

# UMA METODOLOGIA PARA O PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS – UM ESTUDO DE CASO PARA A DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA MINERAL

**Sheila Margot Gonçalves**

SOCIESC- Sociedade Educacional de Santa Catarina– Rua Albano Schmidt,3333-CEP:89227-700, Joinville, SC, sheila.goncalves@sociesc.com.; [sheilamargot@sulbbs.com.br](mailto:sheilamargot@sulbbs.com.br)

**Maria Teresinha Arns Steiner**

UFPR – Departamento de Matemática, CP: 19081-CEP: 81531-990, Curitiba, PR; tere@mat.ufpr.br

**Luzia Vidal de Souza Zamboni**

UFPR – Departamento de Desenho, CP: 19081-CEP: 81531-990, Curitiba, PR; luzia@cce.ufpr.br

## Resumo

A eficiência no serviço de distribuição de mercadorias é, de uma forma geral, um dos fatores de grande influência na competitividade de uma empresa. Sendo assim, o Problema de Roteamento de Veículos (PRV) vem já há muito tempo recebendo atenção especial por parte de planejadores e pesquisadores. O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma metodologia para realizar a tarefa de roteamento em serviços de entrega, aplicado ao estudo de caso da distribuição de água mineral para a cidade de Itú, São Paulo, Brasil. A referida metodologia composta de vários algoritmos utiliza, primeiramente, o Algoritmo de Teitz e Bart para a determinação de medianas, cuja quantidade varia de acordo com a quantidade de pontos a serem atendidos e, também, com a capacidade dos veículos que fazem a entrega. Em seguida, através do Algoritmo de Gillett e Johnson, são definidos os diversos *clusters* (agrupamentos) de pontos a serem atendidos pelos veículos. Finalmente, o roteamento propriamente dito, ou seja, a seqüência em que os pontos devem ser atendidos é obtido através dos algoritmos heurísticos dos *Savings* de Clark e Wright, da Inserção do Ponto Mais Próximo, da meta-heurística Busca Tabu e através de algumas de suas combinações, comparativamente.

**Palavras-Chaves:** Problemas de Roteamento de Veículos (PRV), Algoritmos Heurísticos e Estudo de Caso.

## Abstract

The efficiency in the distribution service is one of the factors of great influence in the competitiveness of a company. In this way, the routing problem has received special attention by researchers and planners. The goal of this work is to present a methodology to do the routing task in the delivery service, applied to the study of a case of mineral water distribution in Itú, São Paulo, Brazil. The related methodology uses the Teitz & Bart's algorithm to determine medians whose quantity varies according to the quantity of demand points as well as the capacity of the vehicles that do the delivery. After that, through Gillett & Johnson's algorithm, it is defined the many store clusters to be supplied by each one of the vehicles. The routing itself, that is, the sequence in which the demand points will be supplied, is obtained through Clarke & Wright's savings heuristic algorithm as well as the Nearest Insertion, the Tabu Search meta-heuristic and by their combination, comparatively.

**Keywords:** Vehicle Routing Problems, Heuristics Algorithms and Case Study.

## 1. Introdução

Em uma época em que se vivencia a alta velocidade das transformações sociais e o aperfeiçoamento cada vez maior e mais rápido da evolução tecnológica, o mundo todo volta sua atenção para o problema de escassez de água potável, que tende a configurar-se como o maior drama planetário deste século.

No Brasil, cresce a corrida em busca das ricas jazidas de água mineral, devido à perspectiva de um futuro de escassez mundial, onde a água potável será o "ouro transparente" deste século. Segundo estimativas dos órgãos que administram o setor, o Brasil dispõe de uma reserva de água mineral equivalente a 30% do volume mundial, o que pode assegurar ao País uma situação confortável diante da crise que se avizinha, além de representar recurso de alto valor estratégico para o desenvolvimento brasileiro. Este fato não vem passando despercebido dos investidores nacionais e multinacionais, como demonstram os contínuos investimentos que vêm sendo feitos na exploração e comércio de águas minerais.

É notório que o nível de competitividade tem aumentado sensivelmente em todos os setores da economia brasileira em função das transformações observadas a partir dos anos 90. Do ponto de vista macroeconômico, neste período tem-se vivenciado a estabilização monetária, a abertura de mercado, a desregulamentação e a privatização de setores chave. No dia-a-dia das empresas, em virtude da sua importância cada vez maior no contexto logístico, os Problemas de Roteamento de Veículos (PRV), que estão diretamente relacionados com o custo operacional, vêm recebendo uma atenção especial por parte de planejadores e pesquisadores. A impossibilidade de obter soluções ótimas para instâncias encontradas no mundo real, devido as diferentes características e restrições vem trazendo o desafio da busca de novos procedimentos heurísticos de maneira a produzir resultados próximos do ótimo.

O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma metodologia para realizar a tarefa de roteamento no serviço de entrega, aplicado ao problema de distribuição de água mineral para a cidade de Itú, São Paulo, Brasil. Esta metodologia faz uso de ferramentas da Programação Matemática, através das quais busca-se por um roteamento que permita o atendimento a todos os clientes minimizando as distâncias percorridas. A metodologia proposta para a obtenção da solução ao problema aqui apresentado, poderá ser generalizada em trabalhos subsequentes para outras cidades e em outras situações.

Na seção 2 é apresentado o problema real de distribuição abordado nesse trabalho; na seção 3 é apresentada a metodologia, composta por diversos algoritmos heurísticos da Programação Matemática; na seção 4 são apresentados os resultados obtidos com a aplicação da metodologia ao problema real aqui estudado e, finalmente, na seção 5 são apresentadas as conclusões do trabalho.

## 2. Descrição do Problema Real

O trabalho de roteamento em uma empresa é um dos fatores que determinam a sua eficiência face a competitividade do mercado. Sendo assim, todas as demandas referentes a determinada empresa devem estar roteirizadas, prevendo em alguns casos, inclusive, a possibilidade de pedidos extras a serem encaixados em alguma rota. Definir um bom roteiro tendo em conta o agravamento dos problemas de trânsito, acesso, circulação e estacionamento de veículos nos centros urbanos pode levar um dia inteiro com mapas e papéis mas, no entanto, com a utilização de técnicas da Pesquisa Operacional, esta tarefa pode tornar-se mais segura e mais eficiente, podendo ser realizada em um tempo bem reduzido.

O interesse e a demanda pela aplicação de modelos de roteamento para problemas reais têm crescido muito nos últimos anos. Entre as razões pode-se destacar as exigências dos clientes com relação a prazos, datas e horários de atendimento (principalmente entregas); o aumento da competição pelo mercado e a busca de eficiência trazidas pela diminuição da inflação; o custo de capital levando à redução de estoques e ao aumento da frequência de entregas.

A empresa para a qual foi realizado o estudo de caso, é a Empresa de Mineração Clarita Ltda, concessionária da extração e comercialização da água mineral Clarita, localizada na cidade de Itú, no estado de São Paulo, fundada em 26 de fevereiro de 1991. O envasamento desta água mineral é feito em galões de 10 e 20 litros. A empresa vende em torno de 200.000 litros por mês. Atualmente a distribuição é terceirizada e atende, além de Itú, também as cidades de Salto, Porto Feliz, Sorocaba, Jundiá e Indaiatuba.

O objetivo deste estudo é apresentar uma metodologia para o roteamento de veículos e aplicá-la na distribuição dos garrafões de água mineral para a empresa localizada na cidade de Itú. Nesta cidade, as ruas são, de uma forma geral, estreitas e geralmente de mão dupla e com estacionamento nas laterais, o que dificulta o tráfego de caminhões de grande porte. Devido a este fato, o caminhão a ser utilizado, e

que corresponde as expectativas da empresa em relação à cidade é um caminhão de pequeno porte, cuja capacidade é de 59 garrações de 20 litros.

A previsão de distribuição da empresa é iniciar com os 46 pontos de demanda já existentes, entregando em torno de 14 garrações de 20 litros por semana para cada cliente, sendo que esta entrega, segundo a particularidade da clientela, deverá ser distribuída em duas vezes na semana. Desta forma, os 46 pontos de demanda são responsáveis pela comercialização de aproximadamente 3.000 garrações de 20 litros/mês.

A entrega é realizada, atualmente, através de 9 rotas, sendo cada uma delas percorrida 2 vezes na semana. A quantidade de pontos em cada rota varia de 4 a 6 pontos atendidos, sendo que a distância total percorrida pelos veículos é de 90.361 metros. Cabe salientar que as rotas até então realizadas pela empresa e tomadas para este estudo de caso foram formadas ao acaso, baseada na experiência e oportunidades dos entregadores, sendo incluídos novos pontos de entrega, sem nenhum critério pré-estabelecido.

Devido ao fato da entrega semanal dos 14 garrações ser efetuada em 2 vezes na semana, ficou definido neste trabalho que cada ponto de demanda receberá 7 garrações a cada entrega e que todas as rotas serão percorridas 2 vezes na semana. Como a capacidade do transporte utilizado é de 59 garrações, para entregar 7 garrações por ponto, a quantidade de pontos atendidos por veículo será de 8 pontos ( $59 \div 7$ ), com uma folga de 3 garrações.

Tendo-se definida a quantidade de pontos de demanda a serem atendidos por veículo, determinou-se o número de rotas necessárias. Como o número de clientes a serem atendidos é de 46 e como só podem ser efetuadas 8 visitas a cada viagem, teremos que ter, então, a formação de 6 rotas ( $46 \div 8$ ). Destas 6 rotas, 5 atenderão a 8 pontos de demanda e uma atenderá 6 pontos, satisfazendo assim os 46 pontos de demanda existentes. Dessa maneira, contabilizando os garrações das folgas, para os quais quase sempre há uma demanda também, com a percorrida das seis rotas duas vezes por semana, a quantidade entregue por semana será de 708 garrações por semana, e, portanto, de 2.832 garrações por mês. Para um melhor detalhamento, ver em GONÇALVES, 2003.

### 3. Metodologia Proposta para a Solução de um PRV

O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia que permita realizar o roteamento de veículos, sendo que a mesma foi avaliada ao problema de distribuição de água mineral na cidade de Itú. Embora a quantidade de pontos de demanda a ser atendida neste problema específico não seja muito grande, optou-se pela utilização dos algoritmos heurísticos e meta-heurísticos, afim de que essa metodologia possa futuramente ser aplicada na distribuição de outras cidades maiores como, por exemplo (no caso deste trabalho) às cidades de Salto, Porto Feliz, Jundiaí, Indaiatuba e Sorocaba.

A escolha dos algoritmos (que compõem a metodologia) utilizados na resolução deste problema, baseou-se nos relatos das aplicações realizadas em trabalhos anteriores pelos mais diferentes autores. Além desta escolha recair sobre algoritmos que apresentaram soluções satisfatórias através de procedimentos clássicos, também foram escolhidos algoritmos que não estavam em tanta evidência para este tipo de aplicação, como é o caso do algoritmo de Busca Tabu.

A metodologia aplicada a este trabalho está dividida em quatro etapas: na primeira etapa é aplicado o Algoritmo de Teitz e Bart (NUNES, 2002) para a determinação de medianas, cuja quantidade varia de acordo com a quantidade de pontos a serem atendidos e, também com a capacidade dos veículos que fazem a entrega; a seguir, na segunda etapa, aplica-se o algoritmo de Gillett e Johnson adaptado (BODIN, 1983), (CORRÊA, 2000), definindo os diversos *clusters* de pontos (agrupamentos) a serem atendidos por veículo. Na terceira etapa é definido o roteamento, ou seja, a seqüência em que os pontos devem ser atendidos, e para isso, faz-se uso dos algoritmos heurísticos dos *Savings* de Clark e Wright (BODIN, 1983), da Inserção do Ponto Mais Próximo (BODIN, 1983), da meta-heurística Busca Tabu (GLOVER, 1997) e de algumas de suas combinações, comparativamente. Finalmente, na quarta e última etapa é realizada a análise e comparação entre as rotas obtidas verificando-se qual a melhor solução.

#### 3.1 Etapa 1: Localização das Medianas

Em MINIEKA (1978), tem-se que em um dado grafo, uma mediana é o vértice cuja distância dele a todos os outros seja a menor possível. Historicamente, os estudos relativos a aplicação de medianas

na resolução de problemas, tiveram início com Weber que em 1929 estudou a localização de uma fábrica visando minimizar a distância desta aos diversos pontos de matéria-prima e o mercado consumidor. A extensão deste problema deu origem à metodologia das p-medianas. A busca de p-medianas num grafo é um problema clássico de localização, que tem por objetivo localizar  $p$  facilidades (medianas) de forma a minimizar a soma das distâncias de cada vértice a sua facilidade mais próxima, sendo comumente chamados de "problemas de localização de soma mínima (*minisum*)".

### Formulação Matemática para o Problema das P-Mediana:

A formulação a seguir, proposta por CHRISTOFIDES (1975), apresenta o problema de localização das p-medianas como um Problema de Programação Linear Inteira Binária (PPLIB).

Seja  $[\xi_{ij}]$  uma matriz de alocações, onde:

$$\xi_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o vértice } x_j \text{ é alocado ao vértice } x_i; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Além disso:

$$\xi_{ii} = \begin{cases} 1, & \text{se o vértice } x_i \text{ é um vértice mediana;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

O problema das p-medianas pode então ser formulado como segue:

$$\text{Minimizar } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} \xi_{ij} \quad (1)$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n \xi_{ij} = 1 \quad \text{para } j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n \xi_{ii} = p \quad (3)$$

$$\xi_{ij} \leq \xi_{ii} \quad \text{para todo } i, j = 1, \dots, n \quad (4)$$

$$\xi_{ij} = 0 \text{ ou } 1 \quad (5)$$

onde  $[d_{ij}]$  é a matriz de distâncias ponderadas, isto é, a matriz de distâncias com cada coluna  $j$  multiplicada pelo peso  $v_j$ , cujos valores serão determinados por cada problema. A função objetivo (1) minimiza a soma das distâncias dos vértices de demanda até o conjunto de medianas. As restrições (2) asseguram que todo vértice  $x_j$  é alocado a um, e somente um vértice mediana  $x_i$ . As restrições (3) asseguram que existem exatamente  $p$  vértices medianas. As restrições (4) garantem que as alocações só podem ser feitas a vértices-medianas. As restrições (5) garantem a integralidade, ou seja,  $\xi_{ij}$  são variáveis binárias, podendo assumir o valor 0 ou 1.

Se as restrições (5) forem reformuladas para  $\xi_{ij} \geq 0$ , então o problema resultante é um Problema de Programação Linear. Em função de o problema ser formulado como um PPLIB, por si só já é bastante complexo, e dependendo da cardinalidade de nós do grafo, a sua resolução torna-se inviável. Sendo assim, formas de resoluções aproximadas (heurísticas) são analisadas.

Diversas heurísticas têm sido desenvolvidas para o problema das p-medianas. Apresenta-se a seguir o Algoritmo de Teitz e Bart aplicado na primeira etapa da resolução do caso real, objeto deste estudo.

### Descrição do Algoritmo de Teitz e Bart:

Entre as heurísticas desenvolvidas para o problema das p-medianas, a mais conhecida foi desenvolvida por TEITZ e BART (1968), sendo denominada como Algoritmo das p-medianas de Teitz e Bart. Esta heurística baseia-se na substituição de vértices e sua finalidade, partindo-se de uma solução inicial, é melhorar o valor da função objetivo a cada iteração. Além de produzir boas soluções

para problemas pequenos, principalmente quando aplicada várias vezes ao mesmo problema com diferentes soluções iniciais, esta heurística é de fácil implementação.

O Algoritmo de Teitz e Bart para o problema das  $p$ -medianas, sendo todos os vértices do grafo candidatos a medianas, pode ser definido como segue: seja  $G(V, A)$  um grafo não direcionado onde  $V$  são os seus vértices e  $A$  as suas arestas. Seja  $v_i$  um vértice qualquer pertencente a  $V$  e sejam conhecidas as distâncias euclidianas entre todos os vértices de  $V$ . Denomina-se número de transmissão do vértice  $v_i$ ,  $(\sigma(v_i))$ , a soma do produto entre as menores distâncias existentes do vértice  $v_i$  a todos os demais vértices  $v_j$  do grafo e o peso  $w_j$  associado a cada vértice  $v_j$ . Sendo  $n$  o número total de vértices do grafo, o número de transmissão é dado por:

$$\sigma(v_i) = \sum_{j=1}^n w_j d(v_i, v_j), \quad v_i, v_j \in V \quad (6)$$

Assim sendo,  $v_m$  é uma mediana se,

$$\sigma(v_m) = \text{mínimo} \{ \sigma(v_i) \}, \quad \forall v_i \in V \quad (7)$$

ou seja, entre todos os vértices do grafo,  $v_m$  é aquele que produz a menor soma total das distâncias desde si próprio até cada um dos demais vértices do grafo.

Para o problema de encontrar  $p$ -medianas ( $p > 1$ ), toma-se um conjunto de vértices ( $V_p$ ) pertencentes a  $V$  escolhidos aleatoriamente, onde a quantidade de vértices em  $V_p$  é igual ao número de medianas procuradas ( $|V_p| = p$ ).

Calcula-se:

$$d(V_p, v_j) = \text{mínimo} \{ d(v_i, v_j) \}, \quad \forall v_i \in V_p, v_j \in V \quad (8)$$

$$\sigma(V_p) = \sum_{j=1}^n w_j d(V_p, v_j), \quad \forall v_j \in V \quad (9)$$

Dessa maneira, um conjunto de  $p$  vértices é a solução ótima para o problema das  $p$ -medianas se, entre todos os outros conjuntos de  $p$  vértices do grafo, é aquele que produz a menor distância total desde si próprio até todos os outros vértices do grafo. Portanto, deve-se ter:

$$\sigma(V_{p \text{ solução ótima}}) = \text{mínimo} \{ \sigma(V_p) \}, \quad \forall V_p \subset V. \quad (10)$$

O objetivo do algoritmo das  $p$ -medianas de Teitz e Bart é, portanto, encontrar um conjunto  $V_p$  em  $V$  para o qual o número de transmissão seja mínimo. A seguir é descrito o procedimento básico executado pelo algoritmo das  $p$ -medianas de Teitz e Bart (TEITZ e BART, 1968).

### Algoritmo de Teitz e Bart:

**Passo 1:** Selecione aleatoriamente um conjunto  $V_p \subset V$ , com  $|V_p| = p$  para formar uma solução inicial para o problema.

**Passo 2:** Rotule todos os vértices  $v_i \in \{V - V_p\}$  como "não analisados".

**Passo 3:** Enquanto existirem vértices não analisados em  $\{V - V_p\}$  faça:

Selecione um vértice não analisado  $v_i \in \{V - V_p\}$ , e calcule a redução  $\Delta_{ij}$  do número de transmissão, para todos os vértices  $v_j$  pertencentes a  $V_p$ , ou seja:

$$\Delta_{ij} = \sigma(V_p) - \sigma(V_p \cup \{v_i\} - \{v_j\}), \quad \forall v_j \in V_p \quad (11)$$

Faça  $\Delta_{ij\_máximo} = \text{máximo}[\Delta_{ij}]$ , para todo  $\Delta_{ij}$  calculado anteriormente.

Se  $\Delta_{ij\_máximo} > 0$  então:

Faça  $V_p = (V_p \cup \{v_i\} - \{v_j\})$  e insira  $v_j$  em  $\{V - V_p\}$ .

Rotule  $v_j$  como "analisado" e inicie o Passo 3 novamente

Caso contrário, rotule  $v_i$  como "analisado" e inicie o Passo 3 novamente.

Não existindo mais vértices a serem analisados, apresente o conjunto  $V_p$  obtido.

**Passo 4:** Utilize o conjunto  $V_p$  obtido no Passo 3 e inicie novamente pelo Passo 2

Se durante a execução do Passo 3, houver alguma modificação no conjunto  $V_p$ , então volte ao Passo 2 e continue a execução do algoritmo.

Caso contrário, PARE e apresente o conjunto  $V_p$  como uma solução aproximada para o problema das p-medianas.

**Fim**

### 3.2 Etapa 2: Formação dos Clusters (Agrupamentos)

Após a obtenção das medianas, a próxima etapa é a determinação dos diversos *clusters* de pontos de demanda a serem atendidos por veículo. Esta etapa é realizada com a aplicação do algoritmo de Gillett e Johnson adaptado (BODIN,1983), (CORRÊA,2000). Trata-se de um procedimento heurístico para designar um ponto de demanda a depósitos, que neste problema são representados pelas medianas.

Inicialmente, todos os pontos de demanda encontram-se sem designação. Para cada ponto  $i$  sejam  $L_1(i)$  e  $L_2(i)$  o primeiro e o segundo depósitos mais próximo a  $i$  respectivamente.

Para cada ponto  $i$ , a **diferença**:  $d(i) = L_2(i) - L_1(i)$  é calculada e todos os pontos são colocados numa "lista de designação" em **ordem decrescente** pelos valores de  $d(i)$ . A designação começa pelos primeiros elementos da lista (pontos com maior diferença  $d(i)$ ), e é feita obedecendo-se a capacidade dos depósitos. Durante a designação, sempre que a última vaga restante em um depósito for preenchida, a diferença  $d(i)$  é recalculada para todos os pontos de demanda que ainda não foram designados, considerando-se apenas os depósitos cuja capacidade não esteja esgotada. Estes pontos de demanda são novamente colocados na "lista de designação", em ordem decrescente pelos valores de  $d(i)$ , e a designação continuará até que todos os pontos de demanda tenham sido designado para algum depósito.

#### Algoritmo de Gillett e Johnson modificado:

O procedimento executado é descrito através dos passos a seguir:

**Passo 1:** Para todo ponto  $i$  não designado, faça:

Encontre  $L_1(i)$  e  $L_2(i)$  respectivamente o primeiro e o segundo depósitos (medianas) mais próximas do ponto de demanda  $i$  cujas capacidades não estejam esgotadas. Calcule a diferença:  $d(i) = L_2(i) - L_1(i)$  e coloque o ponto  $i$  na "lista de designação" pela ordem decrescente dos valores de  $d(i)$ . Iniciando pelo topo da "lista de designação" designe o ponto de demanda  $i$  para o depósito (mediana) mais próximo.

**Passo2:** Enquanto existirem pontos de demanda sem designação, faça: designe o ponto de demanda atual para o depósito (mediana) mais próxima de sua localização que dispuser de capacidade; diminua uma unidade da capacidade do depósito (mediana) para o qual o ponto de demanda atual foi designado; se a capacidade do depósito (mediana) que recebeu o ponto de demanda atual ficou esgotada (igual a zero), então: volte ao Passo 1 e recalcule a "lista de designação"; caso contrário, continue.

**Fim**

### 3.3 Etapa 3: Roteamento de Veículos

A etapa de roteamento para cada veículo, ou seja, a seqüência em que os pontos de demanda pertencentes a um mesmo *cluster* devem ser atendidos, será realizada através da aplicação dos algoritmos heurísticos: *Savings* de Clarke e Wright (BODIN, 1983), (CLARKE & WRIGHT, 1964); Inserção do Ponto de Demanda mais Próximo (BODIN, 1983); da meta-heurística Busca Tabu (GLOVER, 1997) e através de algumas de suas combinações, comparativamente.

#### Descrição do Algoritmo dos Savings de Clarke e Wright:

O algoritmo dos *savings* (economias) de Clarke e Wright é um dos algoritmos heurísticos clássicos de construção de rotas, sendo muito aplicado na resolução tanto do Problema do Caixeiro Viajante Simples, como na dos Múltiplos Caixeiros Viajantes. O procedimento deste algoritmo é a construção de rotas simultaneamente, sendo que a sua característica principal é o conceito de

economia obtido através da ligação de dois nós de forma sucessiva num grafo, ou seja, a cada iteração vai-se efetuando trocas nestas rotas objetivando um conjunto melhor de rotas.

O processo é inicializado com tantas rotas quantos são o número de pontos de demanda, supondo-se assim, que existam  $n$  veículos a fim de atender as demandas de cada um dos pontos individualmente. O cálculo da economia de distâncias resultantes da inserção de pontos de demanda, entre o depósito e outro ponto de demanda, é determinado para todos os pontos de demanda. Verifica-se, assim, a possibilidade de trocar dois veículos que atendem aos pontos de demanda  $i$  e  $j$  por apenas um, visando a maximizar as economias.

#### **Algoritmo dos Savings de Clarke e Wright:**

**Passo 1:** Selecione o nó que será definido como depósito (nó 1), inicialize as  $n$  rotas ligando cada ponto de demanda exclusivamente ao depósito, obtendo-se as rotas  $(1-i-1)$ , para  $i = 2, \dots, n$ .

**Passo 2:** Calcule os savings para todos os pares  $(i, j)$  da seguinte maneira:  $s_{ij} = 0$  se  $i=j$ ,  $i=1$  ou  $j=1$ . Nos demais casos calcule:  $s_{ij} = c_{1i} + c_{1j} - c_{ij}$  para  $i, j = 2, 3, \dots, n$

**Passo 3:** Ordene os savings dos pares  $(i, j)$  em ordem decrescente.

**Passo 4:** Iniciando do topo da lista dos savings forme sub-rotas maiores ligando os pontos de demanda  $i$  e  $j$  apropriados. Os pontos de demanda só podem ser incluídos "nas pontas" das sub-rotas. Repetir este procedimento até que todos os pontos de demanda tenham sido "designados".

#### **Descrição do Algoritmo de Inserção do Mais Próximo:**

Segundo GOLDBARG (2000) o algoritmo da inserção do mais próximo é uma heurística que possui um processo onde três níveis de decisão são envolvidos: a escolha do vértice a ser inserido na solução; a posição de inserção desse novo vértice; a decisão de um ciclo inicial.

Normalmente este tipo de heurística parte de uma sub-rotas (*subtour*) inicial (um ciclo normalmente de comprimento 3) e vai selecionando e inserindo vértices ainda não incluídos na solução até completar um ciclo. No algoritmo aplicado neste trabalho, o critério utilizado para a seleção dos vértices a serem acrescentados ao *subtour* é a inserção do vértice mais próximo.

#### **Algoritmo de Inserção do Mais Próximo:**

**Passo 1:** Comece com um sub-grafo consistindo somente do nó  $i$ .

**Passo 2:** Ache o nó  $k$  tal que  $c_{ik}$  seja mínimo e forme a sub-rotas  $i-k-i$ .

**Passo 3** (Passo de seleção): Dada uma sub-rotas, encontre o nó  $k$  que não esteja na sub-rotas e que esteja mais próximo de qualquer nó da sub-rotas.

**Passo 4** (Passo de inserção): Encontre o arco  $(i, j)$  da sub-rotas que minimize:  $c_{ik} + c_{kj} - c_{ij}$ . Insira  $k$  entre  $i$  e  $j$ .

**Passo 5:** Volte ao passo 3 até obter um ciclo Hamiltoniano.

#### **Busca Tabu:**

A meta-heurística Busca Tabu (*Tabu Search*), segundo VIANA (1998), teve origem a partir de uma solução de GLOVER (1986) para problemas de Programação Inteira; independentemente, HANSEN (1986) propôs uma técnica semelhante, que ele denominou de *SAMD (Steepest Ascent, Mildest Descent)*, usada para resolver o problema da satisfiabilidade; entretanto, GLOVER é considerado o criador do Algoritmo *Tabu Search* devido aos seus inúmeros trabalhos publicados.

Segundo GLOVER e LAGUNA (1997) em seu livro especializado neste assunto, Busca Tabu é uma meta-heurística que guia um procedimento heurístico de busca local para explorar o espaço solução além do "ótimo local".

A Busca Tabu pode ser caracterizada como sendo uma busca através das soluções vizinhas. Dada uma solução  $x \in X$  em um conjunto associado de soluções vizinhas  $V(x) \subset X$  chamadas soluções vizinhas a  $x$ , toda solução  $x' \in V(x)$  pode ser gerada a partir de  $x$  por um certo tipo de operação denominada movimento. Normalmente em Busca Tabu, soluções vizinhas são simétricas, ou seja,  $x'$  é solução vizinha a  $x$  se, e somente se,  $x$  é solução vizinha a  $x'$ .

Este método tem como base as noções de "movimento" e "vizinhança". O "movimento" é uma função que transforma uma solução em outra. A "vizinhança" é o conjunto de soluções obtidas aplicando a uma determinada solução um subconjunto dos movimentos possíveis.

Busca Tabu, que foi projetada para encontrar boas aproximações para a solução ótima global de qualquer problema de otimização, basicamente norteia-se por três princípios: uso de uma estrutura de dados (fila ou lista) para "guardar" o histórico da evolução do processo de busca; uso de um mecanismo de controle para fazer um balanceamento entre a aceitação, ou não de uma nova configuração, com base nas informações registradas na "lista tabu" referentes às restrições e aspirações desejadas; incorporação de procedimentos que alternam as estratégias de diversificação e oscilação.

O procedimento da meta-heurística Busca Tabu começa a partir de uma solução inicial. A cada passo gera-se a vizinhança da solução atual e faz-se uma pesquisa para determinar o vizinho com as melhores características. Este vizinho passa a ser a nova solução atual e efetua-se um novo passo.

Para prevenir ciclos e guiar o algoritmo para regiões "boas" do espaço de procura, mantém-se um histórico das soluções já visitadas em memória de curta duração designado por "Lista Tabu" que tem um papel fundamental. Esta lista não permite que o algoritmo volte para trás e revisite uma solução pela qual tenha passado nos passos anteriores. Na prática, a lista Tabu contém os atributos de soluções revisitadas ou os movimentos que lhe deram origem em vez das soluções propriamente dita. O tempo que um movimento deve permanecer nesta lista, em geral, está relacionado com o número de iterações do algoritmo e com o número de movimentos possíveis a partir da solução que está sendo analisada.

Como guardando os movimentos proibidos, pode-se proibir por vezes soluções interessantes, define-se também os critérios de aspiração, que têm o papel de avaliar se vale a pena efetuar um movimento proibido. Os critérios de aspiração são introduzidos em Busca Tabu a fim de determinar quando uma restrição tabu pode ser "quebrada", ou seja, quando a restrição pode ser ignorada e o movimento, mesmo classificado como proibido, pode ser executado. Um critério de aspiração bastante utilizado é o de ignorar a restrição tabu sempre que a solução formada por um determinado movimento proibido for melhor do que a melhor solução encontrada até o momento. A aplicação adequada desses procedimentos é fundamental para se atingir altos níveis de performance em Busca Tabu.

O algoritmo termina quando é atingido um critério de parada. Normalmente o critério de parada é um número pré-especificado de iterações ou um número pré-especificado de iterações após a última melhoria ter sido encontrada.

Como na maior parte dos outros algoritmos, é importante que o algoritmo esteja bem adaptado ao problema a resolver e, para tal, a implementação dos conceitos definidos anteriormente deve ser feita com o cuidado de possuir a estrutura particular do problema em questão.

#### 4. Implementação da Metodologia ao Problema Real e Análise dos Resultados

Para a avaliação da metodologia apresentada na seção 3 deste trabalho, fez-se a aplicação da mesma ao problema real descrito na seção 2. Todos os algoritmos descritos e utilizados para resolver o problema foram implementados em *Visual Basic 5.0*, instalados em um microcomputador Pentium III – 600, 128 MB RAM, HD 4.0 GB. Após a implementação dos algoritmos pôde-se realizar a análise dos resultados e a comparação entre as diferentes técnicas aplicadas, conforme apresentado no Quadro 1 mais adiante.

Aplicando-se o Algoritmo dos *Savings* de Clarke e Wright, obteve-se uma distância total percorrida de 56.842m, sendo que a economia em relação ao roteamento atual (90.361 m) é de 33.519m, os quais em termos percentuais reduz o total percorrido em 37,09%. Esta redução por si só é significativa para qualquer empresa do ramo de distribuição.

Com a aplicação do Algoritmo de Inserção do Mais Próximo, a distância percorrida obtida foi de 61.827m. A redução em relação ao roteamento atual é de 28.534m, ou 31,58%.

O roteamento através de Busca Tabu foi realizado variando-se as rotas iniciais e o número de iterações. Primeiro as rotas iniciais foram formadas seguindo a ordem de designação obtida para os agrupamentos formados através do Algoritmo modificado de Gillett e Johnson. Após 10 iterações, a distância total percorrida obtida foi de 58.096m. Fixando-se estas rotas iniciais, mas aumentando o número de iterações para 150, obteve-se uma distância total percorrida de 56.768m. Prosseguindo com as mesmas rotas iniciais, aumentou-se o número de iterações para 300, obtendo-se uma distância total percorrida de 56.714m. Aumentando-se o número de iterações para 1.000, não houve nenhuma



redução maior do que a obtida através das 300 iterações, ou seja, para 1.000 iterações, a distância total percorrida permaneceu em 56.714m.

Em seguida tomou-se como rotas iniciais as obtidas através do Algoritmo dos *Savings* de Clarke e Wright. Após 10 iterações, a distância total percorrida obtida foi de 56.842m. Fixando-se estas rotas iniciais, mas aumentando o número de iterações para 150, obteve-se uma distância total percorrida de 56.736m. Prosseguindo com as mesmas rotas iniciais, aumentou-se o número de iterações para 300, obtendo-se uma distância total percorrida de 56.714m. Aumentando-se o número de iterações para 1.000, não houve nenhuma redução maior do que a obtida através das 300 iterações, ou seja, para 1.000 iterações, a distância total percorrida permaneceu em 56.714m.

Por último, tomou-se como rotas iniciais as obtidas através do Algoritmo de Inserção do Mais Próximo. Após 10 iterações, a distância total percorrida obtida foi de 57.225m. Fixando-se estas rotas iniciais, mas aumentando o número de iterações para 150, obteve-se uma distância total percorrida de 56.776m. Prosseguindo com as mesmas rotas iniciais, aumentou-se o número de iterações para 300, obtendo-se uma distância total percorrida de 56.727m. Aumentando-se o número de iterações para 1.000, obteve-se uma distância total percorrida de 56.714m. Aumentando-se o número de iterações para 2.000 não houve nenhuma redução maior do que a obtida através das 1.000 iterações, ou seja, para 2.000 iterações, a distância total percorrida permaneceu em 56.714m.

Em relação à distância total percorrida, o melhor roteamento encontrado (56.714m) foi obtido através da técnica de Busca Tabu; do Algoritmo dos *Savings* de Clarke e Wright seguido da Busca Tabu e do Algoritmo de Inserção do Mais Próximo seguido da Busca Tabu. A economia resultante do roteamento obtido através de Busca Tabu em relação ao do Algoritmo dos *Savings* de Clarke e Wright (puro, ou seja, sem a aplicação da Busca Tabu) foi de 128m, ou 0,23%, enquanto que em relação ao Algoritmo de Inserção do Mais Próximo (puro) foi de 5.113, ou 8,27%.

Algoritmos	<i>Savings</i> de Clarke e Wright (distância percorrida, m)	Inserção do Ponto Mais Próximo (distância percorrida, m)	Busca Tabu (distância percorrida, m)	<i>Savings</i> de Clarke e Wright + Busca Tabu (redução, m; distância, m)	Inserção do Ponto Mais Próximo + Busca Tabu (redução, m; distância, m)
Rotas					
1	8.349	8.349	8.349	0; 8.349	0; 8.349
2	17.245	20.851	17.245	0; 17.245	3.606; 17.245
3	9.592	9.999	9.486	106; 9.592	513; 9.592
4	10.221	10.998	10.221	0; 10.221	777; 10.221
5	6.167	6.218	6.167	0; 6.167	51; 6.167
6	5.267	5.412	5.246	21; 5.267	166; 5.267
<b>Total</b>	<b>56.842</b>	<b>61.827</b>	<b>56.714</b>	<b>127; 56.714</b>	<b>5.113; 56.714</b>

QUADRO 1. Resultados para o Problema Real Abordado

## 5. Conclusões

O objetivo principal deste trabalho foi desenvolver e apresentar uma metodologia, composta de vários algoritmos, que permita a resolução de um problema real de roteamento de veículos de forma rápida e eficiente.

Aplicou-se para tal propósito os seguintes algoritmos: o Algoritmo das p-medianas de Teitz e Bart (para a determinação de p-medianas), o Algoritmo modificado de Gillett e Johnson (para a *clusterização* dos pontos de demanda em torno das p-medianas), e os algoritmos dos *Savings* de Clarke e Wright, da Inserção do Mais Próximo, da Busca Tabu e algumas de suas combinações (para a obtenção das rotas, ou seja, da seqüência dos pontos dentro de cada *cluster*, de distância mínima) comparativamente.

A melhor solução obtida para o caso real abordado (distribuição de água mineral) foi através da aplicação da Busca Tabu e, também, através do algoritmo dos *Savings* de Clarke e Wright seguido da Busca Tabu e, ainda, através do algoritmo da Inserção do Mais Próximo seguido da Busca Tabu. Todas estas três alternativas forneceram a distância total percorrida igual a 56.714m.

A solução ótima para o caso abordado, obtida através da resolução de um modelo matemático de Programação Inteira, com o uso do *software* comercial *LINGO* (*Language for Interactive General Optimizer*) forneceu exatamente a solução obtida através da metodologia apresentada (56.714 m), mostrando com isto a eficácia da mesma.

A vantagem da metodologia em relação a solução exata está na eficiência da mesma, ou seja, enquanto o *software* precisa de algumas horas para resolver o problema de roteamento de 46 pontos de demanda, a metodologia o faz em poucos segundos. Vale salientar que para problemas maiores, com um maior número de pontos de demanda, a adoção do modelo matemático seria totalmente inviável, enquanto que a metodologia aqui apresentada, independe do número de pontos.

### Referências:

BODIN, L.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. **Routing and Scheduling of Vehicles and Crews : the state of the art**. Computers & Operations Research, England, 1983, Special issue.

CHRISTOFIDES, N. **Graph Theory – An Algorithmic Approach**. New York: ed. Academic Press, 1975.

CLARKE, G.; WRIGHT, J. W. **Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points**. Operations Research, v.12, n.4, p. 568 - 581, 1964.

CORRÊA, E. S. **Algoritmos Genético e Busca Tabu Aplicados ao Problema das P-Medianas**. Curitiba, 2000. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) - Universidade Federal do Paraná.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear – Modelos e Algoritmos**. Editora Campus. Rio de Janeiro, 2000.

GONÇALVES, S. M. **Uma Metodologia para o Roteamento de Veículos – o Estudo de Caso da Distribuição de Água Mineral em Itú, São Paulo**. Curitiba, 2003. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) - Universidade Federal do Paraná.

GLOVER, F.; LAGUNA, M. **Tabu Search**. Kluwer, Boulder, Academic Publishers, University of Colorado, 1997.

GLOVER, F.; **Future Paths for Integer Programming and Links to Artificial Intelligence**. Computers and Operation Research, n. 13, p. 533 - 549, 1986.

MANUAL DO LINGO. **LINDO Systems, Inc**. Chicago, Illinois, 1999.

MINIEKA, E. **Optimization Algorithms for Networks and Graphs**. New York: ed. Marcel Dekker, Inc. 1978.

NUNES, L. F. **Um Algoritmo Heurístico para Soluções de Problemas de Grande Escala de Localização de Instalações com Hierarquias**. Florianópolis, 2002. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina.

TEITZ, M. B.; BART, P. **Heuristics Methods for Estimating the Generalized Vertex Median of a Weighted Graph**. Operations Research, v.16, p.955 - 961, 1968.

VIANA, G. V. R. **Meta-Heurísticas e Programação Paralela em Otimização Combinatória**. UFC Edições. Fortaleza, 1998.