

Algoritmos para o Problema de Coloração de Grafos

Marcelo Ferreira Rego

Orientador: Haroldo Gambini Santos

Departamento de Computação
UFOP

5 de julho de 2011



Universidade Federal
de Ouro Preto

- 1 Introdução
 - Teorema das Quatro Cores
 - Formulação do Problema
 - Motivação
 - Objetivos
- 2 Trabalhos Relacionados
- 3 Metodologia
 - Método
 - Implementação
 - Análise de Complexidade
- 4 Experimentos
 - Número de Cores
 - Tempo de Execução
- 5 Conclusões



Teorema das Quatro Cores



Formulação do Problema

- Dado um $G = (V, E)$
- O problema consiste em encontrar a k -coloração de G
- $c(u) \neq c(v)$ se u e v são adjacentes em G
- O número cromático de G denotado por $\chi(G)$



Formulação do Problema

- Dado um $G = (V, E)$
- O problema consiste em encontrar a k -coloração de G
- $c(u) \neq c(v)$ se u e v são adjacentes em G
- O número cromático de G denotado por $\chi(G)$



Formulação do Problema

- Dado um $G = (V, E)$
- O problema consiste em encontrar a k -coloração de G
- $c(u) \neq c(v)$ se u e v são adjacentes em G
- O número cromático de G denotado por $\chi(G)$



Formulação do Problema

- Dado um $G = (V, E)$
- O problema consiste em encontrar a k -coloração de G
- $c(u) \neq c(v)$ se u e v são adjacentes em G
- O número cromático de G denotado por $\chi(G)$



Motivação

- Importância Teórica
 - Classe NP
- Importância Prática
 - scheduling
 - timetabling
 - Alocação de Registradores
 - train platforming
 - frequency assignment
 - redes de comunicação



Motivação

- Importância Teórica
 - Classe NP
- Importância Prática
 - scheduling
 - timetabling
 - Alocação de Registradores
 - train platforming
 - frequency assignment
 - redes de comunicação



Motivação

- Importância Teórica
 - Classe NP
- Importância Prática
 - scheduling
 - timetabling
 - Alocação de Registradores
 - train platforming
 - frequency assignment
 - redes de comunicação



Objetivos

- O objetivo deste trabalho é desenvolver um algoritmo metaheurístico para o problema de coloração de grafos.
- Analisar a complexidade do algoritmo proposto



Objetivos

- O objetivo deste trabalho é desenvolver um algoritmo metaheurístico para o problema de coloração de grafos.
- Analisar a complexidade do algoritmo proposto



- 1 Introdução
 - Teorema das Quatro Cores
 - Formulação do Problema
 - Motivação
 - Objetivos
- 2 Trabalhos Relacionados
- 3 Metodologia
 - Método
 - Implementação
 - Análise de Complexidade
- 4 Experimentos
 - Número de Cores
 - Tempo de Execução
- 5 Conclusões



Simulated Annealing

- Parte de uma solução inicial com k -cores
- Objetivo é minimizar o número de conflitos
- O movimento consiste em trocar a cor de um vértice
- *Simulated Annealing* é aplicado na fase de busca local



TABUCOL

- Parte de uma solução inicial com k -cores
- Objetivo é minimizar o número de conflitos
- O movimento consiste em trocar a cor de um vértice
- Apenas realiza movimentos em que o vértice tenha conflito
- *Busca Tabu* é aplicado na fase de busca local



GRASP

- Procedimento de busca adaptativa gulosa e randômica
- Cria a lista restrita de candidatos
- Seleciona um elemento aleatoriamente
- critério guloso vértices de maior grau



Iterated Local Search

- Parte de uma solução inicial com k -cores
- Aplica uma busca local
- Gera uma perturbação
- Aplica uma busca local novamente
- Repete o processo um certo número de vezes



Algoritmo Genético

- Gera um conjunto de soluções, utilizando DSATUR
- Combina essas soluções
- Seleciona as melhores soluções



- 1 Introdução
 - Teorema das Quatro Cores
 - Formulação do Problema
 - Motivação
 - Objetivos
- 2 Trabalhos Relacionados
- 3 **Metodologia**
 - Método
 - Implementação
 - Análise de Complexidade
- 4 Experimentos
 - Número de Cores
 - Tempo de Execução
- 5 Conclusões



Método Proposto

O método proposto está estruturado em duas etapas

- Na primeira é gerado uma solução inicial a partir de um algoritmo guloso
- Na segunda é feita uma busca local para refinar a solução inicial



Método Proposto

O método proposto está estruturado em duas etapas

- Na primeira é gerado uma solução inicial a partir de um algoritmo guloso
- Na segunda é feita uma busca local para refinar a solução inicial



Vizinhança

- Seja S o conjunto de todas as soluções
- Seja s um dos elementos de S , ou seja, $s \in S$
- A vizinhança N de s é definida por:
 - $N(s) = \{ s' : s' = s \oplus m_t \}$
- O movimento m_t consiste em mudar a cor de um vértice



Fase de Construção

COLORACAOGRAFOCONSTRUCAO(G)

```
1  for each vertex  $v \in V$ 
2      if  $v \cap U \neq \emptyset$  and  $v \cap B = \emptyset$ 
3           $c_i = c_i \cup u$ 
4           $B = B \cup \text{Adjacentes de } v$ 
5
6      if  $V - B = \emptyset$ 
7           $i = i + 1$ 
8           $B = \emptyset$ 
9
```



Fase de Busca Local

COLORACAOGRAFOBUSCALOCAL(G, k)

```
1  while  $k > 0$ 
2       $i = \text{Random}(k)$ 
3       $U = c_i$ 
4       $c_i = \emptyset$ 
5       $k = k - 1$ 
6      for each vertex  $v \in U$ 
7           $s_k = s \oplus m_t$ 
8
9      if  $s_k$  é viável
10          $s = s_k$ 
11     else Retorna
12
```



Análise de Complexidade

- Fase de Construção
 - $O(|V|^2)$ no pior caso
 - Grafo Completo
- Fase de Busca Local
 - $O(|V|^2 * |E|)$ no pior caso
 - Loop executa $|V|$ vezes, $|V| = k$
 - Mudança de classe de cor para no máximo $|V|$ vértices
 - Seleção de uma cor $|E| - 1$
- A complexidade do algoritmo proposto que é igual a $O(|V|^2 * |E|)$



Análise de Complexidade

- Fase de Construção
 - $O(|V|^2)$ no pior caso
 - Grafo Completo
- Fase de Busca Local
 - $O(|V|^2 * |E|)$ no pior caso
 - Loop executa $|V|$ vezes, $|V| = k$
 - Mudança de classe de cor para no máximo $|V|$ vértices
 - Seleção de uma cor $|E| - 1$
- A complexidade do algoritmo proposto que é igual a $O(|V|^2 * |E|)$



Análise de Complexidade

- Fase de Construção
 - $O(|V|^2)$ no pior caso
 - Grafo Completo
- Fase de Busca Local
 - $O(|V|^2 * |E|)$ no pior caso
 - Loop executa $|V|$ vezes, $|V| = k$
 - Mudança de classe de cor para no máximo $|V|$ vértices
 - Seleção de uma cor $|E| - 1$
- A complexidade do algoritmo proposto que é igual a $O(|V|^2 * |E|)$



Análise de Complexidade

- Fase de Construção
 - $O(|V|^2)$ no pior caso
 - Grafo Completo
- Fase de Busca Local
 - $O(|V|^2 * |E|)$ no pior caso
 - Loop executa $|V|$ vezes, $|V| = k$
 - Mudança de classe de cor para no máximo $|V|$ vértices
 - Seleção de uma cor $|E| - 1$
- A complexidade do algoritmo proposto que é igual a $O(|V|^2 * |E|)$



Análise de Complexidade

- Fase de Construção
 - $O(|V|^2)$ no pior caso
 - Grafo Completo
- Fase de Busca Local
 - $O(|V|^2 * |E|)$ no pior caso
 - Loop executa $|V|$ vezes, $|V| = k$
 - Mudança de classe de cor para no máximo $|V|$ vértices
 - Seleção de uma cor $|E| - 1$
- A complexidade do algoritmo proposto que é igual a $O(|V|^2 * |E|)$



Análise de Complexidade

- Fase de Construção
 - $O(|V|^2)$ no pior caso
 - Grafo Completo
- Fase de Busca Local
 - $O(|V|^2 * |E|)$ no pior caso
 - Loop executa $|V|$ vezes, $|V| = k$
 - Mudança de classe de cor para no máximo $|V|$ vértices
 - Seleção de uma cor $|E| - 1$
- A complexidade do algoritmo proposto que é igual a $O(|V|^2 * |E|)$



Análise de Complexidade

- Fase de Construção
 - $O(|V|^2)$ no pior caso
 - Grafo Completo
- Fase de Busca Local
 - $O(|V|^2 * |E|)$ no pior caso
 - Loop executa $|V|$ vezes, $|V| = k$
 - Mudança de classe de cor para no máximo $|V|$ vértices
 - Seleção de uma cor $|E| - 1$
- A complexidade do algoritmo proposto que é igual a $O(|V|^2 * |E|)$



Análise de Complexidade

- Fase de Construção
 - $O(|V|^2)$ no pior caso
 - Grafo Completo
- Fase de Busca Local
 - $O(|V|^2 * |E|)$ no pior caso
 - Loop executa $|V|$ vezes, $|V| = k$
 - Mudança de classe de cor para no máximo $|V|$ vértices
 - Seleção de uma cor $|E| - 1$
- A complexidade do algoritmo proposto que é igual a $O(|V|^2 * |E|)$



- 1 Introdução
 - Teorema das Quatro Cores
 - Formulação do Problema
 - Motivação
 - Objetivos
- 2 Trabalhos Relacionados
- 3 Metodologia
 - Método
 - Implementação
 - Análise de Complexidade
- 4 Experimentos
 - Número de Cores
 - Tempo de Execução
- 5 Conclusões

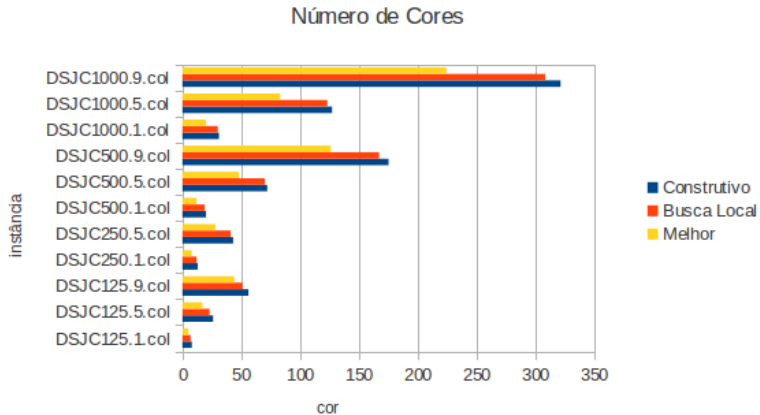


Número de Cores

Instância	V	E	Const.	BL	Melhor
DSJC125.1.col	125	736	8	7	5
DSJC125.5.col	125	3891	26	23	17
DSJC125.9.col	125	6961	56	51	44
DSJC250.1.col	250	3218	13	12	8
DSJC250.5.col	250	15668	43	41	28
DSJC500.1.col	500	12458	20	19	12
DSJC500.5.col	500	62624	72	70	48
DSJC500.9.col	5000	112437	175	167	126
DSJC1000.1.col	1000	49629	31	30	20
DSJC1000.5.col	1000	249826	127	123	83
DSJC1000.9.col	1000	449449	321	308	224



Número de Cores

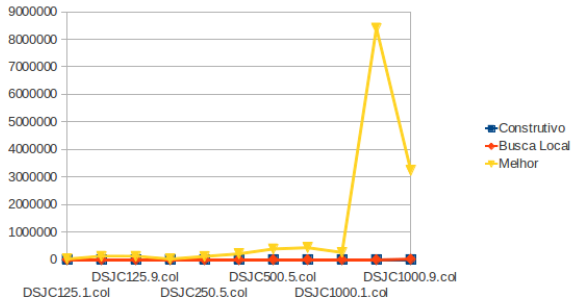


Tempo de Execução

Instância	V	E	Const.	BL	Melhor
DSJC125.1.col	125	736	2	3	21000
DSJC125.5.col	125	3891	2	10	122000
DSJC125.9.col	125	6961	4	47	121000
DSJC250.1.col	250	3218	5	7	21000
DSJC250.5.col	250	15668	12	63	117000
DSJC500.1.col	500	12458	17	29	210000
DSJC500.5.col	500	62624	58	401	388000
DSJC500.9.col	5000	112437	99	2322	433000
DSJC1000.1.col	1000	49629	78	167	260000
DSJC1000.5.col	1000	249826	264	2393	8407000
DSJC1000.9.col	1000	449449	433	18402	3234000



Tempo de Execução



- 1 Introdução
 - Teorema das Quatro Cores
 - Formulação do Problema
 - Motivação
 - Objetivos
- 2 Trabalhos Relacionados
- 3 Metodologia
 - Método
 - Implementação
 - Análise de Complexidade
- 4 Experimentos
 - Número de Cores
 - Tempo de Execução
- 5 Conclusões



Conclusão

- Foi desenvolvido uma metaheurística para o problema de coloração de grafos
- Foi feita a análise de complexidade
- O Algoritmos é de fácil implementação
- Seria necessário melhorar a busca local para o algoritmo ser competitivo



Trabalhos Futuros

- Implementação de uma busca local mais sofisticada
- Desenvolvimento de troca entre de cores entre dois vértices

