# Simulated Annealing Aplicado ao Problema de Programação de Horário em Escolas

**Prof. Dr. Marcone Jamilson Freitas Souza**
marcone@iceb.ufop.br

**André Luiz G. dos Santos**
andre@nti.ufop.br

**Caio Yugi Yoneama**
caioy@uol.com.br

**Francys Wilhan Werner**
francys_wilhan@yahoo.com.br

## *1) Introdução*

O problema de alocação de professores para turmas (PAPT) refere-se a distribuição de professores com disciplinas previamente estabelecidas a turmas, respeitando um conjunto de restrições.

A solução manual deste problema é uma tarefa árdua e normalmente requer vários dias de trabalho. Tendo a possibilidade de se obter uma solução insatisfatória com relação a vários aspectos. Um exemplo, em função de uma alocação feita, poderá haver dois professores dando aula no mesmo horário para a mesma turma.

Devido a situações como essas, uma atenção especial vem sendo dada à automação deste problema. Sendo o problema NP-difícil, ele é normalmente abordado através de técnicas heurísticas. Dentre essas técnicas destacam-se as chamadas metaheurísticas, as quais, ao contrario das heurísticas convencionais, são providas de mecanismos para escapar de ótimos locais.

Dentre as metaheurísticas que vêm sendo aplicadas com relativo sucesso em problemas desta natureza, destacamos, dentre outras: Simulated Annealing (Burke et al. 2001, Dowsland 1998, Abramson 1991), Busca Tabu (Costa 1994) e Programação Genética (Ueda et al. 2001, Burke et al 2001, Santos et al. 1997, Erben and Keppler 1996).

Neste trabalho aplica-se a metaheurística Simulated Annealing, que se trata de uma técnica de busca local probabilística, proposta originalmente por Kirkpatrick et al. , que se fundamenta em uma analogia com a termodinâmica, ao simular o resfriamento de um conjunto de átomos aquecidos, operação conhecida como recozimento .

Esta técnica começa sua busca a partir de uma solução inicial qualquer (aleatória). O procedimento principal consiste em um loop que gera aleatoriamente, a cada iteração, um único vizinho $s`$ da solução corrente $s$.

Chamando de $\Delta$ a variação de valor da função objetivo ao mover-se para uma solução vizinha candidata, isto é, $\Delta = f( s` ) - f( s )$, o método aceita o movimento, e a solução vizinha passa a ser a nova solução corrente, se ¢ < 0. Caso $\Delta \geq 0$ a solução vizinha candidata também poderá ser aceita, mas neste caso, com uma probabilidade $e^{-\Delta/T}$, onde $T$ é um parâmetro do método, chamado de temperatura e que regula a probabilidade de se aceitar soluções de pior custo.

A temperatura $T$ assume, inicialmente, um valor elevado $T_0$. Após um número fixo de iterações (o qual representa o número de iterações necessárias para o sistema atingir o equilíbrio térmico em uma dada temperatura), a temperatura é gradativamente diminuída por uma razão de resfriamento α, tal que $T_n \leftarrow \alpha \times T_n 99$, sendo $0 < \alpha < 1$. Com esse procedimento, dá-se, no início uma chance maior para escapar de mínimos locais e, à medida que $T$ aproxima-se de zero, o algoritmo comporta-se como o método de descida, uma vez que diminui a probabilidade de se aceitar movimentos de piora ($T \rightarrow 0 \rightarrow e^{-\Delta/T} \rightarrow 0$).

```
procedimento SA(f(.), N(.), α, SAmax, T0, s)
s* ← s;                      {Melhor solução obtida até então}
IterT ← 0;                   {Número de iterações na temperatura T}
T ← T0;                      {Temperatura corrente}
enquanto (T > 0) faça
    enquanto (IterT < SAmax) faça
        IterT ← IterT + 1;
        Gere um vizinho qualquer s' ∈ N(s);
        Δ = f(s') − f(s);
        se (Δ < 0)
            então
                s ← s';
                se (f(s') < f(s*)) então s* ← s';
            senão
                Tome x ∈ [0, 1];
                se (x < e^(−Δ/T)) então s ← s';
        fim-se;
    fim-enquanto;
    T ← α × T;
    IterT ← 0;
fim-enquanto;
s ← s*;
Retorne s;
fim SA;
```

Algoritmo – Simulated Annealing

### *2) Descrição do Problema*

Para fazer análise deste problema usamos uma fonte de dados fictícia, na qual temos 23 professores que juntos lecionam 9 disciplinas, sendo que todos professores possuem uma carga horária semanal individual e 16 turmas de 5ª à 8ª séries distribuídas da seguinte forma: 8 turmas no período matutino e 8 turmas no período vespertino, como mostra a tabela abaixo.

Tabela 1: Professores, Disciplinas, Carga Horária e Turmas

| | | | **Turma** | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | **Matutino** | | **Vespertino** | | **Matutino** | | **Vespertino** | | **Matutino** | | **Vespertino** | | **Matutino** | | **Vespertino** | |
| **Professor** | **Matéria** | **Ch Semanal** | **8ªA** | **8ªB** | **8ªC** | **8ªD** | **7ªA** | **7ªB** | **7ªC** | **7ªD** | **6ªA** | **6ªB** | **6ªC** | **6ªD** | **5ªA** | **5ªB** | **5ªC** | **5ªD** |
| Marcone | POR | *24* | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Maria B. | POR | *24* | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Marirce | POR | *24* | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Erotides | POR | *24* | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Sara | MAT | 20 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Djalma | MAT | 20 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Alex | MAT | 20 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Edna | MAT | 20 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Rosilaine | ING | 14 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Marcia D. | ING | 14 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Valerio | HIS | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Marcia A . | HIS | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Neuza | HIS | 18 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Lúcia | GEO | 24 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Janete | GEO | 24 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Lúcia | ERE | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Janeth | ERE | 8 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Carlos | EFI | 16 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Marina | EFI | 16 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Mariana | EAR | 4 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Narita | CIE | 18 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Olga | CIE | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Efigenia | CIE | 15 | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Total | | 400 | | | | | | | | | | | | | | | | |

Para realizar este processo são observados dois requisitos essenciais, que são:

- Sobreposição de aulas, que trata de 02 professores dando aula para mesma turma ao mesmo tempo.
- Excesso dia, cada turma pode ter no máximo 02 aulas germinadas (seguidas).

E um requisito não essencial, ou seja, mesmo se não for atendido a solução é viável:

- Restringir o número de vezes que o professor vai a escola.

### *3) Modelagem do Problema*

A alocação (solução) do problema é representada por duas matrizes $S = (s_{ij})_{mxn}$, sendo uma matriz para o turno matutino e a outra para o turno vespertino, onde *p* representa o número de professores, *hs* representa o número de horas semanais e *nTurmas* representa o número de turmas. Em cada célula $s_{ij}$ é colocado um *x*, significando que o professor *i* dará aula na turma *j*. Uma célula vazia significa que a turma não terá aula com determinado professor.

***Tabela 2: Turmas do Turno Matutino***

| | **Turmas** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| | **8ªA** | **8ªB** | **7ªA** | **7ªB** | **6ªA** | **6ªB** | **5ªA** | **5ªB** |
| **1** | | | | | | | X | |
| **2** | | | X | X | | | | |
| **3** | | | | | X | X | | X |
| **4** | X | X | | | | | | |
| **5** | X | X | | | | | | |
| **6** | | | X | X | | | | |
| **7** | | | | | X | X | | |
| **8** | | | | | | | X | X |
| **9** | | | X | X | X | X | X | X |
| **10** | X | X | | | | | | |
| **11** | X | X | X | | | | | |
| **12** | | | | X | | | | |
| **13** | | | | | X | X | X | X |
| **14** | | | | | X | X | X | |
| **15** | X | X | X | X | | | | X |
| **16** | | | | | X | X | X | X |
| **17** | X | X | X | X | | | | |
| **18** | | | | | X | X | X | X |
| **19** | X | X | X | X | | | | |
| **20** | | | X | X | | | | |
| **21** | X | X | | | | | | X |
| **22** | | | | X | X | X | | |
| **23** | | | X | | | | X | |

A tabela acima mostra, por exemplo, que o professor Marcone dará aula na turma 5ªA e que a professora Maria B. dará aula nas turmas 7ªA e 7ªB.

*Tabela 3: Turmas do Turno Vespertino*

| | **Turmas** | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
| | **8ªC** | **8ªD** | **7ªC** | **7ªD** | **6ªC** | **6ªD** | **5ªC** | **5ªD** |
| **1** | | X | | X | | X | | |
| **2** | | | X | | | | | X |
| **3** | | | | | X | | | |
| **4** | X | | | | | | X | |
| **5** | X | X | | | | | | |
| **6** | | | X | X | | | | |
| **7** | | | | | X | | | X |
| **8** | | | | | | X | X | |
| **9** | | | X | X | | | | X |
| **10** | X | X | | | X | X | X | |
| **11** | X | X | | | | | | |
| **12** | | | X | X | | | X | X |
| **13** | | | | | X | X | | |
| **14** | | | X | X | X | X | X | |
| **15** | X | X | | | | | | X |
| **16** | | | | | X | X | X | X |
| **17** | X | X | X | X | | | | |
| **18** | | | | | X | X | X | X |
| **19** | X | X | X | X | | | | |
| **20** | | | X | X | | | | |
| **21** | X | | X | | | | X | |
| **22** | | | | X | X | | | |
| **23** | | X | | | | X | | X |

A tabela acima mostra, por exemplo, que o professor Marcone dará aula nas turmas 8ªD, 7ªD e 6ªA e que a professora Maria B. dará aula nas turmas 7ªC e 5ªD.

Como já sabemos em quais as turmas os professores lecionaram, fazemos agora a distribuição de professores nos devidos horários de aulas. Assim podemos representar esses dados, em uma estrutura de dados, através de duas matrizes $S = (s_{ij})_{mxn}$, tabManha e tabTarde, sendo uma matriz para o turno matutino e a outra para o turno vespertino, respectivamente, onde *p* representa o número de professores e *hs* representa os horários de aulas respectivos a cada dia da semana.

Em cada célula $s_{ij}$ é colocado o número da turma, exemplo: *8ªA* , isso significa que o professor *i* dará aula para a turma 8ªA no horário *j*. Uma célula $s_{ij}$ como o preenchimento igual a *99* significa que o professor não dará aula para nenhuma turma no determinado horário.

| | Professores | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **Marcone** | 8ªD | 8ªD | 7ªD | 7ªD | 99 | 6ªD | 6ªD | 7ªD | 7ªD | 99 | 7ªD | 7ªD | 8ªD | 8ªD | 99 | 8ªD | 8ªD | 6ªD | 6ªD | 99 | 99 | 6ªD | 6ªD | 99 | 99 |
| 2 | Maria B. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | Marirce | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | Erotides | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | Sara | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | Djalma | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | Alex | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | Edna | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | Rosilaine | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **10** | **Marcia D.** | 5ªC | 8ªC | 8ªD | 6ªC | 6ªD | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 11 | Valerio | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | Marcia A . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | Neuza | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| **14** | **Lúcia** | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 7ªC | 7ªC | 7ªC | 5ªC | 5ªC | 6ªD | 6ªD | 5ªC | 99 | 99 | 99 | 6ªD | 7ªD | 7ªD | 99 | 6ªC | 6ªC | 6ªC | 7ªD | 99 |
| 15 | Janete | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | Lúcia | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | Janeth | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | Carlos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | Marina | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | Mariana | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | Narita | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | Olga | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | Efigenia | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Tabela 4: Representa a distribuição dos horários dos professor Marcone e das professoras Márcia D. e Lúcia.

Com essa solução inicial s, aplicamos o Método Simulated Annealing, que aleatoriamente escolhe uma linha da matriz, em seguida aleatoriamente escolhe uma coluna da matriz e aleatoriamente escolhe uma segunda coluna da matriz.

Assim teremos o seguinte exemplo:

| | Professores | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Marcone | 8ªD | 8ªD | 7ªD | 7ªD | 99 | 6ªD | 6ªD | 7ªD | 7ªD | 99 | 7ªD | 7ªD | 8ªD |
| 2 | Maria B. | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | Marirce | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | Erotides | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | Sara | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | Djalma | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | Alex | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | Edna | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | Rosilaine | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | Marcia D. | 5ªC | 8ªC | 8ªD | 6ªC | 6ªD | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 11 | Valerio | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | Marcia A . | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | Neuza | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | Lúcia | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 7ªC | 7ªC | 7ªC | 5ªC | 5ªC | 6ªD | 6ªD | 5ªC |
| 15 | Janete | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | Lúcia | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | Janeth | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | Carlos | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | Marina | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | Mariana | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | Narita | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | Olga | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | Efigenia | | | | | | | | | | | | | |

| | Professores | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Marcone | 8ªD | 99 | 8ªD | 8ªD | 6ªD | 6ªD | 99 | 99 | 6ªD | 6ªD | 99 | 99 |
| 2 | Maria B. | | | | | | | | | | | | |
| 3 | Marirce | | | | | | | | | | | | |
| 4 | Erotides | | | | | | | | | | | | |
| 5 | Sara | | | | | | | | | | | | |
| 6 | Djalma | | | | | | | | | | | | |
| 7 | Alex | | | | | | | | | | | | |
| 8 | Edna | | | | | | | | | | | | |
| 9 | Rosilaine | | | | | | | | | | | | |
| 10 | Marcia D. | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 11 | Valerio | | | | | | | | | | | | |
| 12 | Marcia A . | | | | | | | | | | | | |
| 13 | Neuza | | | | | | | | | | | | |
| 14 | Lúcia | 99 | 99 | 99 | 6ªD | 7ªD | 7ªD | 99 | 6ªC | 6ªC | 6ªC | 7ªD | 99 |
| 15 | Janete | | | | | | | | | | | | |
| 16 | Lúcia | | | | | | | | | | | | |
| 17 | Janeth | | | | | | | | | | | | |
| 18 | Carlos | | | | | | | | | | | | |
| 19 | Marina | | | | | | | | | | | | |
| 20 | Mariana | | | | | | | | | | | | |
| 21 | Narita | | | | | | | | | | | | |
| 22 | Olga | | | | | | | | | | | | |
| 23 | Efigenia | | | | | | | | | | | | |

Tabela 5:  Representa a seleção de uma linha e duas colunas da matriz.

Observamos que a linha selecionada foi a de número 14 e as colunas foram as de número 6 e 21. Ao comparar os dados das duas colunas,  é efetuada a troca caso o conteúdo das duas colunas sejam distintos.

| | Professores | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Marcone | 8ªD | 8ªD | 7ªD | 7ªD | 99 | 6ªD | 6ªD | 7ªD | 7ªD | 99 | 7ªD | 7ªD | 8ªD | 8ªD | 99 | 8ªD | 8ªD | 6ªD | 6ªD | 99 | 99 | 6ªD | 6ªD | 99 | 99 |
| 2 | Maria B. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | Marirce | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | Erotides | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | Sara | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | Djalma | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | Alex | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | Edna | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | Rosilaine | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | Marcia D. | 5ªC | 8ªC | 8ªD | 6ªC | 6ªD | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 |
| 11 | Valerio | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | Marcia A . | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | Neuza | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | Lúcia | 99 | 99 | 99 | 99 | 99 | 6ªC | 7ªC | 7ªC | 5ªC | 5ªC | 6ªD | 6ªD | 5ªC | 99 | 99 | 99 | 6ªD | 7ªD | 7ªD | 99 | 7ªC | 6ªC | 6ªC | 7ªD | 99 |
| 15 | Janete | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16 | Lúcia | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | Janeth | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18 | Carlos | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19 | Marina | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | Mariana | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | Narita | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | Olga | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | Efigenia | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Tabela 6: Representa a efetuação da troca do conteúdo das duas colunas selecionadas.

## *4) Função de Avaliação*

FO = sobreposição * 40 + excesso dia * 25 + número de vezes professor vai escola * 7; (Essa FO é calculada somente uma vez, pois se trata da solução inicial do problema)

FO` = (sobreposição – sobreposição da 1ª coluna – sobreposição da 2ª coluna) * 40 + (excesso dia - excesso dia da 1ª coluna – excesso dia da 2ª coluna) * 25 + (número de vezes professor vai escola - número de vezes professor vai escola da 1ª coluna - número de vezes professor vai escola da 2ª coluna) * 7;

Para elaborar essa FO inicial, aleatoriamente escolhe um professor e aleatoriamente escolhe um horário e aloca uma turma, depois aleatoriamente escolhe outra coluna e aloca outra turma. Esse procedimento é repetido até que se complete a carga horária do professor, só ai torna-se a escolher outro professor e etc.

## *5) Resultados Computacionais*

O algoritmo oi implementado na linguagem de programação C++ usando um compilador C++ Builder 6.0 e testado em um microcomputador PC AMD Atlhon, 1.36 Ghz, com 256 MB de RAM sob sistema operacional Windows XP.

Para testar esse algoritmo foram usados dados fictícios representado os problemas que uma escola de ensino fundamental enfrenta.

| Instância | Número de Professores | Carga Horária Total | Número de Turmas |
|---|---|---|---|
| ***Teste realizado*** | **23** | **400** | **16** |

- Parâmetros utilizados:
  - ✓ Para a sobreposição: 40
  - ✓ Para o excesso de aulas dia: 25
  - ✓ Para o excesso de vezes: 7

- Solução inicial:
  - ✓ fo = 5405 (131 sobreposições e 1 excessos aulas dia e vezes 20)

- Solução final:
  - ✓ fomin = 84 (nenhuma sobreposição, nenhuma excessos aula dia e 12 excesso vezes)
  - ✓ nº de iterações = 577500

## *5) Conclusão*

Após o término deste trabalho, pode-se concluir que os resultados encontrados são positivos e a abordagem é uma válida. Além da abordagem adotada, poderia-se utilizar técnicas híbridas para poder alcançar um fomin melhor que o encontrado. Uma sugestão seria a utilização do Simulated Annealing juntamente com Busca TABU. Onde a Busca TABU seria um método de refinamento e o Simulated Annealing seria o gerador de solução inicial.