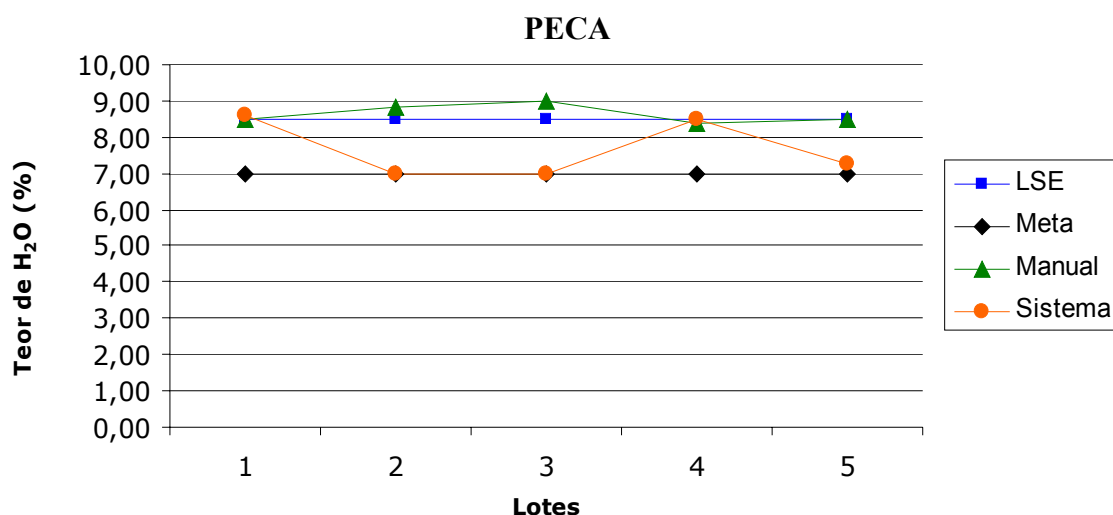
**Figura 5.9 – Teor de fósforo nos cinco cenários do PECA**



**Figura 5.10 – Teor de alumina nos cinco cenários do PECA**



**Figura 5.11 – Teor de manganês nos cinco cenários do PECA**



**Figura 5.12 – Teor de água nos cinco cenários do PECA**

Observa-se pelas figuras 5.7 a 5.12 que o sistema desenvolvido também produziu soluções significativamente melhores que a da empresa, atingindo a meta de qualidade (caso da sílica na Figura 5.8 e alumina na Figura 5.10) ou aproximando-se mais dela. A única exceção ocorreu para o manganês no primeiro lote, em que a solução manual foi melhor. Valem, porém, as mesmas observações feitas para o produto anterior.

As figuras 5.12 a 5.18 comparam os teores dos diferentes elementos químicos obtidos nas duas abordagens referente ao produto PXCA\_DIPE nos cinco lotes analisados.

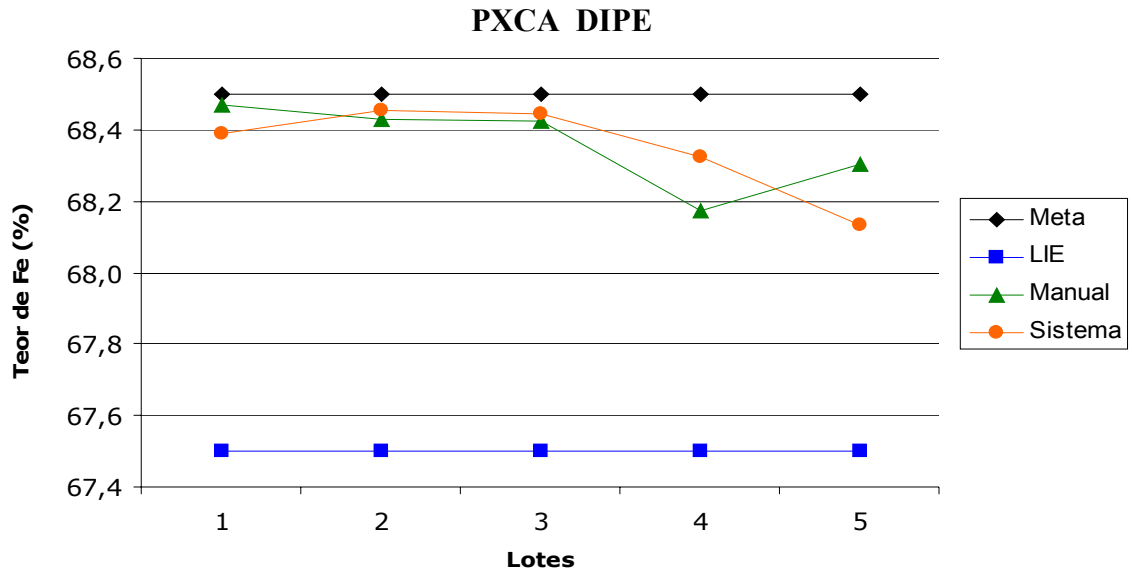


Figura 5.13 – Teor de ferro nos cinco cenários do PXCA\_DIPE

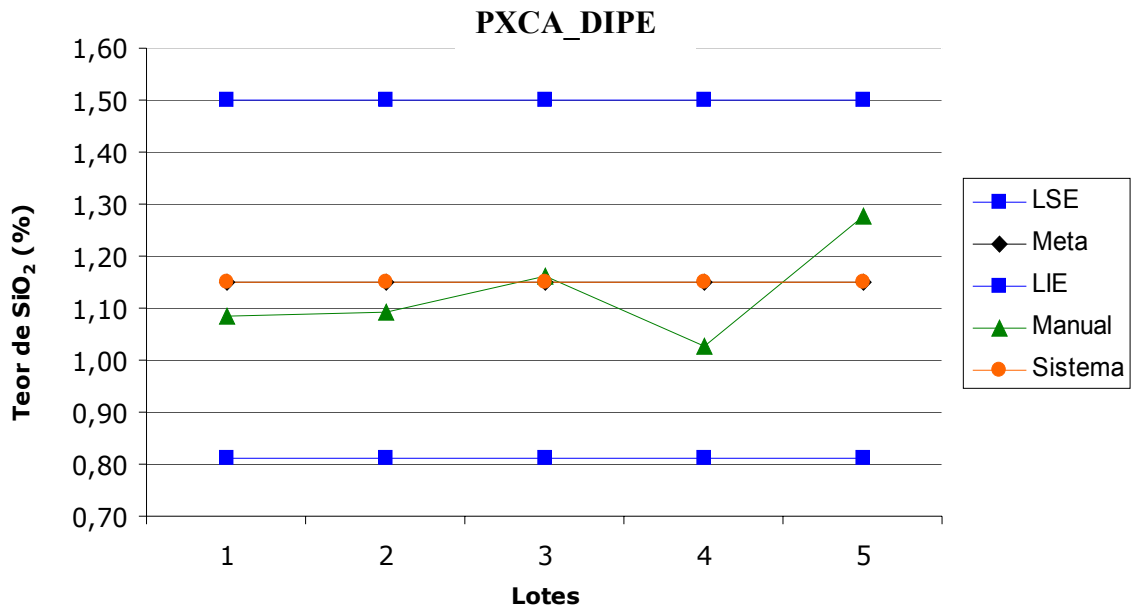


Figura 5.14 – Teor de sílica nos cinco cenários do PXCA\_DIPE

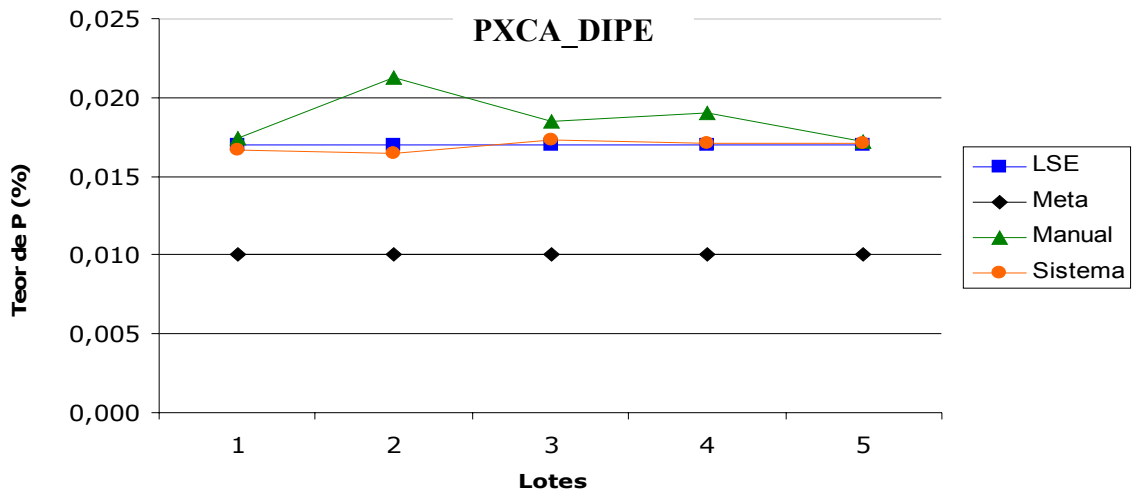


Figura 5.15 – Teor de fósforo nos cinco cenários do PXCA\_DIPE

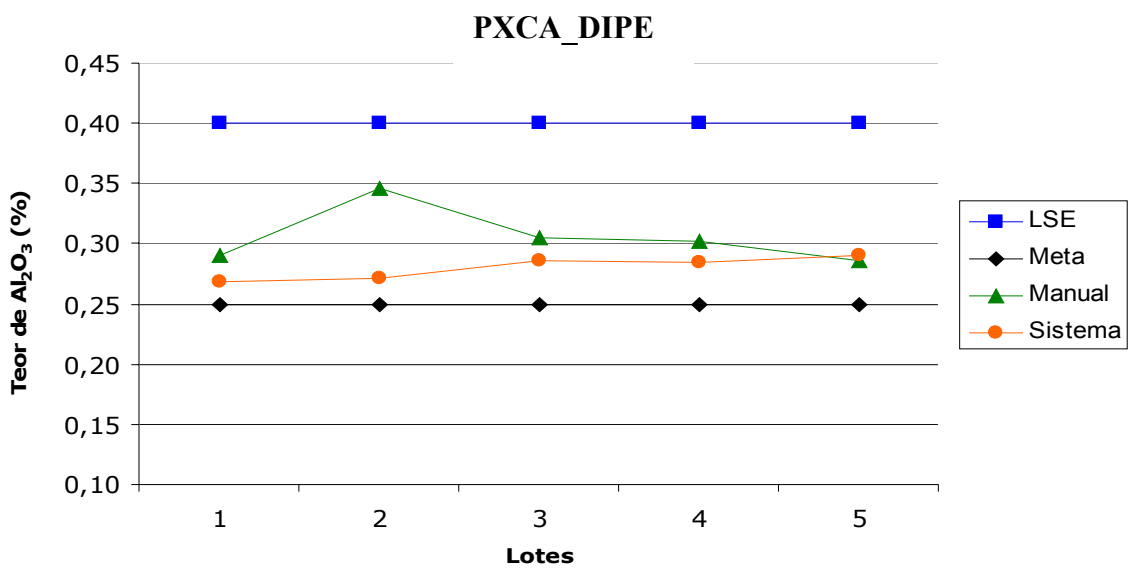
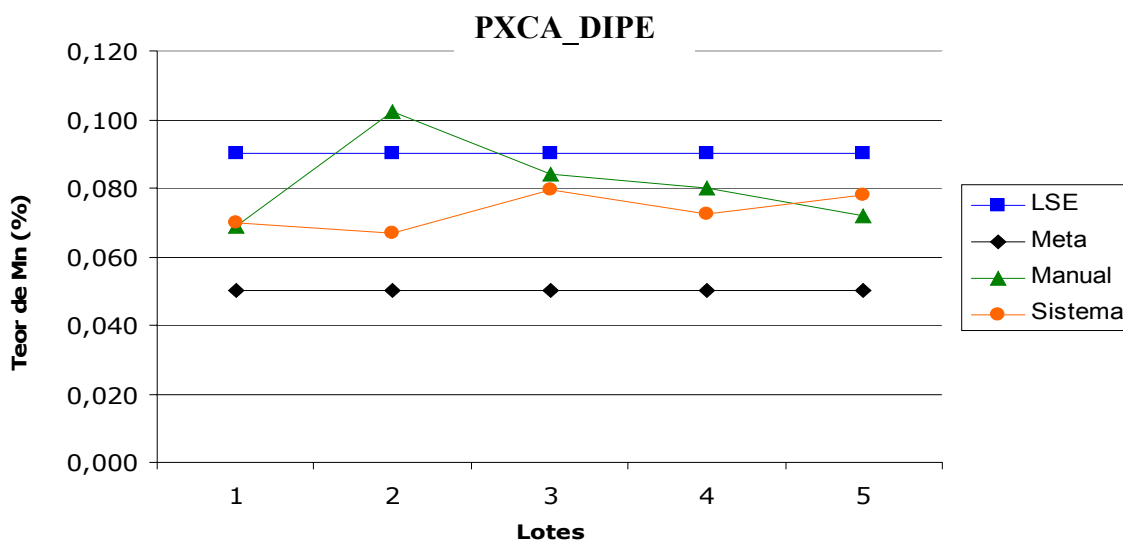
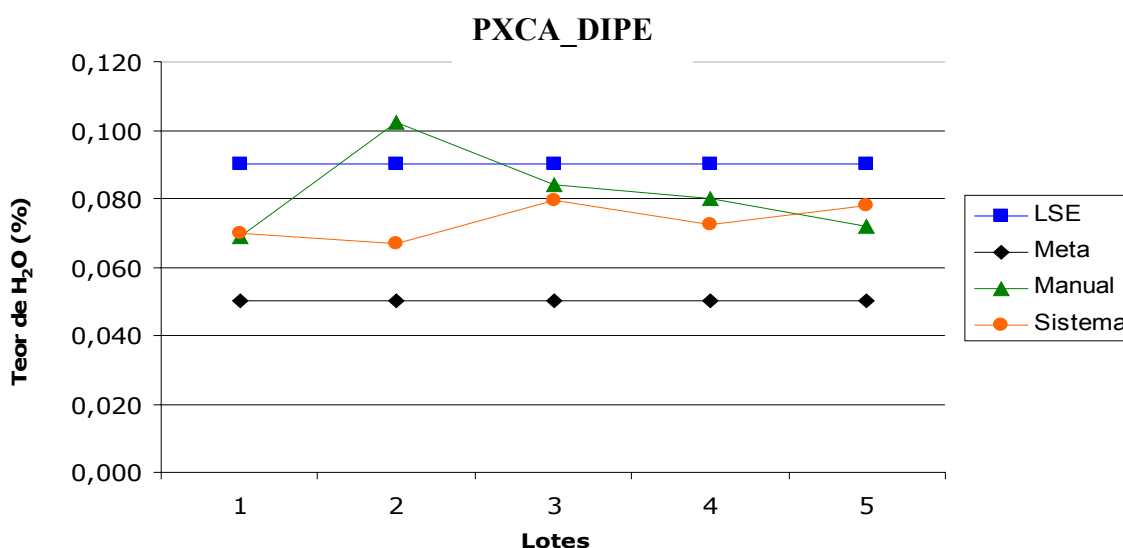


Figura 5.16 – Teor de alumina nos cinco cenários do PXCA\_DIPE



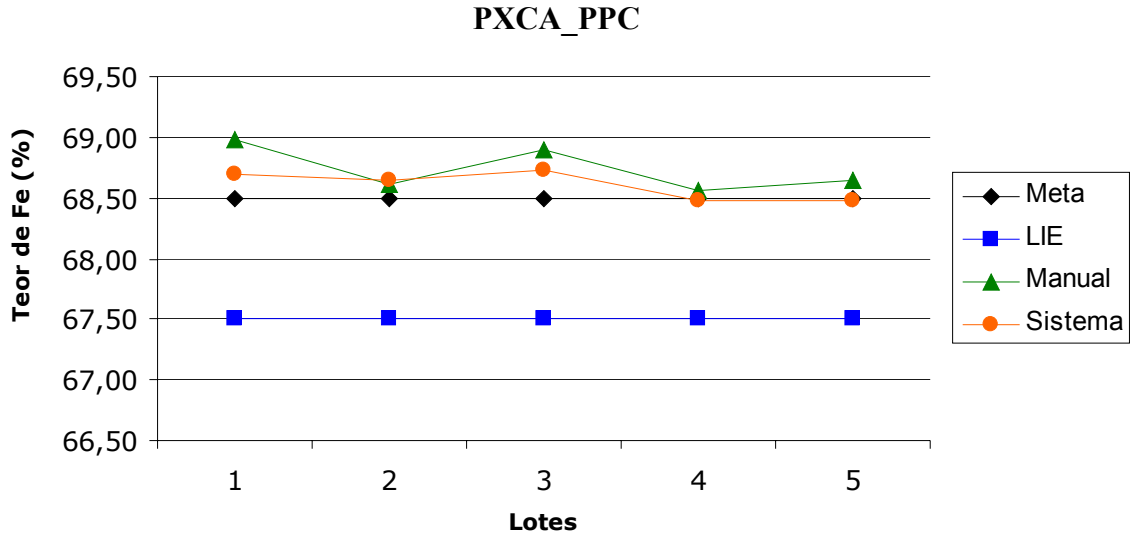
**Figura 5.17 – Teor de manganês nos cinco cenários do PXCA\_DIPE**



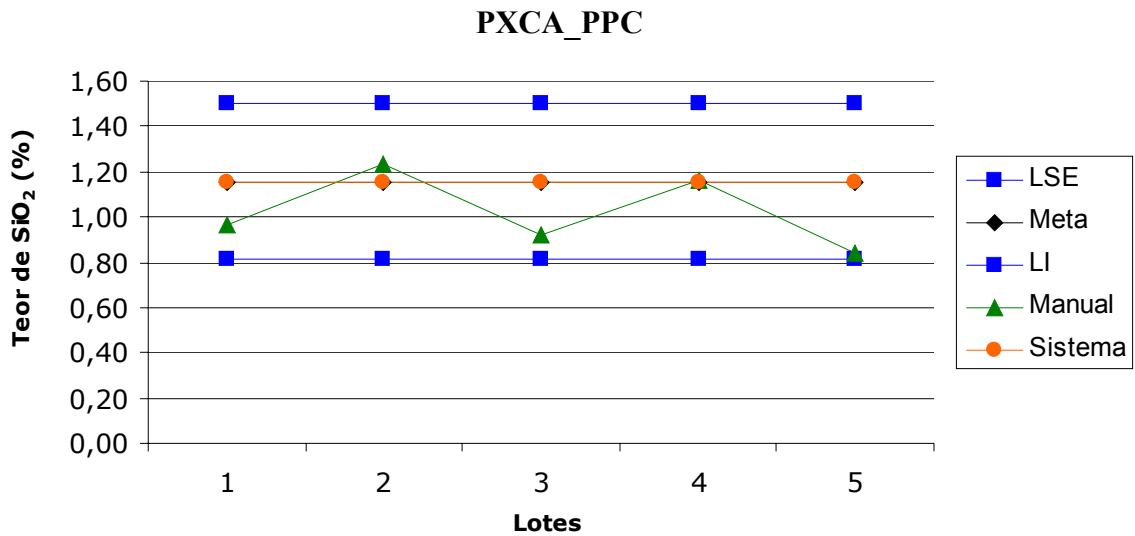
**Figura 5.18 – Teor de água nos cinco cenários do PXCA\_DIPE**

Pelas figuras 5.13 a 5.18 observa-se que o sistema desenvolvido novamente produziu soluções melhores que a solução manual da empresa, atingindo a meta de qualidade (caso da sílica na Figura 5.14) ou aproximando-se mais dela na maioria dos casos. As exceções ocorreram com relação ao ferro nos lotes 1 e 5 (Figura 5.13), manganês e água no lote 5 (figuras 5.17 e 5.18), nas quais o método manual encontrou soluções mais próximas da meta.

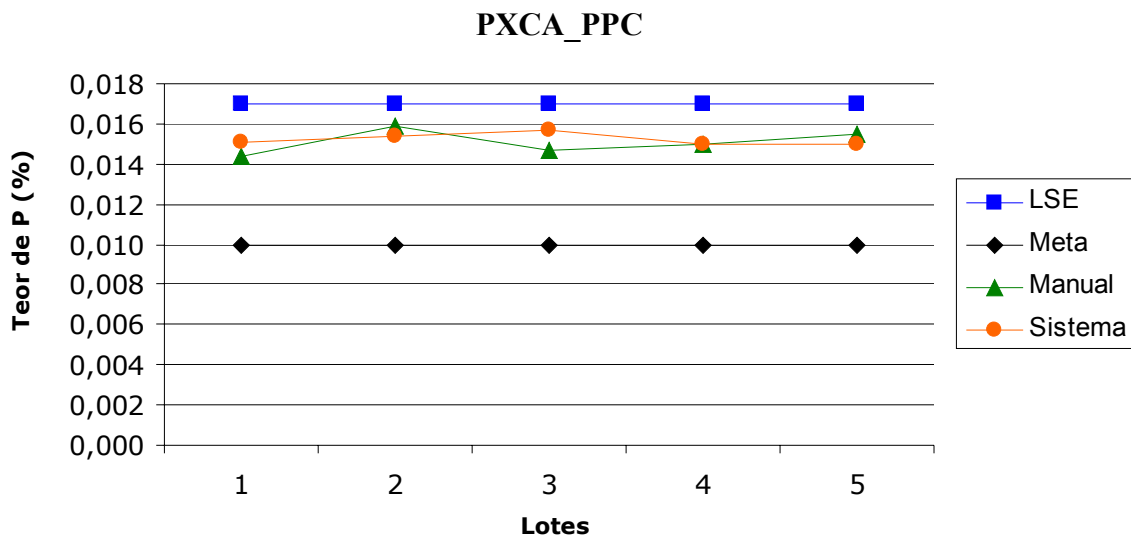
As figuras 5.19 a 5.24 comparam os teores dos diferentes elementos químicos obtidos nas duas abordagens referente ao produto PXCA\_PPC nos cinco lotes analisados.



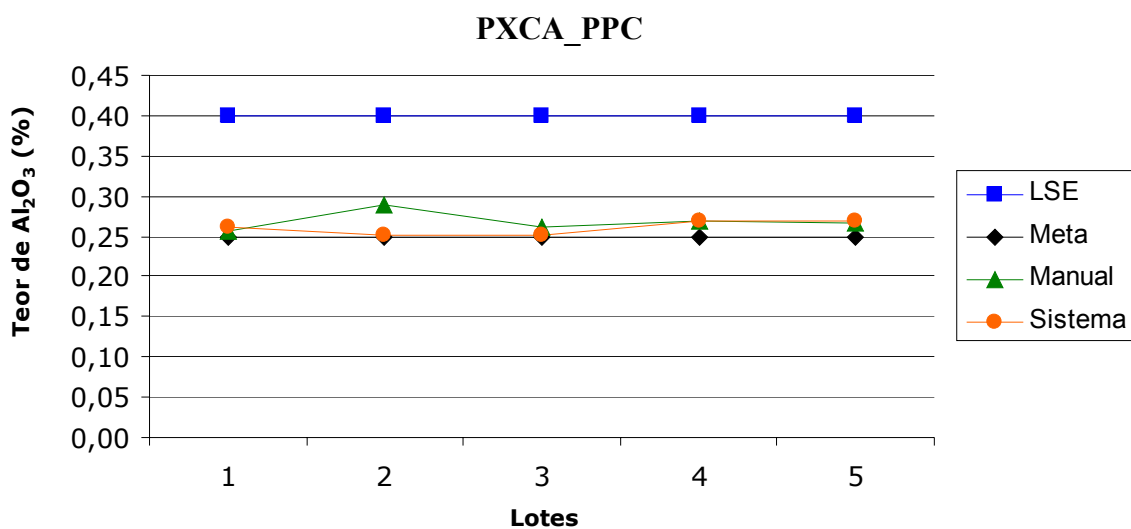
**Figura 5.19 – Teor de ferro nos cinco cenários do PXCA\_PPC**



**Figura 5.20 – Teor de sílica nos cinco cenários do PXCA\_PPC**



**Figura 5.21 – Teor de fósforo nos cinco cenários do PXCA\_PPC**



**Figura 5.22 – Teor de alumina nos cinco cenários do PXCA\_PPC**

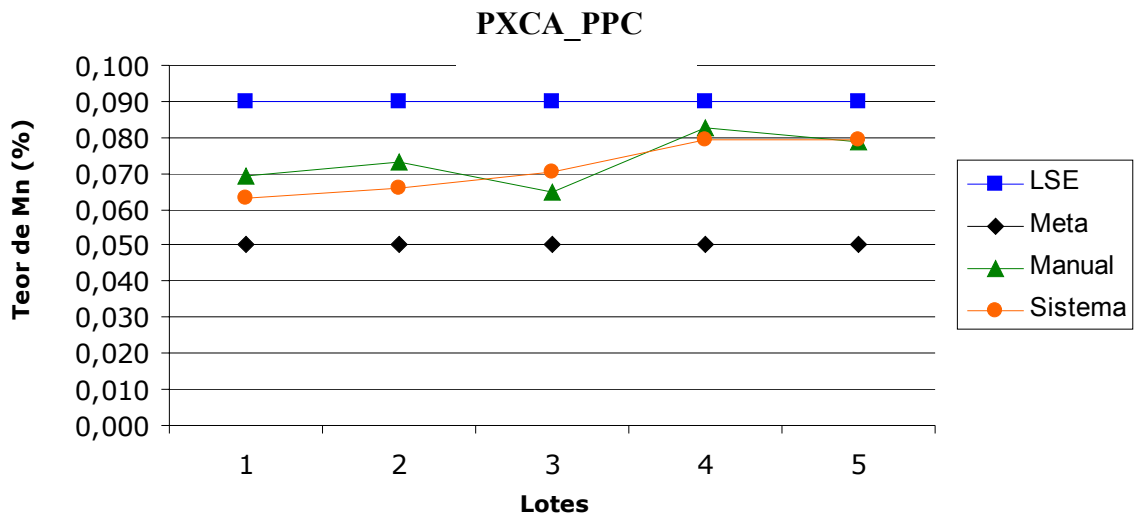


Figura 5.23 – Teor de manganês nos cinco cenários do PXCA\_PPC

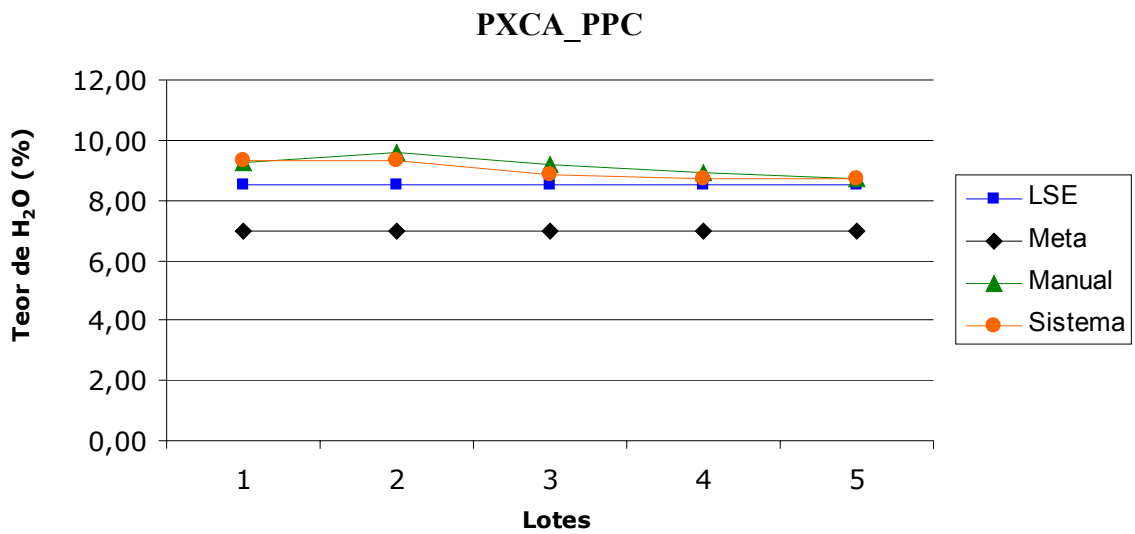


Figura 5.24 – Teor de água nos cinco cenários do PXCA\_PPC

Pelas figuras 5.19 a 5.24 percebe-se que o sistema proposto foi capaz de produzir soluções bem melhores que a solução da empresa, atingindo a meta de qualidade (caso da sílica na Figura 5.20) ou aproximando-se mais dela. Apenas com relação ao parâmetro fósforo, nos lotes 1 e 3 (Figura 5.21), e no parâmetro manganês, lote 3 (Figura 5.23), o método manual encontrou soluções mais próximas da meta. Entretanto, observa-se que o fósforo para esse produto não é considerado crítico.



## 6. Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho contribui com o desenvolvimento de um modelo de programação linear por metas arquiimediana para resolver um problema de blendagem para composição de lotes de minério de ferro da Companhia Vale do Rio Doce, Mina de Cauê. O modelo proposto procura atender as metas de produção e qualidade relativas ao produto requerido, respeitando suas especificações e as restrições operacionais dos pátios onde estão estocados os minérios.

O modelo foi implementado no modelador e otimizador LINGO, versão 9.0, interfaceando com planilhas do Excel 2000, facilitando a operação do usuário, já familiarizado com esse ambiente de trabalho.

O sistema desenvolvido foi validado usando-se um conjunto de 20 cenários reais dos pátios de estocagem de minérios do complexo Cauê e comparando-se os resultados obtidos com aqueles produzidos manualmente pelos operadores da empresa.

Os resultados computacionais obtidos mostraram que o sistema desenvolvido foi capaz de gerar soluções de qualidade superiores às produzidas pelo método manual, sendo que em alguns casos, foi capaz de atingir a meta de qualidade para o parâmetro considerado mais crítico, a sílica. Além disso, o tempo gasto para a obtenção da solução ótima foi inferior a um minuto de processamento, bem inferior aos quinze minutos em média gastos pelo operador para obter uma única solução, não necessariamente a melhor para uma dada configuração de pátio. Com esse tempo reduzido para encontrar a solução ótima para uma determinada configuração de pátio, o operador tem tempo suficiente para analisar outras configurações antes de tomar a decisão de qual solução adotar para retomar os minérios.

Outro ponto que merece atenção é a confiabilidade que o sistema desenvolvido oferece. Ao contrário do método manual, suscetível de erro humano, o sistema tem a capacidade de analisar várias soluções rapidamente e sem erros.

Esses resultados validam, portanto, a utilização dessa ferramenta para a resolução do problema de blendagem dos produtos dos pátios da CVRD, demonstrando

que é possível desenvolver metodologias que substituem, com ganho de produtividade, os tradicionais métodos de tentativa e erro.

Este trabalho, ao promover uma maior interação entre a Universidade e a CVRD, contribuiu, também, com a formação de recursos humanos nessa área de conhecimento e divulgação de métodos de otimização na abordagem de problemas típicos de empresas de mineração.

Como sugestão para trabalhos futuros pode ser citada a adaptação do modelo desenvolvido a outros complexos produtivos da CVRD e de outras mineradoras, em que as mudanças são basicamente nas restrições operacionais.

## Referências Bibliográficas

- ALVARENGA, G. B. (1997). *Despacho ótimo de caminhões numa mineração de ferro utilizando algoritmo genético com processamento paralelo*. Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica/UFMG, Belo Horizonte, MG.
- ARAÚJO, S. A.; ARENALES, M. N. (2003). Planejamento e programação da produção numa fundição cativa automatizada de grande porte, *Anais do XXXV SBPO*, p. 1438-1449, Natal, Rio Grande do Norte.
- BUENO, A. F.; OLIVEIRA, M. C. (2004). *Goal Programming (Programação Multiobjetivo)*. In: CORRAR, L. J. e THEÓPHILO, C. R. (Org.). *Pesquisa Operacional para decisão em Contabilidade e Administração*, Capítulo 8, p. 394-438. Editora Atlas, São Paulo.
- CARVALHO, L. J. L. (2003). *Otimização de mistura de minérios para composição de carga na produção de ferro ligas: O caso da Companhia Paulista de Ferro Ligas*, Monografia de graduação em Engenharia de Produção, DECOM, Universidade Federal de Ouro Preto. Disponível em <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/OrientacoesConcluidas/OrientacoesConcluidas.html>. Acesso em 01/09/2004.
- CHANDA, E. K. C.; DAGDELEN, K. (1995). Optimal blending of mine production using goal programming and interactive graphics systems, *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, v. 9, p. 203-208.
- COSTA, F. P.; SOUZA, M. J. F.; PINTO, L. R. (2005). Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade, *Revista Escola de Minas*, v. 58, p. 77-81.
- COSTA, F. P.; SOUZA, M. J. F.; PINTO, L. R. (2004). Um modelo de alocação dinâmica de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade, *Anais do III Congresso Brasileiro de Mina a Céu Aberto e III Congresso Brasileiro de Mina Subterrânea*, CD-ROM, 8 p, Belo Horizonte, Minas Gerais.

- COSTA, F. P. (2005). *Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavras em mina a céu aberto*, Dissertação de mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mineral, Universidade Federal de Ouro Preto, 141 p.
- CVRD (2003). Estudo de Reavaliação de Recursos e Reservas Minerais das Minas de Itabira, Relatório Técnico, 39 p.
- CVRD (2005a). Disponível em <http://www.cvrd.com.br/cvrd/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?sid=38/>. Acesso em 14/03/05.
- CVRD (2005b). Disponível em <http://www.cvrd.com.br/cvrd/cgi/cgilua.exe/sys/start.htm?sid=266/>. Acesso em 14/03/05.
- GOMES Jr., A. C.; SOUZA, M. J. F. (2003). Manual de softwares de otimização. Departamento de Computação, Universidade Federal de Ouro Preto. Disponível em <http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/OC/ManualSoftwaresOtimizacao.pdf>. Acesso em 01/09/2004.
- LUCHE, J. R. D.; MORABITO, R. (2004). Combinação de modelos de seleção de processos e dimensionamento de lotes na programação da produção de grãos eletrofundidos, *Anais do XXIV ENEGEP*, p. 3144-3150, Florianópolis, Santa Catarina.
- MARTINS, T. B.; VASCONCELOS, J. A., FILHO, C. S. (2003). Metaheurística aplicada à Programação da Produção de um Processo de Fundição de Zinco, *Anais do XXXV SBPO*, p. 1327-1334, Natal, Rio Grande do Norte.
- MERSCHMANN, L. H. C. (2002). *Desenvolvimento de um Sistema de Otimização e Simulação para Cenários de Produção em Minas a Céu Aberto*, Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- OLIVEIRA, F. A.; DUARTE, R. N.; MONTEVECHI, J. A. B. (2001). Otimização do Custo de Fundição de Ferro Fundido: Um Estudo de Caso, *Anais do XXXIII SBPO*, Campos do Jordão, São Paulo.

- PINTO, L. R. (1999). Metodologia de Análise do Planejamento de Lavras de Minas a Céu Aberto baseada em Simulação das Operações de Lavra. Tese de Doutorado. Programa de Engenharia de Produção, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- ROMERO, C. (2004). A general structure of achievement function for a goal programming model, *European Journal of Operational Research*, v. 153, p. 675-686.

## Anexo I: O Software LINGO

O programa computacional LINGO é um modelador e otimizador para resolução de problemas de programação linear e não linear. Ele é dividido nas seguintes seções específicas:

Definição dos conjuntos (*SETS*);

Entrada de dados (*DATA*);

Função objetivo;

Restrições;

Saída de dados.

Segundo Gomes Jr. e Souza (2003), uma seção *SETS* é definida da seguinte forma:

*SETS*:

```
setname [/member_list/] [:variable_list];
```

*ENDSETS*

onde:

*setname* = é o nome escolhido para designar um grupo de objetos

*[/member\_list/]* = lista de membros que constituem o grupo de objetos

*[:variable\_list]* = lista de variáveis (ou constantes) que tem as mesmas características do grupo objetos.

Um grupo de objetos também pode ser derivado de outros grupos, como é o caso de uma matriz que depende de dois grupos (vetores) e tem como domínio o conjunto dos membros dos grupos anteriores.

A seção *DATA* é usada para fazer a leitura dos valores das constantes definidas na seção *SETS*. Esta leitura pode ser feita através de interface com uma planilha Excel utilizando-se o comando *@OLE*.

Os comandos utilizados para representar o sentido de otimização da função objetivo são:

*MIN* = usado para minimizar e;

*MAX* = usado para maximizar.

Abaixo estão apresentados os principais comandos usados para a formulação das restrições.

*@SUM* = usado para representar um somatório em um conjunto de objetos na seção *SETS*.

*@FOR* = usado para repetição de uma operação realizada sobre um determinado conjunto de objetos.

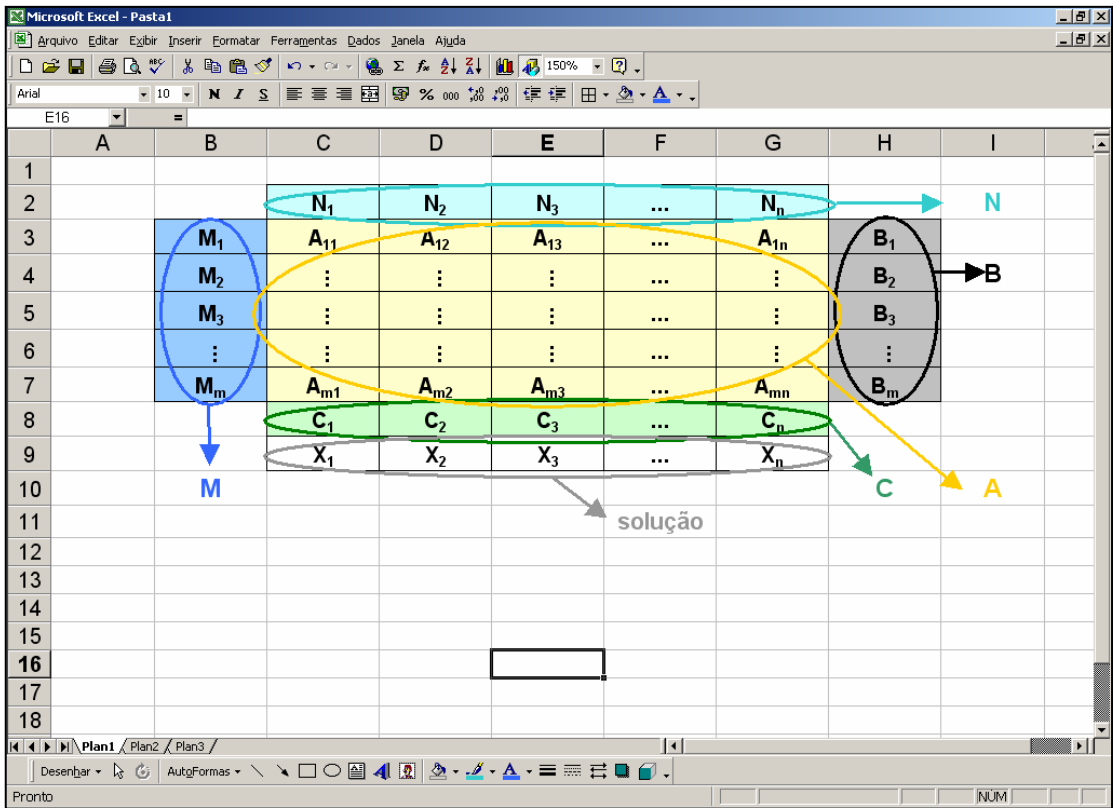
*@INDEX* = usado para indicar a posição desejada de um elemento em um conjunto de objetos.

Para ilustrar como se modela um PPL no *LINGO* considere o problema a seguir, extraído de Carvalho (2003), cujos dados estão contidos na próxima planilha.

$$\min f(x) = \sum_{j=N_1}^{N_n} C_j X_j$$

$$\sum_{j=N_1}^{N_n} A_{ij} X_j \leq B_i \quad \forall i = M_1, \dots, M_m$$

$$X_j \geq 0 \quad \forall j = N_1, \dots, N_n$$



Nessa planilha, N é o nome do bloco de células C2:G2, M se refere ao bloco B3:B7 etc.



A implementação deste modelo no LINGO é:

```
model:
title Exemplo;

! Definição dos conjuntos;
sets:
  linhas /@ole('exemplo.xls','M')/:B,
  colunas /@ole('exemplo.xls','N')/:C,X;
  matriz (linhas,colunas):A;
endsets

! Leitura dos dados;
data:
  B = @ole('exemplo.xls','B');
  A = @ole('exemplo.xls','A');
  C = @ole('exemplo.xls','C');
enddata

! Função Objetivo;
[FO] max = @sum(colunas(j): C(j)*X(j));

! Restrições;
@for(linhas(i): @sum(colunas(j): A(i,j) * X(j)) <= B(i));

! Exportação da solução para a planilha;
data:
@ole('exemplo.xls','solução')=x;
enddata
```

## Anexo II: Modelo

Diferentemente do modelo apresentado na seção 4.2, implementou-se no LINGO variáveis e matrizes bidimensionais ao invés de tridimensionais. Assim, a variável  $x_{ijk}$  é substituída por  $x_{ij}$ , onde  $i$  representa a baliza e  $j$  a posição e o pátio. No caso,  $j$  pertence ao conjunto {PAP1, PAP2, PBP1, PBP2, PCP1, PCP2}, onde PAP1 indica pátio A, parte superior da pilha, PAP2 indica pátio A parte inferior da pilha. Os demais componentes do conjunto têm significado semelhante, diferindo apenas com relação à especificação do pátio.

A seguir, o modelo implementado.

```
SET ECHOIN 0
SET ERRDLG 0
SET TERSEO 0
SET STAWIN 0
```

Model:

Title PatioCVRD;

!CRIAÇÃO DAS VARIÁVEIS;

sets:

balizas;

patios;

matriz(balizas,patios):x,y,z,Qu\_y,Qu,Fe,Sio2,P,Al2o3,Mn,H2o,G63mm,G1mm,  
G015mm,G0106mm,plv,eliminar,elimparc,dbaliza,dist;

parametros:lie,lse,lig,lsg,meta,wtp,dn,dp,dne,dpe,dng,dpg;

endsets

!LEITURA DAS VARIÁVEIS;

data:

balizas, patios, parametros=@ole('PATIO.XLS','balizas','patios',parametros);  
Qu,Fe,Sio2,P,Al2o3,Mn,H2o=@ole('PATIO.XLS','estoque','Fe','Sio2','P','Al2o3',  
'Mn','H2o');  
G63mm,G1mm,G015mm,G0106mm,dist=@ole('PATIO.XLS','G63mm','G1mm',  
'G015mm','G0106mm','dist');  
Qu\_y,plv=@ole('PATIO.XLS','estoquep','plv');  
lie,lse,meta,wtp,lig,lsg,nvagoes=@ole('PATIO.XLS','lie','lse','meta','wtp','lig',  
'lsg','nvagoes');  
wpvg,wpda,wpdb,wpdc=@ole('PATIO.XLS','wpvg','wpda','wpdb','wpdc');  
eliminar, elimparc=@ole('PATIO.XLS','eliminarlingo','elimparcingo');

enddata

!FUNÇÃO MULTI OBJETIVO;

[F\_MultiObjetivo]min = desvio\_garantia + desvio\_especificacao + desvio\_teor +  
desvio\_vagao + desvio\_baliza;

[FO\_Desvio\_baliza]desvio\_baliza=@sum(matriz(i,j):1\*dbaliza(i,j));

[FO\_Desvio\_garantia]desvio\_garantia=@sum(parametros(j):10000\*wtp(j)\*dng(j) +  
10000\*wtp(j)\*dpg(j));

[FO\_Desvio\_especificacao]desvio\_especificacao=@sum(parametros(j):100\*  
wtp(j)\*dne(j)+100\*wtp(j)\*dpe(j));

[FO\_Desvio\_Teor]desvio\_teor=@sum(parametros(j):1\*wtp(j)\*dn(j)) +  
@sum(parametros(j):1\*wtp(j)\*dp(j));

[FO\_Desvio\_vagao]desvio\_vagao=wpvg\*dnv;

!RESTRIÇÃO PARA GARANTIR QUE x(i,j) ESTEJA ENTRE 0 E Qu\_y(i,j);  
@for(matriz(i,j):@BND(0,x(i,j),Qu\_y(i,j)));

!RESTRICÇÕES DOS LIMITES DE GARANTIA;

!RESTRICÇÕES DO LIMITE SUPERIOR DE GARANTIA;

$$[r\_lsg\_Fe]@sum(matriz(i,j): (Fe(i,j)-lsg(@index(Fe))) * x(i,j)) - dpg(@index(Fe)) <= 0;$$

$$[r\_lsg\_Sio2]@sum(matriz(i,j): (Sio2(i,j)-lsg(@index(Sio2))) * x(i,j)) - dpg(@index(Sio2)) <= 0;$$

$$[r\_lsg\_P]@sum(matriz(i,j): (P(i,j)-lsg(@index(P))) * x(i,j)) - dpg(@index(P)) <= 0;$$

$$[r\_lsg\_Al2o3]@sum(matriz(i,j): (Al2o3(i,j)-lsg(@index(Al2o3))) * x(i,j)) - dpg(@index(Al2o3)) <= 0;$$

$$[r\_lsg\_Mn]@sum(matriz(i,j): (Mn(i,j)-lsg(@index(Mn))) * x(i,j)) - dpg(@index(Mn)) <= 0;$$

$$[r\_lsg\_H2o]@sum(matriz(i,j): (H2o(i,j)-lsg(@index(H2o))) * x(i,j)) - dpg(@index(H2o)) <= 0;$$

$$[r\_lsg\_G63mm]@sum(matriz(i,j): (G63mm(i,j)-lsg(@index(G63))) * x(i,j)) - dpg(@index(G63)) <= 0;$$

$$[r\_lsg\_G1mm]@sum(matriz(i,j): (G1mm(i,j)-lsg(@index(G1))) * x(i,j)) - dpg(@index(G1)) <= 0;$$

$$[r\_lsg\_G015mm]@sum(matriz(i,j): (G015mm(i,j)-lsg(@index(G015))) * x(i,j)) - dpg(@index(G015)) <= 0;$$

$$[r\_lsg\_G0106mm]@sum(matriz(i,j): (G0106mm(i,j)-lsg(@index(G0106))) * x(i,j)) - dpg(@index(G0106)) <= 0;$$

!RESTRICÇÕES DO LIMITE INFEROR DE GARANTIA;

$$[r\_lig\_Fe]@sum(matriz(i,j): (Fe(i,j)-lig(@index(Fe))) * x(i,j)) + dng(@index(Fe)) >= 0;$$

$$[r\_lig\_Sio2]@sum(matriz(i,j): (Sio2(i,j)-lig(@index(Sio2))) * x(i,j)) + dng(@index(Sio2)) >= 0;$$

$$[r\_lig\_P]@sum(matriz(i,j): (P(i,j)-lig(@index(P))) * x(i,j)) + dng(@index(P)) >= 0;$$

$$[r\_lig\_Al2o3]@sum(matriz(i,j): (Al2o3(i,j)-lig(@index(Al2o3))) * x(i,j)) + dng(@index(Al2o3)) >= 0;$$

$$[r\_lig\_Mn]@sum(matriz(i,j): (Mn(i,j)-lig(@index(Mn))) * x(i,j)) + dng(@index(Mn)) >= 0;$$

$$[r\_lig\_H2o]@sum(matriz(i,j): (H2o(i,j)-lig(@index(H2o))) * x(i,j)) + dng(@index(H2o)) >= 0;$$

$$[r\_lig\_G63mm]@sum(matriz(i,j): (G63mm(i,j)-lig(@index(G63)))*x(i,j)) + \\ dng(@index(G63))>=0;$$

$$[r\_lig\_G1mm]@sum(matriz(i,j): (G1mm(i,j)-lig(@index(G1)))*x(i,j)) + \\ dng(@index(G1))>=0;$$

$$[r\_lig\_G015mm]@sum(matriz(i,j): (G015mm(i,j)-lig(@index(G015)))*x(i,j)) + \\ dng(@index(G015))>=0;$$

$$[r\_lig\_G0106mm]@sum(matriz(i,j): (G0106mm(i,j)-lig(@index(G0106)))*x(i,j)) + \\ dng(@index(G0106))>=0;$$

!RESTRICÇÕES DOS LIMITES DE ESPECIFICAÇÃO;

!RESTRICÇÕES DO LIMITE SUPERIOR DE ESPECIFICAÇÃO;

$$[r\_lse\_Fe]@sum(matriz(i,j): (Fe(i,j)-lse(@index(Fe)))*x(i,j))-dpe(@index(Fe))<=0;$$

$$[r\_lse\_Sio2]@sum(matriz(i,j): (Sio2(i,j)-lse(@index(Sio2)))*x(i,j)) - \\ dpe(@index(Sio2))<=0;$$

$$[r\_lse\_P]@sum(matriz(i,j):(P(i,j)-lse(@index(P)))*x(i,j))-dpe(@index(P))<=0;$$

$$[r\_lse\_Al2o3]@sum(matriz(i,j):(Al2o3(i,j)-lse(@index(Al2o3)))*x(i,j)) - \\ dpe(@index(Al2o3))<=0;$$

$$[r\_lse\_Mn]@sum(matriz(i,j): (Mn(i,j)-lse(@index(Mn)))*x(i,j))-dpe(@index(Mn))<=0;$$

$$[r\_lse\_H2o]@sum(matriz(i,j): (H2o(i,j)-lse(@index(H2o)))*x(i,j)) - \\ dpe(@index(H2o))<=0;$$

$$[r\_lse\_G63mm]@sum(matriz(i,j): (G63mm(i,j)-lse(@index(G63)))*x(i,j)) - \\ dpe(@index(G63))<=0;$$

$$[r\_lse\_G1mm]@sum(matriz(i,j): (G1mm(i,j)-lse(@index(G1)))*x(i,j)) - \\ dpe(@index(G1))<=0;$$

$$[r\_lse\_G015mm]@sum(matriz(i,j): (G015mm(i,j)-lse(@index(G015)))*x(i,j)) - \\ dpe(@index(G015))<=0;$$

$$[r\_lse\_G0106mm]@sum(matriz(i,j): (G0106mm(i,j)-lse(@index(G0106)))*x(i,j)) - \\ dpe(@index(G0106))<=0;$$

!RESTRICÇÕES DO LIMITE INFERIOR DE ESPECIFICAÇÃO;

$$[r\_lie\_Fe]@sum(matriz(i,j): (Fe(i,j)-lie(@index(Fe))) * x(i,j)) + dne(@index(Fe)) >= 0;$$

$$[r\_lie\_Sio2]@sum(matriz(i,j): (Sio2(i,j) - lie(@index(Sio2))) * x(i,j)) + dne(@index(Sio2)) >= 0;$$

$$[r\_lie\_P]@sum(matriz(i,j): (P(i,j)-lie(@index(P))) * x(i,j)) + dne(@index(P)) >= 0;$$

$$[r\_lie\_Al2o3]@sum(matriz(i,j): (Al2o3(i,j) - lie(@index(Al2o3))) * x(i,j)) + dne(@index(Al2o3)) >= 0;$$

$$[r\_lie\_Mn]@sum(matriz(i,j): (Mn(i,j)-lie(@index(Mn))) * x(i,j)) + dne(@index(Mn)) >= 0;$$

$$[r\_lie\_H2o]@sum(matriz(i,j): (H2o(i,j) - lie(@index(H2o))) * x(i,j)) + dne(@index(H2o)) >= 0;$$

$$[r\_lie\_G63mm]@sum(matriz(i,j): (G63mm(i,j) - lie(@index(G63))) * x(i,j)) + dne(@index(G63)) >= 0;$$

$$[r\_lie\_G1mm]@sum(matriz(i,j): (G1mm(i,j) - lie(@index(G1))) * x(i,j)) + dne(@index(G1)) >= 0;$$

$$[r\_lie\_G015mm]@sum(matriz(i,j): (G015mm(i,j) - lie(@index(G015))) * x(i,j)) + dne(@index(G015)) >= 0;$$

$$[r\_lie\_G0106mm]@sum(matriz(i,j): (G0106mm(i,j) - lie(@index(G0106))) * x(i,j)) + dne(@index(G0106)) >= 0;$$

!RESTRICÇÕES PARA GARANTIR A META;

$$[r\_meta\_Fe]@sum(matriz(i,j): (Fe(i,j)-meta(@index(Fe))) * x(i,j)) + dn(@index(Fe)) - dp(@index(Fe)) = 0;$$

$$[r\_meta\_Sio2]@sum(matriz(i,j): (Sio2(i,j) - meta(@index(Sio2))) * x(i,j)) + dn(@index(Sio2)) - dp(@index(Sio2)) = 0;$$

$$[r\_meta\_P]@sum(matriz(i,j): (P(i,j)-meta(@index(P))) * x(i,j)) + dn(@index(P)) - dp(@index(P)) = 0;$$

$$[r\_meta\_Al2o3]@sum(matriz(i,j): (Al2o3(i,j) - meta(@index(Al2o3))) * x(i,j)) + dn(@index(Al2o3)) - dp(@index(Al2o3)) = 0;$$

$$[r\_meta\_Mn]@sum(matriz(i,j): (Mn(i,j) - meta(@index(Mn))) * x(i,j)) + dn(@index(Mn)) - dp(@index(Mn)) = 0;$$

$$[r\_meta\_H2o]@sum(matriz(i,j): (H2o(i,j) - meta(@index(H2o))) * x(i,j)) + dn(@index(H2o)) - dp(@index(H2o)) = 0;$$

[r\_meta\_G63mm]@sum(matriz(i,j):(G63mm(i,j) - meta(@index(G63)))\*x(i,j)) +  
 dn(@index(G63)) - dp(@index(G63))=0;  
 [r\_meta\_G1mm]@sum(matriz(i,j):(G1mm(i,j) - meta(@index(G1)))\*x(i,j)) +  
 dn(@index(G1)) - dp(@index(G1))=0;  
 [r\_meta\_G015mm]@sum(matriz(i,j):(G015mm(i,j) - meta(@index(G015)))\*x(i,j)) +  
 dn(@index(G015)) - dp(@index(G015))=0;  
 [r\_meta\_G0106mm]@sum(matriz(i,j):(G0106mm(i,j) - meta(@index(G0106)))\*x(i,j))  
 + dn(@index(G0106)) - dp(@index(G0106))=0;

!RESTRICÇÃO PARA TENTAR LIMPAR A BALIZA;

@for(matriz(i,j):x(i,j) + dbaliza(i,j) = y(i,j)\*Qu\_y(i,j));

!RESTRICÇÃO ELIMINAR PILHA;

@for(matriz(i,j)|eliminar(i,j)#eq#1: x(i,j) = Qu\_y(i,j));

!RESTRICÇÃO ELIMINAR PILHA PARCIALMENTE;

@for(matriz(i,j)|elimparc(i,j)#ne#0#and#Qu\_y(i,j)#ne#0#and#eliminar(i,j)#ne#1: x(i,j)  
 = elimparc(i,j));

!RESTRICÇÕES DE SEQUENCIAMENTO;

@for(matriz(i,j):@BIN(y(i,j)));

!RESTRICÇÕES DE SEQUENCIAMENTO HORIZONTAL;

@for(matriz(i,j):x(i,j) - y(i,j)\*Qu(i,j) <= 0);  
 @for(matriz(i,j)|i#lt#@index(B345):y(i+1,j)\*Qu(i,j)-x(i,j)<=0);

!RESTRICÇÕES DE SEQUENCIAMENTO VERTICAL;

@for(balizas(i)|i#lt#@index(B345):y(i,@index(PAP2))-y(i+1,@index(PAP1))<=0);  
 @for(balizas(i)|i#lt#@index(B345):y(i,@index(PBP2))-y(i+1,@index(PBP1))<=0);  
 @for(balizas(i)|i#lt#@index(B345):y(i,@index(PCP2))-y(i+1,@index(PCP1))<=0);  
 @for(balizas(i)|i#lt#@index(B345):y(i,@index(PAP2))\*Qu(i+1,@index(PAP1))-  
 x(i+1,@index(PAP1))<=0);

```

@for(balizas(i)|i#lt#@index(B345):y(i,@index(PBP2))*Qu(i+1,@index(PBP1))-
      x(i+1,@index(PBP1))<=0);
@for(balizas(i)|i#lt#@index(B345):y(i,@index(PCP2))*Qu(i+1,@index(PCP1))-
      x(i+1,@index(PCP1))<=0);

```

!RESTRICÇÕES PARA GARANTIR O NÚMERO DE VAGÕES;

```

@sum(matriz(i,j)|plv(i,j)#ne#0:x(i,j)/plv(i,j))-nvagoes<=0;
@sum(matriz(i,j)|plv(i,j)#ne#0:x(i,j)/plv(i,j))-0.9*nvagoes>=0;
@sum(matriz(i,j)|plv(i,j)#ne#0:x(i,j)/plv(i,j))+dnv-nvagoes=0;

```

!RESTRICÇÕES PARA CONCENTRAR A SOLUÇÃO EM UMA OU MAIS PILHAS;

```

@for(matriz(i,j): @BIN(z(i,j)));
@for(matriz(i,j): x(i,j)-z(i,j)*Qu(i,j)<=0);
@for(matriz(i,j): z(i,j)-x(i,j)<=0);
@sum(matriz(i,j) | j#eq#@index(PAP1): dist(i,j)*z(i,j)) + @sum(matriz(i,j) | j #eq#
      @index(PAP2): dist(i,j)*z(i,j))<=wpda;
@sum(matriz(i,j) | j#eq#@index(PBP1): dist(i,j)*z(i,j)) + @sum(matriz(i,j) | j #eq#
      @index(PBP2): dist(i,j)*z(i,j))<=wpdb;
@sum(matriz(i,j) | i#lt#@index(B240)#and#j#eq#@index(PCP1): dist(i,j)*z(i,j)) +
      @sum(matriz(i,j) | i #lt# @index(B240)#and#j#eq#@index(PCP2):
      dist(i,j)*z(i,j))<=wpdc;

```

!ENVIO DOS RESULTADOS;

Data:

```
@ole('PATIO.XLS','x','y','z','fox')=x,y,z,F_MultiObjetivo;
```

enddata

end

go

quit



## **Anexo III: Publicações**

Lista-se a seguir os trabalhos oriundos desta pesquisa que foram submetidos a periódicos de circulação nacional e internacional e/ou apresentados em eventos.

MORAES, Edilaila Fernandes ; RODRIGUES, José Tadeu Leite ; SOUSA, Wilson Trigueiro; SILVA, Valdir Costa; COSTA, David Moraes ; SILVA, Kléber Souza. Desenvolvimento, Recursos e Reservas das Minas de Minério de Ferro do Sistema Sul da CVRD. In: I Semana Iberoamericana de Engenharia de Minas, 2004, São Paulo. Anais da I Semana Iberoamericana de Engenharia de Minas. São Paulo: EPUSP, 2004, v. 01, p. 93-95.

MORAES, Edilaila Fernandes; SOUZA, Marcone Jamilson Freitas; CABRAL, Ivo Eyer; MARTINS, Alexandre Xavier; ALVES, José Maria do Carmo Bento. Um modelo de programação matemática para otimizar a composição de lotes de minério de ferro da Mina Cauê da CVRD. Submetido para publicação na Revista Escola de Minas, dezembro de 2005.