LINGO - PARTE 1 :

MANUAL DE REFERÊNCIA

Aloísio de Castro Gomes Júnior

Marcone Jamilson Freitas Souza

Projeto patrocinado pelo programa PRÓ-ATIVA da UFOP

DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

JANEIRO DE 2004

Conteúdo

Lista de Figuras

Capítulo 1

LINGO

1.1 O que é o LINGO?

O LINGO é uma ferramenta simples para utilizar o poder da otimização linear ou não-linear para formular problemas grandes concisamente, resolvê-los e analisar a solução.

Neste curso aprenderemos algumas noções básicas de utilização deste poderoso software, trabalheremos com modelos simples e modelos comlexos, onde a leitura dos dados poderá ser feita diretamente no LINGO ou num arquivo do bloco de notas e até mesmo em uma planilha do Excel.

1.2 Exemplos de como Modelar usando o LINGO

Para familiarizarmos com o uso do LINGO utilizaremos uma série de exemplos para a fixação de seus principais comandos.

1.2.1 Problema da Otimização de Padrões de Produção

Uma determinada fábrica produz panelas de metal médias e grandes a partir de elementos circulares de diâmetros circulares de diâmetros de 0,25 e 0,40 metros, respectivamente. A primeira operação para obter as panelas é um corte desses elementos circulares sobre chapas de dimensão de 1,40 x 0,50 metros. Os elementos planos circulares são transformados em panelas em uma segunda operação de estamparia. Para o corte existem quatro tipo de matrizes conforme mostra a figura 1.1. A fábrica deseja uma produção diária mínima de 500 panelas médias (obtidas do elemento circular 0,25) e 350 grandes (obtidas do elemento circular de diâmetro 0,40). Os custos em reais por chapa pelo uso de cada matriz de corte são respectivamente: 1,2,3,2. Elaborar o modelo de Programação Linear que planeje a produção de modo a minimizar o custo com o uso de chapas.

Seja x_i a quantidade de chapas cortadas de acordo com a matriz, $i = 1, \ldots, 4$ a serem utilizadas na produção.

O modelo de decisão do problema é dado a seguir.

$$\boxed{\begin{array}{lccccccccc} \min & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & & \\ \text{s.a} & 8x_1 & + & 4x_2 & + & 2x_3 & & & \geq & 500 \\ & & & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & \geq & 350 \\ & \multicolumn{9}{l}{x_i \geq 0,\ \forall i{=}1,\ldots,4 \text{ e } x_j \in \mathcal{Z}^+} \end{array}}$$

Outra forma de representar o modelo de decisão deste problema é:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \min & \sum_{j=1}^{n} c_j * x_j \\ \text{s.a} & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} * x_j \geq b_i \ \forall i = 1,2 \\ & x_j \geq 0\ ,\ \forall j = 1,\ldots,4 \text{ e } x_j \in \mathcal{Z}^+ \end{array}}$$

onde: n=4; c= $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$; a= $\begin{bmatrix} 8 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$; b= $\begin{bmatrix} 500 \\ 350 \end{bmatrix}$ e x= $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$.

Para este exemplo, usaremos uma modelagem simples, parecida muito com a modelagem utilizada pelo LINDO.

Primeiramente devemos abrir o LINGO, depois de aberto o LINGO mostrará uma tela em branco, parecida com o da figura 1.2 onde será digitado o modelo.

Um modelo LINGO é muito parecido com o LINDO, conforme podemos observar através da figura 1.3.

Aqui neste modelo estamos declarando a Função-Objetivo (FO) a qual deve ser minimizada, daí o comando MIN. Caso este PPL fosse de maximização o comando a acompanhar a FO deveria ser o comando MAX. Nas duas linhas abaixo estão sendo declaradas as restrições do problema. Note que no final de cada comando devemos colocar ";". Não há necessidade de digitar END ao final do modelo. As quatro últimas linhas estão informando ao LINGO que as variáveis são do tipo inteiro, o que é feito através do comando @GIN(nome da variável). Os tipos de variáveis que podem ser usadas com o LINGO são apresentadas na tabela a seguir. Vale lembrar que os nomes das variáveis têm que ser iniciados por letras e podem ser seguidos por qualquer caracter alfanumérico.

Observação:

1. Caso queira fazer algum comentário basta digitar "!"seguido do comentário.

2. Você pode dar nome às linhas das restrições, para isto, basta digitar o nome da restrição entre colchetes. Ex.: [Rest1]

Tabela de tipos de variáveis do LINGO

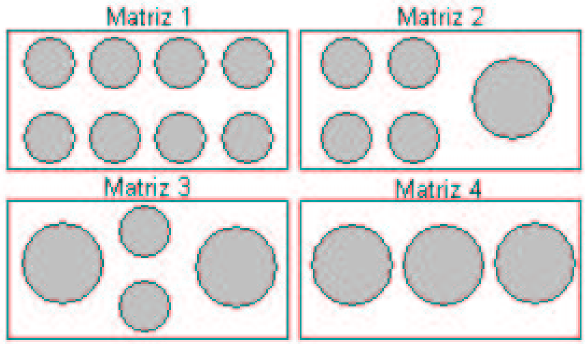


Figura 1.1: Padrões de Corte para o exemplo da seção 1.2.1

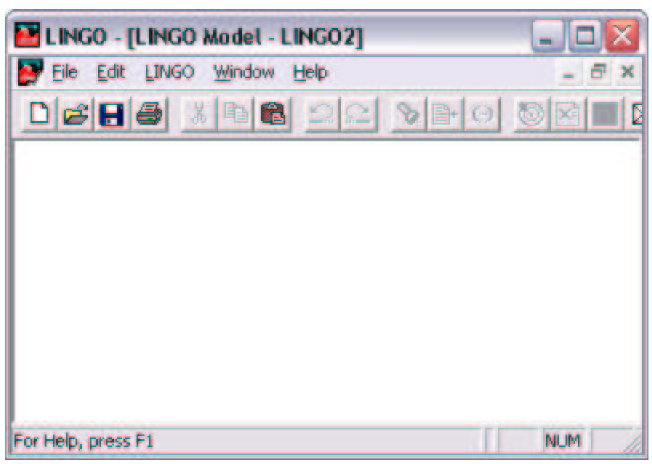


Figura 1.2: Tela Inicial do LINGO

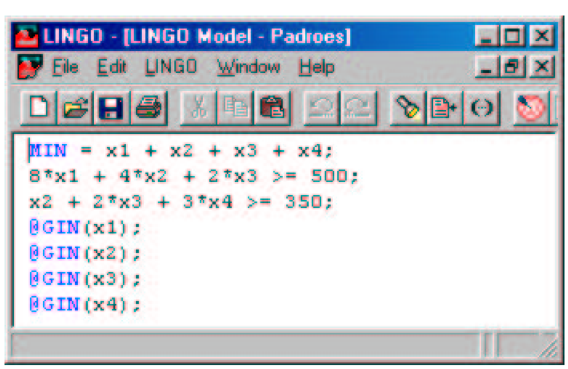


Figura 1.3: Modelo LINGO para o exemplo da seção 1.2.1

COMANDO	EXPLICAÇÃO
@GIN(VAR)	usado para designar variáveis inteiras
@BIN(VAR)	usado para designar variáveis binárias
@FREE(VAR)	usado para designar que a variável é livre
@BND(LI,VAR,LS)	usado para designar os valores pelos quais a variável VAR é limitada inferiormente e superiormente. Aqui temos que LI é valor mínimo da variável e LS é o valor máximo, ou seja, LI $\leq$ VAR $\leq$ LS.

No nosso exemplo todas as variáveis são inteiras, daí a necessidades da inclusão das últimas quatro linhas ao modelo. Agora só falta resolvê-lo, para isto basta clicar no menu *"LINGO"* e logo em seguida em *"SOLVE"*, ou simplesmente clique no botão *"SOLVE"* na barra de ferramentas. Se tudo estiver digitado corretamente aparecerá uma janela como a mostrada na figura 1.4.

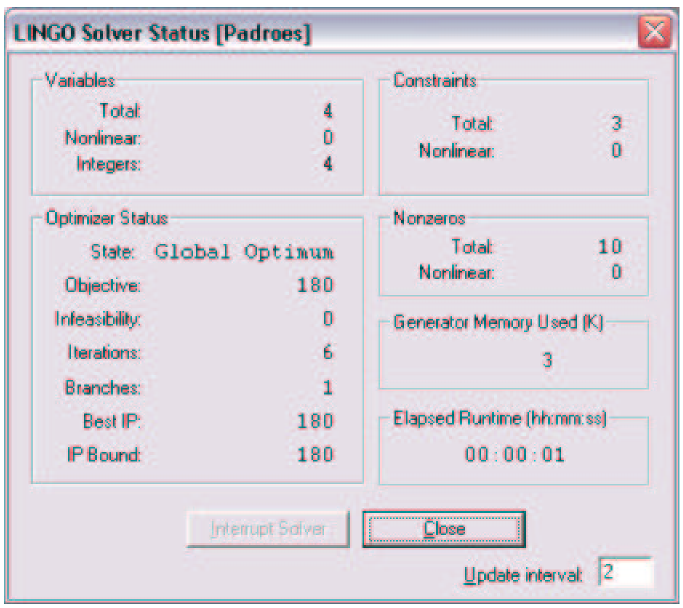


Figura 1.4: Janela de Resultados do LINGO

Clique no botão *"CLOSE"* para fechar esta janela, aparecerá na tela uma janela com os resultados do problema obtidos pelo LINGO, conforme pode ser observado na figura 1.5.

Em um relatório de solução do LINGO você encontrará uma parte denominada REDUCED COST (custo reduzido) para cada variável do problema. Ela pode ser interpretada da seguinte maneira:

O custo reduzido de uma variável do tipo real pode ser interpretado como a quantia de penalidade (positiva ou negativa, dependendo do problema) que você teria que pagar para introduzir uma unidade daquela variável na solução. No nosso exemplo, a variável x2 (caso ela fosse do tipo real) teria como custo reduzido 1, significando que se diminuirmos uma unidade do coeficiente da variável na FO, seu uso se tornaria interessante.

Já a coluna SLACK or SURPLUS, indica o excesso em restrições do tipo $\geq$ ou a folga em restrições do tipo $\leq$. No nosso exemplo podemos observar que temos uma folga de 4 unidades na 1^a restrição e 1 unidade na 2^a restrição.

A coluna DUAL PRICE pode ser interpretada como a quantia pela qual a função objetivo FO melhoraria (pioraria) quando o lado direito das restrições (constantes) é aumentado (diminuído) em uma unidade. Ele também pode ser entendido como o que estamos dispostos a pagar por unidades adicionais de um recurso. Por isto ele também é chamado de SHADOW PRICE. Essas informações, no entanto, só tem sentido se as variáveis envolvidas no modelo forem do tipo real e essa análise tem validade apenas em um certo intervalo de variação das restrições (vide final da seção 1.2.3 sobre como proceder para fazer esta análise).

1.2.2 Problema da Agência de Propaganda

Uma agência de propaganda planeja uma campanha de publicidade em três meios de comunicação: televisão, rádio e revistas. O propósito da propaganda é de alcançar tantos "fregueses em potencial"quanto possível. Os resultados de um estudo de mercado estão no quadro a seguir:

Meios de Comunicação \ Itens	**TV**		**Rádio**	**Revistas**
	Horário Comum	**Horário Nobre**		
Custo de uma unidade de propaganda	40.000	75.000	30.000	15.000
n^o de fregueses em potencial alcnçados por unidade de propaganda	400.000	900.000	500.000	200.000
n^o de fregueses do sexo feminino alcançados por unidade de propaganda	300.000	400.000	200.000	100.000

A empresa que encomendou a campanha não quer gastar mais que \$800.000 com propaganda. Além disso, requer:

a) que pelo menos 2 milhões de pessoas alcançadas sejam do sexo feminino;

b) que a propaganda vinculada pela TV seja limitada a um custo de \$500.000;

c) que pelo menos 3 unidades de propaganda sejam vinculadas no horário comum e pelo menos 2 durante horário nobre;

d) que o número de unidades de propaganda no rádio e na revista fique individualmente entre 5 e 10.

A modelagem para este PPL é apresentada a seguir:

$$
\begin{array}{llllllllll}
\max & 400.000x_1 & + & 900.000x_2 & + & 500.000x_3 & + & 200.000x_4 & & \\
\text{s.a} & 40.000x_1 & + & 75.000x_2 & + & 30.000x_3 & + & 15.000x_4 & \leq & 800.000 \\
 & 300.000x_1 & + & 400.000x_2 & + & 200.000x_3 & + & 100.000x_4 & \geq & 2.000.000 \\
 & 40.000x_1 & + & 75.000x_2 & & & & & \leq & 500.000 \\
 & x_1 \geq 3 & ; & x_2 \geq 2 & ; & 5 \leq x_3 \leq 10 & ; & 5 \leq x_4 \leq 10 & & \\
 & \multicolumn{9}{l}{x_j \geq 0, \forall j{=}1,\ldots,4 \text{ e } x_j \in \mathcal{Z}^+}
\end{array}
$$

Onde $x_j \equiv$ número de unidades de propaganda a serem veiculadas no meio de comunicação j=(1: horário comum na TV; 2: horário nobre na TV; 3: rádio; 4: revista).

Outra forma de representar o modelo de decisão deste problema é:

$$
\begin{array}{ll}
\max & \sum_{j=1}^{n} c_j * x_j \\
\text{s.a} & \sum_{j=1}^{n} a_{ij} * x_j \leq b_i \ \forall i = 1,2 \\
 & \sum_{j=1}^{n} d_j * x_j \geq 2.000.000 \\
 & x_1 \geq 3 \ ; \ x_2 \geq 2 \ ; \ 5 \leq x_3 \leq 10 \ ; \ 5 \leq x_4 \leq 10 \\
 & x_j \geq 0 \ , \ \forall j = 1, \ldots, 4 \text{ e } x_j \in \mathcal{Z}^+
\end{array}
$$

onde: n=4; c= $\begin{bmatrix} 400.000 \\ 900.000 \\ 500.000 \\ 200.000 \end{bmatrix}$; a= $\begin{bmatrix} 40.000 & 75.000 & 30.000 & 15.000 \\ 40.000 & 75.000 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; b= $\begin{bmatrix} 800.000 \\ 500.000 \end{bmatrix}$ d= $\begin{bmatrix} 300.000 \\ 400.000 \\ 200.000 \\ 100.000 \end{bmatrix}$

e x= $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$.

Para modelarmos este PPL no LINGO, usaremos uma forma diferente da proposta no exemplo anterior. Usaremos neste problema o conceito de SETS (grupos de objetos relacionados) que normalmente são utilizados em problemas de grande porte. Em um modelo LINGO, uma seção SETS é definida da seguinte forma:

SETS:

setname [/ member_list /] [: variable_list];

ENDSETS

onde:

setname ⇒ é o nome que você escolhe para designar o grupo de objetos.

[/member_list/] ⇒ lista de membros que constituem o grupo de objetos.

Tabela de exemplos de lista de membros de um grupo de objetos

Lista de Membros na forma implícita	Exemplo	Membros do grupo
1..n	1..5	1, 2, 3, 4, 5
StringM..StringN	TR3..TR204	TR3, TR4,...,TR204
dayM..dayN	MON..FRI	MON,TUE,WED,THU,FRI
monthM..monthN	OCT..JAN	OCT, NOV,DEC,JAN
monthYearM..monthYearN	OCT2001..DEZ2001	OCT2001,NOV2001,DEC2001

[:variable_list] ⇒ lista de variáveis (ou constantes) que tem as mesmas características do grupo de objetos. Quando há mais de uma variável (ou constante), elas devem ser separadas por vírgula.

Observação: os colchetes indicam que essas informações são opcionais.

Exemplo:

v1 / 1..4 /: x, C, D ;

Neste exemplo estamos definindo um grupo de objetos com nome v1, cujos membros são 1, 2, 3 e 4. x, C e D são variáveis (ou constantes) que têm esses membros em seu domínio de definição (x(1),...,x(4),C(1),...,C(4),D(1),...,D(4)).

Um grupo de objetos também pode ser derivado de outros grupos, como é o caso do exemplo abaixo, onde temos o grupo Matriz que depende dos grupos v1 e v2 e A é uma constante (no caso, uma matriz) que tem como domínio o conjunto dos membros dos grupos anteriores(A(1,1), A(1,2),...).

matriz(v2, v1): A;

Observação: Um SET pode ser entendido, fazendo uma analogia com a linguagem PASCAL, como uma estrutura de dados do tipo vetor (SETS simples) ou matriz (SETS derivado), onde cada posição é um membro do grupo de objetos.

Também usaremos os comando @SUM e @FOR, que são utilizados em conjunto com os grupos de objetos definidos na seção SETS. @SUM é utilizado para calcular um somatório e @FOR é um comando de repetição.

Usaremos também a seção DATA para ler os valores das constantes definidas na seção SETS.

Exemplos dos comandos @FOR e @SUM e da seção DATA são mostrados na figura 1.6, onde é apresentado a modelagem LINGO para este PPL.

Vale notar que as variáveis x1 e x2 são limitadas apenas inferiormente. Neste caso, o limite superior é representado por um número arbitrariamente grande, por exemplo, 1E19 (1×10^{19}).

Para resolver o problema procede-se da mesma forma do exemplo da seção 1.2.1.

1.2.3 Problema da Carteira de Investimento

Um investidor possui $18.000 e tem a sua disposição três opções para aplicar seu capital, além de deixá-lo, todo ou em parte, no banco, rendendo 6% ao ano.

ALTERNATIVA 1: Comprar um lote de ações cujo preço unitário é de $4,50 e cuja rentabilidade anual esperada é de 47%.

ALTERNATIVA 2: Comprar letras de câmbio cujo preço unitário é $3,00 e cuja rentabilidade

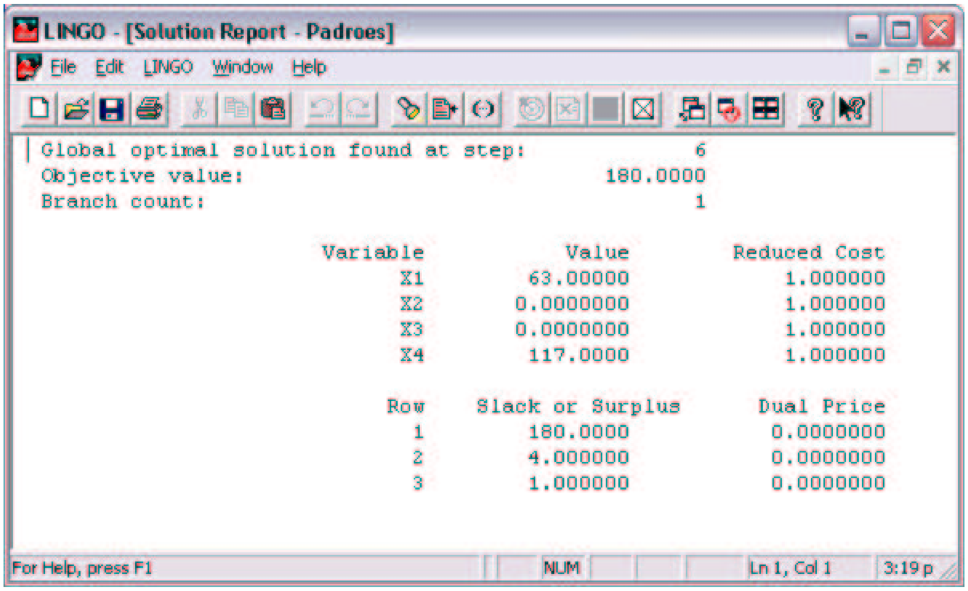


Figura 1.5: Relatório de Solução do LINGO para o Exemplo da seção 1.2.1

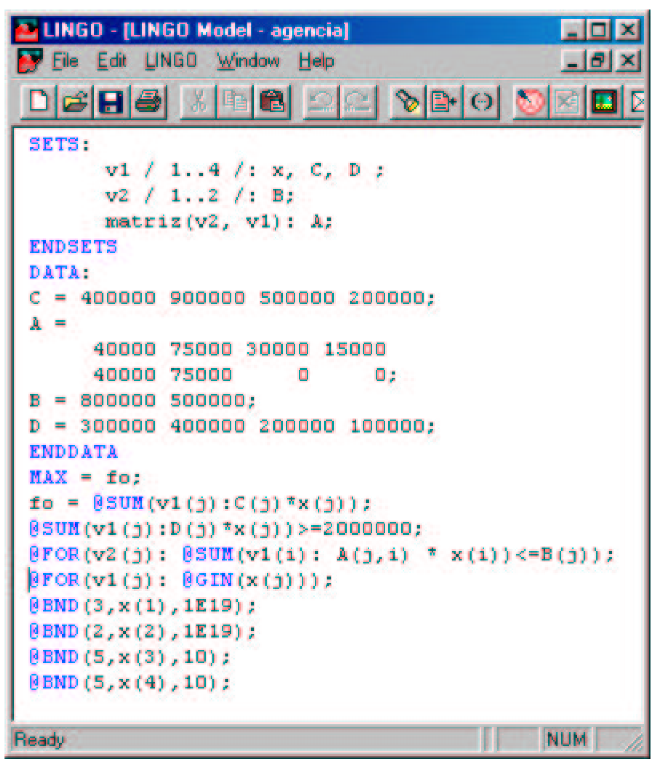


Figura 1.6: Modelo LINGO para o exemplo da seção 1.2.2

anual é de 32%.

ALTERNATIVA 3: Comprar Obrigações do Tesouro, cujo preço unitário é $1,50 e cuja rentabilidade anual é de 8%.

Supondo que o investidor não desaja adquirir mais do que 1.750 ações e/ou letras de câmbio; que seu corretor só possa conseguir até 1.000 ações e 1.500 letras de câmbio; que o investidor queira - por medida de segurança quanto à liquidez - deixar, pelo menos, $2.000 no banco; que o investimento feito em obrigações do Tesouro não ultrapasse 1,7 vezes o depósito deixado no banco, que quantidades o investidor deve alocar a cada alternativa, considerando que o seu objetivo é maximizar o seu capital no fim do ano? Formule um modelo de Programação Linear para responder esta pergunta.

A modelagem para este PPL é apresentada a seguir:

$$\boxed{\begin{array}{lrcrcrcrcr}
\text{max} & 6,62x_1 & + & 3,96x_2 & + & 1,62x_3 & + & 1,06x_4 & & \\
\text{s.a} & 4,50x_1 & + & 3,00x_2 & + & 1,50x_3 & + & x_4 & = & 18.000 \\
 & & & & & & & x_4 & \geq & 2.000 \\
 & 2,12x_1 & + & 0,96x_2 & + & 0,12x_3 & - & 0,06x_4 & \geq & 0 \\
 & x_1 & + & x_2 & & & & & \leq & 1.750 \\
 & x_1 & & & & & & & \leq & 1.000 \\
 & & & x_2 & & & & & \leq & 1.500 \\
 & 7,65x_1 & + & 5,10x_2 & + & 4,05x_3 & & & \leq & 30.600 \\
 & \multicolumn{9}{l}{x_j \geq 0,\ \forall j=1,\ldots,4}
\end{array}}$$

Onde $x_4 \equiv$ total deixado no banco e $x_j \equiv$ número de opções do tipo j=(1: ações; 2: letras de câmbio; 3: obrigações do tesouro).

Outra forma de representar o modelo de decisão deste problema é:

$$\boxed{\begin{array}{ll}
\text{max} & \sum_{j=1}^{n} c_j * x_j \\
\text{s.a} & \sum_{j=1}^{n} a_j * x_j = 18.000 \\
 & \sum_{j=1}^{n} b_j * x_j \geq 0 \\
 & \sum_{j=1}^{n} d_{ij} * x_j \leq e_i \ \forall i = 1,2 \\
 & x_1 \leq 1.000,\ x_2 \leq 1.500,\ x_4 \geq 2.000 \\
 & x_j \geq 0\ ,\ \forall j = 1,\ldots,4
\end{array}}$$

onde: n=4; c= $\begin{bmatrix} 6,62 \\ 3,96 \\ 1,62 \\ 1,06 \end{bmatrix}$; a= $\begin{bmatrix} 4,50 \\ 3,00 \\ 1,50 \\ 1,00 \end{bmatrix}$; b= $\begin{bmatrix} 2,12 \\ 0,96 \\ 0,12 \\ -0,06 \end{bmatrix}$; d= $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 7,65 & 5,1 & 4,05 & 0 \end{bmatrix}$; e= $\begin{bmatrix} 1.750 \\ 30.600 \end{bmatrix}$

e x= $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$.

A diferença da modelagem deste PPL para os anteriores, reside no fato de que aqui os parâmetros são lidos através do comando DATA em um arquivo de texto já previamente digitado. Utiliza-se para isto o comando @FILE('nome do arquivo'). O nome do arquivo deve estar entre aspas simples e estar no diretório onde foi salvo o modelo. Caso contrário, deverá ser informado o caminho completo onde o mesmo se encontra (ex.: c=@FILE('C:\LINGO\SAMPLES\teste.txt'). Os valores nestes arquivos devem ser digitados um em cada linha.

Na figura 1.7 é apresentado a modelagem LINGO para este PPL usando este comando.

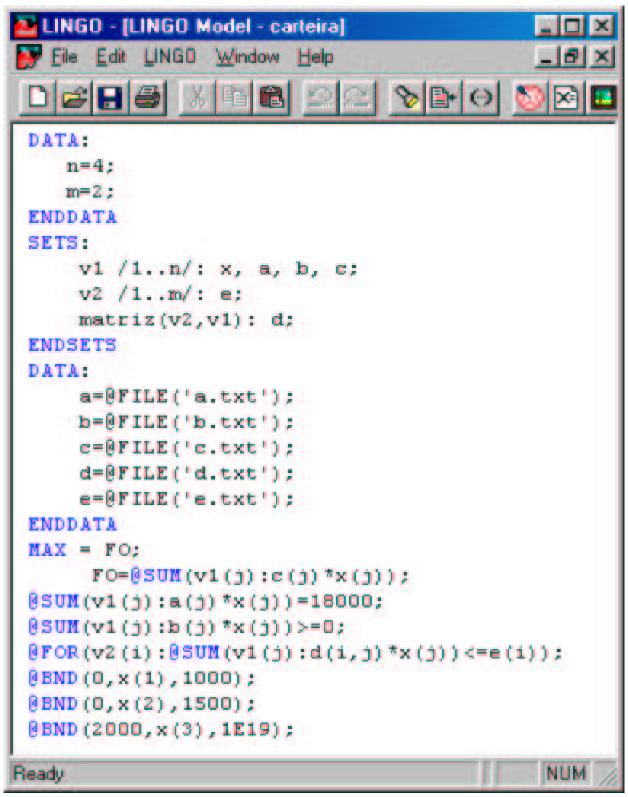


Figura 1.7: Modelo LINGO para o exemplo da seção 1.2.3

Para resolvê-lo, devemos proceder conforme foi explicado no exemplo da seção 1.2.1.

Neste exemplo mostraremos como fazer a análise de sensibilidade no LINGO. Inicialmente é necessário ativar esta opção. Para tanto, clique no menu *LINGO* e logo em seguida em *OPTIONS*. Vá até a aba *GENERAL SOLVER* e escolha a opção *PRICES & RANGES* no campo *DUAL COMPUTATIONS*. A figura 1.8 ilustra tal procedimento.

Após resolvido o modelo e ativada a opção *PRICES & RANGES* para o LINGO apresentar a análise de sensibilidade é necessário clicar no menu *LINGO* e em seguida em *RANGE* tendo como janela ativa a janela do modelo. A figura 1.9 apresenta a tela com o resultado da análise de sensibilidade deste exemplo.

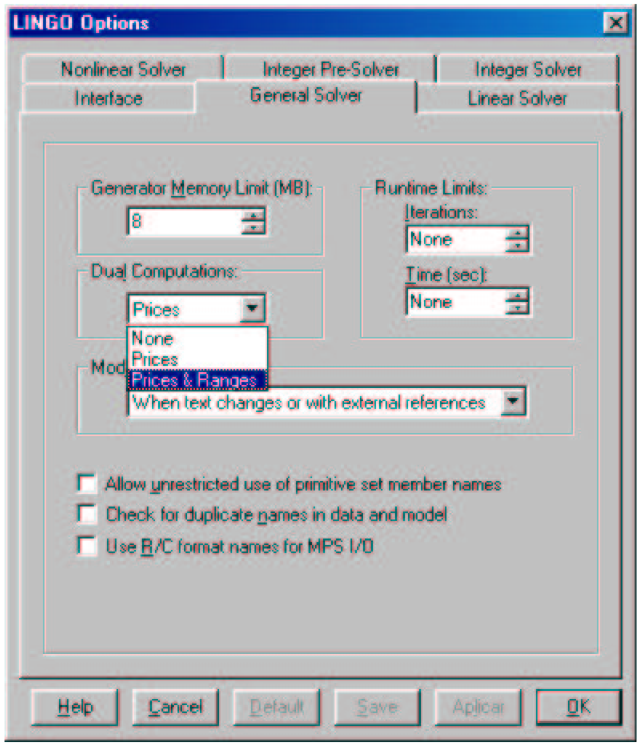
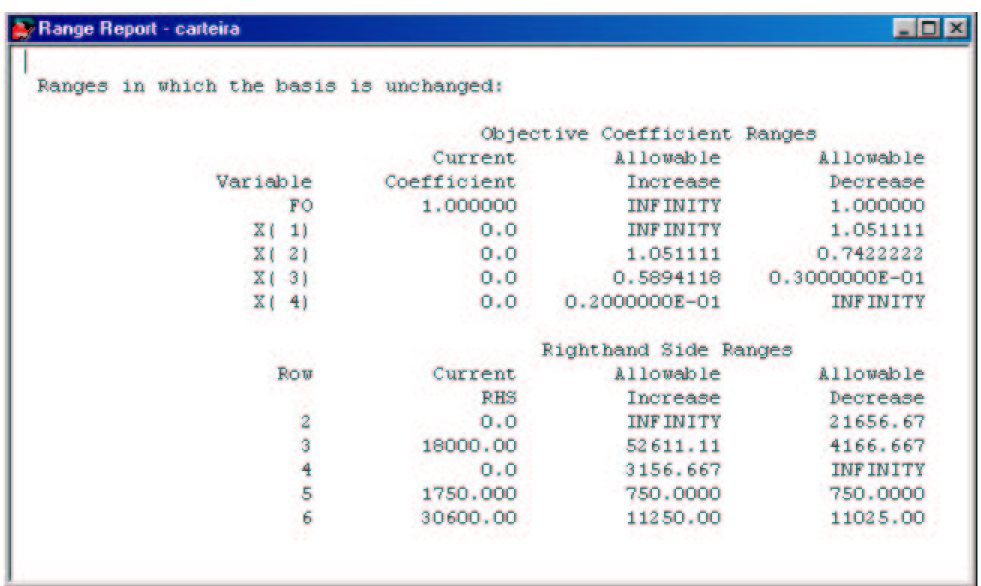


Figura 1.8: Janela de Opções de Configuração do LINGO


Range Report - carteira

Ranges in which the basis is unchanged:

Objective Coefficient Ranges

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
FO	1.000000	INFINITY	1.000000
X(1)	0.0	INFINITY	1.051111
X(2)	0.0	1.051111	0.7422222
X(3)	0.0	0.5894118	0.3000000E-01
X(4)	0.0	0.2000000E-01	INFINITY

Righthand Side Ranges

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
2	0.0	INFINITY	21656.67
3	18000.00	52611.11	4166.667
4	0.0	3156.667	INFINITY
5	1750.000	750.0000	750.0000
6	30600.00	11250.00	11025.00

Figura 1.9: Análise de Sensibilidade para o exemplo da seção 1.2.3

Referências sobre análise de sensibilidade são encontradas no capítulo referente ao estudo do software LINDO.

1.2.4 Problema da Mochila

Dado n objetos, cada qual com um peso w_i e importância p_i, alocá-los em uma mochila de capacidade b maximizando a importância dos objetos colocados. Assumi-se que há apenas uma unidade de cada objeto.

A modelagem deste PPL é apresentado a seguir:

Seja $x_i = \begin{cases} 1; & \text{se o objeto i é alocado na mochila,} \\ 0; & \text{caso contrário.} \end{cases}$

$$\boxed{\begin{array}{ll} \max & \sum_{i=1}^{n} p_i * x_i \\ \text{s.a} & \sum_{i=1}^{n} w_i * x_i \le b \\ & x_j \in \{0,1\} \; \forall \; i = 1, ..., n \end{array}}$$

Para este problema da mochila vamos considerar a seguinte tabela de dados:

Objeto(x_i)	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
Peso (w_i) **(em kg)**	2	3	4	5	1	5	4	2	3	7
Importância (p_i)	7	4	4	6	2	3	7	3	2	8

Objeto(x_i)	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Peso (w_i) **(em kg)**	3	4	8	9	2	4	5	5	6	9
Importância (p_i)	4	2	9	8	3	5	6	7	7	9

Objeto(x_i)	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Peso (w_i) **(em kg)**	1	2	5	4	3	7	9	2	4	3
Importância (p_i)	1	3	5	3	2	6	8	3	3	1

Objeto(x_i)	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Peso (w_i) **(em kg)**	9	8	7	6	5	4	3	2	1	5
Importância (p_i)	4	7	9	7	7	7	5	3	2	2

Objeto(x_i)	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Peso (w_i) **(em kg)**	2	3	4	5	1	5	4	2	3	7
Importância (p_i)	2	4	5	6	1	8	9	5	5	8

Capacidade da mochila (b) = 150 kg

A modelagem LINGO deste PPL é apresentado na figura 1.10. Aqui podemos observar que a única diferença é que os parâmetros usados nos SETS são lidos através de arquivos textos com base no comando @FILE('nome do arquivo') e as soluções são geradas em arquivo texto através do comando @TEXT('nome do arquivo'). Para ler os parâmetros m e n em um único arquivo, basta separá-los por til, no caso, 50∽150.

Notamos que este PPL seria de difícil modelagem usando a forma apresentada no exemplo da seção 1.2.1, daí a comodidade da utilização da seção SETS em problemas deste porte.

1.2.5 Problema da Fábrica de Brinquedos

A companhia Coelho S.A. fabrica motores para brinquedos e pequenos aparelhos. O departamento de marketing está prevendo vendas de 6100 unidades do motor Roncam no próximo semestre. Esta é uma nova demanda e a companhia terá que testar sua capacidade produtiva. O motor Roncam é montado a partir de três componentes: o corpo, a base e a blindagem. Alguns destes componentes podem ser comprados de outros fornecedores, se houver limitações da Coelho S.A. Os custos de produção e os custos de aquisição em R$/unidade estão resumidos na tabela a seguir.

Componente	Custo de Aquisição (em R$)	Custo de Produção (em R$)
Corpo	10	8
Base	20	20
Blindagem	16	10

A fábrica da Companhia Coelho S.A. tem três departamentos. O requisito de tempo em minutos que cada componente consome em cada departamento está resumido na tabela a seguir. O tempo disponível na companhia para cada componente está listado na última linha.

Componente	Tempo de Preparação (em minutos)	Tempo de molde (em minutos)	Tempo de fabricação (em minutos)
Corpo	2	4	2
Base	5	2	4
Blindagem	4	5	5
Disponibilidade	49200	49200	49200

O modelo de decisão do problema é dado abaixo, onde x_{ij} representa a quantidade de componentes i=(1=se o componente for o Corpo, 2=se o componente for a Base e 3=se o componente for a Blindagem) a serem utilizados no modo j = (A=se o componente for adquirido e F=Se o componente for fabricado).

$$
\begin{array}{lccccccccccccc}
\text{min} & 8x_{1F} & + & 20x_{2F} & + & 10x_{3F} & + & 10x_{1A} & + & 20x_{2A} & + & 16x_{3A} & & \\
\text{s.a} & 2x_{1F} & + & 5x_{2F} & + & 4x_{3F} & & & & & & & \leq & 49200 \\
 & 4x_{1F} & + & 2x_{2F} & + & 5x_{3F} & & & & & & & \leq & 49200 \\
 & 2x_{1F} & + & 4x_{2F} & + & 5x_{3F} & & & & & & & \leq & 49200 \\
 & x_{1F} & & & & & + & x_{1A} & & & & & \geq & 6100 \\
 & & & x_{2F} & & & & & + & x_{2A} & & & \geq & 6100 \\
 & & & & & x_{3F} & & & & & + & x_{3A} & \geq & 6100 \\
 & x_{1F} & , & x_{2F} & , & x_{3F} & , & x_{1A} & , & x_{2A} & , & x_{3A} & \geq & 0
\end{array}
$$

Outra forma de representar este modelo é apresentado abaixo:

$$
\begin{array}{ll}
\text{min} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j * x_j \\
\text{s.a} & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_{ij} * x_j \leq 49.200 \ \forall i = 1,2,3 \\
 & \displaystyle\sum_{j=1}^{n} d_{ij} * x_j \geq 6.100 \ \forall i = 1,2,3 \\
 & x_j \geq 0 \ , \ \forall j = 1,\ldots,6
\end{array}
$$

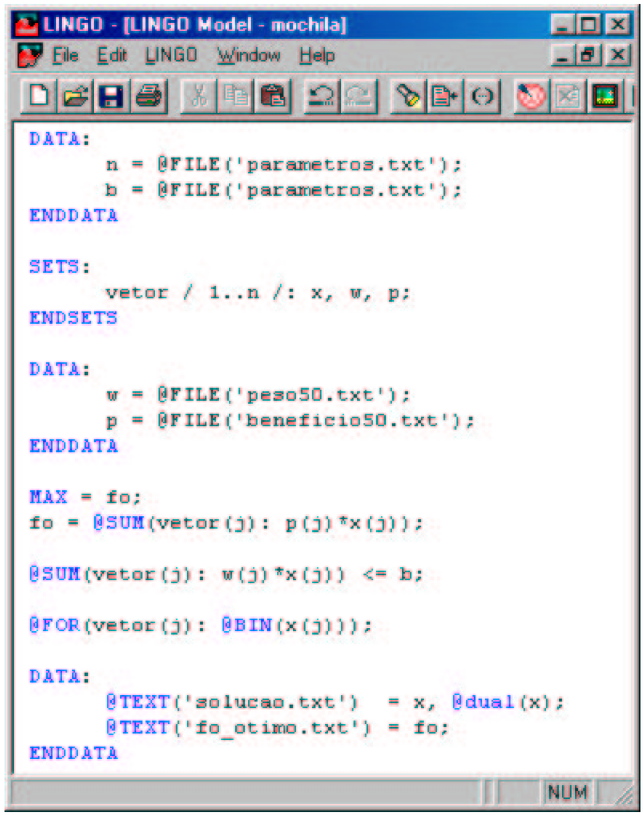
onde: n=6; c= $\begin{bmatrix} 8 \\ 20 \\ 10 \\ 10 \\ 20 \\ 16 \end{bmatrix}$; a= $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; d= $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e x= $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$.

Para efeito de cálculo, estamos adotando que x_{1F}=x_1, x_{2F}=x_2, x_{3F}=x_3, x_{1A}=x_4, x_{2A}=x_5 e x_{3A}=x_6.

O modelo LINGO para este PPL é apresentado na figura 1.11.

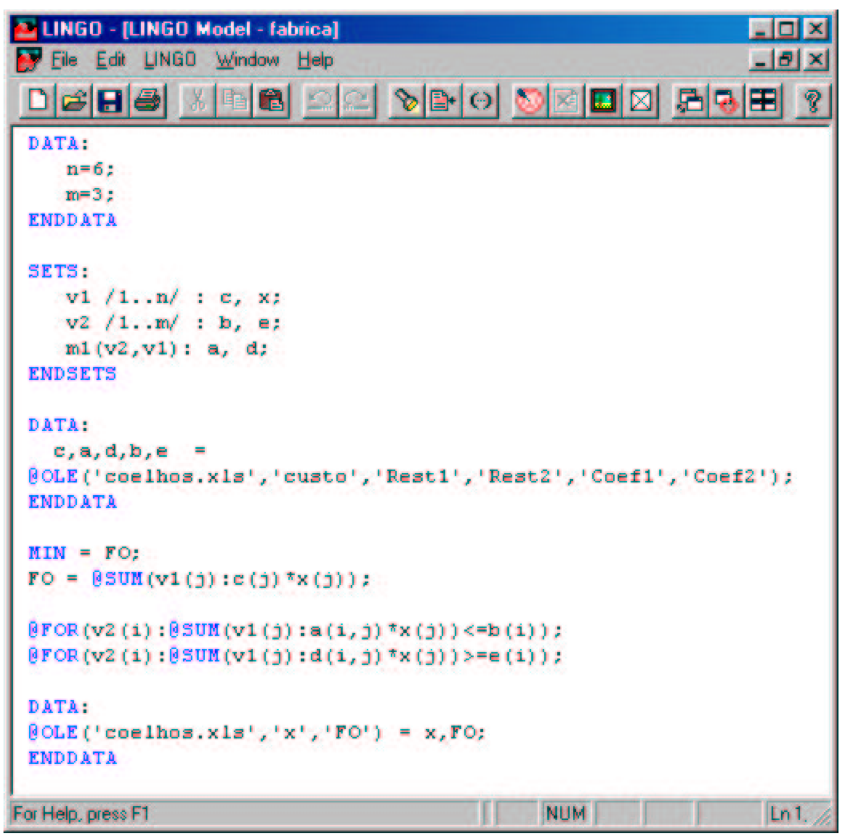
A diferença deste modelo para os outros está no fato de estarmos lendo as constantes da seção SETS através de uma planilha do Excel e depois exportando o resultado para a mesma, utilizando a seção DATA. Tanto a leitura quanto a exportação dos dados para a planilha é feita através do comando @OLE('nomearq.xls','nome do conjunto de células'). Para a utilização de uma planilha do Excel, devemos definir um nome para cada conjunto de células referenciadas no modelo. Considerando a planilha apresentada na figura 1.12, temos os seguintes conjuntos de células com seus respectivos nomes:

Conjunto de células	**Nome**
B3 a G3	custo
I5 a I7	Coef1
I8 a I10	Coef2
C16	FO
B5 a G7	Rest1
B8 a G10	Rest2
B14 a G14	x



```
DATA:
       n = @FILE('parametros.txt');
       b = @FILE('parametros.txt');
ENDDATA

SETS:
       vetor / 1..n /: x, w, p;
ENDSETS

DATA:
       w = @FILE('peso50.txt');
       p = @FILE('beneficio50.txt');
ENDDATA

MAX = fo;
fo = @SUM(vetor(j): p(j)*x(j));

@SUM(vetor(j): w(j)*x(j))  <= b;

@FOR(vetor(j): @BIN(x(j)));

DATA:
       @TEXT('solucao.txt')  = x, @dual(x);
       @TEXT('fo_otimo.txt') = fo;
ENDDATA
```

Figura 1.10: Modelo LINGO para o exemplo da seção 1.2.4



```
DATA:
   n=6;
   m=3;
ENDDATA

SETS:
   v1 /1..n/ : c, x;
   v2 /1..m/ : b, e;
   m1(v2,v1): a, d;
ENDSETS

DATA:
  c,a,d,b,e  =
@OLE('coelhos.xls','custo','Rest1','Rest2','Coef1','Coef2');
ENDDATA

MIN = FO;
FO = @SUM(v1(j):c(j)*x(j));

@FOR(v2(i):@SUM(v1(j):a(i,j)*x(j))<=b(i));
@FOR(v2(i):@SUM(v1(j):d(i,j)*x(j))>=e(i));

DATA:
@OLE('coelhos.xls','x','FO') = x,FO;
ENDDATA
```

Figura 1.11: Modelo LINGO para o exemplo da seção 1.2.5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Companhia Coelho S.A.								
2		**X1F**	**X2F**	**X3F**	**X1A**	**X2A**	**X3A**		
3	**Custo**	8	20	10	10	20	16		
4									
5	**Disponilidade de Tempo**	2	5	4	0	0	0	33750	49200
6		4	2	5	0	0	0	49200	49200
7		2	4	5	0	0	0	39850	49200
8	**Quantidade a ser Produzida**	1	0	0	1	0	0	6100	6100
9		0	1	0	0	1	0	6100	6100
10		0	0	1	0	0	1	6100	6100
11									
12	Quantidade a ser Produzida e/ou Adquirida e Custo Total								
13		**X1F**	**X2F**	**X3F**	**X1A**	**X2A**	**X3A**		
14		4675	0	6100	1425	6100	0		
15									
16		FO	R$				234.650,00		

Figura 1.12: Planilha do Excel usada no Exemplo seção 1.2.5

Bibliografia

[1] M. C .Goldbarg e H. P. L. Luna. *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2000.

[2] Helmut Kopka and Patrick W. Dale. *A Guide to LATEX*. Addison-Wesley, Harlow, England, 3rd edition, 1999.

[3] Gerson Lachtermacher. *Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2002.

[4] Lindo Systems Inc., Chicago. *LINGO: the modeling language and optmizer*, 2001.