

Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração

Módulo de Otimização – Parte II

Prof. Marcone J. F. Souza
Prof. Túlio A. M. Toffolo

marcone.freitas@yahoo.com.br | tulio@toffolo.com.br

Departamento de Computação
Universidade Federal de Ouro Preto

Pesquisa Operacional Aplicada à Mineração

- **Prof. Marcone Jamilson Freitas Souza**

Departamento de Computação

Universidade Federal de Ouro Preto

www.decom.ufop.br/prof/marcone

marcone.freitas@yahoo.com.br

- **Prof. Túlio Ângelo Machado Toffolo**

Departamento de Computação

Universidade Federal de Ouro Preto

www.decom.ufop.br/toffolo

tulio@toffolo.com.br

Roteiro

- Problema de Transporte
- Problema de Alocação de Ordens de Serviço
- Problema de Dimensionamento de Lotes
- Problema das Usinas com Metas
- Problema das p -medianas não Capacitado
- Problema das p -medianas Capacitado
- Problema dos p -centros
- Problema de Alocação Dinâmica de Caminhões

PROBLEMA DE TRANSPORTE

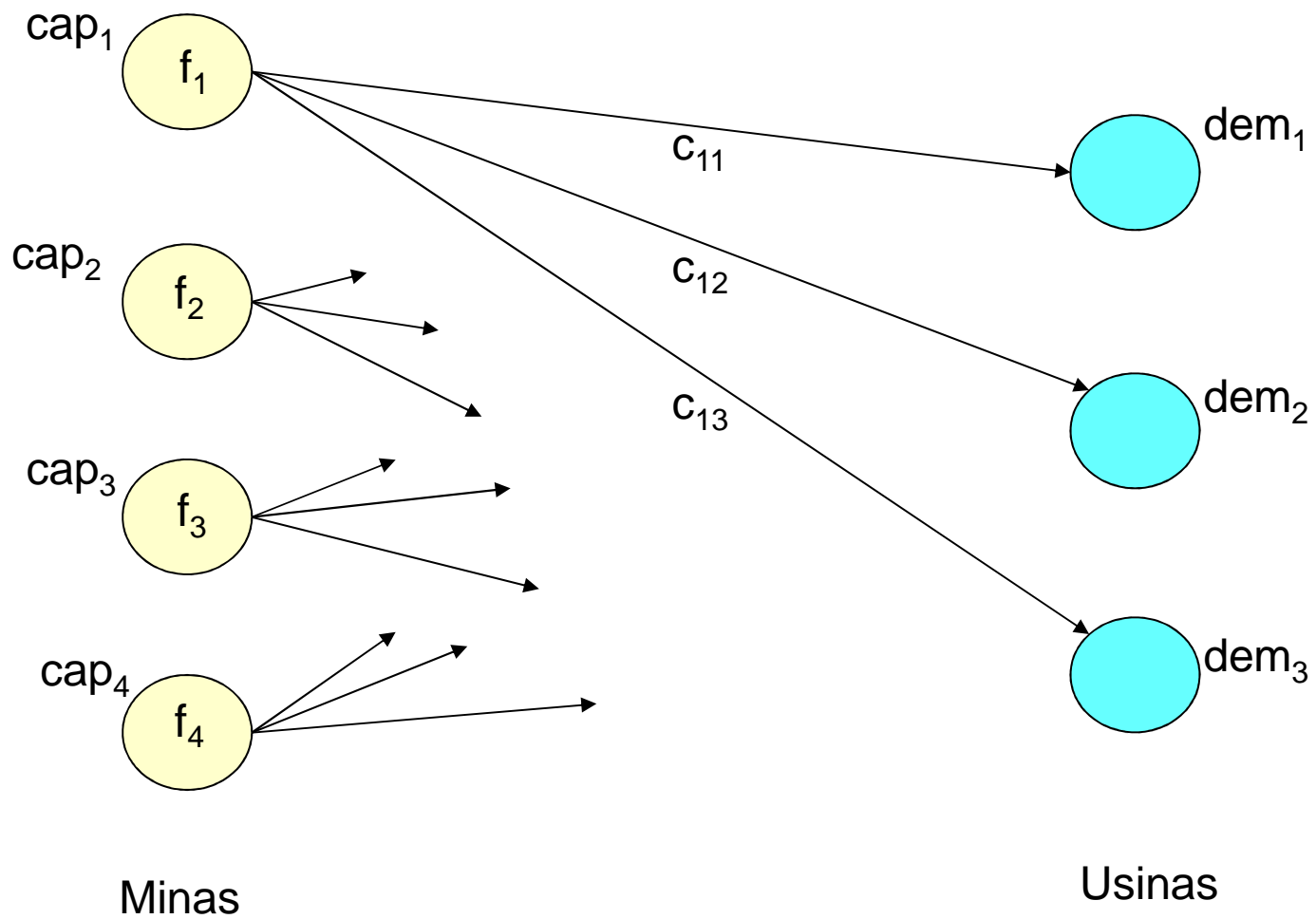
Problema de Transporte

- Há um conjunto de minas produtoras de minério
- Há um conjunto de usinas que processam os minérios provenientes das minas
- Há um custo de transporte de minério de uma mina para uma usina
- Cada mina tem uma capacidade de produção mensal
- Cada usina tem uma demanda mensal
- Cada mina tem um custo fixo se for usada
- Determinar a estratégia ótima de transporte

Problema de Transporte

Mina	Usinas			Cap (t/mês)	Custo (\$)
	1	2	3		
1	10	8	13	11500	50000
2	7	9	14	14500	40000
3	6,5	10,8	12,4	13000	30000
4	8,5	12,7	9,8	12300	25500
Demanda (t/mês)	10000	15400	13300	-	-

Problema de Transporte



Problema de Transporte

Dados de entrada:

- Minas = Conjunto de minas
- Usinas = Conjunto de usinas
- cap_i = capacidade de produção, em toneladas/mês, da mina i
- dem_j = quantidade de minério demandado pela usina j , em ton/mês
- f_i = custo fixo de uso da mina i , em \$
- c_{ij} = custo de transporte de minério proveniente da mina i para abastecer a usina j , em \$/tonelada/mês

Problema de Transporte

Variáveis de decisão:

- x_{ij} = Quantidade de minério, em toneladas/mês, a ser transportado da mina i para abastecer a usina j
- $y_i = 1$ se a mina i for usada e 0 , caso contrário

Problema de Transporte

- Como oferta (minas) > demanda (usinas):
 - **Toda a demanda será atendida**
- Função objetivo: minimizar o custo de transporte mais o custo fixo pelo uso das minas usadas

$$\min \sum_{i \in \text{Minas}} \sum_{j \in \text{Usinas}} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \text{Minas}} f_i y_i$$

Problema de Transporte

- A capacidade de produção das minas deve ser respeitada

$$\sum_{j \in Usinas} x_{ij} \leq cap_i \quad \forall i \in Minas$$

- Toda a demanda é atendida (oferta > demanda)

$$\sum_{i \in Minas} x_{ij} = dem_j \quad \forall j \in Usinas$$

Problema de Transporte

- Uma mina só pode ser usada se houver produção

$$y_i \geq \frac{\sum_{j \in Usinas} x_{ij}}{cap_i} \quad \forall i \in Minas$$

- Não negatividade e integralidade

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in Minas$$
$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in Minas, \forall j \in Usinas$$

Problema de Transporte

- Relativamente ao problema anterior, supor que se houver transporte de minério de uma mina i para uma usina j , então a quantidade x_{ij} transportada não pode ser inferior a ***transpmin***.

$$z_{ij} \geq \frac{x_{ij}}{cap_i} \quad \forall i \in Minas, \forall j \in Usinas$$

$$x_{ij} \geq transpmin \cdot z_{ij} \quad \forall i \in Minas, \forall j \in Usinas$$

$$z_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in Minas, \forall j \in Usinas$$

Problema de Transporte

- Se oferta (minas) < demanda (usinas):

$$\min \sum_{i \in \text{Minas}} \sum_{j \in \text{Usinas}} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \text{Minas}} f_i \quad \left. \vphantom{\min} \right\} \text{Todas as minas serão utilizadas}$$

$$\sum_{j \in \text{Usinas}} x_{ij} = cap_i \quad \forall i \in \text{Minas} \quad \left. \vphantom{\sum} \right\} \text{Toda a produção é consumida}$$

$$\sum_{i \in \text{Minas}} x_{ij} \leq dem_j \quad \forall j \in \text{Usinas} \quad \left. \vphantom{\sum} \right\} \text{Nem toda a demanda é atendida}$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in \text{Minas}, \forall j \in \text{Usinas}$$

ALOCAÇÃO DE ORDENS DE SERVIÇO

Alocação de Ordens de Serviço

- Deseja-se executar um conjunto de ordens de serviço (*Servicos*) em um conjunto de dias (*Dias*).
- Cada ordem de serviço $i \in \text{Servicos}$ demanda d_i horas de serviço e a ela está associada uma prioridade $p_i \in [1, 5]$, sendo que quanto maior o valor de p_i , maior a prioridade.
- Conhecendo-se a quantidade cap_j disponível de horas de serviço por dia, determinar a alocação diária de ordens de serviço cujo somatório das prioridades seja máxima.

Alocação de Ordens de Serviço

Serviços	Duração	Prioridade			Dias	
s1	2	4		Seg	Ter	Qua
s2	3	3		16	15	16
s3	5	1				
s4	4	4				
s5	6	1				
s6	3	2				
s7	10	4				
s8	8	3				
s9	7	4				
s10	4	1				

Alocação de Ordens de Serviço

Dados de entrada:

- d_i = duração do serviço i
- p_i = prioridade do serviço i
- cap_j = número de horas de serviço disponíveis no dia j

Variáveis:

- $x_{ij} = 1$ se o serviço i for executado no dia j ou zero caso contrário

Alocação de Ordens de Serviço

$$\max \sum_{i \in \text{Servicos}} \sum_{j \in \text{Dias}} p_i x_{ij}$$

$$\sum_{j \in \text{Dias}} x_{ij} \leq 1 \forall i \in \text{Servicos}$$

$$\sum_{i \in \text{Serviços}} d_i x_{ij} \leq \text{cap}_j \forall j \in \text{Dias}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \forall i \in \text{Servicos}, \\ \forall j \in \text{Dias}$$

Um serviço i , se executado, deve ser realizado em um único dia;

Em um dado dia j os serviços executados têm que respeitar a disponibilidade de horas

As variáveis envolvidas são binárias (0 ou 1)

Alocação de Ordens de Serviço

- Reescreva a função objetivo para que as ordens de serviço de maior prioridade sejam realizadas nos dias iniciais do horizonte de planejamento e que toda a disponibilidade de mão-de-obra seja sempre que possível atendida.

PROBLEMA DAS USINAS COM METAS

Usinas com metas

- Usinas: conjunto de usinas (índice l)
- Minas: conjunto de minas (índice k)
- Parametros: conjunto de parâmetros de controle (índice j)
- Frentes: conjunto de frentes de lavra (índice i)
- t_{kij} = teor do parâmetro de controle j da frente i da mina k
- tr_{lj} = teor recomendado (meta) para o parâmetro j na usina l
- tu_{lj} = teor máximo permitido para o parâmetro j na usina l
- tl_{lj} = teor mínimo permitido para o parâmetro j na usina l
- wm_{lj} = peso por desvio de meta do parâmetro j da usina l
- Qu_{ik} = massa contida na frente i da mina k
- req_l = demanda da usina l
- cap_k = capacidade da mina k

Usinas com metas

- Determinar a produção de cada frente equilibrando a produção das minas, assim como minimizar o desvio de qualidade dos parâmetros de controle de cada usinas, bem como o número de minas usadas
- Variáveis de decisão:
 - x_{lik} = quantidade de minério a ser retirada da frente i da mina k para abastecer a usina l
 - z_k = 1 se a mina k for usada e 0, caso contrário
 - $dnp_{k1,k2}$ = desvio negativo de produção entre as minas $k1$ e $k2$
 - $dpp_{k1,k2}$ = desvio positivo de produção entre as minas $k1$ e $k2$
 - dnm_{lj} = desvio negativo de meta do parâmetro j da usina l
 - dpm_{lj} = desvio positivo de meta do parâmetro j da usina l

Usinas com metas: Restrições

- O limite superior de especificação de cada parâmetro de controle j deve ser atendido para cada usina:

$$\sum_{k \in \text{Minas}} \sum_{i \in \text{Frentes}} (t_{kij} - tu_{lj}) x_{lik} \leq 0 \quad \forall j \in \text{Parametros}, \forall l \in \text{Usinas}$$

- O limite inferior de especificação de cada parâmetro de controle j deve ser atendido para cada usina:

$$\sum_{k \in \text{Minas}} \sum_{i \in \text{Frentes}} (t_{kij} - tl_{lj}) x_{lik} \geq 0 \quad \forall j \in \text{Parametros}, \forall l \in \text{Usinas}$$

Usinas com metas: Restrições

- Deve-se tentar atender a meta de qualidade para cada parâmetro de controle j :

$$\sum_{k \in \text{Minas}} \sum_{i \in \text{Frentes}} (t_{kij} - tr_{lj}) x_{lik} - dpm_{lj} + dnm_{lj} = 0 \quad \forall j \in \text{Parametros}$$
$$\forall l \in \text{Usinas}$$

- Os desvios dpm_{ij} e dnm_{ij} devem ser penalizados (minimizados) na função objetivo.

Usinas com metas: Restrições

- As demandas (requisições) de minério de cada usina / devem ser atendidas:

$$\sum_{k \in \text{Minas}} \sum_{i \in \text{Frentes}} x_{lik} = req_l \quad \forall l \in \text{Usinas}$$

Usinas com metas: Restrições

- A quantidade de minério retirada das frentes de cada mina não pode superar a quantidade máxima disponível:

$$\sum_{l \in Usinas} x_{lik} \leq Qu_{ik} \quad \forall k \in Minas, \forall i \in Frentes$$

- As capacidades das minas devem ser respeitadas:

$$\sum_{i \in Frentes} \sum_{l \in Usinas} x_{lik} \leq cap_k \quad \forall k \in Minas$$

Usinas com metas: Restrições

- Rítmicos mínimo e máximo devem ser respeitados:

$$\sum_{\substack{l \in Usinas \\ |ritmin_{ik} \neq 0}} x_{lik} \geq ritmin_{ik} \quad \forall k \in Minas, \forall i \in Frentes$$

$$\sum_{\substack{l \in Usinas \\ |ritmax_{ik} \neq 0}} x_{lik} \leq ritmax_{ik} \quad \forall k \in Minas, \forall i \in Frentes$$

Usinas com metas: Função objetivo

- Função objetivo: minimizar os desvios de meta de cada parâmetro de controle:

$$\min \sum_{l \in Usinas} \sum_{j \in Parametros} (wm_{lj} dpm_{lj} + wm_{lj} dnm_{lj})$$

Usinas com metas: Restrições

- Para qualquer par de minas k_1 e k_2 , a quantidade de minério que sai de suas frentes para atender as usinas deve ser a mais equilibrada possível:

$$\sum_{i \in \text{Frentes}} \sum_{l \in \text{Usinas}} x_{lik_1} + dnp_{k_1 k_2} - dpp_{k_1 k_2} = \sum_{i \in \text{Frentes}} \sum_{l \in \text{Usinas}} x_{lik_2} \quad \forall k_1 \in \text{Minas},$$
$$\forall k_2 \in \text{Minas}$$

- Melhoria: gerar as restrições apenas se $k_2 > k_1$.
 - Reduz em mais de 50% o número de restrições geradas!!!

Usinas com metas: Função Objetivo

- Função objetivo: minimizar os desvios de meta de cada parâmetro de controle e equilibrar as produções das diferentes minas:

$$\min \sum_{l \in Usinas} \sum_{j \in Parametros} (wm_{lj} dpm_{lj} + wm_{lj} dnm_{lj}) +$$
$$\sum_{k_1 \in Minas} \sum_{k_2 \in Minas} (dpp_{k_1 k_2} + dnp_{k_1 k_2})$$

Usinas com metas: Restrições

- Para **minimizar o número de minas** utilizadas, podemos criar a restrição a seguir:
- Se $z_k = 1$ então a mina k é usada:

$$z_k \geq \frac{\sum_{i \in \text{Frentes}} \sum_{l \in \text{Usinas}} x_{lik}}{cap_k} \quad \forall k \in \text{Minas} \mid cap_k \neq 0$$

$$z_k \in \{0,1\} \quad \forall k \in \text{Minas}$$

- O número de minas utilizadas será o somatório de z_k

Usinas com metas: Função Objetivo

- Função objetivo: minimizar os desvios de meta de cada parâmetro de controle, equilibrar as produções das minas bem como minimizar o número de minas utilizadas:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{l \in Usinas} \sum_{j \in Parametros} (wm_{lj} dpm_{lj} + wm_{lj} dnm_{lj}) + \\ & \sum_{k_1 \in Minas} \sum_{k_2 \in Minas} (dpp_{k_1 k_2} + dnp_{k_1 k_2}) + \\ & 1000000 \cdot \sum_{k \in Minas} z_k \end{aligned}$$

PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES

Dimensionamento de Lotes

- Empresas precisam produzir diversos tipos de produtos solicitados por diferentes clientes
- Produtos devem estar prontos em datas previamente agendadas
- A capacidade de produção é limitada (máquinas, mão-de-obra, etc)
- Necessário se faz planejar a produção
- Decidir **o quê produzir**, **quanto produzir**, isto é, dimensionar os lotes de produção, e **quando produzir** (em cada período do horizonte de planejamento)

Dimensionamento de Lotes

- A necessidade de antecipação da fabricação de produtos (estocados de um período para outro) acarreta custos de estocagem e algumas dificuldades operacionais
- No planejamento da produção deseja-se determinar o tamanho dos lotes de produção para atender a demanda na data solicitada, de modo que a soma dos custos de produção e estocagem seja mínima.

Dimensionamento de Lotes

- Imagine o atendimento a uma encomenda para entregar um produto ao longo de um período de tempo. São dados, para cada mês:
 - Demanda
 - Custo de produção
 - Custo de estocagem
- Considere que o estoque inicial seja de 3 unidades
- Elabore um modelo de PLI que minimize o custo total de produção e estocagem.

Dimensionamento de Lotes

Mês	Cap. Produção (unid)	Demanda (unid.)	Custo de estocagem (R\$)	Custo de prod. (R\$)
1	7	10	3	5
2	7	2	2	3
3	7	9	3	7
4	7	6	2	4
5	7	8	3	5
6	7	7	2	9

Dimensionamento de Lotes

Dados de entrada:

- meses = conjunto dos meses de produção
- c_{prod}_t = custo de produção no mês t
- c_{est}_t = custo de estoque no mês t
- d_{manda}_t = demanda no mês t
- cap_t = capacidade de produção no mês t
- $est_{inicial}$ = estoque inicial

Dimensionamento de Lotes

Variáveis de decisão:

- x_t = quantidade do produto a ser produzida no mês t
- e_t = quantidade do produto a ser estocada no mês t

Dimensionamento de Lotes

- Função objetivo: minimizar os custos de produção e de estocagem

$$\min \sum_{t \in \text{Meses}} (c_{prod_t} x_t + c_{est_t} e_t)$$

Dimensionamento de Lotes

- Conservação de fluxo no final do **mês 1**:

$$e_1 = estinicial + x_1 - demanda_1$$

- Conservação de fluxo ao final de **cada mês $t > 1$** :

$$e_t = e_{t-1} + x_t - demanda_t \quad \forall t \in Meses \mid t > 1$$

Dimensionamento de Lotes

- Respeito à capacidade de produção em cada mês:

$$x_t \leq cap_t \forall t \in Meses$$

Dimensionamento de Lotes

$$\min \sum_{t \in \text{Meses}} (c_{prod_t} x_t + c_{est_t} e_t)$$

$$e_1 = est_{inicial} + x_1 - demanda_1$$

$$e_t = e_{t-1} + x_t - demanda_t \\ \forall t \in \text{Meses} | t > 1$$

$$x_t \leq cap_t \forall t \in \text{Meses}$$

$$e_t \geq 0, x_t \geq 0 \forall t \in \text{Meses}$$

Conservação de fluxo no final do mês 1:

Conservação de fluxo ao final de cada mês $t > 1$:

Capacidade de produção

Não-negatividade

**DIMENSIONAMENTO
DE LOTES COM
VÁRIOS PRODUTOS**

Dimensionamento de Lotes (n produtos)

- Considere uma empresa que fabrica n produtos e deseja programar sua produção nos próximos T períodos de tempo.
- É conhecida a demanda de cada produto em cada período do horizonte de planejamento.
- Em cada período, os recursos necessários para a produção são limitados e renováveis, isto é, uma quantidade de recursos está sempre disponível (mão-de-obra, horas-de-máquina, etc.).
- Há a possibilidade de estocagem de produtos de um período para outro

Dimensionamento de Lotes (n produtos)

Dados de entrada:

- $demanda_{it}$: demanda do produto i no período t
- cap_t : disponibilidade de recursos no período t
- $consumo_j$: quantidade de recursos necessários para a produção de uma unidade do produto i
- $cprod_{it}$: custo de produzir uma unidade de i no período t
- $cest_{it}$: custo de estocar uma unidade de i no período t

Estoques iniciais ***estinicial_i*** são dados

Dimensionamento de Lotes (n produtos)

Variáveis de decisão:

- x_{it} : número de produtos i produzidos no período t
- e_{it} : número de produtos i em estoque no final do período t

Dimensionamento de Lotes

$$\min \sum_{i \in \text{Produtos}} \sum_{t \in \text{Meses}} (c_{prod_{it}} x_{it} + c_{est_{it}} e_{it})$$

$$e_{i1} = est_{inicial_i} + x_{i1} - demanda_{i1} \quad \left. \vphantom{e_{i1}} \right\} \text{ Conservação de fluxo ao final do mês 1}$$

$$e_{it} = e_{i,t-1} + x_{it} - demanda_{it} \quad \left. \vphantom{e_{it}} \right\} \text{ Conservação de fluxo ao final de cada mês } t > 1:$$
$$\forall i \in \text{Produtos}, \forall t \in \text{Meses} \mid t > 1$$

$$\sum_{i \in \text{Produtos}} consumo_i x_{it} \leq cap_t \quad \forall t \in \text{Meses} \quad \left. \vphantom{\sum} \right\} \text{ Restrições de capacidade}$$

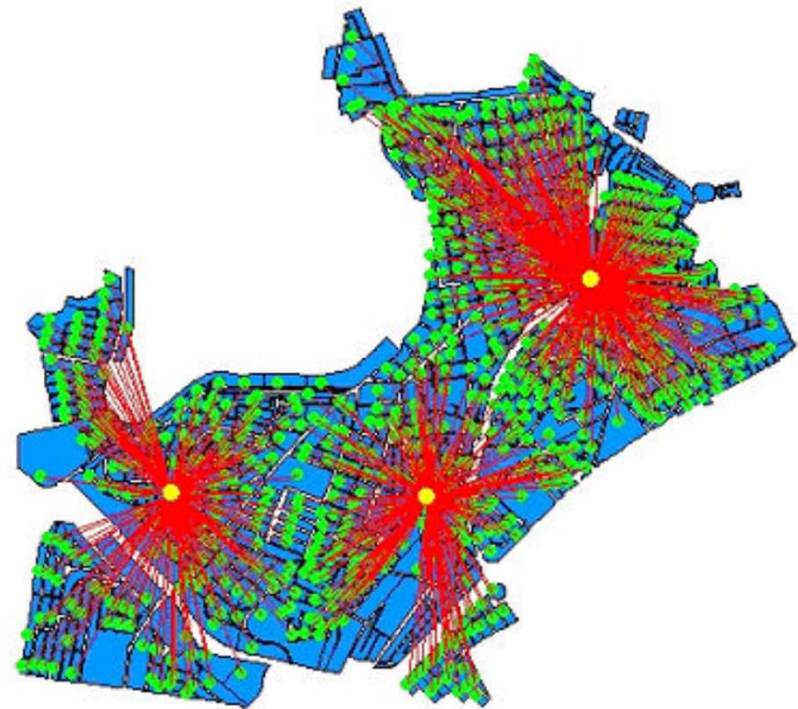
$$e_{it} \in \mathbb{Z}^+, x_{it} \in \mathbb{Z}^+$$

$$\forall i \in \text{Produtos}, \forall t \in \text{Meses} \quad \left. \vphantom{\forall} \right\} \text{ Integralidade das variáveis}$$

PROBLEMA DAS P-MEDIANAS

Problema das p-medianas

- Problema de localização de facilidades: dado um número n de clientes (pontos de demanda), encontrar os p pontos de suprimento que minimizem o custo de cada ponto de demanda a seu respectivo ponto de suprimento.
- Aplicações na localização de fábricas, usinas, centros de distribuição, centros de saúde, etc.



Problema das p-medianas

Dados de entrada:

- Locais: Conjunto de locais
- Facilidades: Conjunto de possíveis locais para instalação de facilidades
- p = número de facilidades a serem instaladas
- c_{ij} = custo de atendimento de um local j por uma facilidade instalada em i
- $demanda_j$ = demanda do local j
- f_i = custo de instalação da facilidade no local i

Problema das p-medianas capacitado

Variáveis de decisão:

- $x_{ij} = 1$ se o local j for atendido pela facilidade instalada em i e zero caso contrário.
- $y_i = 1$ se a facilidade for instalada em i e zero caso contrário.

Problema das p-medianas capacitado

- Função objetivo:

$$\min \sum_{i \in \text{Facilidades}} \sum_{j \in \text{Locais}} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \text{Facilidades}} f_i y_i$$

Problema das p-medianas

- Cada local é atendido por uma única facilidade:

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \text{Locais}$$

- Devem ser instaladas p facilidades:

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} y_i = p$$

Problema das p-medianas

- Um local só pode ser atendido por uma facilidade i se ela tiver sido instalada:

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

- As variáveis de decisão (x_{ij} e y_i) devem ser binárias:

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \text{Facilidades}$$

Problema das p-medianas

$$\min \sum_{i \in \text{Facilidades}} \sum_{j \in \text{Locais}} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \text{Facilidades}} f_i y_i$$

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \text{Locais}$$

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} y_i = p$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \text{Facilidades}$$

**PROBLEMA DAS
P-MEDIANAS
CAPACITADO**

Problema das p-medianas capacitado

Dados de Entrada Adicionais:

- cap_i = capacidade (recursos) da facilidade i
- $demanda_j$ = demanda de recursos do local j

Função objetivo: (idêntica ao problema não capacitado)

$$\min \sum_{i \in \text{Facilidades}} \sum_{j \in \text{Locais}} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \text{Facilidades}} f_i y_i$$

Problema das p-medianas capacitado

- A demanda de um local j só pode ser atendida por uma facilidade i que comporte este atendimento:

$$\sum_{j \in \text{Locais}} \text{demanda}_j x_{ij} \leq \text{cap}_i y_i \quad \forall i \in \text{Facilidades}$$

Problema dos p-centros

$$\min \sum_{i \in \text{Facilidades}} \sum_{j \in \text{Locais}} c_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in \text{Facilidades}} f_i y_i$$

$$\sum_{j \in \text{Locais}} \text{demanda}_j x_{ij} \leq \text{cap}_i y_i \quad \forall i \in \text{Facilidades}$$

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \text{Locais}$$

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} y_i = p$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \text{Facilidades}$$

PROBLEMA DOS P-CENTROS

Problema dos p-centros

- Objetivo é o de minimizar a distância máxima entre um local j e a facilidade i a ele designada.
- Minimizar r , onde r é a maior distância entre uma facilidade e seu local de atendimento:

$$d_{ij}x_{ij} \leq r \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

Problema dos p-centros

$$\min r$$

$$d_{ij} x_{ij} \leq r \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \text{Locais}$$

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} y_i = p$$

$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \text{Facilidades}$$

Problema dos p-centros

$$\min r$$

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} d_{ij} x_{ij} \leq r \quad \forall j \in \text{Locais}$$

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in \text{Locais}$$

$$\sum_{i \in \text{Facilidades}} y_i = p$$

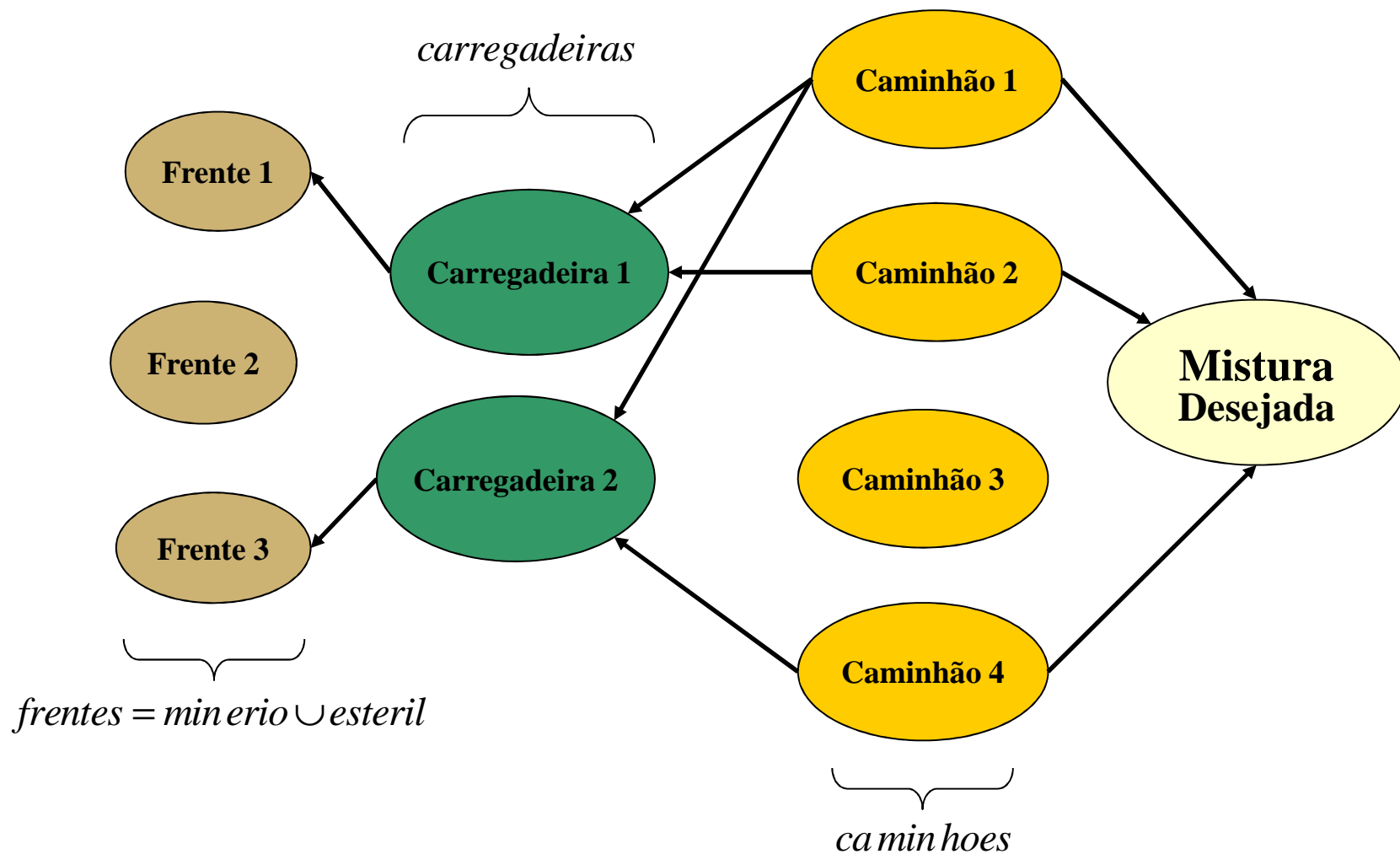
$$x_{ij} \leq y_i \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \text{Facilidades}, \forall j \in \text{Locais}$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i \in \text{Facilidades}$$

PROBLEMA DA ALOCAÇÃO DINÂMICA DE CAMINHÕES

Alocação Dinâmica de Caminhões



Alocação Dinâmica de Caminhões

Dados de entrada (1):

- t_{ij} : Teor do parâmetro j na frente i (%);
- tl_j : Teor mínimo admissível para o parâmetro j (%);
- tu_j : Teor máximo admissível para o parâmetro j (%);
- tr_j : Teor recomendado para o parâmetro j (%);
- w_{nm_j} : Peso por desvio negativo para o parâmetro j ;
- w_{pm_j} : Peso por desvio positivo para o parâmetro j ;
- w_{pp} : Peso por desvio positivo de produção;
- w_{np} : Peso por desvio negativo de produção;

Alocação Dinâmica de Caminhões

Dados de entrada (2):

- Qu_i : Massa disponível na frente i (t);
- $tempCiclo_i$: Tempo de ciclo de caminhões para a frente i ;
- $estMin_i$: Se a frente i é de minério (1) ou estéril (0);
- Cu_k : Produção máxima da carregadeira k (t/h);
- Cl_k : Produção mínima da carregadeira k (t/h);
- $capCam_l$: Capacidade do caminhão l (t);
- $comp_{lk}$: Se o caminhão l é compatível (1) ou não (0) com a carregadeira k ;
- rem : Relação estéril/minério.

Alocação Dinâmica de Caminhões

Variáveis de decisão:

- x_i : Ritmo de lavra para a frente i (t/h);
- y_{ik} : 1 se a carregadeira k opera na frente i e 0 c.c.;
- $usou_l = 1$ se o caminhão l for usado e 0 caso contrário;
- n_{li} : Viagens que o caminhão l realiza à frente i ;
- dnm_j e dpm_j : Desvios negativo e positivo da meta do parâmetro j (t/h);
- dnu_l e dpu_l : Desvios negativo e positivo de utilização do caminhão l ;
- dnp e dpp : Desvios negativo e positivo de produção;

Alocação Dinâmica de Caminhões

- Função objetivo

$$\min \sum_{j \in \text{Parametros}} (wnm_j dnm_j + wpm_j dpm_j) + \\ wnp \cdot dnp + wnp \cdot dpp + \sum_{l \in \text{Caminhoes}} CapCam_l usou_l$$

Problema da Mistura expandido

- Admite-se que haja falta (dnm_j) ou excesso (dpm_j) do parâmetro j na mistura em relação à meta de qualidade

$$\sum_{\substack{i \in \text{Frentes} \\ |estMin_i=1}} (t_{ij} - tr_j) x_i + dnm_j - dpm_j = 0 \forall j \in \text{Parametros}$$

- Os desvios dnm_j e dpm_j devem ser penalizados na função objetivo.

Alocação Dinâmica de Caminhões

- Atendimento aos limites de especificação (obrigatório):

$$\sum_{\substack{i \in \text{Frentes} \\ | \text{estMin}_i = 1}} (t_{ij} - tu_j) x_i \leq 0 \forall j \in \text{Parametros}$$

$$\sum_{\substack{i \in \text{Frentes} \\ | \text{estMin}_i = 1}} (t_{ij} - tl_j) x_i \geq 0 \forall j \in \text{Parametros}$$

Alocação Dinâmica de Caminhões

- A produção deve respeitar o máximo admitido:

$$\sum_{\substack{i \in \text{Frentes} \\ |estMin_i=1}} x_i \leq pu \forall j \in \text{Parametros}$$

- A produção deve respeitar o mínimo admitido:

$$\sum_{\substack{i \in \text{Frentes} \\ |estMin_i=1}} x_i \geq pl \forall j \in \text{Parametros}$$

Alocação Dinâmica de Caminhões

- A meta de produção deve ser buscada sempre que possível.

$$\sum_{\substack{i \in \text{Frentes} \\ | \text{estMin}_i = 1}} x_i + dnp - dpp = pr \forall j \in \text{Parametros}$$

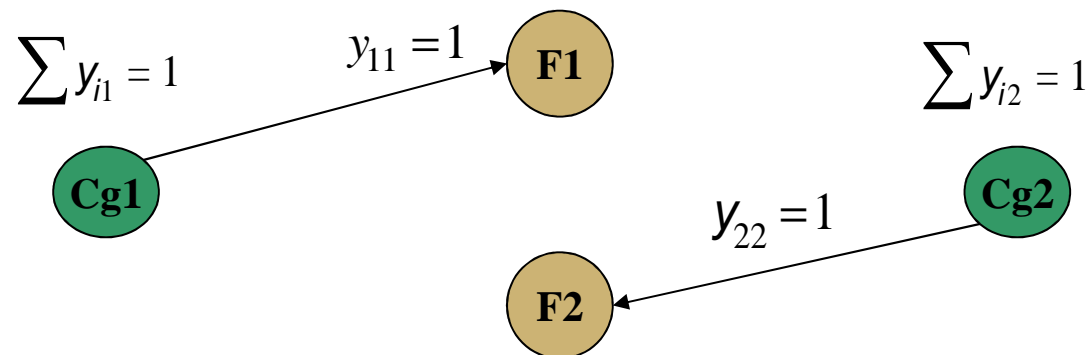
- A relação estéril/minério deve ser atendida:

$$\sum_{\substack{i \in \text{Frentes} \\ | \text{estMin}_i = 0}} x_i - rem \sum_{\substack{i \in \text{Frentes} \\ | \text{estMin}_i = 1}} x_i \geq 0 \forall j \in \text{Parametros}$$

Alocação Dinâmica de Caminhões

- No máximo uma carregadeira operando em cada frente

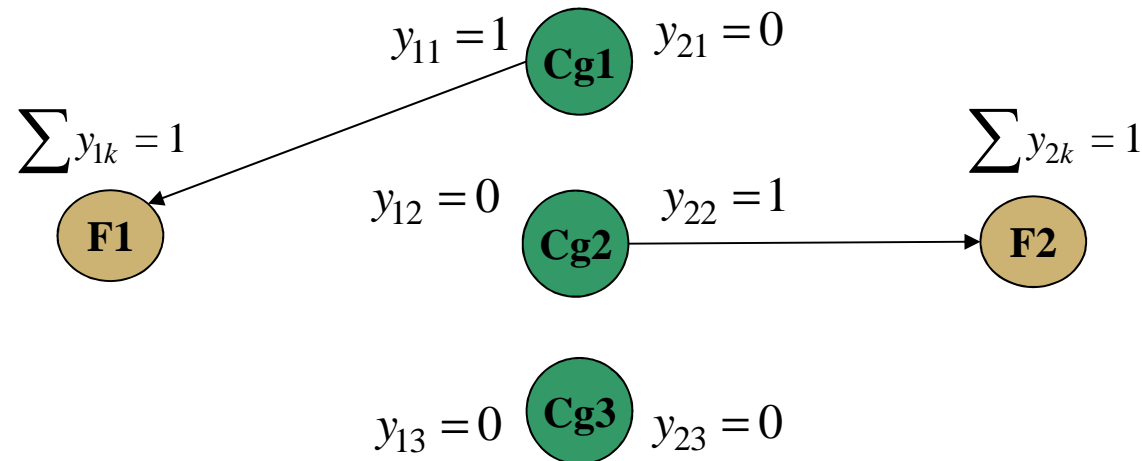
$$\sum_{k \in \text{Carregadeiras}} y_{ik} \leq 1 \forall i \in \text{Frentes}$$



Alocação Dinâmica de Caminhões

- Cada carregadeira deve operar em no máximo uma frente.

$$\sum_{i \in \text{Frentes}} y_{ik} \leq 1 \forall k \in \text{Carregadeiras}$$



Alocação Dinâmica de Caminhões

- O ritmo de lavra da frente i deve ser maior do que a produtividade mínima da carregadeira k alocada à frente

$$x_i \geq \sum_{k \in \text{Carregadeiras}} Cl_k y_{ik} \quad \forall i \in \text{Frentes}$$

- O ritmo de lavra da frente i deve ser menor do que a produtividade máxima da carregadeira k alocada à frente

$$x_i \leq \sum_{k \in \text{Carregadeiras}} Cu_k y_{ik} \quad \forall i \in \text{Frentes}$$

Alocação Dinâmica de Caminhões

- Cada caminhão l deve realizar viagens apenas à uma frente i que esteja alocada uma carregadeira compatível

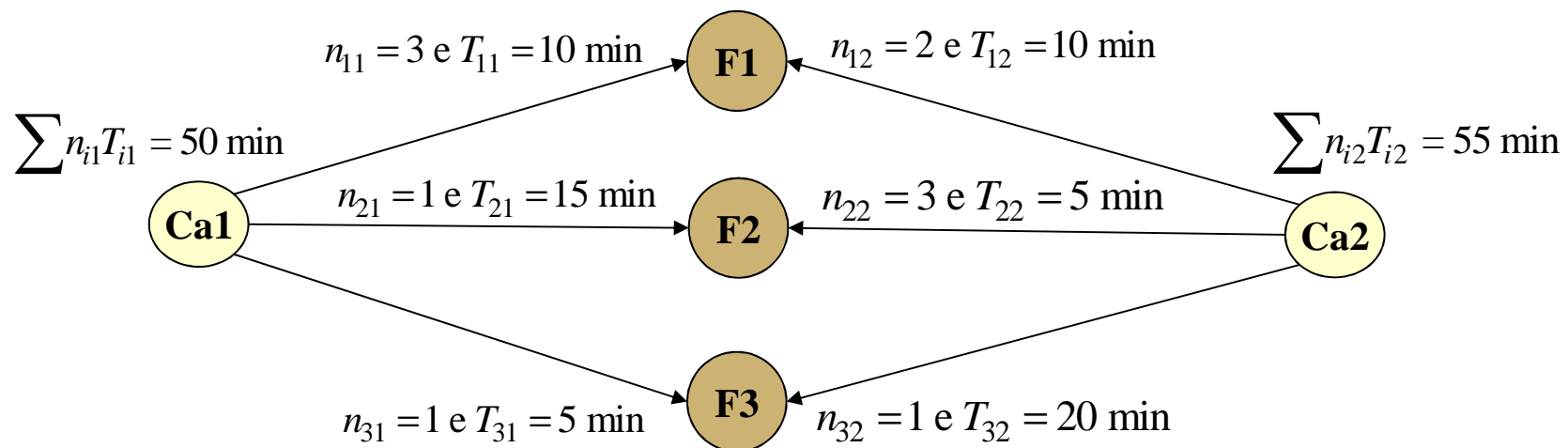
$$n_{il} \text{tempCiclo}_i \leq \sum_{\substack{k \in \text{Carregadeiras} \\ \text{comp}_{lk} = 1}} 60 y_{ik} \quad \forall i \in \text{Frentes}, \forall l \in \text{Caminhoes}$$

$$n_{il} \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall i \in \text{Frentes}, \forall l \in \text{Caminhoes}$$

Alocação Dinâmica de Caminhões

- Cada caminhão l deve operar no máximo 60 minutos

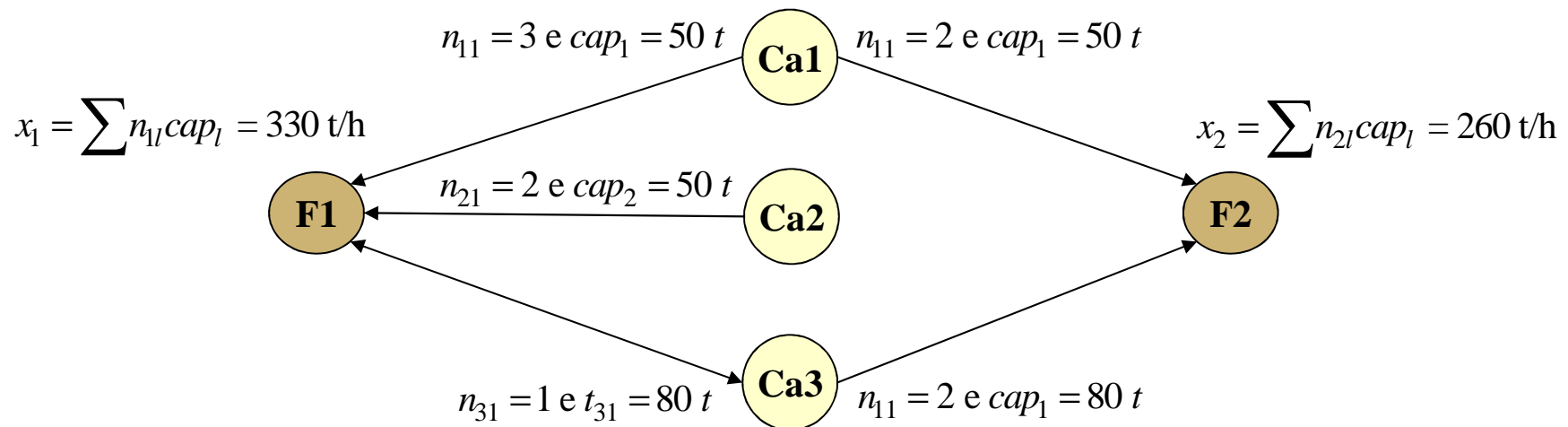
$$\sum_{i \in \text{Frentes}} n_{il} \text{tempCiclo}_i \leq 60 \forall l \in \text{Caminhoes}$$



Alocação Dinâmica de Caminhões

- O ritmo de lavra da frente i deve ser igual à produção realizada pelos caminhões alocados à frente

$$x_i = \sum_{l \in \text{Caminhoes}} n_{il} \text{cap} \text{Cam}_l \quad \forall i \in \text{Frentes}$$



Alocação Dinâmica de Caminhões

- Um caminhão é usado se ele faz alguma viagem a alguma frente

$$usou_l \geq \frac{\sum_{i \in \text{Frentes}} tempCiclo_i n_{il}}{60} \quad \forall l \in \text{Caminhoes}$$

$$usou_l \in \{0,1\} \quad \forall l \in \text{Caminhoes}$$