

## APLICAÇÃO DO MÉTODO GRASP NO PROBLEMA DE POSICIONAMENTO DE RADARES DE VIGILÂNCIA

### **Mônica Maria De Marchi**

Centro Técnico Aeroespacial (CTA)  
Instituto de Estudos Avançados (IEAv)  
Departamento de Informática (EIN-A)  
Caixa Postal 6044 - Cep - 12.231-970 - São José dos Campos – SP  
[monica@ieav.cta.br](mailto:monica@ieav.cta.br)

### **Maria José Pinto**

Centro Técnico Aeroespacial (CTA)  
Instituto de Estudos Avançados (IEAv)  
Departamento de Informática (EIN-A)  
Caixa Postal 6044 - Cep - 12.231-970 - São José dos Campos – SP  
[maju@ieav.cta.br](mailto:maju@ieav.cta.br)

### **Felipe Leonardo Lobo Medeiros**

Centro Técnico Aeroespacial (CTA)  
Instituto de Estudos Avançados (IEAv)  
Departamento de Informática (EIN-A)  
Caixa Postal 6044 - Cep - 12.231-970 - São José dos Campos – SP  
[felipe@ieav.cta.br](mailto:felipe@ieav.cta.br)

### **Carmem Lúcia Ruybal dos Santos**

Centro Técnico Aeroespacial (CTA)  
Instituto de Estudos Avançados (IEAv)  
Departamento de Informática (EIN-A)  
Caixa Postal 6044 - Cep - 12.231-970 - São José dos Campos – SP  
[carmenl@ieav.cta.br](mailto:carmenl@ieav.cta.br)

### **Resumo**

Este trabalho apresenta resultados obtidos utilizando a meta-heurística GRASP (do inglês, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*) na resolução do problema de posicionamento de radares de vigilância. Problemas deste tipo são considerados problemas de localização de facilidades com máxima cobertura (MCLP, do inglês *Maximum Covering Location Problem*), em que um número pré-definido de facilidades deve ser distribuído de forma a maximizar o número de demandas a serem atendidas. As facilidades são radares terrestres e o objetivo é determinar o posicionamento destes radares de forma a maximizar a área de cobertura da região a ser protegida. Este estudo vem sendo realizado pelo grupo de pesquisa de Apoio à Decisão do IEAv/CTA.

*Palavras-Chave: Problemas de Localização, Máxima Cobertura, GRASP.*

### **Abstract**

This work presents the results using the GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*) metaheuristic to solve the positioning of surveillance radars problem. Problems of this type are considered problems of MCLP (*Maximum Covering Location Problem*), where a fixed number of facilities should be distributed to maximize the number of demands to be attended. In this problem,

the facilities are terrestrial radars and the objective is to determine the positioning of these radars in order to maximize the area to cover the region to be protected. This study is being carried through by the research group of Decision Support in IEAv/CTA.

*Keywords: Location Problems, Maximum Covering, GRASP.*

## 1 - Introdução

Dentre os trabalhos de pesquisa em andamento no IEAv/CTA encontra-se o trabalho sobre o posicionamento ótimo de radares de vigilância. Este estudo visa entender a problemática relacionada à escolha de locais propícios para instalação de radares terrestres e a área efetivamente coberta pelos equipamentos, buscando a máxima eficiência, principalmente no que se refere à cobertura do sinal gerado. Na literatura, este tipo de problema pode ser visto como um problema de localização com máxima cobertura (MCLP, do inglês *Maximum Covering Location Problem*), visto existir um número pré-definido de facilidades, que devem ser distribuídas de forma a maximizar o número de demandas a serem atendidas (Daskin, 1995, Goldberg e Luna, 2000).

Algumas metodologias para a resolução deste tipo de problema foram estudadas com o propósito de entender a dinâmica envolvida. Por exemplo, foram realizados trabalhos utilizando a abordagem clássica do MCLP (Pinto e De Marchi, 2004) e utilizando algoritmo genético (Medeiros *et al.*, 2005; Santos *et al.*, 2003). O presente trabalho apresenta os resultados obtidos com a utilização da meta-heurística GRASP (do inglês, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures*).

A estrutura deste trabalho consiste de cinco seções distribuídas da seguinte forma: esta introdução; a seção 2, onde apresentamos os principais conceitos da metodologia GRASP; da seção 3, onde são apresentadas, além da formulação do modelo e a definição das variáveis do problema, o algoritmo GRASP utilizado; a seção 4, onde apresentamos os resultados obtidos; e, a seção 5, onde são apresentadas as considerações finais do trabalho.

## 2 - Metodologia GRASP

Problemas de cobertura ou problema de recobrimento são problemas de programação linear inteira que estão classificados, dentro da otimização combinatória, como sendo *NP-hard*. Devido às suas características são considerados computacionalmente difíceis de serem tratados ou suficientemente grandes para se considerar o uso de algoritmos exatos na sua resolução (Goldberg e Luna, 2000). Em muitos casos, métodos heurísticos são empregados para encontrar soluções satisfatórias, mas não necessariamente ótimas. Goldberg e Luna (2000) fornecem alguns exemplos de técnicas que podem ser utilizadas para resolver problemas da mesma classe abordada neste trabalho. Dentre estas técnicas encontra-se a meta-heurística GRASP - um procedimento de busca aleatório míope e adaptativo. Esta técnica visa apresentar diferentes soluções através de um procedimento que consiste de duas fases: na primeira constrói-se uma solução míope para o problema em análise a qual, na segunda fase, é submetida à busca local, visando melhorar a solução corrente.

Na literatura encontram-se vários mecanismos de construções míopes (ver, por exemplo, Resende e Velarde, 2003; Festa e Resende, 2000), que consideram a inserção individual dos elementos na solução obtendo-se, a cada passo, uma solução parcial. No caso de uma função míope, por exemplo, cada candidato é escolhido pela sua contribuição para a solução parcial (também conhecida como função gulosa). Outra forma de escolha dos elementos pode ser feita aleatoriamente a partir de uma Lista Restrita de Candidatos – LRC, gerada de forma míope e dando ao processo uma característica probabilística. No caso da escolha aleatória, Resende e Velarde (2003) apresentam alguns tipos de procedimentos que podem ser utilizados, como:

- LRC baseada na cardinalidade: o próximo candidato é escolhido de forma aleatória, a partir da lista míope gerada;
- LRC baseada em valor: a lista de candidatos é gerada a partir de uma função míope e de uma constante real  $c$ , cujo valor se encontra no intervalo 0 e 1 (se  $c = 0$  o processo de seleção é míope; se  $c = 1$  o processo de seleção é totalmente aleatório). Segundo Resende e Velarde (2003), o valor de  $c$  dentro deste intervalo garante uma convergência rápida do algoritmo míope e uma diversidade de soluções. Ainda, como não se conhece qual o melhor valor de  $c$  a ser utilizado, uma opção pode ser utilizar valores aleatórios de  $c$  a cada iteração.
- LRC aleatória e míope: neste processo, metade dos candidatos são escolhidos aleatoriamente e os demais através de um algoritmo míope;
- LRC com perturbações: neste processo, os valores dos custos dos candidatos são perturbados aleatoriamente e depois é aplicado um algoritmo míope;
- LRC baseadas em valores com pesos: este processo é uma variação do LRC baseada em valor, onde a cada elemento são atribuídas diferentes probabilidades, favorecendo os elementos mais bem avaliados. A seguir, os elementos são ordenados de acordo com um algoritmo míope.

Esta fase do processo permite que diferentes soluções sejam geradas a cada iteração GRASP. Mas estas soluções iniciais do GRASP não são necessariamente ótimos locais (Resende e Velarde, 2003). Como consequência, faz-se necessária a aplicação de um procedimento de busca local para tentar melhorar as soluções obtidas na fase construtiva. Esta busca realiza sucessivas trocas da solução corrente, sempre que uma melhor solução é encontrada na vizinhança. Este procedimento termina quando nenhuma solução melhor é encontrada. O critério de parada pode ser o número máximo de iterações ou o tempo máximo de execução.

De acordo com Rangel *et al.* (2000), “o procedimento de otimização local pode exigir um tempo exponencial se a busca partir de uma solução inicial qualquer, embora se possa constatar empiricamente a melhoria de seu desempenho de acordo com a qualidade da solução inicial. O tempo gasto pela busca local pode ser diminuído, portanto, através do uso de uma fase de construção que gere uma boa solução inicial”.

Devido à aleatoriedade do processo, soluções repetidas a cada iteração do processo podem ser geradas. Para resolver este tipo de problema, alguns trabalhos têm considerado o problema da falta de memória do processo GRASP. Visando dar “memória” ao processo, Laguna e Martí (2001), por exemplo, criaram um método de encadeamento de trajetórias. Atualmente existem vários outros trabalhos relacionados a este assunto, por exemplo: Canuto *et al.* (2001), Ribeiro *et al.* (2002) e Festa *et al.* (2002). Ressalta-se que este procedimento pode levar a um custo computacional alto se for realizado a cada iteração e, neste caso, alguns autores recomendam sua aplicação de forma periódica.

A aplicação do algoritmo GRASP em diferentes tipos de problemas tem crescido nos últimos anos. Festa e Resende (2004) desenvolveram e disponibilizaram uma *webpage* com uma lista de trabalhos, *softwares* e aplicações utilizando a meta-heurística GRASP.

### 3 - Formulação do Problema

O problema tratado neste trabalho pode ser formulado como um MCLP da seguinte forma:

$$\max \sum_{i=1}^m y_i$$

$$s.a.: \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq y_i \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \mathbf{x}_j = p$$

$$\mathbf{x}_j \in \{0,1\} \quad j = 1, \dots, n$$

$$\mathbf{y}_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, m$$

onde,

$y_i$  → indicará se a demanda  $i$  será atendida ou não;

$x_j$  → indicará se o radar será colocado na posição  $j$  ou não;

$m$  → representa a quantidade de demandas a serem atendidas;

$n$  → representa a quantidade de possíveis pontos de localização de radares;

$p$  → representa o número máximo de radares a serem posicionados;

$a_{ij}$  → indica se a demanda  $i$  é coberta caso o radar seja colocado na posição  $j$ .

A aplicação desta formulação para resolução do problema de forma exata pode ser feita utilizando, por exemplo, o pacote CPLEX. Para isto, uma opção seria transformar as áreas de cobertura de sinais de radares em pontos de demandas através de uma aplicação de uma malha sobre a região. Mas este tipo de abordagem poderá não garantir a otimalidade da solução, apesar do método exato utilizado, uma vez que a solução obtida está representada por pontos enquanto o que se deseja é a área total formada pelo conjunto de radares escolhido. Isto pode resultar na escolha de radares que não sejam os melhores quando se considera a área de cobertura e não os pontos de demanda. Uma outra dificuldade é que, à medida que o tamanho do problema aumenta (de acordo com os valores de  $n$ ,  $m$  e  $p$ ), a resolução do problema através de programação inteira torna-se computacionalmente difícil. Objetivando possibilitar a consideração de áreas individuais dos sinais de radares como restrição do problema e, ao mesmo tempo, maximizar a área de cobertura conjunta optou-se por utilizar uma abordagem heurística para o problema de cobertura, neste caso, a meta-heurística GRASP.

Para resolver o problema através da meta-heurística GRASP as seguintes variáveis, além das já definidas, foram utilizadas:

$L$	Lista que contém as $p$ posições candidatas a serem consideradas na solução (corresponde à Lista Restrita de Candidatos – LRC, do método GRASP);
$max\_it$	Número máximo de iterações do método;
$max\_it\_igual$	Número máximo de iterações que a solução corrente não sofre alteração;
$S$	Vetor de $p$ posições que conterá a solução do problema;
$it$	Contador para o número de iterações.

O mecanismo de construção míope da LRC, utilizado neste trabalho, gera a cada iteração um valor aleatório que define o processo de seleção tentando garantir uma diversidade na LRC. A seguir é apresentado o pseudocódigo do algoritmo GRASP utilizado.

Faça:  $Tabu = \{ \}$ ,  $it = 0$

1. Ordene as  $n$  localizações, de forma crescente, de acordo com o tamanho da área;

Enquanto ( $max\_it$  não for atingido ( $it <> max\_it$ )) faça:

2. Escolha, aleatoriamente,  $p$  posições de radares e coloque-as na lista  $L$ ;
3. Faça:  $S = \{ \}$  e  $L = \{ \}$ ;

{Construção da Solução Inicial}

4. Para cada posição  $r \in L$ , calcule a cobertura gerada pela união dos elementos do conjunto  $S$  com a posição  $r$ . Neste processo utilizou-se a biblioteca GPC, baseada no método de “recorte” de polígonos proposto por Vatti (1992);

5. Seja  $r_{max}$  a posição que retorna a maior cobertura. Coloque posição  $r_{max}$  no vetor solução  $S$ ;
6. Determine uma nova posição para ser colocada na lista  $L$  no lugar de  $r_{max}$ . Para isto, verifique qual dentre as posições ordenadas poderia ser considerada. A posição somente **não** pode ser considerada se for uma posição *Tabu* ou se já estiver nas listas  $L$  ou  $S$ .
7. Se a solução  $S$  já tiver sido construída, pare o procedimento. Senão, retorne ao passo 4. Considere  $S$  como sendo a melhor solução até o momento.

Fim Faça;

{Busca Tabu}

8. Coloque a  $k$ -ésima posição na lista *Tabu*, onde  $k$  é a posição de  $S$  que, ao ser eliminada da solução, resulta na maior área coberta.
9. Insira a  $r$ -ésima posição da lista  $L$  na solução  $S$ , onde  $r$  é a posição da lista  $L$  que, se for colocada em  $S$  retorna a maior área coberta.
10. Determine uma nova posição para ser colocada na lista  $L$  no lugar de  $r_{max}$ . Para isto, verifique qual dentre as posições ordenadas poderia ser considerada. A posição somente **não** pode ser considerada se for uma posição *Tabu* ou se já estiver nas listas  $L$  ou  $S$ .

{Atualiza Solução}

11. Atualiza a solução final, se a solução gerada for melhor que a solução armazenada.
12. Faça  $it = it + 1$ . Se a solução gerada não for atualizada por  $max\_it\_igual$ , retorne ao passo 2, senão retorne ao passo 8.

Fim Enquanto;

Apresente a melhor Solução Obtida;

Fim Faça.

Consideramos:

$$Max\_it\_igual = 2 * p$$

$$Max\_it = 1000$$

#### 4 – Resultados obtidos

Seguindo a metodologia utilizada em trabalhos anteriores (Pinto e De Marchi, 2004, Medeiros *et al.*, 2005, Santos *et al.*, 2003), os possíveis pontos de localização dos radares foram obtidos através do sistema AEROGRAF-PDA (Correa, 1996 e AEROGRAF, 2005). Dentre diversas facilidades oferecidas por este sistema encontra-se a de fornecer, para uma determinada região, um número desejado de possíveis localizações de radares, levando em consideração, até o presente momento, o modelo de elevação do terreno. Para cada ponto de localização de radar, o sistema AEROGRAF-PDA fornece, de acordo com as características do radar, a respectiva área de visibilidade. A partir da informação das áreas de visibilidade de cada radar é que se aplica o algoritmo GRASP.

Os resultados deste trabalho foram obtidos a partir de dois conjuntos de dados que foram aplicados a uma mesma região a ser protegida, ilustrada na Figura 1. No primeiro conjunto de dados foram consideradas 20 possíveis posições de localização de radares obtidas pelo critério de maior altitude de acordo com o modelo de elevação do terreno, destacadas na Figura 2. Para este caso, considerou-se um limite de 5 radares a serem alocados. A configuração final obtida pelo método GRASP, com o valor de 13.216.459,45m<sup>2</sup> de área coberta, está apresentada na Figura 3. Foi feita uma busca exaustiva para este conjunto de dados e a configuração obtida pelo GRASP coincide com o resultado obtido de forma exaustiva, ou seja, a solução GRASP é a solução ótima para este conjunto de dados.

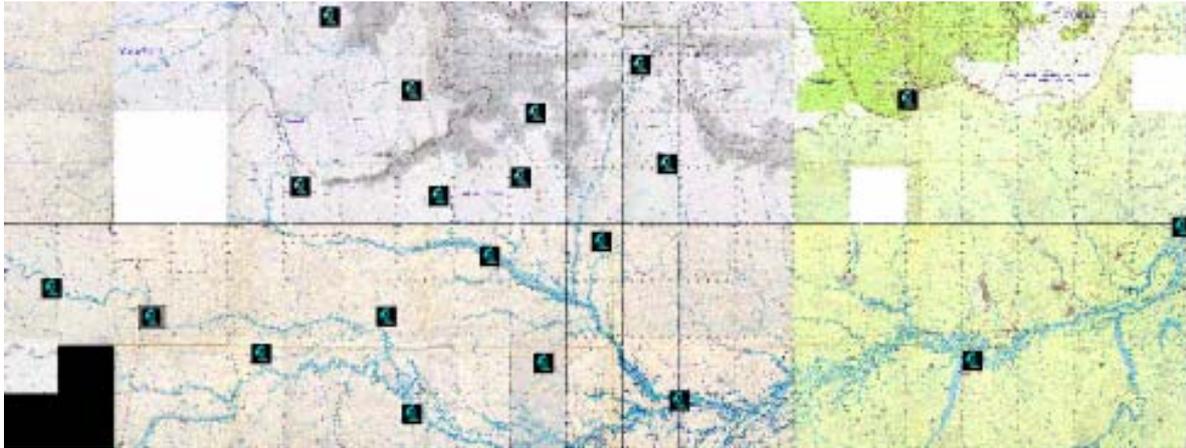


Figura 1 – Possíveis pontos de instalação dos radares (primeiro conjunto de dados).

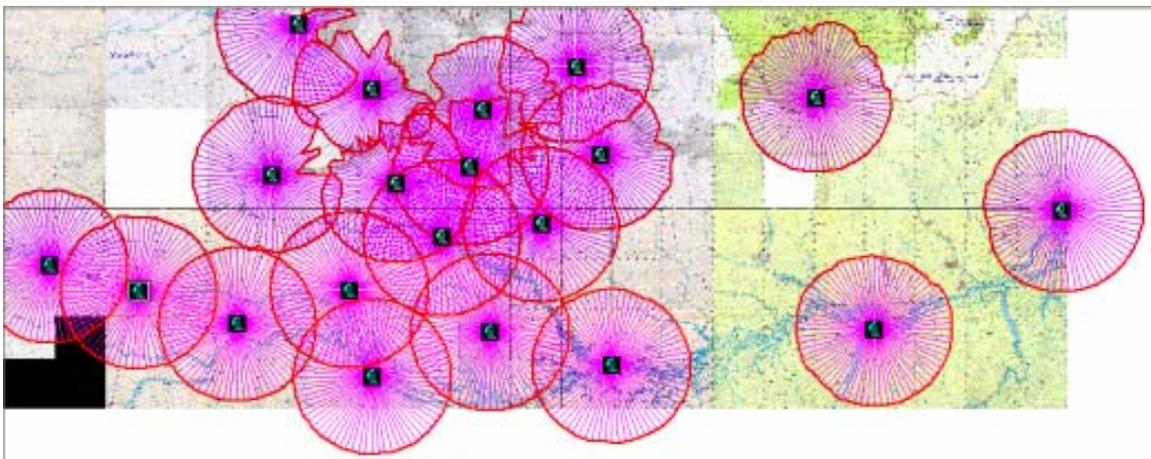


Figura 2 – Envoltórias dos sinais dos radares em cada possível ponto de instalação.

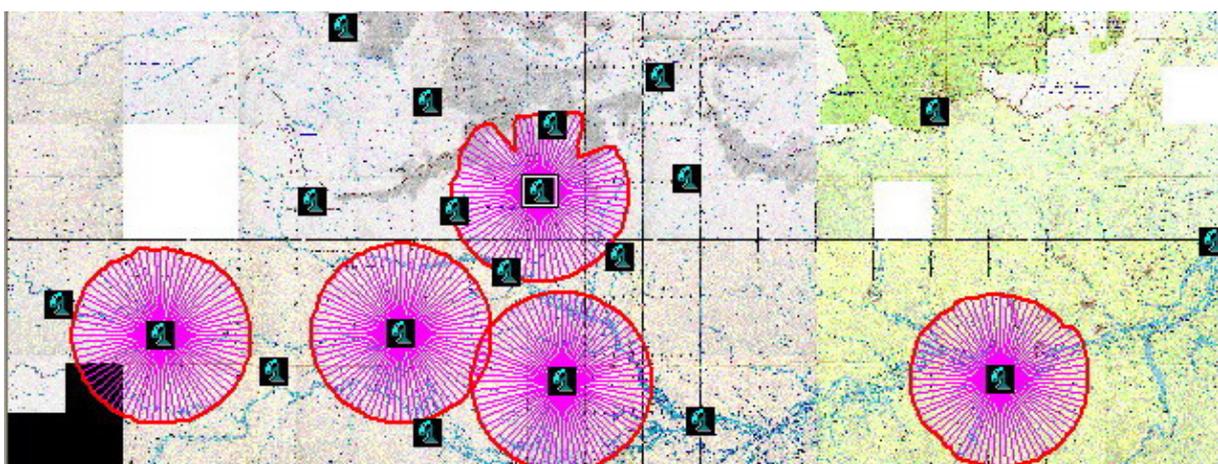


Figura 3 – Solução obtida com os 5 radares posicionados.

Para o segundo conjunto de dados e, considerando a mesma região a ser protegida, considerou-se 100 possíveis posições de localização de radares, destacadas na Figura 4. Esta configuração de posicionamento foi obtida determinando-se uma grade de posições no mapa digital de elevação de

terreno, onde em seguida, utilizou-se o AEROGRAF-PDA para obter as envoltórias dos sinais dos radares em cada ponto de instalação como mostra a Figura 4.

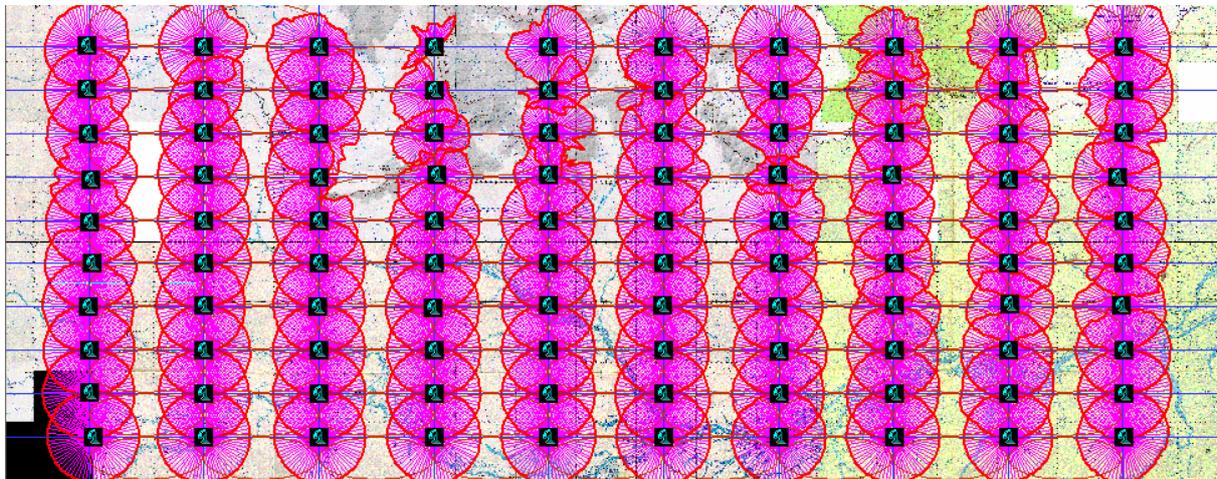


Figura 4 – Possíveis pontos de instalação dos radares e suas respectivas envoltórias para o segundo conjunto de dados.

A meta-heurística GRASP foi aplicada ao problema considerando-se um total de 5, 10 e 20 radares a serem alocados. Para todos os casos, o número máximo de iterações do método e número máximo de iterações que a mesma solução é gerada permaneceram inalterados. Os resultados encontram-se na Tabela 1. Estes resultados foram obtidos a partir de um conjunto de 50 simulações e representam as soluções que retornaram a maior área de cobertura dos sinais dos radares, podendo ou não corresponder às soluções que ocorreram um número maior de vezes.

Tabela 1. Resultados obtidos para o segundo conjunto de dados, utilizando o GRASP.

	<b>5 Radares</b>	<b>10 Radares</b>	<b>20 Radares</b>
1	64	64	6
2	86	65	44
3	89	83	52
4	94	86	55
5	95	87	63
6		89	66
7		92	72
8		94	74
9		95	75
10		98	77
11			81
12			83
13			86
14			89
15			90
16			92
17			94
18			95
19			97
20			98
<b>Área Total</b>	<b>34.251,00</b>	<b>67.664,00</b>	<b>132.911,00</b>

As Figuras 5, 6 e 7 apresentam a visualização dos resultados apresentados na Tabela 1.

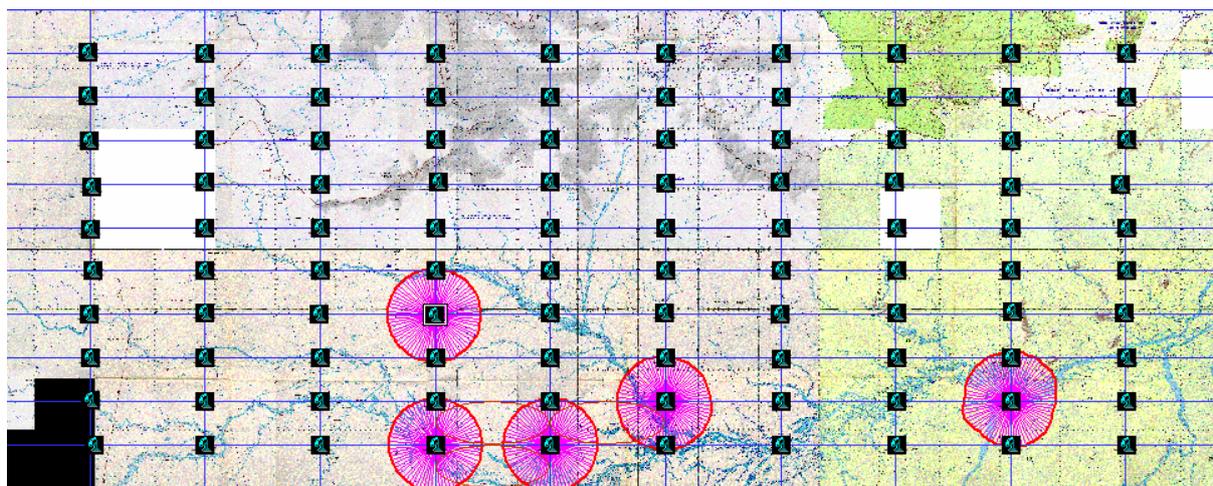


Figura 5 – Solução obtida com os 5 radares posicionados.

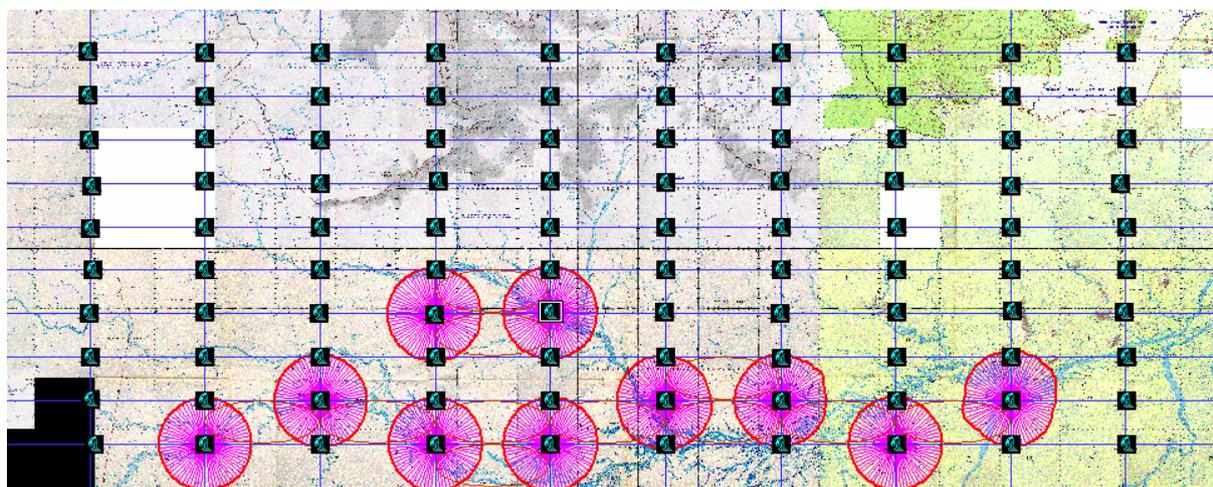


Figura 6 – Solução obtida com os 10 radares posicionados.

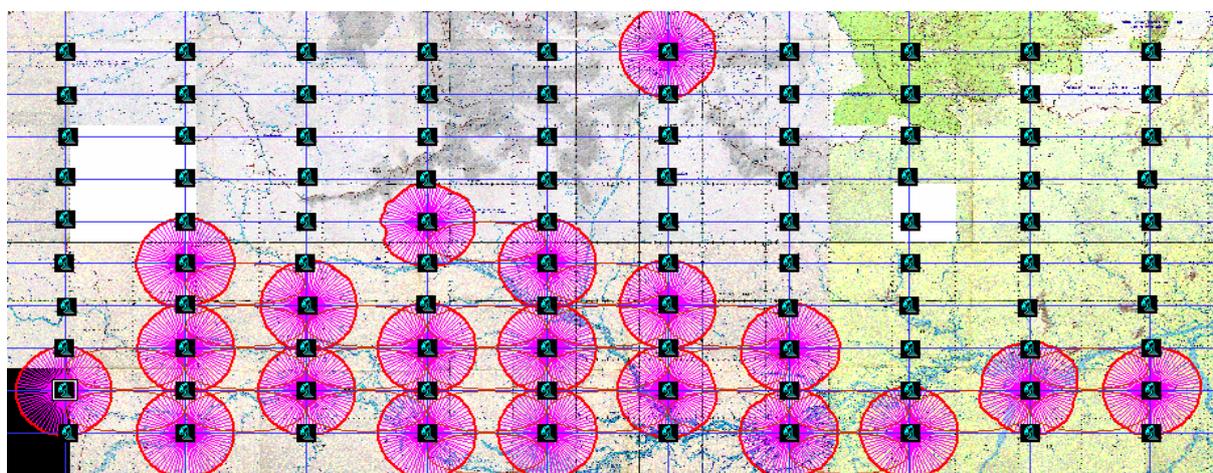


Figura 7 – Solução obtida com os 20 radares posicionados.

O cálculo da área total da cobertura dos sinais dos radares foi obtido utilizando a biblioteca GPC, baseada no método de “recorte” de polígonos proposto por Vatti (1992). Para maiores detalhes sobre a

implementação desta biblioteca e seus resultados no problema abordado neste trabalho ver Medeiros *et al.* (2005).

## 5 – Comentários Finais

Este trabalho apresentou resultados de uma aplicação simplificada para um problema real em desenvolvimento no Instituto. Os resultados obtidos neste e em trabalhos anteriores apontam para a viabilidade das técnicas escolhidas no processo de otimização de escolha de posicionamento de radares. Apesar das metodologias GRASP e GA não garantirem a otimalidade, apresentaram resultados promissores para o problema em questão.

A próxima etapa será trabalhar com radares fixos e móveis, onde o problema consiste em encontrar posições para os radares móveis de forma a cobrir possíveis lacunas ou buracos deixados pelos radares fixos. Este tipo de abordagem é bastante significativo quando se trabalha no contexto de garantir a segurança do espaço aéreo nacional. Como extensão poderá ser incorporado o posicionamento de radares aerotransportáveis ao modelo.

Ainda, estuda-se a possibilidade de incorporar na modelagem o uso de SIGs para visualizar e combinar, de acordo com as necessidades de análise, informações cartográficas de diferentes fontes, modelo de elevação do terreno, estradas, rios, cidades, etc. Estas informações são importantes para a adequação às restrições das possíveis soluções para os problemas de posicionamento de radares - fixos, móveis e aerotransportáveis - para a Aeronáutica.

## REFERÊNCIAS

AEROGRAF. Disponível em <[www.ieav.cta.br/aerograf](http://www.ieav.cta.br/aerograf)>. Visitado em 12-06-2005.

Canuto, S. A.; Ribeiro, C. C.; Resende, M. G. C. Local search with perturbations for the prize-collecting Steiner tree problem. *Networks*, 38:50-58, 2001.

Correa, F. A. AEROGRAF-PDA: planejamento de defesa aeroespacial. São José dos Campos. Relatório de Missão, CTA, Outubro 1996.

Daskin, M. *Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications*. Wiley Interscience, New York, EUA, 1995.

Festa, P.; Pardalos, P. M.; Resende, M. G. C. Randomized heuristics for the MAX-CUT problem. *Optimization Methods & Software*, 7:1033-1058, 2002.

Festa, P.; Resende, M. G. C. GRASP: an Annotated Bibliography. AT&T Labs Research Technical Report: 00.1.1. 01-02-2000.

Festa, P.; Resende, M. G. C. GRASP: an Annotated of Bibliography. Disponível em <<http://www.graspheuristic.org/>>. 29-02-2004. Visitado em 12-06-2005.

Goldbarg, M. C. e Luna, H. P. L. *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*. Editora Campus, R.J, 2000.

Laguna, M. e Martí, R. A GRASP for coloring sparse graphs. *Computational Optimization and Applications*, 19:165-178, 2001.

Medeiros, F. L. L.; Santos, C. L. R.; De Marchi, M. M.; Pinto, M. J. Algoritmo Genético Aplicado à Otimização da Cobertura do Sinal Gerado por Radares Terrestres. Trabalho a ser apresentado no V ENIA – Encontro Nacional de Inteligência Artificial. Porto Alegre, RS, de 25 a 29 de julho de 2005.

Pinto, M. J.; De Marchi, M. M. Localização de Radares com Máxima Cobertura. XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, São João Del Rei, MG, de 23 a 26 de novembro de 2004. ISSN 518-1731.

Rangel, M.C., Abreu, N.M.M. e Boaventura Netto, P.O., GRASP para o PQA: um Limite de Aceitação para Soluções Iniciais, Pesquisa Operacional, 20, 1:45-58, 2000. ISSN 0101-7438.

Resende, M. G. C.; Velarde, J. L. G. GRASP: Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. Inteligencia Artificial, Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial. 19:61-76, 2003. ISSN 1137-3601.

Ribeiro, C. C.; Uchoa, E.; Werneck, R. F. A hybrid GRASP with perturbations for the Steiner problem in graphs. INFORMS Journal of Operational Research, 14:228-246, 2002.

Santos, C. L. R.; Heinzelmann, L. S.; Brito, F. M. Otimização de Cobertura Radar Via Algoritmo Genético, VI Simpósio de Pesquisa Operacional da Marinha e VII Congresso de Logística da Marinha, Rio de Janeiro, RJ, 2003.

Vatti, B.R. A Generic Solution to Polygon Clipping. Communications of the ACM, 35(7), July 1992, pp.56-63.