Primeira Prova de Cálculo Numérico

Aluno: _____ **Matr.:** _____

(1) Dada a equação $f(x) = \text{sen}(x) - x + 5 = 0$, pede-se:

(a) Isolar sua raiz;

(b) Encontrar uma aproximação para sua raiz pelo Método de Newton-Raphson, com precisão $\varepsilon < 10^{-2}$. Adote como critério de parada: $|f(x_k)| < \varepsilon$ e $|x_k - x_{k-1}| < \varepsilon$ ou um máximo de 5 iterações. Mostre como escolheu a aproximação inicial;

(2) Dada a equação polinomial $P(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + 1 = 0$, pede-se:

(a) Determinar os limites das raízes reais positivas

(b) Construir a sequência de Sturm, completando seus termos faltantes:
$p_0(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + 1 = 0$
$p_1(x) =$
$p_2(x) =$
$p_3(x) = 1$

(c) Quantas raízes reais positivas há no intervalo [0, 3] ? Resolva aplicando o Teorema de Sturm.

(d) Quantas raízes reais negativas tem esta equação?

(3) Resolva ou, conforme o caso, dê uma breve justificativa para as seguintes questões:

(a) Qual o número mínimo de iterações necessárias para resolver o problema da questão (1) pelo Método da Bisseção utilizando-se como critério de parada unicamente a condição $b - a < \varepsilon$? Considere os seguintes dados: precisão $\varepsilon < 10^{-2}$, a = 0 e b = 6?

(b) Aplicando-se o Teorema de Sturm na resolução de uma equação polinomial concluiu-se que existiam duas raízes positivas no intervalo [a, b]. Foram, então, gerados pontos x_i, calculados na forma $x_i = a + i \times h$, onde $i = 0, 1, \cdots$ e h o espaçamento adotado. Não se encontraram, no entanto, variações de sinais nos valores assumidos pelo polinômio que pudessem isolar as duas raízes. O que pode estar acontecendo e como resolver este problema?

(c) Em que situação o Método de Newton-Raphson tem convergência lenta? Ilustre com um gráfico.

Tabela 1: Valores das questões

Questões	1-a	1-b	2-a	2-b	2-c	2-d	3-a	3-b	3-c		Total
Valor	1.0	2.0	1.5	1.0	1.0	0.5	1.0	1.0	1.0		10
Nota											