

II Lista de Exercícios de Cálculo Numérico

(1) Dado o sistema linear $Ax = b$ abaixo, pede-se:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -1 & 1 & 4 \\ -3 & -1 & 50 & 1 & -19 \\ 0 & 1 & 1 & 6 & 0 \\ 3 & 4 & -19 & 0 & 39 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 41 \\ -45 \\ 30 \\ 51 \end{bmatrix}$$

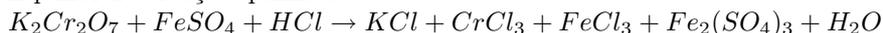
- Resolvê-lo pelo Método da Decomposição LU . Avaliar o resíduo.
- Resolvê-lo pelo Método da Decomposição LU com pivotação parcial. Avaliar o resíduo.
- Calcular o determinante da matriz dos coeficientes como subproduto do Método da Decomposição LU com pivotação parcial.

(2) Dado o sistema linear $Ax = b$ abaixo, pede-se:

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 4 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 4 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -110 \\ -30 \\ -40 \\ -110 \\ 0 \\ -15 \\ -90 \\ -25 \\ -55 \\ -65 \end{bmatrix}$$

- Resolvê-lo pelo Método da Decomposição LU . Avaliar o resíduo.
- Resolvê-lo pelo Método da Decomposição LU com pivotação parcial. Avaliar o resíduo.
- Mostrar que o sistema pode ser resolvido por um método iterativo.
- Resolvê-lo pelo Método de Jacobi com erro $\varepsilon < 10^{-7}$ em um máximo de 100 iterações. Avaliar o resíduo.
- Resolvê-lo pelo Método de Gauss-Seidel com erro $\varepsilon < 10^{-7}$ em um máximo de 100 iterações. Avaliar o resíduo.

(3) Equilibrar a reação química:



(4) Estime o tempo necessário para se resolver um sistema linear $Ax = b$, com 1000 equações e 1000 incógnitas, pelo Método da Gauss em um computador que efetua uma operação aritmética na ordem de 10^{-8} segundos.

- (5) Dado o sistema linear $Ax = b$ abaixo, pede-se:

$$\begin{bmatrix} 7 & -4 \\ -10 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- (a) Determinar a matriz de iteração de Jacobi e seu raio espectral.
 (b) Determinar a matriz de iteração de Gauss-Seidel e seu raio espectral.
 (c) Podemos resolver o sistema dado pelo Método de Jacobi? Justifique.
 (d) Podemos resolver o sistema dado pelo Método de Gauss-Seidel? Justifique.
 (e) Nesse exemplo, qual dos dois métodos iterativos convergirá mais rapidamente para a solução do sistema? Justifique.
- (6) Determinar, por qualquer método numérico, o vetor solução do sistema linear abaixo:

$$\begin{cases} (1+i)x_1 + ix_2 + x_3 = 1 + 4i \\ -x_1 - 2ix_2 + (1+2i)x_3 = -1 - 2i \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 - i \end{cases}$$

- (7) Verificar se o sistema abaixo é mal condicionado:

$$\begin{cases} 3,81x_1 + 0,25x_2 + 1,28x_3 + 0,80x_4 = 4,21 \\ 2,25x_1 + 1,32x_2 + 5,08x_3 + 0,49x_4 = 6,97 \\ 5,31x_1 + 6,78x_2 + 0,98x_3 + 1,04x_4 = 2,38 \\ 9,89x_1 + 2,45x_2 + 3,35x_3 + 2,28x_4 = 10,98 \end{cases}$$

- (8) Fazer um programa, em qualquer linguagem de programação, que dada uma matriz A retorne seu determinante. Sugestão: Lembre-se que se usarmos a fatoração LU com pivotação, o determinante de A será igual ao produto dos pivôs, a menos de sinal. Sendo assim, adapte o procedimento LUPIV para fazer a multiplicação dos pivôs. Não se esqueça de trocar o sinal do determinante sempre que houver troca de linhas.
- (9) Determine as intensidades de corrente I_1 e I_2 do circuito resistivo abaixo, onde as resistências estão expressas em Ohms (Ω) e as voltagens em Volts (V).

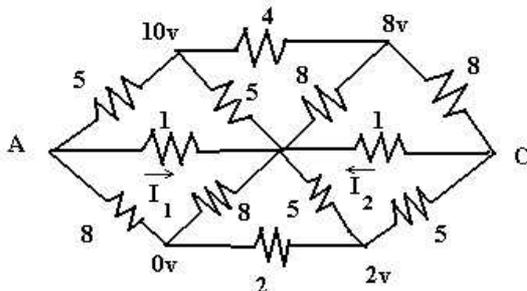


Figura 1: Diagrama de circuito de uma rede elétrica