

Uma nova formulação de programação matemática para o problema de planejamento de lavra

Guido Pantuza Júnior (UFOP) gpantuza@yahoo.com.br

Marcone Jamilson Freitas Souza (UFOP) marcone@iceb.ufop.br

Resumo: Este trabalho apresenta uma nova formulação para o problema de planejamento operacional de lavra (POLAD). Neste problema, sabe-se que cada frente possui características de qualidade diferentes e que o ritmo de lavra deve ser realizado de forma proporcional, gerando uma alimentação que atenda a metas de qualidade e produção preestabelecidas. Para atender essas metas utilizou-se uma abordagem multiobjetivo, adotando o método clássico de resolução ϵ -restrito, para obtenção de uma aproximação do conjunto Pareto-ótimo. Este consiste em um conjunto de soluções para o POLAD cabendo ao planejador escolher qual a solução deve ser adotada. Também utilizou-se modelos de fluxo em rede para a alocação dos caminhões. Portanto este trabalho propõe uma nova formulação para resolução do problema proposto demonstrando que é possível otimizar as metas requeridas, as operações de transporte e carregamento, possibilitando às empresas de mineração uma melhor utilização de seus recursos.

Palavras-chave: Planejamento de Lavra; Programação Matemática; Otimização Multiobjetivo; Fluxo em Redes.

1. Introdução

As mudanças que ocorreram nas últimas décadas obrigaram as empresas a reduzirem gastos, gerenciar o conhecimento e flexibilizar os meios de produção e de serviços para sobreviver e crescer em um ambiente mais competitivo. Além disso, a preocupação com o meio ambiente e o desenvolvimento sustentável também entraram na pauta de discussão das grandes organizações.

Neste contexto, aquelas empresas que não garantirem a melhoria contínua de seus processos produtivos, além da diminuição de seus impactos sobre o meio ambiente, perderão sua competitividade no mercado internacional.

Uma forma de implementar essa melhoria é estruturar um eficiente controle e planejamento estratégico da produção, otimizando seus recursos físicos e humanos, pois o mercado exige um maior índice de qualidade, agilidade e um menor preço dos produtos oferecidos pelas empresas.

No caso das empresas do setor mineral, em especial as que trabalham com lavra a céu aberto, esse planejamento da produção, em muitas empresas, é feito pelo método de tentativa e erro. Neste caso a eficiência depende de tempo e experiência do analista. Para Pantuza *et al.* (2007) isto pode gerar resultados pouco eficientes provocando custos elevados.

Estes custos estão relacionados, entre outros, à distância entre as frentes de estéril – material sem valor comercial – e suas pilhas de depósito (pilhas de estéril). Essas distâncias

estão ficando cada vez maiores devido à preocupação com o meio ambiente, já que em muitos casos as jazidas se encontram em áreas de preservação ambiental (APA's) e o estéril deve ser depositado em local adequado.

Segundo Pantuza (2008), o planejamento operacional de lavra de uma mina a céu aberto considerando alocação dinâmica (POLAD) consiste em determinar o ritmo de lavra de cada frente, ou seja, o número de viagens a serem realizadas por cada tipo de caminhão em cada frente de lavra. Este ritmo deve atender algumas especificações, tais como a porcentagem de determinados elementos químicos ou a granulometria do minério, a quantidade de minério a ser lavrado, além da determinação da quantidade e tipo de caminhões que deverão ser carregados em cada frente de lavra. Estas especificações variam de acordo com cada frente de lavra, que são determinadas pelos clientes.

Este planejamento operacional também implica no gerenciamento dos equipamentos de carga, isto é, na escolha da frente de lavra que um determinado equipamento de carga será alocado. Este gerenciamento de equipamentos deve respeitar as restrições operacionais da mina e as metas de qualidade e de produção.

Todas as metas e restrições deste problema devem ser consideradas conjuntamente para se atingir um resultado ótimo. O fato destas restrições e metas serem abordadas separadamente pode gerar conflitos que inviabilizam a implementação das soluções (Costa *et al* 2004).

Neste trabalho consideramos dois pontos de descarga para o material lavrado, sendo o britador para descarga de minério e a pilha de estéril para descarga de estéril.

Ao contrário dos trabalhos anteriores encontrados na literatura, também consideramos o tempo de ciclo dos equipamentos como uma variável que depende da frente de lavra, do tipo de equipamento, e do tipo de material transportado. Isto porque cada modelo de caminhão normalmente leva um tempo diferente para percorrer um mesmo trajeto e este tempo também é influenciado pelo tipo de carga (minério ou estéril).

Apresentamos uma nova formulação matemática para o POLAD, que utiliza o modelo de fluxo em redes para fazer a alocação dos caminhões de forma dinâmica. Nesse sistema de alocação, os caminhões não ficam fixos a uma determinada frente de lavra, isto é, a cada descarga eles podem se deslocar para diferentes frentes, permitindo um melhor aproveitamento da frota (Costa, 2005). Ele se aproxima mais do problema real, tornando possível a aplicação do modelo pela empresa, ao contrário das outras formulações, como Merschmann e Pinto (2001), Costa *et al* (2005) e Pantuza *et al* (2007), que não obtinham resultados práticos aplicáveis por não considerarem a taxa de utilização e o tempo de ciclo real de todos os equipamentos envolvidos.

Para o POLAD, entre as metodologias encontradas na literatura, destacam-se a programação linear (Merschmann e Pinto, 2001) e a programação linear por metas (Costa *et al*, 2004; Pantuza *et al*, 2007). Porém, este problema é composto por várias metas conflitantes entre si, ou seja, não se consegue uma única solução que otimize simultaneamente todas elas. Por isso, no presente trabalho ele será tratado como um problema multiobjetivo.

Neste trabalho utilizou-se o método ϵ -restrito, que consiste na otimização do objetivo mais importante sujeitando-se às restrições dos outros objetivos. Para minimizar esses objetivos, o desvio ϵ em relação à meta destas restrições varia, caminhando-se em direção à meta mais importante requerida, sem que esta torne o problema inviável.

O restante do artigo está organizado como segue. Na seção 2 apresentam-se os trabalhos relacionados encontrados na literatura. Na seção 3 o modelo matemático proposto. Na seção 4, apresenta os resultados obtidos e a conclusão é apresentada na seção 5.

2. Trabalhos relacionados

Segundo Arenales *et al.* (2007), a programação matemática ou otimização matemática é usada para problemas de decisão e utiliza modelos matemáticos que procuram tratar um problema real.

Para o problema em estudo, é preciso considerar as restrições relacionadas à realidade operacional da mina, tais como a distância entre as frentes de lavra e as pilhas de estéril e a compatibilidade entre as carregadeiras e os diferentes tipos de caminhões de uma mina com frota heterogênea.

Merschmann e Pinto (2001) sugeriram dois modelos diferentes para a alocação dos equipamentos. Um destes considera a alocação estática de caminhões, isto é, um determinado caminhão só realiza viagens a uma única frente. O outro adota um modelo de alocação dinâmica de caminhões, ou seja, um caminhão pode realizar viagens a diferentes frentes após cada descarga.

Segundo Rodrigues (2006), o modelo de alocação estático, apesar de ser o mais utilizado, geralmente proporciona maiores filas de caminhões e menor produtividade das carregadeiras.

De acordo com Costa (2005), para determinar a proporção de minério proveniente de cada frente, o método mais utilizado é a programação linear, através da resolução do problema da mistura, ou blendagem. Entretanto, no problema em pauta, de planejamento operacional de lavra, deve ser levado em consideração o gerenciamento dos equipamentos de carga e transporte, as restrições operacionais da mina, as metas de qualidade e as metas de produção.

Neste sentido, Costa *et al.* (2004) e Costa *et al.* (2005) generalizaram o modelo de Merschmann e Pinto (2001), incluindo mais restrições operacionais, além de tratar vários requisitos operacionais de forma conjunta. No primeiro trabalho, faz-se a alocação dinâmica dos caminhões, enquanto o segundo, a alocação estática. Em ambos os trabalhos foi utilizada a programação linear por metas (goal programming), sendo considerada uma função mono-objetivo representada pela soma ponderada dos desvios das metas de produção e qualidade requeridas.

Uma vez que o ritmo de lavra de cada frente também depende da administração logística, no tocante às características dos equipamentos de carga e transporte que nelas operam, Pantuza *et al.* (2007) desenvolveram um modelo de programação linear por metas e alocação dinâmica que acrescentava ao modelo de Costa *et al.* (2004) restrições de taxa de utilização dos veículos de transporte. Além disso, a formulação proposta considerava um terceiro objetivo, o da minimização do número de veículos. Os resultados do modelo de otimização eram, ainda, validados por um modelo de simulação computacional.

3. Modelo matemático

Nesta seção é estendido o modelo de programação matemática para o planejamento operacional de lavra com alocação dinâmica de caminhões, proposto por Pantuza *et al.* (2007). Consideram-se, neste modelo, tempo de ciclo relacionado com o tipo do caminhão, dois pontos de descarga (britador e pilha de estéril), distância da frente de lavra em relação aos pontos de descarga, bem como o tipo de material transportado (minério ou estéril).

Para a apresentação do modelo, considere os seguintes dados de entrada:

M	: Conjunto de frentes de minério;
E	: Conjunto de frentes de estéril;
F	: Conjunto de frentes formado por $M \cup E$
S	: Conjunto dos parâmetros de qualidade analisados no minério;
C	: Conjunto de equipamentos de carga;
V	: Conjunto de equipamentos de transporte;
N	: Conjunto de nós formado pelo conjunto F mais os nós b , p , <i>início</i> e <i>fim</i> ;
b	: Nó que representa o britador primário (ponto de descarga de minério);
p	: Nó que representa a pilha de estéril (ponto de descarga de estéril);
<i>início</i>	: Nó fictício que representa o nó origem inicial;
<i>fim</i>	: Nó fictício que representa o nó destino final;
Pr	: Ritmo de lavra recomendado (t/h);
Pl	: Ritmo de lavra mínimo (t/h);
Pu	: Ritmo de lavra máximo (t/h);
α^-	: Penalidade por desvio negativo da produção;
α^+	: Penalidade por desvio positivo da produção;
t_{ij}	: Teor do parâmetro j na frente i (%);
tr_j	: Teor recomendado para o parâmetro j na mistura (%);
tl_j	: Teor mínimo admissível para o parâmetro j na mistura (%);
tu_j	: Teor máximo admissível para o parâmetro j na mistura (%);
Qu_i	: Ritmo de lavra máximo para a frente i (t/h);
Rem	: Relação estéril/minério requerida;
Clm_k	: Produção mínima de minério do equipamento de carga k (t/h);
Cum_k	: Produção máxima de minério do equipamento de carga k (t/h);
Cle_k	: Produção mínima de estéril do equipamento de carga k (t/h);
Cue_k	: Produção máxima de estéril do equipamento de carga k (t/h);
cap_{ml}	: Capacidade do caminhão l transportando minério (t);
cap_{el}	: Capacidade do caminhão l transportando estéril (t);
T_x	: Taxa máxima permitida de utilização do caminhão l (%);
cap_{m_l}	: Capacidade de minério dos caminhões l ;
cap_{e_l}	: Capacidade de estéril dos caminhões l ;
ε_{cam}	: Limite máximo de caminhões utilizados;
$T_{l,o,d}$: Tempo de viagem do caminhão l do nó de origem o até o nó de destino d ;
T_{Cl}	: Tempo de ciclo total do caminhão l para todas as viagens para ele alocadas;

$$g_{lk} : \begin{cases} 1 & \text{se o caminhão } l \text{ é compatível com a carregadeira } k; \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Definamos as seguintes variáveis de decisão:

$$\begin{aligned} x_i & : \text{Ritmo de lavra da frente } i \text{ (t/h);} \\ y_{ik} & : \begin{cases} 1 & \text{se o equipamento de carga } k \text{ opera na frente } i; \\ 0 & \text{caso contrário;} \end{cases} \\ n_{il} & : \text{Número de viagens que um caminhão } l \text{ realiza à frente } i; \\ P^- & : \text{Desvio negativo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);} \\ P^+ & : \text{Desvio positivo do ritmo de lavra em relação ao recomendado (t/h);} \\ d_j^- & : \text{Desvio negativo do parâmetro } j \text{ na mistura (t/h);} \\ d_j^+ & : \text{Desvio positivo do parâmetro } j \text{ na mistura (t/h);} \\ z_{l,o,d} & : \text{Número de vezes que o caminhão } l \text{ irá percorrer o arco } (o,d); \\ u_l & : \begin{cases} 1 & \text{se veículo } l \text{ é usado;} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \end{aligned}$$

O modelo de programação matemática de fluxo em redes relativo à alocação dinâmica de uma frota heterogênea de caminhões, levando-se em consideração metas de produção e qualidade de minérios, e o tempo de ciclo relacionado com o modelo do equipamento de transporte, distância da frente de lavra em relação ao ponto de descarga, e o tipo de material transportado é apresentado pelas equações:

$$\min (\alpha^- P^- + \alpha^+ P^+) \quad (3.1)$$

s.a:

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.2)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in M} (t_{ij} - tr_j) x_i + d_j^- - d_j^+ = 0 \quad \forall j \in S \quad (3.4)$$

$$\sum_{l \in V} u_l \leq \varepsilon_{cam} \quad \forall j \in S \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pu \leq 0 \quad (3.6)$$

$$\sum_{i \in M} x_i - Pl \geq 0 \quad (3.7)$$

$$\sum_{i \in M} x_i + P^- - P^+ = Pr \quad (3.8)$$

$$x_i \leq Qu_i \quad \forall i \in F \quad (3.9)$$

$$\sum_{i \in E} x_i - rem \sum_{i \in M} x_i \geq 0 \quad (3.10)$$

$$\sum_{k \in C} y_{ik} \leq 1 \quad \forall i \in F \quad (3.11)$$

$$\sum_{i \in F} y_{ik} \leq 1 \quad \forall k \in C \quad (3.12)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cum_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in M \quad (3.13)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cue_k y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in E \quad (3.14)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Clm_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (3.15)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} Cle_k y_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in E \quad (3.16)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} z_{l,o,b} capm_l = 0 \quad \forall i \in M, o \in M \quad (3.17)$$

$$x_i - \sum_{k \in C} z_{l,o,p} cape_l = 0 \quad \forall i \in E, o \in E \quad (3.18)$$

$$n_{il} - z_{l,o,b} = 0 \quad \forall l \in V, i \in M, o \in M \quad (3.19)$$

$$n_{il} - z_{l,o,p} = 0 \quad \forall l \in V, i \in E, o \in E \quad (3.20)$$

$$z_{l,b,d} \leq 1 \quad \forall l \in V, d \in M \quad (3.21)$$

$$z_{l,p,d} \leq 1 \quad \forall l \in V, d \in E \quad (3.22)$$

$$Tc_l - 60 \sum_{k \in C, g_{ik}=1} y_{ik} \leq 0 \quad \forall i \in F, l \in V \quad (3.23)$$

$$\frac{Tc_l}{60} \leq Tx \quad \forall l \in V \quad (3.24)$$

$$\frac{Tc_l}{60} \leq u_l \quad \forall l \in V \quad (3.25)$$

$$z_{l,o,d} - \sum_{o \in F} z_{l,b,o} = 0 \quad \forall l \in V, o \in F, d \in F \quad (3.26)$$

$$z_{l,o,d} - \sum_{o \in F} z_{l,p,o} = 0 \quad \forall l \in V, o \in F, d \in F \quad (3.27)$$

$$(z_{l,b,d} + z_{l,p,d}) - z_{l,o,b} = 0 \quad \forall l \in V, o \in M \quad (3.28)$$

$$(z_{l,b,d} + z_{l,p,d}) - z_{l,o,p} = 0 \quad \forall l \in V, o \in E \quad (3.29)$$

$$z_{l,b, fim} - \sum_{o \in M} z_{l,o,b} = 0 \quad \forall l \in V \quad (3.30)$$

$$z_{l,b, fim} - \sum_{o \in E} z_{l,o,p} = 0 \quad \forall l \in V \quad (3.31)$$

$$u_l \in \{0,1\} \quad \forall l \in V \quad (3.32)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in F, k \in C \quad (3.33)$$

$$n_{il} \in Z^+ \quad \forall i \in F, l \in V \quad (3.34)$$

$$z_{l,o,d} \in Z^+ \quad \forall l \in V, o \in N, d \in N \quad (3.35)$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in F \quad (3.36)$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0 \quad \forall j \in S \quad (3.37)$$

$$P^-, P^+ \geq 0 \quad (3.38)$$

O tempo de ciclo total do caminhão l para todas as viagens a ele alocadas (Tc_l), em minutos, é calculado pela Eq. (3.39).

$$Tc_l = TcMin_l + TcEst_l \quad \forall l \in V \quad (3.39)$$

Nesta equação, tem-se:

$$TcMin_l = \sum_{d \in M} (z_{l,b,d} Tv_{l,b,d} + z_{l,d,b} Tv_{l,d,b} + z_{l,p,d} Tv_{l,p,d}) \quad (3.40)$$

$$TcEst_l = \sum_{d \in E} (z_{l,p,d} Tv_{l,p,d} + z_{l,d,p} Tv_{l,d,p} + z_{l,b,d} Tv_{l,b,d}) \quad (4.40)$$

A equação (3.1) representa a função objetivo para o método ε -restrito, em que se deseja minimizar os desvios de produção em relação aos valores requeridos.

As restrições (3.2) e (3.3) definem limites máximos e mínimos para os parâmetros de controle. Pelo conjunto de restrições (3.4) objetiva-se alcançar a meta de teor dos parâmetros de controle. A restrição (3.5) define o limitante máximo para a quantidade de caminhões utilizados.

As restrições (3.6) impedem que o ritmo de lavra seja maior que a capacidade de armazenamento da mina. As restrições (3.7) asseguram uma produção mínima. Pela Eq. (3.8) visa-se alcançar o ritmo de lavra recomendado. As restrições (3.9) asseguram que o ritmo de lavra em cada frente não supera a quantidade de minério disponível para a frente.

A restrição (3.10) assegura o atendimento à relação estéril / minério recomendada. O conjunto de restrições (3.11) define que em cada frente há um único equipamento de carga, enquanto que (3.12) define que cada equipamento de carga opera no máximo em uma única frente.

As restrições (3.13) e (3.14) impedem que o ritmo de lavra em cada frente seja maior

que a produtividade da carregadeira nela alocada. As restrições (3.15) e (3.16) asseguram que uma carregadeira só pode ser alocada a uma frente se sua produtividade mínima for satisfeita. As restrições (3.23) referem-se às compatibilidades dos caminhões com os equipamentos de cargas alocados às frentes.

Já as restrições (3.18) definem que o ritmo de lavra em cada frente de estéril é dado pela soma do número de viagens àquela frente feita por todos os caminhões carregando estéril. As restrições (3.17) têm função semelhante à das restrições anteriores, porém com caminhões carregando minério.

As restrições (3.21) e (3.22) definem que o caminhão obrigatoriamente deve realizar todas as viagens para ele alocadas primeiramente a um conjunto de frentes (somente minério ou somente estéril) e, depois, ao outro (estéril ou minério). Isto é, se o caminhão tiver que realizar 3 viagens a uma frente de minério e 2 a uma frente de estéril, então ele deve realizar todas as 3 viagens à frente de minério e só depois as duas viagens à frente de estéril.

As restrições (3.24) asseguram que a taxa máxima de utilização do caminhão l é respeitada. As restrições (3.25) asseguram que se um caminhão é usado para fazer algum carregamento, então a variável de decisão u_l assume o valor unitário.

As restrições (3.26), (3.27), (3.28), (3.29), (3.30) e (3.31) asseguram o balanceamento dos arcos para a abordagem utilizando fluxo em redes. As demais restrições (3.19), (3.20), (3.32), (3.33), (3.34), (3.35), (3.36), (3.37) e (3.38) definem o domínio das variáveis de decisão.

4. Resultados

O modelo de programação matemática desenvolvido foi implementado no aplicativo de otimização LINGO 10.0, interfaceando com planilhas do EXCEL 2003. Os testes foram realizados em um microcomputador com processador Intel Core 2 Duo 2.0 GHz com 4 GB de RAM. Para este modelo, utilizou-se $\alpha^- = 100$, $\alpha^+ = 100$ e uma taxa de utilização máxima de 85%, como parâmetros de entrada.

Foram utilizados dados baseados nos de Costa *et al.* (2005). Como esses autores consideravam apenas um ponto de descarga, utilizou-se tempos de operação entre as frentes e os dois pontos de descarga compatíveis com aqueles encontrados em uma mina da região de Ouro Preto, MG. Nessa base de dados há 8 carregadeiras, 12 frentes de minério, 5 de estéril e 10 parâmetros de controle de qualidade, todos químicos. A frota, com um total de trinta caminhões, é heterogênea, sendo três tipos de caminhões diferentes com dez caminhões em cada grupo.

Utilizou-se o método ε -restrito para obter o conjunto Pareto-ótimo. Os valores de ε , para a meta de minimização de caminhões e do desvio dos parâmetros de controle em relação à meta, foram reduzidos gradativamente até o problema tornar-se inviável. A estratégia usada foi reduzir a quantidade de caminhões em uma unidade, a cada problema, considerando-se também, uma redução de 0%, 2%, ... , 8% nos limites inferior (tl_j) e superior (tu_j) dos parâmetros de qualidade, simultaneamente.

Dentre as soluções do conjunto Pareto-ótimo, apresenta-se, na Tabela 1, aquela com o menor desvio em relação à média das metas dos parâmetros de qualidade. Nesta solução não

houve desvio de produção e a relação estéril/minério foi de 0,31. Foram alocados todos os equipamentos de carga e utilizados 25 caminhões. Nesta tabela são apresentadas as metas dos parâmetros de controle, bem como os valores encontrados e seus respectivos desvios absolutos, em percentagem.

TABELA 1: Parâmetros de controle

Parâmetros:	Meta (%):	Encontrado (%):	Desvio (%):
Par1	3,3	3,53	0,23
Par2	4,24	4,43	0,19
Par3	1,63	1,34	-0,29
Par4	3,92	3,61	-0,31
Par5	1,07	1,1	0,03
Par6	3,03	2,97	-0,06
Par7	1,13	1,2	0,07
Par8	1,24	1,2	-0,04
Par9	1,77	1,57	-0,2
Par10	1,71	1,83	0,12

A Tabela 2 apresenta, para cada frente, os valores do ritmo de lavra e os equipamentos de carga nela alocados.

TABELA 2: Ritmo de lavra e equipamentos de carga

Frentes	Ritmo de Lavra (t/h)	Carregadeira
FM02	880	CAR02
FM04	870	CAR03
FM07	1080	CAR07
FM09	1090	CAR08
FM11	900	CAR04
FM12	980	CAR06
FE01	825	CAR01
FE02	1000	CAR05

5. Conclusões

Neste trabalho, apresentou-se um novo modelo de programação matemática para a resolução do POLAD e os resultados da aplicação deste. O modelo de otimização utilizado é uma extensão de um modelo encontrado na literatura, no qual incluiu-se o tempo de ciclo dos caminhões considerando-se dois pontos de descarga (britador e pilha de estéril), técnicas de fluxo em redes para alocação dos caminhões e uma abordagem multiobjetivo.

A aplicação de métodos de otimização multiobjetivo na resolução do problema de planejamento de produção em mineração em pauta é, de nosso conhecimento, inédita. Ao apresentar várias soluções atendendo a diferentes objetivos, disponibilizam-se ao planejador, alternativas para sua tomada de decisão.

Com o modelo proposto neste trabalho, mostra-se que é possível otimizar as metas requeridas, as operações de transporte e carregamento, possibilitando às empresas de mineração uma melhor utilização de seus recursos.

Referências

- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R. e YANASSE, H. . *Pesquisa operacional para cursos de engenharia*. 1° ed. Rio de Janeiro: Editora Campus. 2007.
- COSTA, F. P. . *Aplicações de técnicas de otimização a problemas de planejamento operacional de lavra em minas a céu aberto*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mineral), PPGEM - UFOP, Ouro Preto, M.G. 2005
- COSTA, F. P.; SOUZA, M. J. F. e PINTO, L. R.. *Um modelo de programação matemática para alocação estática de caminhões visando ao atendimento de metas de produção e qualidade*. Revista da Escola de Minas, v. 58, p. 77-81. 2005.
- COSTA, F.P.; SOUZA, M. J. F. e PINTO, L. R.. *Um modelo de alocação dinâmica de caminhões*. Revista Brasil Mineral, v. 231, p. 26-31. 2004.
- MERSCHMANN, L. H. C. e PINTO, L. R.. *Planejamento operacional da lavra de mina usando modelos matemáticos*. Revista Escola de Minas - REM, Ouro Preto, M.G. 2001.
- PANTUZA JR, G. . *A utilização de ferramentas da pesquisa operacional aplicadas ao planejamento de lavara em minas a céu aberto*. Monografia de graduação em Engenharia de Produção, UFOP. Ouro Preto, MG. 2008.
- PANTUZA JR, G.; SOUZA, M. J. F. e GUIMARÃES, I. F.. *Modelo de simulação computacional para validação dos resultados de alocação dinâmica de caminhões com atendimento de metas de qualidade e de produção em minas a céu aberto*. do XIV Simpósio de Engenharia de Produção – SIMPEP, Bauru, SP. 2007.
- RODRIGUES, L. F.. *Análise comparativa de metodologias utilizadas no despacho de caminhões em minas a céu aberto*. Dissertação (Mestrado), UFMG, Belo Horizonte, M.G. 2006.