UMA HEURÍSTICA PARA O PROBLEMA DE CORTE DE ESTOQUE UNIDIMENSIONAL INTEIRO

Douglas Aparecido Faglioni Boleta
e-mail: dfaglioni@yahoo.com.br

Silvio Alexandre de Araujo
Departamento de Ciências de Computação e Estatística (DCCE)
Universidade Estadual Paulista (UNESP)-São José do Rio Preto - SP
e-mail: saraujo@ibilce.unesp.br

Ademir Aparecido Constantino
e-mail: Ademir@din.uem.br
Departamento de Informática
Universidade Estadual de Maringá
87020-900-Maringá-PR

Kelly Cristina Poldi
e-mail: kelly@icmc.usp.br
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Universidade de São Paulo
13560-970-São Carlos-SP

Resumo

Neste trabalho tem-se um estudo do Problema de Corte de Estoque Unidimensional Inteiro. São implementadas várias heurísticas presentes na literatura. Tais heurísticas são utilizadas no desenvolvimento de um novo método heurístico, o qual, é baseado em algumas características dos Algoritmos Genéticos. Resultados computacionais preliminares são apresentados comparando a heurística proposta com alguns métodos clássicos da literatura, bem como, com um método desenvolvido pelo grupo de pesquisa.
Palavras-chave: Problema de Corte e Empacotamento, Heurísticas.

Abstract

This work deals with the Integer One Dimensional Cutting Stock Problem. Several well-known heuristics are implemented. These heuristics are used to develop a new heuristic method based on the Genetic Algorithms characteristics. Preliminary computational results are presented which to compare the new method with some classical methods and with another method developed by the research group.
Key words: Cutting and Packing Problem, Heuristics.

1. Introdução

O problema de corte consiste em atender uma demanda de itens a partir do corte de material, em geral, com o objetivo de minimizar a perda, ou seja, deve-se determinar a “melhor” forma de cortar unidades maiores (objetos) de maneira a produzir um conjunto de unidades menores (itens). Para tanto, deve-se encontrar um conjunto de padrões de corte (maneira que um objeto é cortado para produzir itens menores) que serão repetidos um certo número de vezes e que satisfaçam algum critério a ser otimizado, por exemplo, minimizar a perda de material gerada pelo corte dos padrões.

Esse problema pode aparecer em diversos processos industriais onde os objetos disponíveis em estoque possuem dimensões padronizadas, como barras de aço, bobinas de papel e alumínio, placas metálicas e de madeira, placas de circuito impresso, chapas de vidro e fibra de vidro, dentre outros e, os itens, com tamanhos especificados pelos clientes, são encomendados através de uma carteira de pedidos.

Os problemas de corte encontrados na prática são, em geral, difíceis de serem tratados devido ao grande número de variáveis envolvidas e devido à restrição de integralidade das variáveis. Estes problemas pertencem à classe de problemas NP-árduo e, portanto, produzir soluções exatas em tempos computacionais razoáveis não é uma tarefa fácil. Desta forma, torna-se interessante o uso de heurísticas para sua resolução.

A importância econômica aliada à dificuldade de resolução de problemas de corte e empacotamento tem motivado grande empenho da comunidade acadêmica na busca de métodos eficientes, o que pode ser notado pelo volume de publicações nos últimos anos. Destacamos aqui os livros específicos ao tema: Brown (1971), Martello e Toth (1990), Dyckhoff e Finke (1992), como também livros de otimização que dedicam capítulos ao tema, como Lasdon (1970), Chvátal (1983) entre outros. Para um auxílio na pesquisa bibliográfica para a identificação dos problemas de corte e empacotamento e métodos de solução, destacamos os artigos de revisão, como Golden (1976), Hinxman (1980), Garey e Johnson (1981), Coffman *et al.*(1996), Dyckhoff *et al.* (1985), Dyckhoff (1990), Haessler e Sweeney (1991), Dowsland e Dowsland (1992), Sweeney e Pasternoster (1992), Morabito e Arenales (1992) (Arenales *et al.* (2004)).

2. Caracterização do Problema

Suponha que vários objetos estejam disponíveis para serem cortados para a produção de diversos itens. Temos então que escolher quantos objetos devem ser cortados e como cortá-los. Os objetos em estoque estão disponíveis em alguma quantidade e podem ser de um único ou de vários tamanhos, havendo ou não limitação de estoque. Um problema da área de corte pode ser caracterizado como unidimensional quando apenas uma dimensão é relevante na sua resolução. Por fim, tem-se um problema de corte inteiro, pois, as variáveis que definem as quantidades de itens devem ser interias. Uma definição formal para o problema de corte de estoque unidimensional inteiro pode ser apresentada da forma descrita a seguir na seção 2.1 (Poldi e Arenales (2003)).

2.1 Fundamentação Teórica

Considere que temos disponível em estoque K tipos de objetos (barras, bobinas, etc.) de comprimento L_k, $k = 1,...,K$, e um conjunto de pedidos, com demanda conhecida d_i, $i = 1,...,m$, de itens de comprimentos l_i, $i = 1,...,m$ (os comprimentos dos itens são tais que: $l_i \leq L_k$, $k = 1,...,K$). O problema consiste em produzir os itens demandados a partir do corte dos objetos em estoque, atendendo a demanda e de modo a otimizar algum objetivo, por exemplo, minimizar a perda de material.

O problema de corte de estoque ocorre quando existe restrição de estoques, ou seja, cada objeto está disponível numa quantidade limitada e_k, $k = 1,...,K$. Uma segunda variante do problema ocorre quando não é permitido excesso de produção, ou seja, o número total de itens cortados deve ser exatamente igual à demanda original. Pedaços do corte que não sejam os itens demandados são considerados perda.

A seguir apresentamos algumas definições que darão suporte à formulação matemática do problema de corte de estoque unidimensional. Desenvolveremos esta fundamentação teórica para o caso do problema de corte de estoque unidimensional considerando restrições de estoque e não permitindo excesso de demanda (Poldi e Arenales (2003)).

Definição: Chamamos de padrão de corte a maneira como um objeto em estoque é cortado para a produção dos itens demandados. A um padrão de corte é associado um vetor *m*-dimensional que contabiliza os itens produzidos:

$$\mathbf{a} = (\alpha_1, \alpha_2, \ ..., \alpha_m)^T$$

onde α_i é quantidade de itens do tipo i no padrão de corte **a**.

Observe que um vetor **a**$=(\alpha_1,\alpha_2,\ \ldots,\alpha_m)^T$ corresponde a um padrão de corte se e somente se satisfazer as restrições do problema da mochila, considerando apenas as restrições físicas:

$$\text{Maximizar } \phi = v_1\alpha_1 + v_2\alpha_2 + \ldots + v_m\alpha_m \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } l_1\alpha_1 + l_2\alpha_2 + \ldots + l_m\alpha_m \le L \quad (2)$$

$$0 \le \alpha_i \le d_i\ ,\quad i = 1,\ \ldots,\ m \text{ e inteiro} \quad (3)$$

supondo que o comprimento do objeto seja L. Note que, a geração dos padrões de corte deve ser restrita (veja (3)), para que não ocorra excesso da demanda.

Entretanto, os padrões de corte devem ser definidos para cada tipo de barra disponível em estoque.

Sejam:

$$a_{1k} = \begin{pmatrix} \alpha_{11k} \\ \alpha_{21k} \\ \vdots \\ \alpha_{m1k} \end{pmatrix},\qquad a_{2k} = \begin{pmatrix} \alpha_{12k} \\ \alpha_{22k} \\ \vdots \\ \alpha_{m2k} \end{pmatrix},\qquad \ldots,\ a_{N_k k} = \begin{pmatrix} \alpha_{1N_k k} \\ \alpha_{2N_k k} \\ \vdots \\ \alpha_{mN_k k} \end{pmatrix},\qquad k=1,\ldots,K$$

onde α_{ijk} é o número de itens do tipo i no padrão de corte j para o objeto em estoque, k, $i=1, \ldots m$, $j=1,\ldots N_k$, $k=1, \ldots, K$, ($\boldsymbol{a_{jk}}$ é o vetor correspondente ao *j-ésimo* padrão de corte sobre o objeto k).

Após a definição dos padrões de corte, o próximo passo será determinar o número de vezes que cada padrão será utilizado para resolver o problema.

Considere um dado adicional para descrição do modelo matemático: c_{jk} que é o custo do objeto k, segundo o padrão de corte j, $j=1,\ldots,N_k$, $k=1,\ldots,K$. Por exemplo, $c_{jk} = L_k - \sum_{i=1}^{m} l_i\alpha_{ijk}$ é a perda no padrão de corte j do objeto k. Cabe observar que outros custos, tal como, a maximização do lucro dos objetos cortados, poderiam ser considerados.

2.2 Modelagem Matemática

Dados da demanda:

- m: número de tipos de itens;
- l_i: comprimento do item i, $i=1, \ldots, m$;
- d_i: demanda do item tipo i, $i=1,\ldots, m$;

Dados de estoque:

- K: número de tipos de objetos em estoque;
- L_k: comprimento do objeto k, $k=1,\ldots, K$.
- e_k: disponibilidade em estoque do objeto k, $k=1, \ldots K$

Variáveis de decisão:

x_{jk}: número de vezes que o objeto do tipo k é cortado usando o padrão j, $j=1, \ldots, N_k$, $k=1, \ldots., K$.

O problema pode então ser formulado por:

Minimizar $$f(x_{11}, x_{21}, \cdots) = \sum_{j=1}^{N_1} c_{j1} x_{j1} + \sum_{j=1}^{N_2} c_{j2} x_{j2} + \cdots + \sum_{j=1}^{N_K} c_{jK} x_{jK} \qquad (6)$$

Sujeito a: $$\sum_{j=1}^{N_1} a_{j1} x_{j1} + \sum_{j=1}^{N_2} a_{j2} x_{j2} + \cdots + \sum_{j=1}^{N_K} c_{jK} x_{jK} = \mathbf{d} \qquad (7)$$

$$\begin{array}{llll} \sum_{j=1}^{N_1} x_{j1} & & & \le e_1 \\ & \sum_{j=1}^{N_{21}} x_{j2} & & \le e_2 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & \sum_{j=1}^{N_K} x_{jK} & \le e_K \end{array} \qquad (8)$$

$x_{jk} \geq 0$, e inteiro $j=1,..., N_k$, $k=1,..., K$ e $\mathbf{d}$ vetor demanda. (9)

A função objetivo (6) minimiza a perda total. A restrição (7) garante que a quantidade total de itens produzidos seja exatamente igual à demanda. As outras restrições (8) garantem que a quantidade de cada barra disponível em estoque não seja violada. E a última restrição (9) garante que a repetição de cada padrão de corte *j* seja um número inteiro não-negativo.

A condição de integralidade sobre as variáveis relacionadas ao número de padrões de corte torna o problema difícil de ser resolvido computacionalmente para problemas de dimensões moderadas. Em problemas práticos, *m* (quantidade de tipos de itens) pode ser da ordem de dezenas ou centenas, enquanto que o número de possíveis padrões de corte diferentes (que é o número de colunas) pode ser da ordem de centenas de milhares, o que inviabiliza a resolução direta do problema.

Quando a demanda é suficientemente alta, a resolução do problema por um modelo de otimização linear é adequada, pois a produção de algumas peças em excesso teria um baixo impacto no custo total do problema. Assim, uma abordagem prática para resolver o problema consiste em relaxar a condição de integralidade e resolver o problema relaxado pelo *Método Simplex* utilizando o processo de *Geração de Colunas* proposto por Gilmore e Gomory (1961). Obtém-se então a solução ótima para o problema relaxado que, em geral, é fracionária.

Entretanto, em alguns casos, por exemplo, em problemas práticos onde a demanda é baixa, a resolução por otimização linear não é suficiente. Nestes casos, heurísticas têm sido desenvolvidas para obter soluções inteiras. Algumas heurísticas desenvolvidas são apresentadas nos trabalhos de Stadler (1990), Wäscher e Gau (1996), Pinto (1999), Hinxman (1980) e Poldi e Arenales (2003).

Em geral, as heurísticas desenvolvidas, buscam uma solução inteira de duas maneiras. Uma delas, chamada *heurística residual*, consiste em obter uma solução para o problema relaxado e arredondar as soluções fracionárias para baixo (maior inteiro inferior), posteriormente, resolve-se novamente o problema relaxado considerando apenas a demanda residual (ou seja, o que não foi produzido na primeira resolução devido ao arredondamento). Este procedimento é repetido até que se tenha uma solução aceitável. Um segundo procedimento utilizado para a obtenção de solução inteiras são as chamadas *heurísticas de construção*, que consiste basicamente em construir um bom padrão de corte e usar este padrão tanto quanto possível, posteriormente, atualiza-se a demanda, e o procedimento é repetido gerando-se um novo padrão de corte.

Para gerar um padrão de corte deve-se resolver um problema da mochila, o qual pode-se resolver de diferentes formas. Uma delas consiste em utilizar o *Método de Branch-and-Bound* para o problema da mochila proposto por Gilmore e Gomory (1963). Vahrenkamp (1996) propôs uma heurística que resolve o problema da mochila realizando um *Busca Randômica*. A busca consiste em, a cada iteração escolher de forma randômica num intervalo entre 1 e o mínimo do tamanho do objeto pelo tamanho do item ou a demanda, a quantidade de vezes que um determinado item entrará na mochila. Assim ao final de *m* iterações, uma para cada item, um padrão é gerado. Esse procedimento é repetido uma quantidade determinada de vezes, aquele padrão que obtiver o melhor benefício será definido como melhor padrão.

3. Método de Resolução

No método de solução proposto são utilizados alguns conceitos da meta-heurística Algoritmos Genéticos. Esses conceitos não serão explicados neste trabalho. Para maior conhecimento de tais conceitos tem-se Golgberg (1989) e Reeves (1993).

Considere um indivíduo como sendo uma solução factível para o problema de corte de estoque, tal que seus padrões de corte possam ser caracterizados como um cromossomo, cujos genes representem cada um desses padrões, conforme a Figura 1:

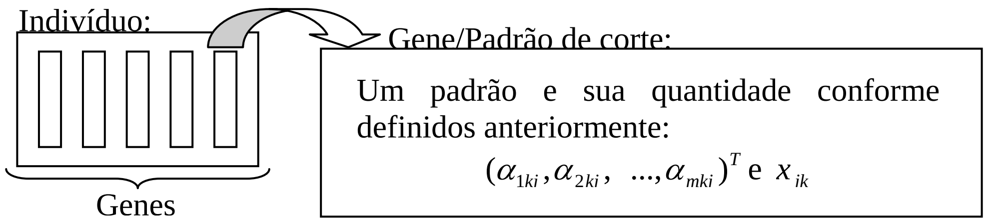

Figura 1 – Indivíduo como solução de um problema de corte

Considere agora uma população inicial composta por quatro diferentes soluções geradas pelos seguintes métodos:

- *Construtivo com Branch-and-Bound (CB&B):* que utiliza uma heurística gulosa de repetição exaustiva (ver Hinxman (1980)), sendo que, o método *Branch-and-Bound* (Gilmore e Gomory (1963)) é utilizado para resolver o problema da mochila e gerar o melhor padrão de corte.

- *Construtivo com Randon Search (CRS):* que também utiliza uma heurística gulosa, sendo que, o método *Randon Search* (Vahrenkamp (1996)) é utilizado para resolver o problema da mochila e gerar os padrões.

- *Residual com Branch-and-Bound (RB&B):* que resolve o problema de forma relaxada utilizando o método Simplex com geração de colunas (Gilmore e Gomory (1961)). Posteriormente, utiliza a heurística gulosa para satisfazer a demanda residual, sendo que, o método *Branch&Bound* é utilizado para resolver o problema da mochila e gerar o melhor padrão de corte.

- *Residual com Randon Search (RRS):* que é semelhante ao anterior, no entanto, o método *Randon Search* é utilizado para resolver o problema da mochila e gerar os padrões.

Considere os seguintes mecanismos evolutivos:

- Seleção: é feita de forma aleatória com maior probabilidade para aqueles indivíduos que apresentam uma função de avaliação relativamente melhor;
- Função de Avaliação: é o valor utilidade de um indivíduo calculado com base na fórmula $F = Np + \frac{Tp}{Tc}K$, onde *Np* é igual ao número de padrões, *Tc* total cortado, *Tp* perda total e *K* é fator de dominância entre a perda e número de padrões, quanto maior o valor de *K* maior será tendência em minimizar a perda em detrimento ao número de padrões e vice-versa;
- Reprodução: a partir da seleção de indivíduos, são retirados genes para serem inseridos em uma nova solução. Neste ponto, tem-se uma espécie de cruzamento entre as quatro soluções originando uma nova solução.
- Mutação: caso a solução gerada seja infactível, então é executado um procedimento de construção para factibilizá-la.

O método consiste em construir soluções selecionando indivíduos da população escolhendo de forma aleatória os genes. Para cada solução a ser construída são escolhidos *g* genes (Figura 2).

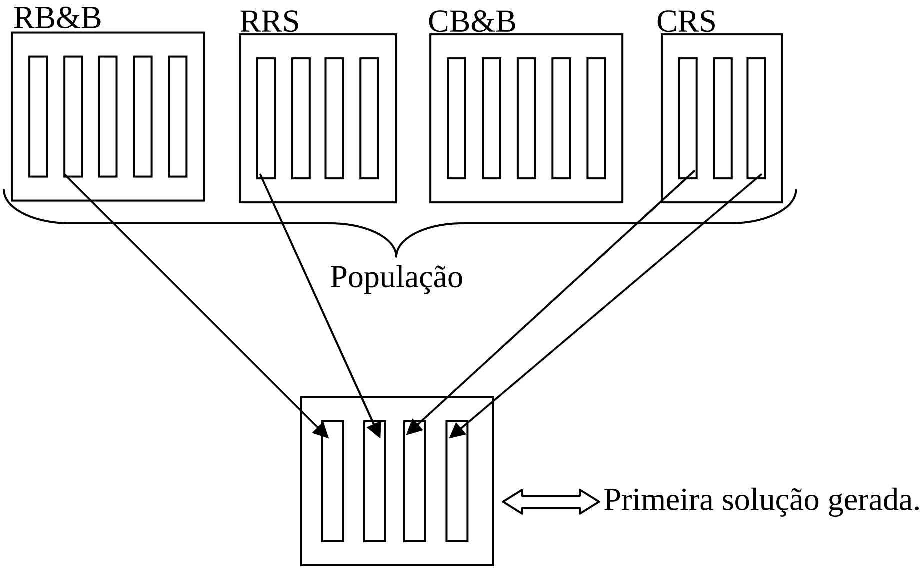

Figura 2 – Primeira geração

Se a solução gerada não atender a demanda de algum item, então é chamada uma heurística de construção para torná-la factível, ou seja, uma mutação.

Para cada indivíduo gerado é calculado o seu valor utilidade, caso essa solução construída seja melhor que alguma já existente na população, então esta substituirá alguém na população. Dessa forma a cada iteração é gerada uma solução até que o número de gerações chegue ao máximo.

Algoritmo:
Passo 1: *Construção da população inicial*
Passo 2: *Inicialização das variáveis*
Passo 3: *Busca da Melhor Solução.*
Enquanto não for atingido o número máximo de iterações
Faça:
Passo 4: *Construção da Nova Solução.*
Enquanto a nova solução não atingir uma quantidade pré-determinada de padrões ou existir demanda residual
Faça:
- Selecione Aleatoriamente um Indivíduo da População
- Selecione Aleatoriamente um Padrão de Corte deste Indivíduo
- Determine o número de vezes que este Padrão será utilizado: *min{*menor demanda residual dos itens e estoque da barra do padrão*}*
- Acrescente o padrão e o número de vezes à nova solução
- Atualize a demanda e o estoque
- Incremente o número de padrões da nova solução

Fim (Enquanto do passo 4)
Passo 5: *Factibilização da nova solução:*
Se ainda existir demanda residual. **Então** aplique uma heurística construtiva
Passo 6: *Substituição da nova solução na População:*
Se o valor da nova solução for melhor que o valor da pior solução da População Atual. **Então** insira a nova solução na População e retire a Pior Solução.
Passo 7: Incremente o Numero de Iterações

Fim (Enquanto Passo 3)
Passo 8: Imprima a Melhor Solução da População

4. Resultados Computacionais

Todas as implementações dos algoritmos citados acima e a parte gráfica do programa foram desenvolvidos utilizando a linguagem C++ e a ferramenta C++ Builder 6. Os testes computacionais foram realizados utilizando um PC com processador AMD Duron 850 MHZ com 256MB de memória RAM.

Para os testes foram utilizados os exemplos cedidos por Poldi e Arenales (2003), que se basearam em um gerador aleatório proposto por Gau e Wascher (1995). Esses exemplos são divididos em classes, ao todo são 18 classes, cada uma com 20 exemplos, totalizando 360. As características das classes são de acordo com a Tabela 1:

Tabela 1 – Características das Classes

Classe	Número de Barras	Número de Itens	Tamanho dos Itens
C1	3	5	Pequeno
C2	3	5	Médio
C3	3	20	Pequeno
C4	3	20	Médio
C5	3	40	Pequeno
C6	3	40	Médio
C7	5	10	Pequeno
C8	5	10	Médio
C9	5	20	Pequeno
C10	5	20	Médio
C11	5	40	Pequeno
C12	5	40	Médio
C13	7	10	Pequeno
C14	7	10	Médio
C15	7	20	Pequeno
C16	7	20	Médio
C17	7	40	Pequeno
C18	7	40	Médio

E as variações de tamanho de barra, item, quantidade de estoque e demanda são as seguintes:

- Dimensões das barras (L_k) são valores aleatórios no intervalo $[1,\ \ 1000]$;
- Tamanhos dos itens (l_i) foram gerados aleatoriamente no intervalo $[v_1 L,\ \ v_2 L]$, onde L é média simples da dimensão das barras. Utilizou-se $v_1 = 0.01$ e $v_2 = 0.02$ para gerar itens *Pequenos* e $v_2 = 0.08$ para itens *Médios*;
- Estoques disponíveis das barras (e_k) foram gerados aleatoriamente no intervalo $\left[1,\ \ 100\dfrac{m}{2}\right]$ onde m é o número de itens;
- Demandas dos itens (**d**) são valores no intervalo $[1,\ \ 10]$.

Nos testes foram comparados três parâmetros principais:

- Perda total: soma das sobras no corte numa determinada solução;
- Padrões de corte: número de padrões necessários para o corte em uma solução;
- Número de barras: quantidade requisitada de objetos para o corte.

A seguir apresentamos os resultados computacionais obtidos. Os quatro métodos utilizados para obter uma população inicial são comparados com os resultados obtidos pela heurística proposta com o parâmetro $K = 85$ determinado empiricamente.

Em cada uma das tabelas a seguir marcamos o melhor resultado em negrito. A Tabela 2 mostra a média dos resultados comparando os métodos com relação ao Número de Padrões de corte, a Tabela 3 considera a Perda Total e a Tabela 4 o Número de Barras Cortadas. Todas as tabelas consideram a média dos 20 exemplos gerados para cada classe.

Por fim foi feita uma comparação entre a heurística proposta neste trabalho com um método desenvolvido por Poldi e Arenales (2003). A Tabela 5 mostra a comparação, para cada um dos parâmetros, entre esses dois métodos.

Tabela 2 – Média de Padrões de Corte para as 18 classes.

Média do Número de Padrões de Corte					
Classe	Residual Truncamento		Construtiva Gulosa		Heurística Proposta
	Branch&Bound	Random Search	Branch&Bound	Random Search	
C1	3,40	5,25	3,45	5,70	**3,20**
C2	5,50	6,10	5,80	6,25	**4,70**
C3	9,15	17,45	9,00	17,55	**8,50**
C4	19,25	24,60	18,80	21,40	**12,90**
C5	15,35	30,45	14,50	31,40	**13,45**
C6	32,05	41,90	30,50	38,50	**22,85**
C7	4,95	10,70	4,95	10,60	**4,75**
C8	10,65	13,20	10,75	12,20	**7,50**
C9	8,40	18,50	8,20	18,65	**7,85**
C10	19,45	25,40	18,95	21,75	**12,50**
C11	14,40	33,40	14,00	34,55	**13,20**
C12	36,55	49,60	34,90	40,40	**25,45**
C13	4,75	11,65	4,75	11,25	**4,50**
C14	10,20	13,30	10,40	11,55	**7,00**
C15	8,05	19,75	7,90	19,75	**7,50**
C16	16,50	25,35	17,00	21,60	**11,95**
C17	15,90	37,75	14,85	37,80	**13,75**
C18	38,15	51,80	34,95	41,20	**27,05**

Tabela 3 – Média da Perda Total para as 18 classes.

Média da Perda Total					
Classe	Residual Truncamento		Construtiva Gulosa		Heurística Proposta
	Branch & Bound	Randômica	Branch & Bound	Randômica	
C1	163,85	257,75	157,10	229,45	**73,30**
C2	389,00	520,15	572,20	1156,25	**333,35**
C3	186,65	289,65	192,75	315,45	**72,05**
C4	**326,10**	1122,25	781,45	3552,20	499,85
C5	175,50	464,75	183,35	547,65	**87,75**
C6	**285,75**	1285,20	792,90	4249,85	1169,95
C7	121,65	259,95	125,35	277,50	**38,20**
C8	397,45	698,75	910,45	2309,80	**372,75**
C9	158,25	426,95	130,15	467,25	**52,10**
C10	882,30	914,40	1004,40	3260,45	**493,45**
C11	106,00	614,85	115,05	773,05	**66,30**
C12	**218,35**	1365,65	659,20	5782,15	1494,65
C13	65,40	392,00	65,40	399,95	**54,00**

C14	340,25	585,35	456,10	1971,15	**143,25**
C15	87,75	286,20	77,40	362,70	**51,25**
C16	**148,75**	1032,55	297,80	2679,95	272,70
C17	90,55	1414,90	86,75	1565,55	**51,15**
C18	**267,80**	2769,55	683,90	4242,25	1850,15

Tabela 4 – Média de Barras Cortadas para as 18 classes.

Média do Número de Barras Cortadas					
Classe	*Residual Truncamento*		*Construtiva Gulosa*		Heurística Proposta
	Branch & Bound	*Randômica*	*Branch & Bound*	*Randômica*	
C1	**3,65**	8,60	3,70	9,35	4,25
C2	**9,50**	10,55	11,05	16,05	10,20
C3	9,25	27,55	**9,05**	29,40	11,45
C4	**28,25**	41,30	28,50	66,80	34,45
C5	15,65	48,75	**14,55**	56,05	16,00
C6	**42,00**	59,25	42,70	95,55	56,05
C7	**5,10**	19,55	**5,10**	19,75	5,55
C8	**19,20**	23,75	21,00	37,90	20,65
C9	8,40	39,40	**8,25**	42,90	9,70
C10	**31,70**	40,60	31,80	65,25	38,05
C11	14,45	57,35	**14,00**	65,15	15,60
C12	**55,70**	76,90	58,40	138,90	80,90
C13	**5,35**	31,85	**5,35**	32,05	6,30
C14	17,40	21,90	**16,85**	40,30	17,80
C15	8,10	34,70	**7,95**	36,70	9,50
C16	**22,40**	42,95	22,75	74,35	33,20
C17	16,65	75,40	**14,95**	87,00	16,55
C18	**60,10**	82,35	60,40	100,80	87,85

Tabela 5 – Média dos resultados para os 3 parâmetros e 18 classes.

Comparativo Poldi e Arenales (2003)						
Classe	*Número de Padrões*		*Perda Total*		Objetos Cortados	
	Heurística Proposta	Poldi e Arenales	Heurística Proposta	Poldi e Arenales	Heurística Proposta	Poldi e Arenales
C1	**3,20**	3,95	**73,30**	166	4,25	**4,2**
C2	**4,70**	5,1	**333,35**	438	**10,20**	10,45
C3	**8,50**	9,15	**72,05**	129	11,45	**9,2**
C4	**12,90**	16,65	499,85	**131**	34,45	**31,55**
C5	**13,45**	14,3	**87,75**	154	16,00	**14,35**
C6	**22,85**	29,3	1169,95	**191**	56,05	**46,1**
C7	**4,75**	5,25	**38,20**	90	5,55	**5,35**
C8	**7,50**	8,85	372,75	**331**	20,65	**18,6**
C9	**7,85**	8,45	**52,10**	98	9,70	**8,5**
C10	**12,50**	15,3	493,45	**168**	38,05	**30,1**
C11	**13,20**	14,45	**66,30**	106	15,60	**14,45**
C12	**25,45**	30,3	1494,65	**116**	80,90	**54,55**
C13	**4,50**	5,45	**54,00**	56	6,30	**5,9**
C14	**7,00**	8,65	143,25	**112**	17,80	**16,3**
C15	**7,50**	8,3	**51,25**	96	9,50	**8,45**
C16	**11,95**	14,6	272,70	**85**	33,20	**22,15**
C17	**13,75**	15,2	**51,15**	100	16,55	**15,35**
C18	**27,05**	30,5	1850,15	**93**	87,85	**57,75**

4.1 Análise de Resultados

A *Heurística Proposta* foi a melhor em dois dos três parâmetros testados. No parâmetro **Número de Padrões de Corte** conseguiu obter o melhor resultado em todas as classes. Esse resultado pode ser justificado pelo fato de utilizarmos um fator relativamente pequeno $K = 85$ na função utilidade, que ocasiona uma dominância no componente número de padrões sobre a perda, levando a resultados onde o número de padrões é menor. Apesar da *Heurística Proposta* ser também a melhor no quesito **Perda Total**, apresentou uma instabilidade variando entre resultados muitos bons e ruins. O método *RB&B* foi que se comportou melhor em relação à **Perda Total**, sempre mantendo uma estabilidade, ou seja, não gerando os melhores resultados, mas também mantendo uma média boa de soluções, por se tratar de uma heurística residual apoiado no método simplex, que sempre obtém resultados ótimos e robustos, era esperado que essa heurística mantivesse uma certa estabilidade nas soluções.

No que diz respeito ao parâmetro **Número de Barras Cortadas**, praticamente houve um empate entre os métodos *RB&B* e *CB&B*. Como as duas heurísticas utilizam o mesmo procedimento para resolver o problema da mochila, é razoável dizer que *Branch&Bound* tem a tendência de construir padrões de forma a reduzir o número de objetos cortados.

Sobre os piores resultados ambos utilizando *Random Search* para o problema mochila, fica clara que esse tipo de abordagem não é apropriada para resolução de problemas de corte. Apesar do *Random Search* formar padrões bons de inicio. Essa característica acaba obrigando a uma criação de padrões muito ruins quando uma boa parte da demanda já foi atendida, gerando dessa forma uma solução que no todo é ruim. Em contrapartida, esses métodos tendem ajudam a dar diversidade ao método proposto permitindo se chegar a resultados melhores.

5. Conclusão e Trabalhos Futuros

Nesse trabalho foi abordado o problema de corte de estoque unidimensional inteiro. Foram estudadas abordagens já existentes para a resolução desse problema e também foi proposta uma nova heurística.

Esse novo método apresentado pareceu muito promissor, considerando os ótimos resultados teóricos, principalmente com relação ao número de padrões de corte, o que na prática pode implicar em um número menor de *"setups"*, e conseqüentemente um ganho na produção, já que o alto número de padrões de corte pode-se tornar um fator inconveniente em problemas reais.

O método desenvolvido apresenta um fator K na função de avaliação que permite enfatizar diferentes objetivos. Como proposta para futuros trabalhos deve-se realizar uma quantidade maior de testes computacionais com diferentes valores de K. Adicionalmente deve-se aperfeiçoar o método desenvolvido.

Agradecimentos: Os autores agradecem as contribuições feitas pelos árbitros anônimos.

Referências Bibliográficas

ARENALES, M., MORABITO, R. e YANASSE, H. H.. *Problemas de Corte e Empacotamento.* Minicurso 3 do XXXVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (2004).

BROWN, A., Optimum Packing and Depletion. *MacDonald – London and American Elsevier Inc., New York, NY* (1971).

COFFMAN, E., GAREY, M. e JOHNSON, D. Approximation algorithms for bin packing: A survey. In D.S. Hochbaum (ed), Approximation algorithms for NP-hard problems, PWS Publ., Boston (1996).

DOWSLAND, K. e DOWSLAND, W. *Packing Problems*, European Journal of Operational Research, 56, 2-14 (1992).

DYCKHOFF, H., *A Typology of Cutting and Packing Problems*, European Journal of Operational Research, 44, 145-159. 54 (1990).

DYCKHOFF, H., KRUSE, H.-J., ABEL, D. e GAL, T., *Trim Loss and Related Problems,* Omega, 13, 59-72 (1985).

DYCKHOFF, H. e FINKE, U., Cutting and Packing in Production and Distribution: A Typology and Bibliography, *Springler-Verlag Co, Heidelberg* (1992).

GAREY, M.R e JOHNSO, D.S. *Computers and Intractability A guide to the theory of NP-completeness*, W.H. Freeman and Co (1981).

GAU, T. e WÄSCHER, G, "*CUTGEN*: *a problem generator for the standard one-dimensional cutting-stock problems*". International Journal of Production Research, 38: 1657 1676 (2000).

CHVATAL, V. Linear Programming, *W.H. Freeman* (1983).

GILMORE, P. C. e GOMORY, R. E. "*A linear programming approach to the cutting stock problem*". Operations Research, 9: 848-859 (1961).

GILMORE, P. C. e GOMORY, R. E. "*A linear programming approach to the cuttingstock problem - Part II*". Operations Research, 11: 863-888 (1963).

GOLDEN, B. (1976). *Approaches to the Cutting Stock Problem.* AIIE Transactions, 8, 265-274.

LASDON, L.S. Optimization Theory for Large Systems. *MacMillan, New York* (1970).

HAESSLER, R.W. e SWEENEY, P.E. Cutting stock problems and solution procedures. European Journal of Operational Research, 54, p.141-150 (1991).

HINXMAN, A. "*The trim-loss and assortment problems: a survey*". European Journal of Operational Research, 5: 8-18 (1980).

MARTELLO, S. e TOTH, P. Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations. *J. Wiley & Sons, West Sussex* (1990).

MORABITO, R. e ARENALES, M. *Um exame dos Problemas de Corte e Empacotamento.* Pesquisa Operacional, 12(1), 1-20 (1992).

PINTO, M. J. "O problema de corte de estoque inteiro". Dissertação de Mestrado, ICMC - USP, (1999).

POLDI, K. C. e ARENALES, M. N. "*O Problema de Corte de Estoque Unidimensional Inteiro com Restrições de Estoque*". Anais do XXXV SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Natal- RN (2003).

GOLGBERG, D. E. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning. Addison Wesley, Massachusetts (1989).

REEVES, C. R. Modern Heuristics Techniques for Combinatorial Problems. John Wiley & Sons, New York (1993).

STADTLER, H. "*A one-dimensional cutting stock problem in the Aluminium Industry and its solution*". European Journal of Operational Research, 44: 209-223 (1990).

SWEENEY, P.E. e PATERNOSTER, E.R.. *Cutting and Packing Problems: A Categorized Application-Oriented Research Bibliography.* Journal of Operational Research Society, 43, 691-706 (1992).

VAHRENKAMP, R. "*Random search in the one-dimensional cutting stock problem*". European Journal of Operational Research, 95: 191-200 (1996).

WÄSCHER, G. e GAU, T. "*Heuristics for the integer one-dimensional cutting stock problem: a computational study*". OR Spektrum, 18: 131-144 (1996).