



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO  
**PROGRAMA DE DISCIPLINA**

1

|  |                      |   |                              |                                      |  |
|--|----------------------|---|------------------------------|--------------------------------------|--|
| Disciplina<br><b>Otimização Combinatória</b>   |                      |   |                              | Código<br><b>CIC370</b>              |  |
| Departamento<br><b>Departamento de Computação</b>  |                      |   |                              | Unidade<br><b>ICEB</b>               |  |
| Carga Horária Semanal  | Teórica<br><b>04</b> | Prática<br><b>00</b>                      | Total<br><b>04</b>           |                                      |  |
| Pré-requisitos<br>1 Pesquisa Operacional I (CIC270)  |                      |   | Pré-requisitos<br>2          |                                      |  |
| 3  |                      |   | 4                            |                                      |  |
| Duração/Semana<br><b>15</b>  |                      |   | No. De Créditos<br><b>04</b> | Carga Horária Semestral<br><b>60</b> |  |
| Ementa<br>Modelos de programação linear inteira. Métodos de planos de corte. Método de enumeração Implícita. Método de separação e avaliação progressiva ( <i>branch and bound</i> ). Complexidade de algoritmos. Problemas e algoritmos clássicos de otimização combinatória. Aplicações. |                      |   |                              |                                      |  |
| Cursos para os quais é ministrada<br>1 Engenharia de Produção  |                      |   | Período<br><b>-</b>          | Natureza<br><b>Eletiva</b>           |  |
| 2 Ciência da Computação  |                      |   |                              | <b>Eletiva</b>                       |  |
| 3 Engenharia de Controle e Automação   |                      |   | <b>7</b>                     | <b>Obrigatório</b>                   |  |
| 4  |                      |   |                              |                                      |  |
| 5  |                      |   |                              |                                      |  |
| 6  |                      |   |                              |                                      |  |
| Aprovado pela Assembléia do DECOM<br>DATA:   |                      | Aprovado pelo Colegiado de curso<br>DATA: |                              | Resolução CEPE :<br>DATA:            |  |
| _____<br>Presidente da Assembléia  |                      | _____<br>Presidente do Colegiado          |                              | _____<br>Presidente do CEPE          |  |



### Objetivos:

Ao final do curso é esperado que o aluno:

- Saiba modelar problemas de programação linear inteira;
- Tenha conhecimento do princípio de funcionamento dos métodos de planos de corte, de enumeração implícita de Balas e de separação e avaliação progressivas (*branch and bound*), bem como de heurísticas clássicas;
- Conheça os principais problemas clássicos de otimização da classe NP-difícil e saiba reconhecer a dificuldade de resolvê-los na otimalidade;
- Tenha experiência com a utilização de pacotes de programação linear inteira;
- Tenha conhecimento dos métodos de solução dos principais problemas clássicos de programação linear inteira.

### Metodologia de Ensino:

Aulas teóricas. Aulas expositivas sobre o conteúdo e seminários apresentados pelos alunos. Cada seminário constará da apresentação de uma técnica de solução para uma aplicação específica de programação linear inteira.

Aulas práticas. Resolução de exercícios para assimilar os conceitos teóricos. Aulas de laboratório com forte ênfase no ensino de um pacote de otimização e seu interfaceamento com arquivos externos, planilhas e linguagens de programação.

### Recursos Utilizados:

Laboratório de computação, no qual estarão disponíveis pacotes de programação linear inteira, tais como LINGO, LINDO, XPRESS/MP, *Solver* do Excel, *What's Best*, AMPL/CPLEX em suas versões educacionais ou de estudante, bem como de uma linguagem de programação de alto nível.

### Procedimentos de Avaliação:

A nota N a ser dada para cada aluno ao final do curso será obtida com base na seguinte fórmula:

$$N = 0.5 \cdot (T1 + T2) / 2 + 0.4 \cdot (P1 + P2) / 2 + 0.1 \cdot I$$

Onde T1 e T2 são notas de avaliações teóricas, P1 e P2 são notas de avaliações práticas realizadas em laboratório e I é a nota de um trabalho de investigação bibliográfica sobre uma dada aplicação. Todas as notas valem 10.

O exame especial constará de uma prova teórica (T3) e uma prova prática (P3) relativa a toda a matéria do semestre letivo e a nota atribuída (NEx), a qual substitui a nota N do semestre, é calculada com base na seguinte fórmula:

$$NEx = 0.5 \cdot T3 + 0.5 \cdot P3$$



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO

3

**Programa Analítico das Aulas de Preleção**

| Unidades e Assuntos   | Nº de Aulas | Referências Bibliográficas | Nº de Aulas Acumulado |
|---|-------------|----------------------------|-----------------------|
| 1. Introdução à Programação Inteira<br>1.1 Características dos modelos lineares de Programação Inteira<br>1.2 Exemplos de modelos lineares de programação inteira   | 10          | 01, 02, 06, 10             | 10                    |
| 2. Métodos de planos de corte   | 04          | 02, 03, 05, 08             | 14                    |
| 3. Método de enumeração implícita de Balas<br>3.1 Descrição<br>3.2 Esquema de enumeração<br>3.3 Procedimento de Balas<br>3.4 Convergência   | 04          | 01, 02, 05, 06             | 18                    |
| 4 Métodos de separação e avaliação progressivas ( <i>branch and bound</i> )<br>4.1 Descrição<br>4.2 Exemplos<br>4.3 Estratégias de desenvolvimento da árvore de enumeração: busca em profundidade, busca em largura, variantes híbridas.<br>4.4 Métodos de escolha da variável de separação.          | 06          | 01, 02, 10                 | 24                    |
| 5. Introdução à análise de complexidade de algoritmos<br>5.1 Introdução<br>5.2 Medidas de complexidade<br>5.3 Complexidade de pior caso<br>5.4 Algoritmos de complexidade polinomial e exponencial<br>5.5 Problemas P e NP-completos  | 04          | 09, 07                     | 28                    |
| 6. O problema da mochila<br>6.1 O problema da mochila 0-1<br>6.2 O problema da mochila múltipla 0-1<br>6.3 O problema da mochila inteira<br>6.4 Outras variantes do problema da mochila<br>6.5 Algoritmos de solução<br>6.5.1 Abordagem exata<br>6.5.2 Abordagem heurística<br>6.6 Aplicações típicas | 06          | 01, 02, 05, 06             | 34                    |



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO

4

**Programa Analítico das Aulas de Preleção**

| Unidades e Assuntos  | Nº de Aulas | Referências Bibliográficas | Nº de Aulas Acumulado |
|--|-------------|----------------------------|-----------------------|
| 7. Problema do Caixeiro Viajante<br>7.1 Descrição<br>7.2 Formulação matemática<br>7.3 Algoritmos de redução<br>7.4 Algoritmos de solução:<br>7.4.1 Abordagem exata<br>7.4.2 Abordagem heurística<br>7.5 Extensões do Problema do Caixeiro Viajante<br>7.5 Aplicações típicas   | 08          | 01, 05, 08                 | 42                    |
| 8. Problemas do recobrimento e particionamento<br>8.1 Descrição<br>8.2 Formulação matemática<br>8.3 Algoritmos de redução<br>8.4 Algoritmos de solução:<br>8.4.1 Abordagem exata<br>8.4.2 Abordagem heurística<br>8.6 Aplicações típicas   | 06          | 01, 04, 05                 | 48                    |
| 9. Problemas de seqüenciamento ( <i>scheduling</i> )<br>9.1 Definições<br>9.2 seqüenciamento em uma máquina<br>9.3 O problema <i>flowshop</i><br>9.3.1 Caracterização do problema<br>9.3.2 Algoritmos de solução<br>9.3.3 Aplicações típicas<br>9.4 O problema <i>jobshop</i><br>9.4.1 Caracterização do problema<br>9.4.2 Algoritmos de solução<br>9.4.3 Aplicações típicas | 12          | 10, 05, 06                 | 60                    |



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO

5

**BIBLIOGRAFIA**

| Nº DA REFERÊNCIA                            | TÍTULO DA OBRA   | AUTOR  |
|---|--|--|
| 01  | Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos. Editora Campus, 2ª edição, Rio de Janeiro, 2005.                       | Goldbarg, M.C. e Luna, H.P.L.  |
| 02  | Integer and Combinatorial Optimization. Ed. John Wiley & Sons, New York, 1988.   | Nemhauser, G.L. & Wolsey, L.A.   |
| 03  | Integer Programming and Network Flows. Ed. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1970.                                | Hu, T.C.   |
| 04  | Integer Programming. Ed. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1975.  | Salkin, H.M.   |
| 05  | Discrete Optimization Algorithms with Pascal Programs. Ed. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1983                          | Syslo, M.M., Deo, N. & Kowalik, J.S.                                     |
| 06  | Principles of Operations Research with applications to managerial decisions. Ed. Prentice-Hall, 2ª ed., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975 | Wagner, H.M.   |
| 07  | Network Flows: Theory, Algorithms and Applications. Ed. Prentice-Hall, 1993.   | Ahuja, R.K., Magnanti, T.L. & Orlin, J.B.                                |
| 08  | Pesquisa Operacional. Editora Pearson Prentice-Hall, 8ª edição, São Paulo, 2008  | Hamdy A. Taha  |
| 09  | Combinatorial optimization: Algorithms and Complexity. Dover Publications, Inc. Mineola, New York, 1982.                                   | Christos H. Papadimitriou & Kenneth Steiglitz                            |
| 10  | Pesquisa Operacional. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2007.  | Marcos Arenales, Vinícius Armentano, Reinaldo Morabito, Horácio Yanassi, |
| Aprovado pela Assembléia do DECOM<br>DATA : |  | Aprovado pelo Colegiado de curso<br>DATA :                               |
| _____<br>Presidente da Assembléia           |  | _____<br>Presidente do Colegiado   |