SOLVER (EXCEL)

1 O que é o SOLVER?

O Solver faz parte de um conjunto de programas algumas vezes chamado de ferramentas de análise hipotética. Com o Solver você pode localizar um valor ideal para uma fórmula em uma célula – chamada de célula de destino – em uma planilha. O Solver trabalha com um grupo de células relacionadas direta ou indiretamente com a fórmula na célula de destino. O Solver ajusta os valores nas células variáveis que você especificar – chamadas de células ajustáveis – para produzir o resultado especificado por você na fórmula da célula de destino. Você pode aplicar restrições para restringir os valores que o Solver poderá usar no modelo e as restrições podem se referir a outras células que afetem a fórmula da célula de destino. Poderemos visualizar isto melhor através de exemplos.

No nosso curso, usaremos o SOLVER para resolver Problemas de Programação Linear.

2 Exemplos de como Modelar usando o SOLVER do Excel

Para familiarizarmos com o uso do SOLVER utilizaremos uma série de exemplos para a fixação de seus principais comandos.

2.1 Problema da Fábrica de Automóvel

Alfa Inc. deve produzir 1000 automóveis Alfa. A empresa tem quatro fábricas. Devido a diferenças na mão-de-obra e avanços tecnológicos, as plantas diferem no custo de produção unitário de cada carro. Elas também utilizam diferentes quantidades de matéria-prima e mão-de-obra. O custo de operação, o tempo necessário de mão-de-obra e o custo de matéria-prima para produzir uma unidade de cada carro em cada uma das fábricas estão evidenciados na tabela abaixo.

Fábrica	Custo Unitário (em R$1.000,00)	Mão-de-Obra (horas de fabricação)	Matéria-Prima (unidades de material)
1	15	2	3
2	10	3	4
3	9	4	5
4	7	5	6

Um acordo trabalhista assinado requer que pelo menos 250 carros sejam produzidas na fábrica 3. Existem 3200 horas de mão-de-obra e 4000 unidades de material que podem ser alocados às quatro fábricas.

O modelo de decisão do problema é dado abaixo, onde x_j representa a quantidade de automóveis a serem fabricadas na fábrica $j = 1, 2, 3, 4$.

$$
\begin{array}{lcccccccccc}
\min & 15x_1 & + & 10x_2 & + & 9x_3 & + & 7x_4 & & \\
\text{s.a} & 2x_1 & + & 3x_2 & + & 4x_3 & + & 5x_4 & \leq & 3200 \\
 & 3x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & + & 6x_4 & \leq & 4000 \\
 & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 1000 \\
 & & & & & x_3 & & & \geq & 250 \\
 & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & \geq & 0
\end{array}
$$

2.2 Problema do Empréstimo do Banco

O Banco Municipal de Ouro Preto (BMOP) está formulando sua política de crédito para o próximo trimestre. Um total de 12 milhões será alocado às várias modalidades de empréstimo que ele pretende conceder. Sendo uma instituição de atendimento pleno, obriga-se a atender a uma clientela diversificada. A tabela abaixo prevê as modalidades de empréstimos praticadas pelo Banco, as taxas de juro por ele cobradas e a possibilidade de débitos não honrados, medida em probabilidade, com base nas experiências passadas.

Tipo de Empréstimo	Taxa de Juro	Probabilidade de Débito não honrado
Pessoal	0,140	0,10
Compra de automóvel	0,130	0,07
Compra de casa própria	0,120	0,03
Agrícola	0,125	0,05
Comercial	0,100	0,02

Os débitos não honrados são assumidos como irrecuperáveis e, portanto, não produzem retorno. A competição com outras instituições similares, nas áreas mencionadas, requer que o Banco aloque, pelo menos 40% do total disponível, em empréstimos agrícolas e comerciais. Para apoiar a indústria da construção civil na região, os empréstimos para compra da casa própria devem ser, pelo menos, 50% do total alocado para empréstimos pessoais e destinados a compra de carro. Além disso, o Banco deseja incluir na sua política de empréstimos a condição de que a razão entre o total de débitos não honrados em todos os empréstimos e o total emprestado, não exceda 0,04. Formule um modelo de programação linear para otimizar a política de crédito do Banco.

O modelo de decisão do problema é dado abaixo, onde x_j representa a quantidade de dinheiro alocado para empréstimos do tipo j = (1=Pessoal, 2=Compra de Automóveis, 3=Compra de Casa Própria, 4=Agrícola e 5=Comercial).

$$
\begin{array}{lccccccccccc}
\text{max} & 0,126x_1 & + & 0,121x_2 & + & 0,116x_3 & + & 0,119x_4 & + & 0,098x_5 & & \\
\text{s.a} & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & + & x_5 & \leq & 12 \\
 & & & & & & & x_4 & + & x_5 & \geq & 4{,}8 \\
 & -0,05x_1 & - & 0,05x_2 & + & x_3 & & & & & \geq & 0 \\
 & 0,06x_1 & + & 0,03x_2 & - & 0,01x_3 & + & 0,01x_4 & - & 0,02x_5 & \leq & 0 \\
 & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & , & x_5 & \geq & 0
\end{array}
$$

2.3 Problema da Fábrica de Motores

A LCL Motores Ltda., uma fábrica de motores especiais, recebeu recentemente R$90.000,00 em pedidos de seus três tipos de motores. Cada motor necessita de um determinado número de horas de trabalho no setor de montagem e de acabamento.

A LCL pode terceirizar parte da sua produção. A tabela a seguir resume estes dados.

Modelo	**1**	**2**	**3**	**TOTAL**
Demanda	3000 unid.	2500 unid.	500 unid.	6000 unid.
Montagem	1 h/unid.	2 h/unid.	0,5 h/unid.	6000 h
Acabamento	2,5 h/unid.	1 h/unid.	4 h/unid.	10000 h
Custo Produção	R$50	R$90	R$120	
Terceirizado	R$65	R$92	R$140	

A LCL Motores deseja determinar quantos motores devem ser produzidos em sua fábrica e quantos devem ser produzidos de forma terceirizada para atender à demanda de pedidos.

Seja F_i o número de motores fabricados pela LCL do modelo i (i=1,2,3) e T_i o número de motores terceirizados pela LCL do modelo i(i=1,2,3).

O modelo de decisão do problema é dado a seguir.

$$
\begin{array}{lccccccccccccc}
\text{min} & 50F_1 & + & 90F_2 & + & 120F_3 & + & 65T_1 & + & 92T_2 & + & 140T_3 & & \\
\text{s.a} & F_1 & + & 2F_2 & + & 0,5F_3 & & & & & & & \leq & 6000 \\
 & 2,5F_1 & + & F_2 & + & 4F_3 & & & & & & & \leq & 10.000 \\
 & F_1 & + & & & & & T_1 & & & & & = & 3.000 \\
 & & & F_2 & + & & & & & T_2 & & & = & 2.500 \\
 & & & & & F_3 & + & & & & & T_3 & = & 500 \\
 & \multicolumn{13}{l}{F_i,\, T_i \geq 0,\ \forall i=1,2,3}
\end{array}
$$

2.4 Problema da Escolha de Carteira de Investimentos

A LCL Investimentos S.A. gerencia recursos de terceiros através da escolha de carteiras de investimento para diversos clientes, baseados em *bonds* de diversas empresas. Um de seus clientes exige que:

- Não mais de 25% do total aplicado deve ser investido em um único investimento.

- Um valor superior a 50% do total aplicado deve ser investido em títulos de maturidades maiores que 10 anos.

- O total aplicado em títulos de alto risco deve ser, no máximo, de 50% do total investido.

A tabela a seguir mostra os dados dos títulos selecionados. Determine qual percentual do total deve ser aplicado em cada tipo de título.

	Retorno Anual	**Anos para Vencimento**	**Risco**
Título 1	8,7%	15	1 - muito baixo
Título 2	9,5%	12	3 - regular
Título 3	12,0%	8	4 - alto
Título 4	9,0%	7	2 - baixo
Título 5	13,0%	11	4 - alto
Título 6	20,0%	5	5 - muito alto

Seja P_i o percentual do total aplicado no título do tipo $i = 1, \ldots, 6$.

$$
\begin{array}{llllllllllllll}
\max & \displaystyle\sum_{j=1}^{6} c_j * P_j & & & & & & & & & & & & \\
\text{s.a} & P_1 & + & P_2 & + & P_3 & + & P_4 & + & P_5 & + & P_6 & = & 100 \\
 & P_1 & + & P_2 & + & & & & & P_5 & & & \geq & 50 \\
 & & & & & P_3 & + & & & P_5 & + & P_6 & \leq & 50 \\
 & \multicolumn{13}{l}{P_i \leq 25, \forall i = 1, \ldots, 6} \\
 & \multicolumn{13}{l}{P_i \geq 0, \forall i = 1, \ldots, 6}
\end{array}
$$

onde $c = \begin{bmatrix} 0,00087 \\ 0,00095 \\ 0,00120 \\ 0,00090 \\ 0,00130 \\ 0,00200 \end{bmatrix}$ e $P = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}$

2.5 Problema da Mistura de Petróleo

Uma refinaria processa vários tipos de petróleo. Cada tipo de petróleo possui uma planilha de custos diferente, expressando, condições de transporte e preços na origem. Por outro lado, cada tipo de petróleo representa uma configuração diferente de subprodutos para a gasolina. Na medida em que certo tipo de petróleo é utilizado na produção da gasolina, é possível a programação das condições de octanagem e outros requisitos. Esses requisitos implicam na classificação do tipo de gasolina obtida.

Supondo que a refinaria trabalhe com uma linha de quatro tipos diferentes de petróleo e deseje produzir as gasolinas amarela, azul e superazul, programar a mistura dos tipos de petróleo atendendo às condições que se seguem nas tabelas a seguir:

Quantidade Disponível de Petróleo

Tipo de Petróleo	**Quantidade Máxima Disponível (barril/dia)**	**Custos por Barril/dia (R$)**
1	3.500	19
2	2.200	24
3	4.200	20
4	1.800	17

Percentuais para Limites de Qualidade das Gasolinas

Tipo de Gasolina	Especificação	Preço de Venda (R$/Barril)
Superazul	Não mais que 30% de 1 Não menos que 40% de 2 Não mais que 50% de 3	35
Azul	Não mais que 30% de 1 Não menos que 10% de 2	28
Amarela	Não mais que 70% de 1	22

Onde $x_{ij} \equiv$ número de barris de petróleo de tipo j ($j = 1, 2, 3, 4$) que serão destinados à produção da gasolina i ($i =$ A-gasolina Amarela, Z-gasolina aZul e S-gasolina Superazul).

O modelo de decisão para este problema é apresentado a seguir:

(a) Função Objetivo:

Maximizar $Q(x) = 3x_{A1} - 2x_{A2} + 2x_{A3} - 5x_{A4} + 9x_{Z1} + 5x_{Z2} + 8x_{Z3} + x_{Z4} + 16x_{S1} + 11x_{S2} + 15x_{S3} + 8x_{S4}$

(b) Restrições Tecnológicas:

1) $x_{A1} + x_{Z1} + x_{S1} \leq 3.500$
2) $x_{A2} + x_{Z2} + x_{S2} \leq 2.200$
3) $x_{A3} + x_{Z3} + x_{S3} \leq 4.200$
4) $x_{A4} + x_{Z4} + x_{S4} \leq 1.800$
5) $0,7x_{S1} - 0,3x_{S2} - 0,3x_{S3} - 0,3x_{S4} \leq 0$
6) $-0,4x_{S1} + 0,6x_{S2} - 0,4x_{S3} - 0,4x_{S4} \geq 0$
7) $-0,5x_{S1} - 0,5x_{S2} + 0,5x_{S3} - 0,5x_{S4} \leq 0$
8) $0,7x_{Z1} - 0,3x_{Z2} - 0,3x_{Z3} - 0,3x_{Z4} \leq 0$
9) $0,9x_{Z1} - 0,1x_{Z2} - 0,1x_{Z3} - 0,1x_{Z4} \geq 0$
10) $0,3x_{A1} - 0,7x_{A2} - 0,7x_{A3} - 0,7x_{A4} \leq 0$
11) $x_{A1}, x_{A2}, x_{A3}, x_{A4}, x_{Z1}, x_{Z2}, x_{Z3}, x_{Z4}, x_{S1}, x_{S2}, x_{S3}, x_{S4} \geq 0$

Já definido o problema vamos agora modelá-lo no Excel.

3 Referências Bibliográficas

(1) GOLDBARG, Marco César e LUNA, Henrique P. L., *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*, Editora Campus, 3^a Edição, 2000.

(2) *Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões*