

HEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO E ESTOQUE

André Luís Shiguemoto

Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação
Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 6101, Campinas – SP, CEP 13083-970
E-mail: andrels@denis.fee.unicamp.br

Vinícius Amaral Armentano

Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação
Universidade Estadual de Campinas
Caixa Postal 6101, Campinas – SP, CEP 13083-970
E-mail: vinicius@denis.fee.unicamp.br

Resumo

Este trabalho aborda um problema integrado de componentes distintas da gestão logística de uma cadeia de suprimentos, isto é, controle de estoques e transporte. O problema envolve um conjunto de produtos que devem ser enviados de um fornecedor para vários clientes ao longo de períodos de um horizonte de tempo finito. As demandas dos clientes em cada período são conhecidas e o fornecedor possui uma frota de veículos homogênea para distribuição dos produtos. Cada cliente determina um estoque mínimo e máximo de cada produto, e deve que ser visitado antes que seu estoque atinja o valor mínimo. A quantidade de cada produto entregue ao cliente é tal que seu estoque máximo é atingido. As decisões a serem tomadas envolvem a determinação dos períodos de visita aos clientes e as rotas dos veículos em cada período, de forma a minimizar os custos de estoque no fornecedor e nos clientes, e os custos de distribuição. Uma heurística é desenvolvida para este problema e soluções são comparadas para objetivos distintos em instâncias de médio porte.

Palavras Chaves: Controle de Estoque, Logística, Roteirização e Estoque.

Abstract

This paper addresses an integration of distinct components in the logistic management of a supply chain, namely, inventory control and transportation. The problem involves a set of products which should be shipped from a supplier to clients in periods of a finite time horizon. The clients demands in every period are known and the supplier has an homogeneous fleet of vehicles for distributing the products. Each client has its own minimum and maximum inventory levels, and each one should be visited before the inventory reaches the minimum level. The amount of each product delivered to the every client is such that its maximum inventory is reached. The problem is to determine the periods each client should be visited and the routes in each period, in order to minimize the supplier and clients inventory costs and transportation costs. A heuristic is developed and solutions are compared for distinct objectives on a set of instances of medium size

Keywords: Inventory Control, Logistics, Inventory Routing.

1. Introdução

Uma cadeia de suprimentos (*supply chain*) representa todos os estágios que agregam valor ao produto, desde a compra de matéria-prima até a logística de entrega dos itens, passando pela produção, embalagem, transporte e armazenamento. A interligação da cadeia de suprimentos depende de um bom planejamento logístico do fluxo de material nas empresas e entre as mesmas. A Associação Brasileira de Movimentação e Logística (ABML) estima que o custo logístico pode ser equivalente a

19% do faturamento de uma empresa, e, portanto, a logística é uma área de estudo promissora para se obter economia significativa de custos.

Recentemente, alguns trabalhos de pesquisa operacional vêm sendo desenvolvidos com o objetivo de levar a um processo de tomada de decisões integrada. Em (Vidal e Goetschalckx, 1997) encontra-se uma revisão sobre modelos direcionados ao planejamento estratégico integrado da produção e distribuição. Thomas e Griffin (1996) focam suas revisões no planejamento tático da produção integrada, embora também discutam aplicações direcionadas ao planejamento estratégico. Neste trabalho são distinguidas três categorias de integração: planejamento de compra de insumos e da produção, planejamento da produção e distribuição, e estoque e planejamento da distribuição. Sarmiento e Nagi (1999) fazem uma revisão de trabalhos nas duas últimas categorias, com consideração explícita do sistema de transporte.

Nesse trabalho, é apresentada uma heurística para um problema de roteirização e estoque que se enquadra na terceira categoria. Toth e Vigo (2002) apresentam revisões de diversos pesquisadores em algoritmos e aplicações de problemas de roteirização de veículos, e estoque e roteirização. Campbell et al. (1998) apresentam uma revisão de problemas de roteirização e estoque e Kleywegt et al. (2002) apresentam uma classificação para estes problemas.

Considere uma rede logística onde um único fornecedor 0, armazena um conjunto de produtos $p \in P$, que são transportados através de uma frota homogênea de veículos $k \in K$ de capacidade C , para um conjunto de clientes $i \in M$ ao longo do horizonte de planejamento $t \in T = \{1, 2, \dots, H\}$. Em cada período t , a demanda r_{ipt} do produto p no cliente i , e a quantidade r_{0pt} do produto p recebida pelo fornecedor são conhecidas. O custo de transporte de i para j é representado por c_{ij} , com $i, j \in M' = M \cup \{0\}$, e o custo unitário de estoque no cliente e no fornecedor são denotados por h_{ipt} e h_{0pt} , respectivamente, tal que $t \in T' = T \cup \{H + 1\}$. Para cada cliente i é definido o nível mínimo L_{ip} e máximo U_{ip} de estoque de cada produto p . Sejam I_{ipt} e B_{pt} , as variáveis de estoque do produto p no cliente i e período t , e do produto p no fornecedor no período t , respectivamente.

Para todos os produtos, é adotada uma política de reposição de estoque em que a quantidade x_{ipt} do produto p entregue ao cliente i no período t , deve ser tal que o nível máximo de estoque do cliente seja atingido (*order up to level policy*). Em outras palavras, se o nível de estoque do produto p no cliente i no período t é definido por I_{ipt} , então $x_{ipt} = U_{ip} - I_{ipt}$.

O problema consiste em determinar para cada cliente $i \in M$, um conjunto D_i de períodos em que o cliente i é visitado, e para cada período $t \in T$, o conjunto R_{kt} de rotas que percorrem os clientes a serem visitados no período t , de forma a minimizar os custos de estoque no fornecedor e clientes, e custos de transporte ao longo do horizonte T , sujeito às seguintes restrições.

Balanço de estoque no cliente

$$I_{ip,t+1} = I_{ipt} + x_{ipt} - r_{ipt}, \quad r_{ip0} = x_{ip0} = 0, \quad \forall t \in T', \forall i \in M$$

Restrições de estoque no cliente

$$I_{ipt} \geq L_{ip}, \quad \forall t \in T', \forall i \in M$$

$$I_{ipt} \leq U_{ip}, \quad \forall t \in T', \forall i \in M$$

Balanço de estoque no fornecedor

$$B_{p,t+1} = B_{pt} + r_{0pt} - \sum_{i \in M} x_{ipt}, \quad r_{0p0} = x_{ip0} = 0, \quad \forall t \in T'$$

Restrições de estoque no fornecedor

$$\sum_{i \in M} \sum_{p \in P} x_{ipt} \leq B_{pt}, \quad \forall t \in T$$

Capacidade dos veículos

$$\sum_{i \in M} \sum_{p \in P} x_{iptk} \leq C, \quad \forall t \in T, \forall k \in K$$

Restrições de não negatividade

$$\begin{aligned} I_{ipt}, B_{pt} &\geq 0 && \forall p \in P, t \in T \\ x_{ipt} &\geq 0 && \forall p \in P, t \in T \end{aligned}$$

2. Descrição da Heurística

Uma heurística, denotada HRE, é proposta para a resolução do problema de roteirização e estoque. A heurística, apresentada na Figura 1, é uma extensão daquela proposta por Bertazzi et al. (2002) para o caso de um único veículo e um único produto, e contém duas fases. A primeira é uma fase construtiva, onde uma solução inicial é construída iterativamente (linhas 1 a 7). Inicialmente, o vetor “*ordem*”, recebe o conjunto de clientes ordenados. A seguir, para cada cliente i , é determinado o conjunto D_i que contém os períodos de visita ao cliente i , e por fim o cliente i é inserido em uma rota nestes períodos. A segunda fase (linhas 10 a 24) consiste de uma busca local por melhores soluções. A cada iteração, são retirados, temporariamente, dois clientes da solução. Recalculam-se os novos períodos de entrega destes clientes e a seguir estes são inseridos em uma rota destes novos períodos. Esse processo é repetido até que todos os clientes tenham sido retirados e inseridos em rotas, gerando uma nova solução. Esta fase é repetida até que a função objetivo não seja mais melhorada.

0	Heurística HRE()
1	<i>ordem</i> := Ordene o conjunto de M clientes
2	Para $i = 1$ até $ ordem $ faça
3	Det_períodos_de_entrega (<i>ordem</i> [i])
4	Para cada período $t \in D_{ordem[i]}$ faça
5	Inserir_cliente(<i>ordem</i> [i])
6	Fim Para
7	Fim Para
8	$Fo :=$ custo de estoque dos clientes + custo de estoque do fornecedor + custo de transporte
9	$\overline{Fo} := +\infty$
10	Enquanto $Fo \leq \overline{Fo}$ faça
11	Para $s = 1$ até $ ordem $ faça
12	Para $i = ordem $ até 1 e $i \neq s$ faça
13	Remove_cliente(<i>ordem</i> [i]); Remove_cliente(<i>ordem</i> [s])
14	Det_períodos_de_entrega (<i>ordem</i> [i])
15	Inserir_cliente(<i>ordem</i> [i])
16	Det_períodos_de_entrega (<i>ordem</i> [s])
17	Inserir_cliente(<i>ordem</i> [s])
18	Fim Para
19	Fim Para
20	$\overline{Fo} :=$ custo de estoque dos clientes + custo de estoque do fornecedor + custo de transporte
21	Se $\overline{Fo} < Fo$ então
22	$Fo := \overline{Fo}$
23	Fim Se
24	Fim Enquanto

Figura 1 – Heurística HRE.

2.1. Ordenando os clientes

No primeiro passo da heurística, o conjunto de clientes M é ordenado em ordem não decrescente de acordo com a taxa de consumo Tx_{ip} de cada cliente-produto do estoque $U_{ip} - L_{ip}$ definida por

$$Tx_{ip} = \frac{(U_{ip} - L_{ip})}{\frac{1}{H} \sum_{t \in T} r_{ipt}}$$

Desta forma, a fase construtiva privilegia os produtos dos clientes com maior urgência na reposição de estoque. Quando houver produtos com taxas iguais, a classificação é feita em ordem não crescente de $U_{ip} - L_{ip}$.

2.2. Determinando os períodos de entrega

Para determinar os períodos de entrega de cada produto p do cliente i , constrói-se uma rede acíclica $G_{ip}(V_{ip}, A_{ip}, Q_{ip}, P_{ip})$, ilustrada na Figura 2, tal que um elemento do conjunto V_{ip} é um nó correspondente a um período entre 0 e $H + 1$. Os demais conjuntos são definidos a seguir.

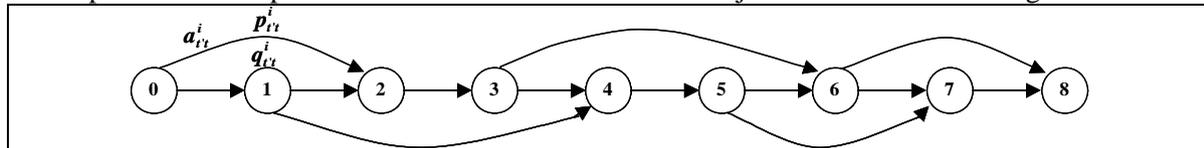


Figura 2 – Rede acíclica do cliente i .

Conjunto A_{ip}

Um elemento $a_{pt't}$ do conjunto A_{ip} é um arco que existe somente se o nível de estoque não cai abaixo do nível mínimo quando o cliente i não é visitado entre os períodos t' e $t - 1$. Portanto, o arco

$a_{pt't}$, $1 \leq t' < t \leq H + 1$ existe somente se $\sum_{j=t'+1}^t r_{ip,j-1} \leq U_{ip} - L_{ip}$.

Conjunto Q_{ip}

Um elemento $q_{pt't}$ do conjunto Q_{ip} , associado ao arco $a_{pt't}$, representa a quantidade do produto p a ser entregue ao cliente i no período t . Devido à política de reposição de estoque adotada, a quantidade de produtos a ser entregue ao cliente i , deve ser tal que o limite máximo de estoque seja atingido. Assim, $q_{pt't} = \sum_{j=t'+1}^t r_{ip,j-1}$ para cada arco $a_{pt't}$, $1 \leq t' < t \leq H$. Particularmente, para os arcos

a_{p0t} , $1 \leq t \leq H$, $q_{p0t} = U_{ip} - L_{ipt} + \sum_{j=1}^t r_{ip,j-1}$ e para $0 \leq t' \leq H$, $q_{pt',H+1} = 0$ dado que não existem entregas em $H + 1$.

Conjunto P_{ip}

Um elemento $p_{pt't}$ do conjunto P_{ip} , que corresponde ao peso do arco $a_{pt't}$, é utilizado para determinar o caminho de custo mínimo entre 0 e $H + 1$ na rede. Este peso representa a estimativa da variação do custo total, ao se incluir na solução corrente a entrega de um produto p ao cliente i no período t . Para cada arco $a_{pt't}$ o peso $p_{pt't}$ é calculado a partir da solução parcial gerada pelo algoritmo, baseando-se em três componentes: na rota percorrida pelo veículo no período $t \in T$, no nível de estoque do fornecedor, e nos níveis de estoque dos clientes no período $t \in T$.

A primeira componente, \tilde{c}_t^i é a estimativa da variação do custo de transporte se o cliente i for visitado no período t . Essa estimativa é dada por $2c_{0i}$ no caso de não existir clientes visitados no período t . No caso de existir entregas no período, a estimativa é dada pelo custo de inserir o cliente i entre dois clientes da rota R_{kt} . Para isso, é utilizado a regra da inserção mais barata, onde é calculado o custo gerado se o cliente i for inserido entre o nó $i^* \in R_{kt}$ e seu sucessor $su(i^*) \in R_{kt}$ tal que: $i^* = \arg \min_{i^* \in R_{kt}} \{c_{i^*,i} + c_{i^*,su(i^*)} - c_{i^*,su(i^*)}\}$. Se a restrição de capacidade do veículo for violada no período t , define-se $\tilde{c}_t^i = +\infty$.

A segunda componente \tilde{B}_{pt}^i é a estimativa da variação do custo de estoque do fornecedor. Essa variação é calculada a partir da quantidade q_{pt}^i de produtos entregue ao cliente i no período t . Deste modo, o nível de estoque do fornecedor decresce em q_{pt}^i para os períodos entre $t+1$ e $H+1$. Conseqüentemente, a variação do custo de estoque é $\tilde{B}_{pt}^i = -h_{0p}(H+1-t)q_{pt}^i$ e no caso da restrição de estoque do fornecedor ser violada, $\tilde{B}_{pt}^i = +\infty$.

Por fim, a terceira componente \tilde{I}_{pt}^i é a estimativa da variação dos custos de estoque dos clientes. Nessa estimativa considera-se que se o cliente i for visitado, o nível máximo de estoque U_{ip} é atingido e a partir daí o estoque decresce a uma taxa r_{ipt} durante os períodos do horizonte de planejamento. Desta forma, a estimativa da variação do custo de estoque do cliente i é dada por

$$\tilde{I}_{pt}^i = h_{ip} \sum_{j=t+1}^t (U_{ip} - \sum_{l=t+1}^j r_{ipl-1}).$$

Em particular, se a entrega do período t for a primeira entrega de i durante o horizonte de planejamento, então $\tilde{I}_{pt}^i = h_{ip} \sum_{j=1}^t (I_{ip0} - \sum_{l=1}^j r_{ipl-1})$.

Desta forma, o peso p_{pt}^i associado ao arco a_{pt}^i é dado por

$$p_{pt}^i = \tilde{c}_t^i + \tilde{B}_{pt}^i + \tilde{I}_{pt}^i.$$

Uma vez calculados os valores de p_{pt}^i para cada arco $a_{pt}^i \in A_{ip}$, o procedimento determina o caminho de custo mínimo entre os nós 0 e $H+1$, utilizando o algoritmo de Dijkstra (1959), obtendo assim o conjunto de períodos de entrega do cliente i , que minimiza os custos de estoque no fornecedor e clientes, e custos de transporte ao longo do horizonte de planejamento.

2.3. Inserindo clientes

Determinados os períodos de entrega de cada produto p do cliente i , o próximo passo da heurística é inserir o cliente i na rota R_{kt} $t \in D_i$ e atualizar as variáveis de custo de estoque e transporte.

Para todos os veículos k do período t , é verificado qual o menor custo de inserção. A inserção do cliente na rota, implica no aumento q_{pt}^i da quantidade total de produtos transportados pelo veículo k no período t , e na variação do custo de transporte em $2c_{0i}$ se a rota R_{kt} estiver vazia antes da inserção do cliente i , ou $c_{i^*,i} + c_{i^*,su(i^*)} - c_{i^*,su(i^*)}$ caso contrário.

O custo de estoque do fornecedor diminui devido à redução do estoque, $B_{p,j+1} = B_{p,j} - q_{pt}^i, j = t, \dots, H$, e o custo de estoque no cliente aumenta devido ao acréscimo do nível de estoque, $I_{ip,j+1} = I_{ip,j} + q_{pt}^i - r_{ipt}, j = t, \dots, H$.

2.4. Removendo clientes

No início da segunda fase, é determinada a remoção do primeiro e do último cliente inserido na solução construída. O procedimento retira o cliente de todas as rotas a que ele pertence. Deste modo, novamente as variáveis de custo de estoque e de transporte são alteradas.

Seja $pr(i)$ o cliente predecessor ao cliente i na rota R_{kt} , para $t \in D_i$ é verificado qual o menor custo de remoção. A remoção do cliente na rota, implica no decréscimo q_{prt}^i da quantidade total de produtos transportados pelo veículo k no período t , e na variação do custo de transporte em $-2c_{0i}$ se o cliente i for o único cliente da rota R_{kt} , ou $-c_{pr(i),i} - c_{i,su(i)} + c_{pr(i),su(i)}$ caso contrário.

O custo de estoque do fornecedor aumenta devido ao acréscimo do estoque, $B_{p,j+1} = B_{p,j} + q_{prt}^i, j = t, \dots, H$, e o custo de estoque no cliente diminui devido a redução do nível de estoque, $I_{ip,j+1} = I_{ip,j} - q_{prt}^i - r_{ipt}, j = t, \dots, H$.

3. Exemplo

O exemplo abaixo ilustra o funcionamento da heurística HRE para o problema de roteirização e estoque. O exemplo não é baseado em dados reais e sim em dados hipotéticos, que busca representar um caso real. Considere um fornecedor de refrigerantes que adquire os produtos de um fabricante e os distribui aos seus clientes. Além do transporte dos produtos, o fornecedor controla os níveis de estoque de seus clientes. O transporte dos produtos é realizado através de frota de veículos homogênea de capacidade C , a partir do fornecedor para um conjunto de 4 clientes, durante um período de 7 dias. As demais características do problema são apresentadas nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1 – Dados dos clientes.

Clientes	1					2					3					4				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
Produtos																				
Demanda	26	10	70	52	0	13	65	34	0	0	17	54	34	0	0	67	36	21	50	72
Estoque mínimo	56	132	134	118	0	102	108	80	0	0	109	69	66	0	0	132	76	107	125	83
Estoque máximo	212	182	484	430	0	141	758	590	0	0	279	609	270	0	0	333	436	317	225	803
Estoque inicial	186	172	414	378	0	128	693	556	0	0	262	555	236	0	0	266	400	296	175	731
Custo unitário	0,6	0,5	0,2	0,6	0	0,6	0,1	0,3	0	0	0,3	0,3	0,6	0	0	0,3	0,1	0,2	0,1	0,2
Coord. (x, y).	25-400					314-300					50-151					310-475				

Tabela 2 – Dados do fornecedor.

Fornecedor					
Custo unitário de estoque	0.3				
Quantidade de produtos recebidos	500				
Coordenadas (x, y)	0-0				
Número de veículos	2				
Capacidade dos veículos	400				
Produtos	1	2	3	4	5
Estoque Inicial	123	165	159	102	72

3.1 Ordenando os clientes de acordo com a taxa de cada produto

O primeiro passo da heurística é ordenar os produtos de acordo com as taxa Tx_{ip} . Como exemplos de cálculos,

$$Tx_{11} = (212 - 56) / ((1/7) * 182) = 6$$

$$Tx_{43} = (317 - 107) / ((1/7) * 147) = 10$$

Uma vez calculados as taxas de cada produto, na Tabela 3, é apresentado o vetor “ordem”, com a ordem de entrega dos produtos.

Tabela 3 – Vetor “ordem”.

Cliente	4	4	2	1	1	1	3	1	4	2	3	4	4	3	2
Produto	4	1	1	3	2	4	3	1	5	2	2	2	3	1	3

3.2 Determinando os períodos de entrega para o produto 4 do cliente 4.

Tendo uma nova seqüência de clientes determinada no passo anterior, são apresentados alguns passos realizados para verificar a existência dos arcos $a_{pt'}^i$. Por exemplo, para o cliente 4

$$a_{401}^4 \text{ existe se } \sum_{j=t'+1}^t r_{44j-1} \leq I_{440} - L_{44} \Rightarrow 50 \leq 175 - 125 \Rightarrow 50 \leq 50, \text{ e}$$

$$a_{478}^4 \text{ existe se } \sum_{j=t'+1}^t r_{44j-1} \leq U_{44} - L_{44} \Rightarrow 400 \leq 225 - 125 \Rightarrow 400 > 50$$

Determinados os arcos $a_{4t'}^4$ do cliente, o próximo passo é calcular os pesos $q_{4t'}^4$ e $p_{4t'}^4$ de cada arco $a_{4t'}^4$.

Calculando os pesos $q_{t't}^i$ e $p_{t't}^i$ dos arcos $a_{t't}^i$ existentes:

Como citado anteriormente, para cada arco $a_{pt'}^i$ existem dois pesos $q_{pt'}^i$ e $p_{pt'}^i$. A Figura 3, apresenta os cálculos realizados para determinar os pesos q_{401}^4 , q_{478}^4 , p_{401}^4 e p_{478}^4 referente aos arcos a_{401}^4 e a_{478}^4 .

$$a_{401}^4 \quad q_{401}^4 = 225 - 175 + \sum_{j=1}^1 r_{2j-1} \Rightarrow 100$$

$$p_{401}^4 = \tilde{c}_1^4 + \tilde{B}_{401}^4 + \tilde{I}_{401}^4$$

$$\tilde{c}_1^4 = 2c_{04} \Rightarrow 1134$$

$$\tilde{B}_{401}^4 = -0.3(7 + 1 - 1) * 100 \Rightarrow -210$$

$$\tilde{I}_{401}^4 = 0,1 * \sum_{j=1}^1 (I_{40} - \sum_{l=1}^j r_{44l-1}) \Rightarrow 0,1 * (175 - 50) \Rightarrow 12,5$$

$$p_{401}^4 = 1134 - 210 + 12,5 = 936,5$$

$$a_{478}^4 \quad q_{478}^4 = 0$$

$$\begin{aligned}
 p_{478}^4 &= \tilde{c}_8^4 + \tilde{B}_{478}^4 + \tilde{I}_{478}^4 \\
 \tilde{c}_8^4 &= 2c_{04} \Rightarrow 0 \\
 \tilde{B}_{478}^4 &= -0.3(7+1-8)*0 \Rightarrow 0 \\
 \tilde{I}_{478}^4 &= 0,1 * \sum_{j=8}^8 (225 - \sum_{l=7}^j r_{2l-1}) \Rightarrow 17,5 \\
 p_{478}^4 &= 0 + 0 + 17,5 \Rightarrow 17,5
 \end{aligned}$$

Figura 3 – Calculando os pesos dos arcos $a_{4r'}^4$.

A partir dos pesos $q_{4r'}^4$ e $p_{4r'}^4$ dos arcos $a_{4r'}^4$, é construída a rede acíclica do cliente. Na Figura 4, é apresentado o caminho de menor custo entre os nós 0 e $H + 1$.

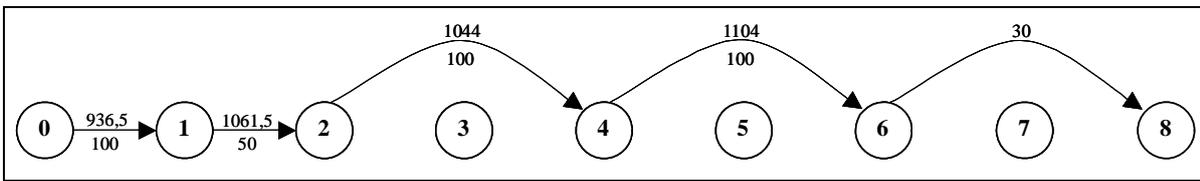


Figura 4 – Períodos de entrega do produto 4 do cliente 4 (caminho de custo mínimo).

Uma vez definidos os períodos de entrega do cliente, no último passo da primeira fase, da heurística utiliza o procedimento para inserir o cliente na rota de cada período. Para a solução obtida ao término da FASE 1, a Figura 5 apresenta as rotas de cada período do horizonte de planejamento, e na Tabela 4, são apresentados custos de estoque nos clientes e no fornecedor, o custo de transporte e o valor da função objetivo.

Tabela 4 – Resultado da FASE 1.

Custos	Valor
Estoque nos clientes	10668,2
Estoque no fornecedor	7630,8
Transporte	9396
Total	27695

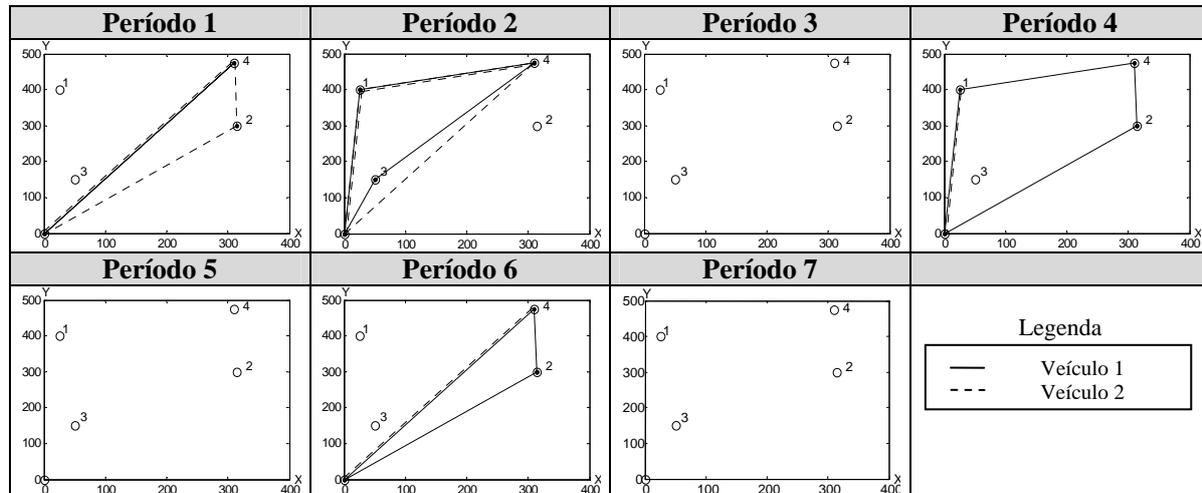


Figura 5 – Rotas de cada período da FASE 1.

A Figura 6, mostra as rotas da solução final, e a Tabela 5 apresenta os custos da solução final.

Tabela 5 – Resultado final.

Custos	Valor
Estoque nos clientes	10722,8
Estoque no fornecedor	7547,4
Transporte	7864
Total	26134,2

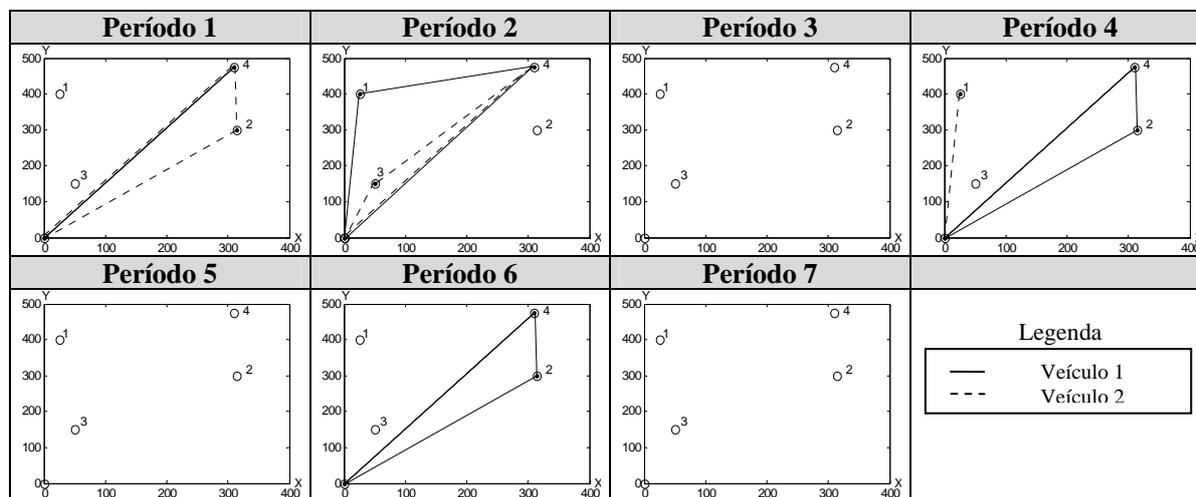


Figura 6 – Configuração final das rotas.

4. Resultados Computacionais

O algoritmo descrito foi implementado em C++ e, para a avaliação do desempenho, foi utilizado um computador PENTIUM 4, com 512M de memória, processador de 1,8G e sistema operacional LINUX.

Foram geradas aleatoriamente 108 instâncias com base nos dados apresentados na Tabela 6. Para todos os casos, é utilizada uma distribuição uniforme. As instâncias são divididas em três grupos (10, 30 e 75 clientes), cada grupo é subdividido em dois subgrupos (12 ou 24 períodos), sendo que cada subgrupo é novamente dividido em mais dois subgrupos (5 ou 10 produtos), e por fim o último subgrupo é dividido em três grupos (5, 10 ou 20 veículos).

Tabela 6 – Dados das instâncias.

	10	30	75
Número de clientes	10	30	75
Número de períodos	12-24	12-24	12-24
Número de produtos	5-10	5-10	5-10
Número máximo de veículos	5-10-20	5-10-20	5-10-20
Demanda dos clientes		[10,100]	
Estoque mínimo de cada produto		[50,150]	
Estoque máximo de cada produto		$L_{ip} + r_{ip} g_{ip}$, onde $g_{ip} = \{2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$	
Estoque inicial dos clientes		$U_{ip} - r_{ip}$	
Estoque inicial do fornecedor		$\sum_{i \in M} (U_{ip} - L_{ip})$	
Custo de estoque dos clientes		[0.1; 0.5] e [0.6; 1]	
Custo de estoque do fornecedor		0.3 e 0.8	
Custo de transporte		$c_{ij} = \left[\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \right]$	
Coordenadas		[0,500] e [0,1000]	

Na Tabela 7, são apresentados os percentuais de redução do custo total da solução encontrada pela segunda fase da heurística, em relação à solução inicial obtida pela fase construtiva. Para todas as instâncias, a heurística demonstrou ter o mesmo comportamento. Nas linhas um e dois, pode-se observar que independente do número de clientes, a variação dos percentuais de redução se manteve estável, por outro lado, ao observar as colunas da tabela, fica claro que nas instâncias de maior horizonte de planejamento, ocorre uma maior redução da soma dos custos encontrados na solução inicial.

Tabela 7 – Redução do custo total.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	1,33%	2,36%	1,85%
24 períodos	3,68%	3,42%	2,26%

Na Tabela 8, são comparados os resultados obtidos pela heurística, considerando diferentes objetivos a serem minimizados.

Na primeira coluna da tabela são apresentados os resultados da heurística considerando a soma $h_i + h_0 + c_{ij}$ dos custos de estoque dos clientes, do fornecedor e os custos de transporte. Na segunda coluna h_i , são apresentados os resultados obtidos, otimizando apenas o custo de estoque dos clientes.

Na terceira coluna h_0 , são apresentados os resultados obtidos minimizando apenas o custo de estoque do fornecedor. Por fim, na última coluna c_{ij} , são apresentados os resultados quando se minimiza apenas o custo de transporte.

Devido ao mesmo comportamento apresentado pela heurística para todas as instâncias geradas, na Tabela 8, são apresentados os custos médios encontrados. Pode-se observar que apesar dos custos de estoque nos clientes, dos custos de estoque do fornecedor e dos custos de transporte serem os menores, quando a heurística os otimiza individualmente, o custo total da solução nesses problemas é sempre maior que o custo total quando se otimiza a soma das três componentes. A segunda e a terceira coluna da tabela mostram que os objetivos de minimizar o custo de estoque dos clientes e o custo de estoque do fornecedor são conflitantes. Na terceira coluna, ao minimizar somente o custo de estoque do fornecedor, fica claro que ocorrerão mais entregas de produtos nos clientes e conseqüentemente os custos de estoque nos clientes e os custos de transporte serão elevados. Nesse mesmo sentido, quando se deseja minimizar os custos de transporte, os custos de estoque dos clientes aumentam.

Tabela 8 – Custos médios.

	$h_i + h_0 + c_{ij}$	h_i	h_0	c_{ij}
Custo de estoque dos Clientes	536299,5	409949,4	737999,4	594790,6
Custo de estoque do Fornecedor	287071,2	440942,3	183280,4	407917,9
Custo de Transporte	147714,5	231256,6	233949,2	133904,5
Custo total	971085,3	1082148,2	1155229,0	1136613,0

Nas linhas da Tabela 9, são apresentados os aumentos percentuais dos custos de estoque dos clientes, estoque do fornecedor e transporte, em relação ao custo mínimo obtido para as quatro funções objetivos. O aumento máximo de 18,96 % corresponde ao problema que considera o custo de estoque do fornecedor como objetivo a ser minimizado. As últimas três colunas da tabela, mostram como a escolha do objetivo a ser minimizado, afeta o custo total da solução.

Tabela 9 – Aumento percentual dos custos.

	$h_i + h_0 + c_{ij}$	h_i	h_0	c_{ij}
Custo de estoque dos Clientes	30,82%	0,0%	80,02%	45,09%
Custo de estoque do Fornecedor	56,63%	140,58%	0%	122,56%
Custo de Transporte	10,31%	72,70%	74,71%	0%
Custo total	0%	11,44%	18,96%	17,05%

Para as instâncias, a influência do número máximo de veículos e do número de produtos em cada cliente, no tempo computacional, é de uma ordem de grandeza desprezível.

Desta forma, na Tabela 10, são apresentadas as médias do tempo computacional gasto nas instâncias com 12 e 24 períodos de planejamento. Para todas as instâncias, pode-se observar que o tempo computacional utilizado para resolver os problemas com 24 períodos, é o dobro do tempo utilizado para resolução de problemas com 12 períodos. Ao contrário da Tabela 7, além do horizonte de planejamento, o número de clientes envolvidos no problema, determina o tempo computacional gasto pela heurística.

Tabela 10 – Média de tempos.

	10 clientes	30 clientes	75 clientes
12 períodos	0,37s	7,04s	111,84s
24 períodos	0,68s	15,70s	236,02s

5. Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma heurística para um problema de roteirização e estoque, com o objetivo de minimizar os custos de estoque no fornecedor e nos clientes, e custos de transporte. A heurística foi testada em diversas instâncias e os resultados mostram claramente, como esperado, que os objetivos são conflitantes e que a geração de soluções aproximadas de Pareto podem ser mais úteis do que a soma dos custos. Outro aspecto questionável é a utilização da política de enviar a quantidade de um produto para atingir o estoque máximo estipulado pelo cliente. Estamos desenvolvendo uma heurística com busca local com vizinhanças de mudança de períodos de visitas para cada cliente e vizinhanças mais elaboradas para a roteirização de veículos. Nesta nova heurística não existe uma política e a meta consiste em minimizar os três objetivos e obter soluções de Pareto aproximadas.

Bibliografia

Bertazzi L., Palleta G. e Speranza M. G., 2002. Deterministic Order-Up to Level Policies in an Inventory Routing Problem, *Transportation Science*, 36, 119-132.

Campbell A., Clarke L., Kleywegt A.J. e Savelsbergh M., 1998. The inventory routing problem. Crainic T.G. and Laporte G., editors, *Fleet Management and Logistics*, Kluwer Academic Publishers, London, UK, 95-113.

Dijkstra E.W., 1959. A note on two problems in connection with graphs, *Numerische Mathematik*, 1, 269-271.

Kleywegt A.J., Nori V.S. e Savelsbergh M.W.P., 2002. The stochastic inventory routing problem with direct deliveries, *Transportation Science*, 36, 94-118.

Sarmiento A.M. e Nagi R., 1999. A review of integrated analysis of production-distribution, *IIE Transactions* 31, 1061-1074.

Thomas J.D. e Griffin P.M., 1996. Coordinated supply chain management, *European Journal of Operational Research* 94, 1-15.

Toth P. e Vigo D., editores, 2002. *The Vehicle Routing Problem*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications.

Vidal C.J. e Goetschalckx M., 1997. Strategic production-distribution models: A critical review with emphasis on global supply chain models, *European Journal of Operational Research* 98, 1-18.