2^a Lista de Exercícios de Métodos Numéricos e Estatísticos

Obs.: Entregar dia 18/12/2003.

(1) Em muitas circunstâncias, isoladores tubulares são utilizados para a condução de potenciais elevados. Tem-se para a seção transversal a seguinte expressão:

$$Q = \pi q^2 \frac{x^2 - 1}{(\ln x)^2}$$

onde Q é a razão da voltagem na linha para a máxima tensão admissível e é considerada como constante. Por sua vez, x é a razão entre o diâmetro externo $2R$ e o diâmetro interno $2r$. Utilizando o Método de Newton, determine com erro $\varepsilon < 10^{-4}$ em um máximo de 50 iterações, o valor de x que faz com que Q seja mínima. Mostre como isolar a raiz, as condições para aplicabilidade do Método de Newton, a escolha do ponto inicial, bem como as iterações do método.

(2) O pH de soluções diluídas de um ácido fraco é a raiz positiva da equação $[H_3O^+]^3 + K_a[H_3O^+]^2 - (K_aC_a + K_w)[H_3O^+] - K_wK_a = 0$, sendo pH $= -log_{10}[H_3O^+]$, K_a a constante de dissociação do ácido, C_a a concentração do ácido e K_w o produto iônico da água. Calcular o pH de uma solução de ácido bórico a 25^0C, sabendo que $K_a = 6.5 \times 10^{-10}$M, $C_a = 2.0 \times 10^{-5}$M e $K_w = 1.0 \times 10^{-14}$M. Utilize qualquer método numérico de solução, exceto o Método de Newton. Mostre todos os passos do método escolhido.

(3) A tabela a seguir relaciona o calor específico da água com a temperatura

T (^{0}C)	200	220	240	260	280
c_p (Kcal/Kg^{0}C)	1.075	1.102	1.136	1.183	1.250

Pede-se:

(a) Determine a capacidade calorífica c_p da água à temperatura $T = 230^0$C por meio de interpolação cúbica;

(b) Estime o erro cometido no item anterior.

(4) Determinar o ponto de equivalência da titulação de 100 ml de HCl 0,1 N por NaOH 0,1 N, cujo resultado é apresentado na tabela abaixo:

Vol (ml)	50.0	80.0	98.0	99.8	100.2	102.0	120.0	150.0
pH	1.48	1.95	3.00	4.00	10.00	11.00	11.96	12.30

Sugestão: O ponto de equivalência de uma curva de titulação ácido-base é o ponto de inflexão da curva de titulação Vol $\times$ pH. Consequentemente, a região em torno da inflexão pode ser aproximada por um polinômio interpolador $P_n(x)$. Utilize o polinômio interpolador de Newton de grau 3 para determinar o ponto de inflexão da curva. Lembre-se que os 4 pontos necessários podem ser escolhidos a partir da tabela de diferenças divididas tendo em vista que $f^{(n)}(x_i) \approx \Delta^n f(x_{i-1})$.

(5) A interpolação inversa consiste em aproximar a função inversa $f^{-1}(x)$ por um polinômio interpolador, tomando $f(x)$ como abscissa e x como ordenada. Utilizando interpolação inversa quadrática, calcular uma aproximação da raiz de $f(x) = 2x^3 - \cos(x+1) - 3 = 0$, pertencente ao intervalo $[-1, 2]$, com erro $\varepsilon < 0.01$.
Observação: A raiz ξ de $f(x) = 0$ é tal que $f^{-1}(0) = \xi$. Assim, interpole iterativamente até atingir a precisão requerida, escolhendo a cada iteração os três melhores pontos e, portanto, descartando um dos pontos a cada iteração. Esta metodologia baseada em interpolação inversa quadrática é a base do eficiente Método de Van Winjngaarden-Dekker-Brent para determinação de raiz de equações.

(6) Determinar, pela Regra dos Trapézios, com precisão $\varepsilon < 10^{-3}$, o valor da integral $\int_0^\pi \sqrt{1 + \cos x}\, dx$. Para determinar o maior valor que a derivada segunda da função a integrar assume no intervalo $[0, \pi]$ esboce seu gráfico usando o Scilab.

(7) Determinar, pela 1^a Regra de Simpson, com precisão $\varepsilon < 10^{-3}$, o valor da integral de Fresnet $C(x) = \int_0^x \cos t^2\, dt$ para $x = 1$. Para determinar o maior valor que a derivada quarta da função a integrar assume no intervalo $[0, 1]$ esboce seu gráfico usando o Scilab.