

Branch-and-Bound para problemas de Otimização Combinatória

Rafael Antônio Marques Gomes, Haroldo Gambini Santos
PPGCC - Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação
UFOP - Universidade Federal de Ouro Preto
Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil
email: rafael.amgomes@gmail.com, haroldo.santos@gmail.com

Resumo—Este trabalho apresenta detalhes do estudo do método *branch-and-bound*, mais especificamente o método e a sua importância para o desenvolvimento de uma formulação estendida de Programação Inteira de uma notável variante do clássico Problema de Escalonamento de Enfermeiras, o qual leva em consideração a distribuição das enfermeiras em turnos em um determinado período. Como os serviços de enfermagem possuem um dos maiores componentes de custo nos orçamentos de hospitais, é essencial que se desenvolva uma boa política de planejamento. Em particular, é muito importante utilizar o tempo e esforço eficientemente, tanto para distribuir o mais uniformemente possível a carga horária entre as enfermeiras e atender preferências pessoais.

Keywords—*Branch-and-Bound*, Otimização, Programação Inteira, Escalonamento de Enfermeiras.

I. INTRODUÇÃO

O projeto de dissertação a ser desenvolvido é baseado em um modelo matemático de otimização para solução de problemas de alocação de enfermeiras em hospitais utilizando programação linear inteira.

Diante disto, pretende-se neste trabalho estudar o método de *Branch-and-Bound* na resolução de problemas de otimização utilizando Programação Linear Inteira.

Conforme [1], o método denominado de *Branch-and-Bound*, baseia-se na idéia de desenvolver uma enumeração inteligente dos pontos candidatos à solução ótima inteira de um problema. O termo *branch* refere-se ao fato de que o método efetua partições no espaço das soluções. O termo *bound* ressalta que a prova da otimalidade da solução utiliza-se de limites calculados ao longo da enumeração.

Esta proposta está organizada da seguinte forma.

A Seção II apresenta a justificativa do desenvolvimento deste trabalho. Os objetivos são apresentados na Seção III. Na Seção IV é apresentada a forma de desenvolvimento do trabalho e complementando a abordagem a Seção V apresentando os resultados esperados.

II. JUSTIFICATIVAS

A busca por um algoritmo que resolva genericamente o problema de alocação de enfermeiras é muito difícil principalmente pelas suas características idiossincráticas. A simples consideração de disponibilidade limitada de equipe para alocação de enfermeiras muitas vezes já torna o problema tão difícil quanto problemas NP-difíceis como o problema de

coloração de vértices em grafos [2]. A utilização do método de *Branch-and-Bound* na busca de soluções satisfatórias para esta abordagem, se torna fundamental no desenvolvimento desta pesquisa.

III. OBJETIVOS

O objetivo desta pesquisa é analisar os princípios do funcionamento do método de *Branch-and-Bound para Programação Inteira*, a maneira como este método separa o problema original em novos subproblemas (processo de ramificação) porém mais restritos que facilitam a solução final através da geração de limites, conforme ilustrado na Figura 1. Além disto, pretende-se avaliar o ganho computacional na utilização deste método para a solução do problema.

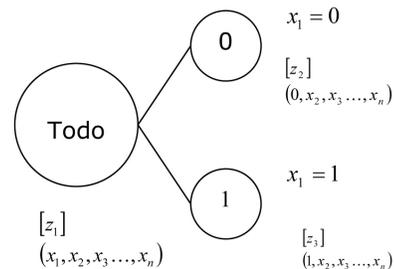


Figura 1. Ramificação com limites

IV. METODOLOGIA

Inicialmente será feita uma revisão bibliográfica sobre o tema. Após isto, o método *branch-and-bound* será apresentado juntamente com a implementação de um algoritmo do método como o exemplo de pseudocódigo apresentado abaixo. Esta implementação do algoritmo de *branch-and-bound* será analisada por meio de experimentos computacionais e os resultados serão apresentados posteriormente.

PSEUDOCÓDIGO *Branch-and-Bound*

- 1 Iniciar com algum problema P_0
- 2 Faça $S = P_0$, o conjunto de subproblemas ativos
- 3 $\text{melhor_agora} = \infty$
- 4 $i = 0$
- 5 Repita enquanto S não está vazio:
 - 6 Escolha um subproblema (solução parcial) P pertencente a S e o remova de S
 - 7 Expandí-lo em subproblemas menores P_1, P_2, \dots, P_k
 - 8 Para cada P_i :
 - 9 Se P_i é uma solução completa
 - 10 atualizar melhor_agora
 - 11 se não se $\text{LimiteInferior}(P_i) < \text{melhor_agora}$
 - 12 adicione P_i para S
- 13 Retorne melhor_agora

De maneira geral, a programação linear pode ser modelada como se segue:

$$\begin{aligned} & \text{Otimizar } z = cx \\ & \text{sujeito a:} \\ & \quad Ax = b \\ & \quad x \geq 0 \\ & \text{sendo } b \geq 0 \text{ dado.} \end{aligned}$$

Figura 2. Modelo Geral

Para o tratamento de problemas combinatórios, são introduzidas restrições que tenham variáveis com valores discretos, como por exemplo a variável binária. Estas variáveis, são frequentemente utilizadas na otimização, pois traduzem problemas de decisão, conhecidas também como variáveis de decisão sim-ou-não restritas a dois valores, 0 e 1. Portanto, a j -ésima decisão sim-ou-não seria representada por:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a decisão for sim;} \\ 0, & \text{caso contrário;} \end{cases}$$

V. RESULTADOS ESPERADOS

Conforme citado na Seção III, a técnica *Branch-and-Bound* para programação inteira consiste em dividir para conquistar, por exemplo, atribuem-se valores 0-1 para as variáveis do problema inicial obtendo as ramificações. Cada ramificação representa um novo subproblema em que se aplica a conquista, limitação e avaliação. Espera-se que dado um problema de Programação Inteira, relaxando-o e aplicando métodos próprios como por exemplo o simplex, seja encontrada a solução ótima para o problema, ou caso contrário, que seja concluído que não exista nenhuma solução viável.

Do ponto de vista da complexidade do método *branch-and-bound* espera-se que mesmo se tratando de problemas que teoricamente são difíceis de serem resolvidos para

instâncias grandes, seja possível obter para estes tipos de dado de entrada soluções satisfatórias.

REFERÊNCIAS

- [1] M. C. Goldbarg and H. P. L. L. Luna, *Otimização combinatória e programação linear*, 2nd ed. Campus, 2005.
- [2] T. Jensen and B. Toft, *Graph Coloring Problems*. New York: Wiley, 1995.