BCC342 - INTRODUÇÃO A OTIMIZAÇÃO

Problema de Programação Linear

Gladston Juliano Prates Moreira
email: gladston@ufop.edu.br

CSILab, Departamento de Computação
Universidade Federal de Ouro Preto

24 de fevereiro de 2025

Caracterização

Problema de Programação Linear

Um problema de otimização linear, pode descrito por um modelo geral como segue:

$$\min(ou \max)\ f(x)$$

$$\text{sujeito a:} \begin{cases} g_i(x) \leq b_i\ \forall i = 1, ..., m \\ h_j(x) = b_j\ \forall j = m+1, ..., l \\ x \in \mathcal{X} \end{cases}$$

Onde:

- $x \in \mathcal{X}$ é o vetor de variáveis de decisão;
- A função objetivo $f(x)$ é linear;
- As restrições do problema $g_i(x), h_j(x)$ são lineares .

O problema da mochila

O problema da mochila

Ideia:

O desafio de encher uma mochila com capacidade limitada, otimizando o valor carregado.

O problema da mochila

Ideia:

O desafio de encher uma mochila com capacidade limitada, otimizando o valor carregado.

Considere o seguinte problema da mochila:

$$
\begin{aligned}
\max \quad & f(x) = 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 2x_5 + 3x_6 + 5x_7 + 2x_8 \\
\textit{sujeito a}: \quad & \\
& 5x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 8x_4 + 4x_5 + 4x_6 + 6x_7 + 8x_8 \leq 25 \\
& x_j \in \{0, 1\}
\end{aligned}
$$

Problema da Dieta

Considere a seguinte dieta, com necessidade mínima de:

- 32 unidades de vitaminas por dia
- 36 unidades de proteínas por dia

Os alimentos disponíveis são carne e ovo. Cada unidade de carne contém 8 unidades de vitamina e 6 unidades de proteínas. Cada unidade de ovo contém 4 unidades de vitamina e 6 unidades de proteínas. Cada unidade de carne custa 3 unidades monetárias e cada unidade de ovo custo 2,5 unidades monetárias.

- Crie um modelo para calcular a quantidade de carne/ovos que minimiza o custo e supre as necessidades de vitaminas e proteínas.

Modelo

$$\text{minimizar } f(x) = 3x_1 + 2,5x_2$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 \geq 32 \\ 6x_1 + 6x_2 \geq 36 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Notação Matricial

$$\text{minimizar } f(x) = c^T x$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} Ax \geq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

onde $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$, $c = \begin{bmatrix} 3 \\ 2,5 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$, $b = \begin{bmatrix} 32 \\ 36 \end{bmatrix}$

Forma Canônica

Um Problema de Programação Linear (PL), forma canônica:

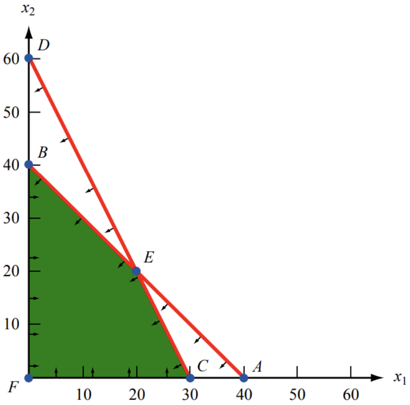
$$\text{maximizar } f(x) = c^T x$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Observação: $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n | Ax \leq b\}$ é a interseção de um número finito de semi-espaços. A região viável é chamada de poliedro.

Região viável

$$
\begin{aligned}
max. \quad & 4x_1 + 3x_2 \\
s.a. \quad & x_1 \quad + x_2 \leq 40 \\
& 2x_1 \quad + x_2 \leq 60 \\
& x_1, x_2 \geq \ 0
\end{aligned}
$$



Caracterização

- Definição
- Forma Padrão
- Otimalidade
- Simplex

Forma Padrão

Um Programação Linear (PL) está na forma padrão se:

- todas as restrições são de igualdade;
- todas as variáveis são não negativas (≥ 0).

$$\text{minimizar } f(x) = c^T x$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

Forma Padrão

É possível converter qualquer PL para a forma padrão:

- Restrições de $\leq$ e $\geq$ se tornam restrições de $=$ por meio da introdução de variáveis de folga.
  - Variáveis de folga indicam falta ou excesso.
- Variáveis livres são substituídas por duas variáveis, uma indicando a parte positiva e outra a parte negativa da mesma.
- Problemas de maximização podem ser convertidos em problemas de minimização: $\max f(x) \rightarrow \min -f(x)$.

UFOP
Universidade Federal de Ouro Preto

Exemplo

Coloque o problema de programação linear abaixo na forma padrão.

$$\text{minimizar } f(x) = 3x_1 + 2,5x_2$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 \geq 32 \\ 6x_1 + 6x_2 \geq 36 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Exemplo

Coloque o problema de programação linear abaixo na forma padrão.

$$\text{minimizar } f(x) = x_1 - 2x_2 - 3x_3$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 12 \\ x_1 - x_2 + x_3 \geq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \end{cases}$$

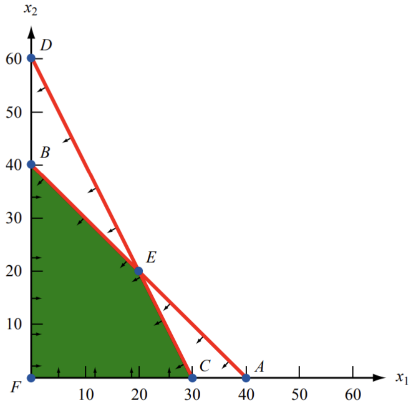
Pontos extremos

Seja C um conjunto convexo (não-vazio). Dizemos que p é ponto extremo de C se p não pode ser escrito convexa estrita de dois pontos distintos em C.

- se cada segmento de reta contida em Ω que contém p, tem p como final (ou início) do segmento.

Pontos extremos

$$
\begin{aligned}
max. \quad & 4x_1 + 3x_2 \\
s.a. \quad & x_1 + x_2 \leq 40 \\
& 2x_1 + x_2 \leq 60 \\
& x_1, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$



Em um sistema de equações com n variáveis e m restrições, definimos como solução básica uma solução onde temos:

- m variáveis para as quais o sistema é resolvido, essas são chamadas Variáveis Básicas (VB)
- n - m restante das variáveis permanece fixada em zero - chamadas Variáveis Não-Básicas (VNB)

Exemplo: Considere sistema

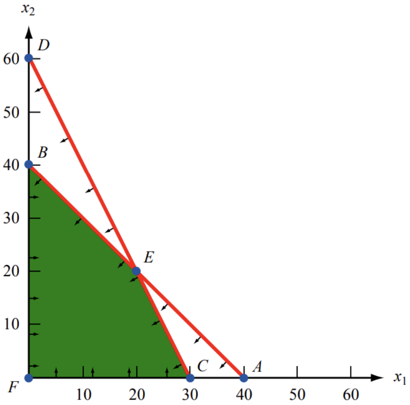
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ -x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

Verifique as soluções para $VB = x_1, x_2$ e $VB = x_2, x_3$

$$\begin{array}{rl} max. & 4x_1+3x_2 \\ s.a. & x_1 \quad +x_2 \leq 40 \\ & 2x_1 \quad +x_2 \leq 60 \\ & x_1, x_2 \geq \quad 0 \end{array}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{array}{rl} max. & 4x_1+3x_2 \\ s.a. & x_1 \quad +x_2 + x_3 \qquad = 40 \\ & 2x_1 \quad +x_2 \qquad +x_4 = 60 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4 \geq \quad 0 \end{array}$$



Ex.: VB = $\{x_1, x_3\}$ corresponde a qual ponto?
Qual o valor de x_2 e x_4 na SBF desse ponto?

Soluções Básicas

Dizemos que $x \in \mathbb{R}^n$ é uma solução básica se $x_B = B^{-1}b$ e $x_N = 0$. Se além disso, $x_B \geq 0$, x é uma solução básica factível, com $x = \begin{bmatrix} x_B \\ x_N \end{bmatrix}$.

- x_B variáveis básicas
- x_N variáveis não-básicas.

Teorema

- A todo ponto extremo de Ω corresponde ao menos uma solução básica factível.
- A toda solução básica factível corresponde um único ponto extremo.

Seja $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n | Ax \leq b\}$ um poliedro não-vazio limitado. Então Ω possui uma quantidade finita e positiva de pontos extremos $\{x_1, \ldots, x_p\}$ e todo $x \in \Omega$ é combinação convexa destes pontos extremos.

$$x = \alpha_1 x_1 + \cdots + \alpha_p x_p, \ \sum_{i=1}^{p} \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0, \forall i$$

Teorema

Se Ω tem solução ótima finita, esta ocorre em um ponto extremo $x^* = xq$.

Busca Ingênua

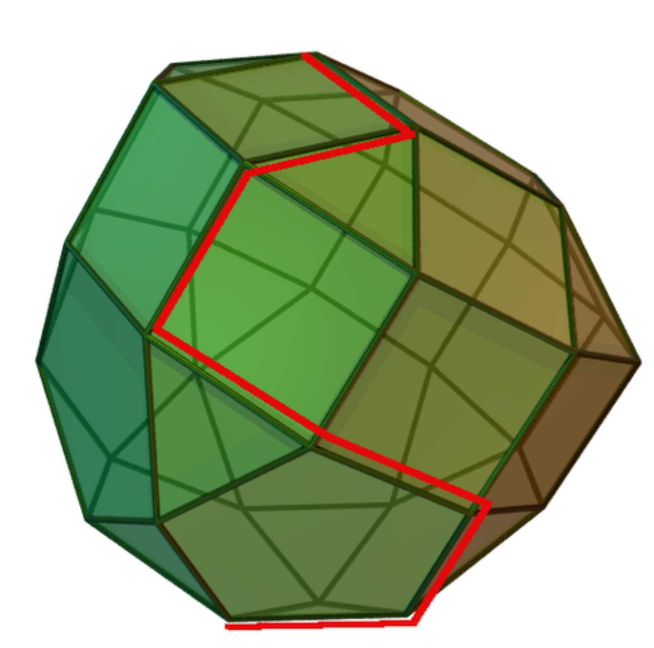
- Dentre todos os pontos extremos de Ω, escolha aquele que fornece o menor valor de função objetivo.

Busca Ingênua

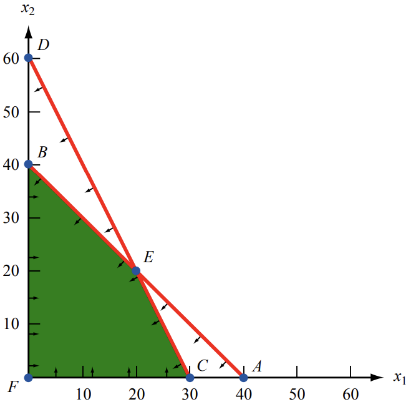
- Dentre todos os pontos extremos de Ω, escolha aquele que fornece o menor valor de função objetivo.

Problema: Se $x \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{m x n}$, com $m \leq n$, podemos ter até $\frac{n!}{m!(n-m)!}$ pontos extremos!

Busca Ingênua

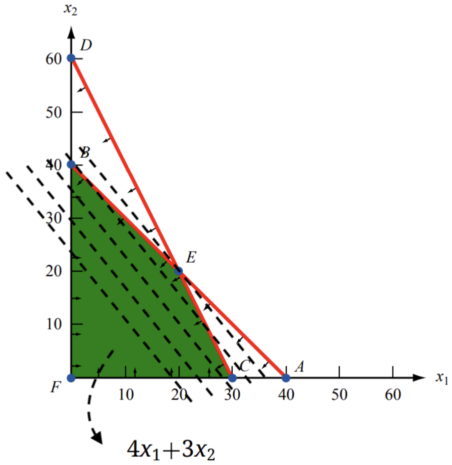


$$\begin{array}{rl} max. & 4x_1+3x_2 \\ s.a. & x_1 \quad +x_2 \leq 40 \\ & 2x_1 \quad +x_2 \leq 60 \\ & x_1, x_2 \geq \quad 0 \end{array}$$



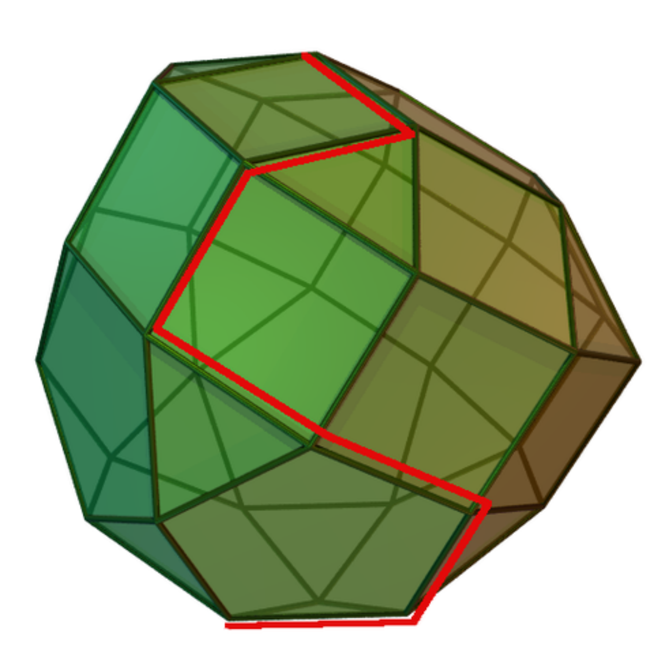
Método Gráfico

$$
\begin{array}{rl}
max. & 4x_1 + 3x_2 \\
s.a. & x_1 \quad + x_2 \leq 40 \\
 & 2x_1 \quad + x_2 \leq 60 \\
 & x_1, x_2 \geq \quad 0
\end{array}
$$



- Proposto por Dantzig, o Simplex é um algoritmo para resolver problemas de PL.
- Utiliza uma estratégia gulosa
- O Simplex apresenta uma forma eficiente de resolver os sistemas de equações lineares resultantes após cada iteração (pula de um ponto extremo para outro).

Simplex



- Passo 1 - Defina o PL na Forma Padrão.
- Passo 2 - Define Solução Básica Factível inicial.
- Passo 3 - Teste de Otimalidade: determine se a Solução Básica é Ótima. Se Ótima Pare.
- Passo 4 - Caso não seja ótima - Mudança de Base, checar: qual variável não básica irá entrar na base, com o intuito de melhorar a função objetivo; qual variável básica irá sair da base.
- Passo 5 - Utilize as operações elementares para computar a Nova Solução Básica. Retorne para o Passo 3.

Considere o problema na forma padrão

$$\text{minimizar } f(x) = c^T x$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

Tableau - Inicial

	x_1	x_2	$\dots$	x_n	
Base	c_1	c_2	$\dots$	c_n	$-f(x)$
x_{B_1}	a_{11}	a_{12}	$\dots$	a_{1n}	b_1
x_{B_2}	a_{21}	a_{22}	$\dots$	a_{2n}	b_2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
x_{B_m}	a_{m1}	a_{m2}	$\dots$	a_{mn}	b_m

Simplex - Tableau

Tableau para uma iteração do simplex

	x_N	x_B	
Base	c_N	0	$-f(x)$
x_B	$B^{-1}N$	$\mathbf{I}$	$B^{-1}b$

onde $A = \begin{bmatrix} B & N \end{bmatrix}$

Exemplo 1 -

$$\text{maximizar } f(x) = 3x_1 + 2x_2$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 \leq 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 \leq 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

UFOP
Universidade Federal de Ouro Preto

Exemplo 1- Forma padrão

$$\text{minimizar } -f(x) = -3x_1 - 2x_2$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 + x_4 = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 + x_5 = 3 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Exemplo 1 - Forma padrão

$$\text{minimizar} \quad -f(x) = -3x_1 - 2x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$$

$$\text{sujeito a:} \begin{cases} 0,5x_1 + 0,3x_2 + x_3 + 0x_4 + 0x_5 = 3 \\ 0,1x_1 + 0,2x_2 + 0x_3 + x_4 + 0x_5 = 1 \\ 0,4x_1 + 0,5x_2 + 0x_3 + 0x_4 + x_5 = 3 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \\ x_4 \geq 0 \\ x_5 \geq 0 \end{cases}$$

UFOP
Universidade Federal de Ouro Preto

Exemplo 1 - Simplex

Tableau - Inicial

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
Base	-3	-2	0	0	0	0
x_3	0,5	0,3	1	0	0	3
x_4	0,1	0,2	0	1	0	1
x_5	0,4	0,5	0	0	1	3

Exemplo 1 - Simplex

Tableau - Decisão

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
Base	-3	-2	0	0	0	0	$\Downarrow$
x_3	0,5	0,3	1	0	0	3	$3/0,5$
x_4	0,1	0,2	0	1	0	1	$1/0,1$
x_5	0,4	0,5	0	0	1	3	$3/0,4$

Tableau - Decisão

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
Base	-3	-2	0	0	0	0	$\Downarrow$
x_3	$\boxed{0,5}$	0,3	1	0	0	3	6
x_4	0,1	0,2	0	1	0	1	10
x_5	0,4	0,5	0	0	1	3	$7,5$

Exemplo 1 - Simplex

Tableau - PIvotação

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
Base	0	-0,2	6	0	0	-18
x_3	$\boxed{1}$	0,6	2	0	0	6
x_4	0	0,14	-0,2	1	0	0,4
x_5	0	0,26	-0,8	0	1	0,6

- $L_1 = L_1/0,5 \rightarrow$ Pivô
- $L_0 = 3L_1 + L_0$
- $L_2 = -0,1L_1 + L_2$
- $L_3 = -0,4L_1 + L_3$

Exemplo 1 - Simplex

Tableau - Iteração 2

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
Base	0	-0,2	6	0	0	-18
x_1	1	0,6	2	0	0	6
x_4	0	0,14	-0,2	1	0	0,4
x_5	0	0,26	-0,8	0	1	0,6

Tableau - Decisão

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
Base	0	-0,2	6	0	0	-18	$\Downarrow$
x_1	1	0,6	2	0	0	6	10
x_4	0	0,14	-0,2	1	0	0,4	2,85
x_5	0	$\boxed{0,26}$	-0,8	0	1	0,6	2,3

Exemplo 1 - Simplex

Tableau -Pivotação

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
Base	0	0	5,38	0	0,78	-18,46
x_1	1	0	3,84	0	-2,3	4,62
x_4	0	0	0,23	1	-0,53	0,08
x_5	0	$\boxed{1}$	-3,07	0	3,84	2,3

- $L_3 = L_3/0,26 \rightarrow$ Pivô
- $L_0 = 0,2L_3 + L_0$
- $L_1 = -0,6L_3 + L_1$
- $L_2 = -0,14L_3 + L_2$

Tableau -Iteração 3

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
Base	0	0	5,38	0	0,78	-18,46
x_1	1	0	3,84	0	-2,3	4,62
x_4	0	0	0,23	1	-0,53	0,08
x_2	0	1	-3,07	0	3,84	2,3

Tableau - Critério de parada satisfeito

$$\text{Solução ótima} \rightarrow [4,62\ 2,3\ 0\ 0,08\ 0]$$

Exemplo - Problema da Dieta

$$\text{minimizar } f(x) = 3x_1 + 2,5x_2$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 \geq 32 \\ 6x_1 + 6x_2 \geq 36 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Exemplo - Forma padrão

$$\text{minimizar } f(x) = 3x_1 + 2,5x_2$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 - x_3 = 32 \\ 6x_1 + 6x_2 - x_4 = 36 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Exemplo - Forma padrão

$$\text{minimizar } f(x) = 3x_1 + 2,5x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 - x_3 + 0X_4 = 32 \\ 6x_1 + 6x_2 + 0x_3 - x_4 = 36 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \\ x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Variáveis de folga na base: $\{x_3, x_4\}$ Variáveis fora da base: $\{x_1, x_2\}$

Exemplo - Forma padrão

$$\text{minimizar } f(x) = 3x_1 + 2,5x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 - x_3 + 0X_4 = 32 \\ 6x_1 + 6x_2 + 0x_3 - x_4 = 36 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \\ x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Variáveis de folga na base: $\{x_3, x_4\}$ Variáveis fora da base: $\{x_1, x_2\}$
Factível? o que fazer?

Método das Duas Fases

- Alternativa para situações em que obter uma Solução Básica Factível (SBF) não é trivial.
- Consiste em resolver dois PLs distintos:
  1. Resolver PL contendo variáveis artificiais para encontrar uma SBF
  2. Se uma variável artificial tem valor diferente de zero na solução ótima então o problema original é inviável
  3. Resolver o PL original utilizando a SBF obtida como solução inicial

UFOP
Universidade Federal de Ouro Preto

Método das Duas Fases

- Introduzir variáveis artificiais
- Criar função objetivo artificial:

$$z_a = \sum x_i^a$$

- Variáveis básicas iniciais: variáveis de folga associadas às restrições de menor e igual e variáveis artificiais
- Objetivo da primeira fase: minimizar a função objetivo artificial
- Caminhar de SBF em SBF até alcançar uma SBF do problema original (em que todas as variáveis artificiais são nulas)

Exemplo - Forma padrão

$$\text{minimizar } f(x) = 3x_1 + 2,5x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 - x_3 + 0X_4 = 32 \\ 6x_1 + 6x_2 + 0x_3 - x_4 = 36 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \\ x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Variáveis de folga na base: $\{x_3, x_4\}$
Variáveis fora da base: $\{x_1, x_2\}$

Exemplo - Forma padrão

$$\text{minimizar } f(x) = 3x_1 + 2,5x_2 + 0x_3 + 0x_4$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 - x_3 + 0X_4 = 32 \\ 6x_1 + 6x_2 + 0x_3 - x_4 = 36 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 0 \\ x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Variáveis de folga na base: $\{x_3, x_4\}$
Variáveis fora da base: $\{x_1, x_2\}$
Factível? o que fazer?

Exemplo - Forma padrão

$$\text{minimizar } a_1 + a_2$$

$$\text{sujeito a:} \begin{cases} 8x_1 + 4x_2 - x_3 + 0X_4 + a_1 = 32 \\ 6x_1 + 6x_2 + 0x_3 - x_4 + a_2 = 36 \end{cases}$$

Solução SBF inicial: VB=$\{a_1, a_2\}$

Simplex - Tableau - Fase 1

Tableau - Inicial

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	a_2	
Base	0	0	0	0	1	1	-68
a_1	8	4	-1	0	1	0	32
a_2	6	6	0	-1	0	1	36

$L_0 \leftarrow L_0 - L_1 - L_2$

Simplex - Tableau - Fase 1

Tableau - Inicial

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	a_2	
Base	-14	-10	1	1	0	0	-68
a_1	8	4	-1	0	1	0	32
a_2	6	6	0	-1	0	1	36

$x_1 \rightarrow$ entra na base.

$a_1 \rightarrow$ sai da base.

Tableau - Inicial

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	a_2	
Base	0	-3	-3/4	1	7/4	0	-12
x_1	1	1/2	-1/8	0	1/8	0	4
a_2	0	3	3/4	-1	-3/4	1	12

$L_1 \leftarrow L_1/8$
$L_0 \leftarrow L_0 + 14L_1$
$L_2 \leftarrow L_2 - 6L_1$

Tableau - Inicial

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	a_2	
Base	0	-3	-3/4	1	7/4	0	-12
x_1	1	1/2	-1/8	0	1/8	0	4
a_2	0	3	3/4	-1	-3/4	1	12

$L_1 \leftarrow L_1/8$
$L_0 \leftarrow L_0 + 14L_1$
$L_2 \leftarrow L_2 - 6L_1$
$x_2 \rightarrow$ entra na base.
$a_2 \rightarrow$ sai da base.

Tableau - Inicial

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	a_2	
Base	0	0	0	0	1	1	0
x_1	1	0	-1/4	1/6	0	-1/6	2
x_2	0	1	1/4	-1/3	-1/4	1/3	4

$L_2 \leftarrow L_2/3$
$L_0 \leftarrow L_0 + 3L_2$
$L_1 \leftarrow L_1 - 1/2L_2$

Tableau - Inicial

	x_1	x_2	x_3	x_4	a_1	a_2	
Base	0	0	0	0	1	1	0
x_1	1	0	-1/4	1/6	0	-1/6	2
x_2	0	1	1/4	-1/3	-1/4	1/3	4

$L_2 \leftarrow L_2/3$
$L_0 \leftarrow L_0 + 3L_2$
$L_1 \leftarrow L_1 - 1/2L_2$
SBF inicial para o problema original $x_1 = 2; x_2 = 4$

Simplex - Tableau

Tableau - Inicial

	x_1	x_2	x_3	x_4	
Base	3	2,5	0	0	
x_1	1	0	-1/4	1/6	2
x_2	0	1	1/4	-1/3	4

Como encontramos uma SBF, removemos as variáveis artificiais do problema e voltamos à função objetivo do problema original.
$L_0 \leftarrow L_0 - 3L_1 - 2,5L_2$

Simplex - Tableau

Tableau - Inicial

	x_1	x_2	x_3	x_4	
Base	0	0	1/8	1/3	-16
x_1	1	0	-1/4	1/6	2
x_2	0	1	1/4	-1/3	4

Solução ótima? Sim

EXERCÍCIO

Resolva pelo método simplex

(a)

$$\begin{aligned}
&\max f(x) = 2x_1 + x_2 + 3x_3\\
&\textit{sujeito a}:\\
&x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 6\\
&2x_1 + x_3 \leq 9\\
&x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}^+
\end{aligned}$$

(b) Multiplique a segunda equação por 2 e resolva o problema novamente. Qual é o efeito desta multiplicação nos valores da variáveis duais? Qual é o efeito no valor ótimo da função objetivo?

EXERCÍCIO

Resolva pelo método simplex

(02)

$$\min f(x) = -2x_1 - x_2$$
$$\textit{sujeito a}:$$
$$3x_1 + x_2 \leq 9$$
$$2x_1 - 2x_2 \leq 3$$
$$x_2 \leq 8$$
$$x_1 \leq 1$$
$$x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+$$

(03)

$$\min f(x) = 5x_1 + 4x_2$$
$$\textit{sujeito a}:$$
$$6x_1 + 4x_2 \geq 10$$
$$-2x_1 - 3x_2 \leq -7$$
$$x_1, x_2 \in \mathbb{R}^+$$