

BRUNO MOTA AVELAR ALMEIDA

Orientador: Túlio Ângelo Machado Toffolo  
Co-orientador: Marcone Jamilson Freitas Souza

**UM ALGORITMO HEURÍSTICO PARA O PROBLEMA DE  
GERENCIAMENTO DE ESCALA OPERACIONAL DE  
CONTROLADORES DE TRÁFEGO AÉREO**

Ouro Preto  
Dezembro de 2011

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS  
BACHARELADO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

**UM ALGORITMO HEURÍSTICO PARA O PROBLEMA DE  
GERENCIAMENTO DE ESCALA OPERACIONAL DE  
CONTROLADORES DE TRÁFEGO AÉREO**

Monografia apresentada ao Curso de Bacharelado em Ciência da Computação da Universidade Federal de Ouro Preto como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Ciência da Computação.

BRUNO MOTA AVELAR ALMEIDA

Ouro Preto  
Dezembro de 2011



UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

FOLHA DE APROVAÇÃO

UM ALGORITMO HEURÍSTICO PARA O PROBLEMA DE  
GERENCIAMENTO DE ESCALA OPERACIONAL DE  
CONTROLADORES DE TRÁFEGO AÉREO

BRUNO MOTA AVELAR ALMEIDA

Monografia defendida e aprovada pela banca examinadora constituída por:

Prof. TÚLIO ÂNGELO MACHADO TOFFOLO – Orientador  
Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. MARCONE JAMILSON FREITAS SOUZA – Co-orientador  
Universidade Federal de Ouro Preto

Prof. SABIR RIBAS  
Universidade Federal de Ouro Preto

Ouro Preto, Dezembro de 2011

# Resumo

Este trabalho apresenta um algoritmo heurístico para resolução de um problema de timetabling, o Problema de Gerenciamento de Escalas Operacionais de Controladores de Tráfego Aéreo (PGECTA). O algoritmo proposto combina as metaheurísticas *Multi-Start* e *General Variable Neighborhood Search* (GVNS). Do procedimento Multi-Start utilizou-se a fase de construção para produzir soluções viáveis e de boa qualidade rapidamente. O GVNS foi escolhido devido a sua simplicidade, eficiência e capacidade natural de sua busca local, feita pelo método *Variable Neighborhood Descent*, para lidar com diferentes vizinhanças. Resultados computacionais mostram a efetividade do algoritmo proposto.

**Palavras-chave:** *Timetabling*, Escalonamento dos Controladores de Tráfego Aéreo, Meta-heurísticas

# Abstract

This work presents an heuristic algorithm to solve a timetabling problem, the Problem of Managing Operational Scales of Air Traffic Controllers. (PMSATC). The proposed algorithm combines two metaheuristics, Multi-Start and General Variable Neighborhood Search (GVNS). Multi-Start procedure is used in the construction phase to produce feasible and high quality solutions quickly. The GVNS was chosen because of its simplicity, efficiency and capacity of its natural local search, made by the Variable Neighborhood Descent method, to deal with different neighborhoods. Computational results show the effectiveness of the proposal.

**Keywords:** Timetabling, Air Traffic Controller Rostering, Metaheuristics

*À minha família, aos meus amigos.*

# Agradecimentos

A Deus.

Aos meus pais João Luiz e Marlene, pelo amor incondicional, pelo eterno orgulho ao longo da caminhada, pelo apoio, compreensão, ajuda, e, em especial, por todo carinho.

Ao meu irmão Tiago, pelo seu exemplo de determinação, pela amizade, compreensão e pela grande ajuda.

Aos meus grandes e eternos amigos Bruno Nazário e Carol, pela oportunidade de fazer parte de suas vidas.

Aos meus amigos da República Tarja Preta, pelos grandes momentos vividos ao longo desta caminhada.

Aos meus amigos controladores de tráfego aéreo, minha segunda família, pela motivação e pela amizade.

Ao meu amigo Vítor Nazário, pela amizade e pela grande ajuda prestada nesta monografia.

Aos professores Túlio e Marcone, pela orientação deste trabalho.

Aos amigos João Machado e Gessi, pela amizade e hospitalidade.

A todos amigos de Ouro Preto, pela amizade.

# Sumário

|          |                                                                                    |           |
|----------|------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>                                                                  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Motivação . . . . .                                                                | 1         |
| 1.2      | Objetivos . . . . .                                                                | 2         |
| 1.2.1    | Objetivo geral . . . . .                                                           | 2         |
| 1.2.2    | Objetivos específicos . . . . .                                                    | 2         |
| 1.3      | Estrutura do Trabalho . . . . .                                                    | 2         |
| <b>2</b> | <b>Revisão Bibliográfica</b>                                                       | <b>4</b>  |
| 2.1      | Introdução . . . . .                                                               | 4         |
| 2.2      | Heurísticas . . . . .                                                              | 4         |
| 2.3      | Metaheurísticas . . . . .                                                          | 5         |
| 2.3.1    | <i>Multi-Start</i> . . . . .                                                       | 5         |
| 2.3.2    | Busca Geral em Vizinhança Variável . . . . .                                       | 7         |
| 2.3.3    | Descida em Vizinhança Variável . . . . .                                           | 8         |
| <b>3</b> | <b>Descrição do Problema Abordado</b>                                              | <b>9</b>  |
| 3.1      | O Problema de Gerenciamento de Escala dos Controladores de Tráfego Aéreo . . . . . | 9         |
| <b>4</b> | <b>Metodologia</b>                                                                 | <b>12</b> |
| 4.1      | Representação de uma solução . . . . .                                             | 12        |
| 4.2      | Estruturas de Vizinhança . . . . .                                                 | 13        |
| 4.2.1    | Movimento Adiciona e Remove CTA - $N^{AR}(s)$ . . . . .                            | 13        |
| 4.2.2    | Movimento Troca CTA - $N^T(s)$ . . . . .                                           | 14        |
| 4.3      | Avaliação de uma solução . . . . .                                                 | 14        |
| 4.4      | Geração de uma solução inicial . . . . .                                           | 15        |
| 4.5      | Algoritmo Proposto . . . . .                                                       | 17        |
| 4.6      | <i>Framework</i> OptFrame . . . . .                                                | 18        |
| <b>5</b> | <b>Experimentos</b>                                                                | <b>20</b> |
| <b>6</b> | <b>Conclusões e Trabalhos Futuros</b>                                              | <b>23</b> |



|                                   |           |
|-----------------------------------|-----------|
| <b>Referências Bibliográficas</b> | <b>24</b> |
| <b>Anexos</b>                     | <b>25</b> |

# Lista de Figuras

|     |                                                      |    |
|-----|------------------------------------------------------|----|
| 3.1 | Exemplo de uma escala de trabalho . . . . .          | 11 |
| 4.1 | Exemplo de Solução para o PGECTA . . . . .           | 12 |
| 4.2 | Exemplo dos vetores de pertinência . . . . .         | 13 |
| 4.3 | Exemplo aplicação do movimento $N^{AR}(s)$ . . . . . | 14 |
| 4.4 | Exemplo aplicação do movimento $N^T(s)$ . . . . .    | 14 |
| 6.1 | Instância r55_1 . . . . .                            | 27 |
| 6.2 | Instância r55_2 . . . . .                            | 28 |
| 6.3 | Melhor solução instância r55_1 . . . . .             | 29 |
| 6.4 | Melhor solução instância r55_2 . . . . .             | 30 |
| 6.5 | Melhor solução instância v53_1 . . . . .             | 31 |
| 6.6 | Melhor solução instância v51_1 . . . . .             | 32 |

# Lista de Tabelas

|     |                                                 |    |
|-----|-------------------------------------------------|----|
| 5.1 | Característica das Instâncias . . . . .         | 20 |
| 5.2 | Resultados <i>MSGVNS</i> . . . . .              | 21 |
| 5.3 | Características das melhores soluções . . . . . | 22 |

# Lista de Algoritmos

|     |                                         |    |
|-----|-----------------------------------------|----|
| 2.1 | <i>Multi-Start</i> . . . . .            | 6  |
| 2.2 | ConstroiSolucaoGulosa . . . . .         | 6  |
| 2.3 | <i>GVNS</i> . . . . .                   | 7  |
| 2.4 | <i>critérioAceitação</i> . . . . .      | 7  |
| 2.5 | Descida em Vizinhaça Variável . . . . . | 8  |
| 4.1 | ConstróiSoluçãoInicial . . . . .        | 15 |
| 4.2 | GereRankMelhoresCTAs . . . . .          | 16 |
| 4.3 | <i>MSGVNS</i> . . . . .                 | 17 |
| 4.4 | Refinamento . . . . .                   | 18 |
| 4.5 | VND . . . . .                           | 18 |

# Capítulo 1

## Introdução

O presente trabalho trata do Problema de Gerenciamento de Escalas Operacionais de Controladores de Tráfego Aéreo (PGECTA). Neste problema, deve-se determinar uma escala operacional válida para os Controladores de Tráfego Aéreo (*Air Traffic Controller*) atendendo as restrições trabalhistas e operacionais e, se possível, as restrições pessoais.

### 1.1 Motivação

A maioria dos usuários de transporte aéreo no território brasileiro desconhece a existência de uma grande infraestrutura de segurança envolvendo aeronaves em decolagem, aterrissagem, manobras nos pátios ou estacionadas. O controlador de tráfego aéreo (CTA) é a chave deste grande sistema de gerenciamento e controle do espaço aéreo. O CTA é responsável pela aeronave desde o acionamento do motor até a parada no aeroporto de destino. Embora de grande importância, a profissão de controlador de tráfego aéreo não é regulamentada no país e é desconhecida do grande público.

O tráfego aéreo brasileiro, bem como o de outros países, tem aumentado consideravelmente nos últimos anos. O CTA deve se adaptar ao volume de tráfego sem perder em qualidade de serviço. Não há espaço para erros humanos, uma vez que um pequeno erro do CTA pode provocar um acidente, como aquele acontecido em 29 de setembro de 2006, [http://pt.wikipedia.org/wiki/Voo\\_Gol\\_1907](http://pt.wikipedia.org/wiki/Voo_Gol_1907), quando duas aeronaves se colidiram no ar, ocasionando a morte de 154 pessoas. Assim, a profissão exige agilidade intelectual, velocidade de raciocínio, capacidade de adaptação e principalmente resistência ao estresse.

O CTA supervisiona uma zona do espaço aéreo, de tamanho variável, denominada setor. O espaço aéreo é cortado por diferentes aerovias, que representam corredores pelos quais as aeronaves se deslocam de um aeroporto a outro. Para todas estas rotas existem regras específicas de navegação e o CTA deve garantir a separação mínima entre as aeronaves.

Para uma boa execução de suas atividades, é importante que os CTAs tenham uma escala de trabalho equilibrada ao longo do mês, que respeite todas as normas trabalhistas e que, se

possível, atendam às requisições pessoais. Como o PGECTA é uma variante de um problema de *timetabling*, é um problema da classe NP-difícil (Cabral et al., 2000). Como tal, ainda não existem algoritmos que o resolvam em tempo polinomial; sendo portanto indicados para sua resolução procedimentos heurísticos.

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivo geral

- Desenvolver um algoritmo heurístico para gerar soluções viáveis e de boa qualidade para o Problema de Gerenciamento de Escala dos Controladores de Tráfego Aéreo (PGECTA)

### 1.2.2 Objetivos específicos

- Revisar a literatura sobre técnicas mais utilizadas para busca de soluções de problemas de escalonamento de pessoal;
- Estudar a linguagem de programação C++;
- Produzir um algoritmo que permita a geração automática da escala operacional, vistas as restrições operacionais e individuais dos controladores de tráfego aéreo;
- Reduzir, quando possível, o número de dias de trabalho do controlador de tráfego aéreo.
- Utilizar, no mínimo dois algoritmos de otimização e comparar os resultados.
- Contribuir com a formação de recursos humanos especializados nessa área do conhecimento.
- Contribuir para a consolidação da linha de pesquisa “Otimização Combinatória” do grupo de Logística e Pesquisa Operacional da UFOP.

## 1.3 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho está dividido em seis capítulos, incluindo esta introdução.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre os diversos métodos utilizados na resolução de problemas de *timetabling*, além de uma breve revisão sobre os métodos utilizados neste trabalho. Já no Capítulo 3 é apresentada a definição do Problema de Gerenciamento de Escala dos Controladores de Tráfego Aéreo (PGECTA).

No Capítulo 4 é apresentado o algoritmo proposto, denominado MSGVNS, para resolver o PGECTA. Para detalhar esse algoritmo, o qual é baseado nas metaheurísticas *Multi-Start* e *General Variable Neighborhood Search*, é mostrada como uma solução é representada, como

---

são geradas as soluções iniciais, as estruturas de vizinhança utilizadas, a função de avaliação e a estrutura geral do algoritmo proposto.

No Capítulo 5 são apresentados e analisados os resultados computacionais e no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões e apontadas as sugestões para trabalhos futuros.

## Capítulo 2

# Revisão Bibliográfica

### 2.1 Introdução

É comum encontrarmos na literatura trabalhos da área de Pesquisa Operacional relacionados à resolução de problemas como: escalonamento de horários (Mariano, 2007; Freitas, 2007), escalonamento de salas de aulas (Silva et al., 2005), escalonamento de motoristas (Méllo et al., 2006), escalonamento de enfermeiros (Camilo e Stelle, 2008), entre outros.

A literatura tem mostrado que algoritmos heurísticos têm resolvido com eficiência vários problemas *timetabling* (Loo et al., 1986; D. e de Werra, 1997; Santiago-Mozos et al., 2005; Lü e Hao, 2010). De modo geral, cada um desses trabalhos propõe um método eficiente para o problema abordado. Essa solução visa ao atendimento de todas as restrições, maximizando o aproveitamento de recursos envolvidos no problema, além de tentar atender ao máximo as preferências das pessoas envolvidas. A diferença entre esses problemas reside, sobretudo, nas regras trabalhistas existentes e em algumas restrições operacionais.

### 2.2 Heurísticas

As heurísticas são técnicas que visam a obtenção de soluções de boa qualidade em um tempo computacional aceitável. Essas técnicas, no entanto, não garantem a obtenção da solução ótima para o problema nem são capazes de garantir o quão próximo a solução obtida está da ótima.

As heurísticas podem ser construtivas ou de refinamento. As construtivas têm por objetivo construir uma solução, usualmente, elemento a elemento. A escolha de cada elemento está, geralmente, relacionada a uma determinada função que o avalia de acordo com sua contribuição para a solução. Tal função é bastante relativa, pois varia conforme o tipo de problema abordado.

As heurísticas de refinamento, também chamadas de mecanismos de busca local, são técnicas baseadas na noção de vizinhança. Para definirmos o que é uma vizinhança, seja  $S$  o



espaço de busca de um problema de otimização e  $f$  a função objetivo a minimizar. O conjunto  $N(s) \subseteq S$ , o qual depende da estrutura do problema tratado, reúne um número determinado de soluções  $s'$ , denominado vizinhança de  $s$ . Cada solução  $s' \in N(s)$  é chamada de vizinho de  $s$  e é obtida a partir de uma operação chamada de movimento.

Em linhas gerais, esses métodos partem de uma solução inicial  $s_0$ , percorrem o espaço de busca por meio de movimentos, passando de uma solução para outra que seja sua vizinha.

## 2.3 Metaheurísticas

Metaheurísticas são procedimentos destinados a resolver um problema de otimização, tendo a capacidade de escapar das armadilhas dos ótimos locais, ainda distantes de um ótimo global. Elas podem ser de trajetória ou populacional. Na primeira, a exploração do espaço de soluções é feita por meio de movimentos, os quais são aplicados a cada passo sobre a solução corrente, gerando outra solução promissora em sua vizinhança. Já na segunda, trabalha-se com um conjunto de soluções, recombina-as com o intuito de aprimorá-las.

Neste trabalho, foi desenvolvido um método inspirado nas metaheurísticas *Multi-Start* - MS (Martí, 2003) e Busca Geral em Vizinhança Variável (GVNS), que utiliza como busca local o método Descida em Vizinhança Variável (VND), descritos nas Seções 2.3.1 2.3.2 e 2.3.3, respectivamente.

### 2.3.1 *Multi-Start*

A metaheurística *Multi-Start* consiste em fazer amostragens do espaço de soluções, aplicando a cada solução gerada um procedimento de refinamento. As amostras são obtidas por meio da geração de soluções aleatórias. Com este procedimento, há uma diversificação no espaço de busca, possibilitando escapar dos ótimos locais. A grande vantagem do método é que ele é de fácil implementação. No Algoritmo 2.1 apresenta-se o pseudocódigo de um procedimento *Multi-Start* básico para um problema de minimização. Um número máximo de iterações ou um tempo máximo de processamento é normalmente utilizado como critério de parada.

---

**Algoritmo 2.1:** *Multi-Start*

---

**Entrada:** Função  $f(\cdot)$ ,  $N(\cdot)$ 

```

1   $f^* \leftarrow \infty$ 
2  enquanto Critério de parada não atendido faça
3       $s \leftarrow \text{ConstroiSolucaoAleatoria}()$ 
4       $s \leftarrow \text{BuscaLocal}(s)$ 
5      se  $f(s) < f(s^*)$  então
6           $s^* \leftarrow s$ 
7           $f^* \leftarrow f(s)$ 
8      fim
9  fim
10  $s \leftarrow s^*$ 
11 retorna  $s$ 

```

---

Uma variação comum no procedimento *Multi-Start* consiste em partir de uma solução inicial gerada por um procedimento construtivo guloso. Assim, no Algoritmo 2.1 cria-se uma linha 0 e substitui-se a linha 1, tal como se segue:

0 –  $s^* \leftarrow \text{ConstroiSolucaoGulosa}()$ ; Melhor solução até então 1 –  $f \leftarrow f(s^*)$ ; Valor associado a  $s^*$

O procedimento  $\text{ConstroiSolucaoGulosa}()$  encontra-se descrito no Algoritmo 2.2.

---

**Algoritmo 2.2:**  $\text{ConstroiSolucaoGulosa}$ 

---

**Entrada:** Função  $g(\cdot)$ 

```

1   $s \leftarrow \emptyset$ 
2  Inicialize o conjunto  $C$  de elementos candidatos
3  enquanto  $C \neq \emptyset$  faça
4       $g(t_{\text{melhor}}) = \text{melhor}\{g(t) \mid t \in C\}$ 
5       $s \leftarrow s \cup \{t_{\text{melhor}}\}$ 
6      Atualize o conjunto  $C$  de elementos candidatos
7  fim
8  retorna  $s$ 

```

---

O Algoritmo 2.2 mostra a construção de uma solução inicial para um problema de otimização que utiliza uma função de avaliação  $g(\cdot)$ . Neste Algoritmo,  $t_{\text{melhor}}$  indica o membro do conjunto de elementos candidatos com o valor mais favorável da função  $g$ , isto é, aquele que possui o menor valor de  $g$  em um problema de minimização ou o maior valor de  $g$  em um problema de maximização.

### 2.3.2 Busca Geral em Vizinhaça Variável

A Busca Geral em Vizinhaça Variável, ou *General Variable Neighborhood Search* (GVNS), é uma metaheurística inspirada na ideia de buscar boas soluções por meio de estruturas de vizinhaça diferentes. Referências ao GVNS podem ser encontradas em Hansen et al. (2008b), Hansen et al. (2008a), Hansen e Mladenovic (2001), Mladenovic e Hansen (1997). A metaheurística GVNS se baseia no fato de que um *ótimo global* é, consequentemente, um *ótimo local* para todas as possíveis vizinhanças de uma solução.

O Algoritmo 2.3, que faz uso do método Troca Vizinhaça (Algoritmo 2.4), mostra o pseudocódigo do GVNS.

---

**Algoritmo 2.3:** *GVNS*


---

**Entrada:** Solução  $s$ , Função  $f(\cdot)$ ,  $kMax$ ,  $tMax$ , Nível  $p$

**Saída:** Solução  $s^*$  de qualidade superior ou igual a  $s$  de acordo com a função  $f$

```

1 enquanto  $k < kMax$  faça
2    $k \leftarrow 1$ 
3   enquanto  $t < tMax$  faça
4      $s' \leftarrow \text{Perturbação}(s, k)$ 
5      $s'' \leftarrow \text{VND}(s', f)$ 
6      $s^* \leftarrow \text{criterioAceitação}(f(\cdot), s, s'', k)$ 
7   fim
8    $t \leftarrow \text{TempoCPU}$ 
9 fim
10  $s^* \leftarrow s$ 
11 retorna  $s$ 
```

---



---

**Algoritmo 2.4:** *criterioAceitação*


---

**Entrada:** Função  $f(\cdot)$

**Saída:** Vizinhaça  $k$

```

1 se  $f(s'') < f(s)$  então
2    $s \leftarrow s''$ 
3    $k \leftarrow 1$ 
4 fim
5 senão
6    $k \leftarrow k + 1$ 
7 fim
```

---

### 2.3.3 Descida em Vizinhaça Variável

A Descida em Vizinhaça Variável (Hansen e Mladenovic, 2001), conhecida na literatura inglesa como *Variable Neighborhood Descent* - VND, é uma metaheurística que consiste em explorar o espaço de soluções por meio de trocas sistemáticas de estruturas de vizinhaça.

Seja  $s$  a solução corrente e  $N$  a vizinhaça de uma solução estruturada em  $r$  vizinhanças distintas, isto é,  $N = N^{(1)} \cup N^{(2)} \cup \dots \cup N^{(r)}$ . O VND inicia-se analisando a primeira estrutura de vizinhaça  $N^{(1)}$ . A cada iteração, o método gera o melhor vizinho  $s'$  da solução corrente  $s$  na vizinhaça  $N^{(k)}$ . Caso  $s'$  seja melhor que  $s$ , então  $s'$  passa a ser a nova solução corrente e retorna-se à vizinhaça  $N^{(1)}$ . Caso contrário, passa-se para a próxima estrutura de vizinhaça  $N^{(k+1)}$ . O método termina quando não é possível encontrar uma solução  $s' \in N^{(r)}$  melhor que a solução corrente.

O Algoritmo 2.5 mostra o pseudocódigo do VND.

---

**Algoritmo 2.5:** Descida em Vizinhaça Variável

---

**Entrada:** Indivíduo  $s$  e Função de Avaliação  $f$

**Entrada:**  $r$  vizinhanças distintas

**Saída:** Indivíduo  $s^*$  de qualidade possivelmente superior à  $s$  de acordo com a função  $f$

---

```

1  $k \leftarrow 1$ 
2 enquanto  $k \leq r$  faça
3     Encontre o melhor vizinho  $s' \in N^{(k)}(s)$ 
4     se  $f(s') < f(s)$  então
5          $s \leftarrow s'$ ;  $k \leftarrow 1$ 
6     fim
7     senão
8          $k \leftarrow k + 1$ 
9     fim
10 fim
11 retorna  $s$ 
```

---

## Capítulo 3

# Descrição do Problema Abordado

### 3.1 O Problema de Gerenciamento de Escala dos Controladores de Tráfego Aéreo

O Problema de Gerenciamento de Escala dos Controladores de Tráfego Aéreo (PGECTA) é semelhante aos problemas apontados no Capítulo 2, mas difere em algumas, as principais diferenças são descritas a seguir.

Cada CTA deve contabilizar ao máximo 20 turnos ao final de cada mês, sendo que as restrições operacionais não devem ser infringidas. As restrições operacionais são:

- Mínimo de 12 CTAs no turno da manhã, 13 no da tarde e 9 no pernoite;
- Máximo de 10 manhãs por mês por CTA;
- Máximo de 10 tardes por mês por CTA;
- Máximo de 10 pernoites por mês por CTA;
- Máximo de 3 pernoites consecutivos por CTA;
- Máximo de 6 serviços consecutivos sem um dia inteiro de folga por CTA;
- Máximo de 6 dias consecutivos de folga por CTA;
- Período mínimo de descanso entre serviços de 1 turno por CTA.

Além disso, o problema torna-se mais complexo no fato de o mesmo ter que atender, além das restrições operacionais, preferências de horários por parte dos controladores.

Por exemplo, um CTA não pode ou não deseja trabalhar entre os dias 20 e 25 e não poderá trabalhar no turno da manhã entre os dias 5 e 11 do próximo mês. Para este CTA, além das restrições descritas anteriormente, teremos um conjunto de objetivos individuais que poderão ser ou não atendidos.

Vale ressaltar que, este trabalho não tem como objetivo diminuir a escala de trabalho dos controladores, ou seja, reduzir o número médio de turnos trabalhos por CTA, ao invés disso, o trabalho tem como foco, gerar uma escala operacional válida e que atenda, ao máximo, todas as restrições individuais.

A Figura 3.1 mostra uma escala de trabalho para um mês com 31 dias de trabalho.

|       | Q | S  | S  | D  | S  | T  | Q  | Q  | S  | S  | D  | S  | T  | Q  | Q  | S  | S  | D  | S  | T  | Q  | Q  | S  | S  | D  | S  | T  | Q  | Q  | S  | S  |
|-------|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| CTA1  | I | T  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |
| CTA2  |   | M  | T  | MP |    |    | M  | T  | P  |    |    | M  | T  |    | MP | T  | M  | P  | P  | M  | M  | P  | P  | T  |    | M  | T  | P  | T  | T  | M  |
| CTA3  |   | T  |    | I  | T  |    | M  | T  |    | M  | T  | P  |    |    |    | M  | T  | P  | P  | M  | M  | MP | P  | T  | T  | T  | M  | I  | P  | T  | MP |
| CTA4  |   | P  |    |    |    | P  |    |    | M  | T  | P  |    |    | T  | T  | MP |    | M  | T  | P  | P  |    | T  | MP | T  | P  | M  | M  | M  | M  | T  |
| CTA5  |   |    | MP |    | P  |    |    | M  | T  | P  |    |    | M  | MP | P  |    |    | MP | T  | P  | P  |    | T  | T  | P  | M  | P  |    | T  | P  | P  |
| CTA6  |   |    |    |    | P  |    |    |    |    | T  |    | M  | M  | MP | P  |    |    |    | T  | P  | P  |    | M  | T  | P  | T  | M  |    | M  | T  | P  |
| CTA7  |   | T  |    | P  |    | MP |    |    | M  | T  |    |    |    | M  | T  | T  |    |    | T  | P  | T  | T  | M  | T  | T  | P  | T  | T  | T  | T  | P  |
| CTA8  |   | MP |    |    | MP | P  |    | P  |    | T  |    | M  |    | P  | T  | T  |    |    | M  | M  | M  | T  | T  | T  | T  | T  | T  | T  | T  | T  | M  |
| CTA9  |   | T  | M  |    | T  |    |    | MP |    | T  | M  |    |    | T  |    | M  | T  | MP |    | P  |    | T  | P  |    | M  | T  | T  | T  | T  | T  | M  |
| CTA10 |   | MP | T  |    |    | T  |    |    | M  | T  | MP | T  | P  |    |    | M  | M  | P  |    |    |    | T  | T  |    | P  | T  | T  | T  | T  | T  | M  |
| CTA11 |   | T  | MP |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    | MP |    |    |    |    |    |    | T  |    |    |    |    |    | MP | MP | T  | T  | MP |
| CTA12 |   |    | P  | T  | T  |    | T  |    |    |    |    |    | P  | T  | M  | T  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA13 |   | T  | M  | T  | P  |    |    |    | T  | MP |    | P  | T  | T  | T  | M  | T  |    |    |    |    | T  |    |    | MP |    | M  | M  | T  | T  | T  |
| CTA14 |   | T  | T  | T  | M  |    |    | T  | M  | T  |    |    |    | T  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA15 |   |    | T  | T  | T  | M  |    | T  |    |    |    |    |    | P  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA16 |   | T  |    | T  | T  | M  |    | T  | P  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA17 |   | P  |    | MP | T  |    | M  | T  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA18 |   | M  | MP | T  | M  |    | T  |    | T  | T  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA19 |   | T  |    | MP |    |    |    |    | T  | P  | T  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA20 |   | M  |    | MP | T  |    |    | T  | MP | T  | M  | T  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA21 |   | M  | T  | M  |    | T  |    | P  | P  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA22 |   | T  |    | M  | M  | M  |    | MP |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA23 |   |    | T  | T  | M  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA24 |   | P  | T  | T  |    |    | T  |    | T  | M  | P  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA25 |   | T  |    | M  |    |    | MP |    | MP | T  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA26 |   |    |    | P  |    |    |    | M  | T  | M  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA27 |   | M  | MP |    |    |    |    |    | M  | M  | T  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
| CTA28 |   | T  |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |

Figura 3.1: Exemplo de uma escala de trabalho

## Capítulo 4

# Metodologia

Neste capítulo é apresentada a metodologia proposta para resolver o PGECTA. Na Seção 4.1 mostra-se como uma solução do problema é representada, enquanto na Seção 4.2 são apresentados os movimentos utilizados para explorar o espaço de soluções do problema. Na Seção 4.3 mostra-se como uma solução é avaliada. Os métodos de geração de uma solução inicial são apresentados na Seção 4.4. Na Seção 4.5 é descrito o algoritmo proposto para resolver o PGECTA, o qual é inspirado nas metaheurísticas Multi-Start e Busca Geral em Vizinhança Variável (GVNS). Por fim, na seção 4.6 são apresentados os principais aspectos do *framework* OptFrame, que auxiliou no desenvolvimento deste trabalho.

### 4.1 Representação de uma solução

Uma solução é representada por uma matriz  $E_{|T| \times |D|}$ , em que:

- $|T| = 3$ , são os três turnos possíveis: manhã, tarde, pernoite.
- $|D|$ , são o número de dias do mês em que o escalonamento está sendo executado.

A Figura 4.1 exemplifica uma possível solução para o PGECTA em um mês hipotético de 4 dias.

---

|                 | <i>Dia1</i> | <i>Dia2</i> | <i>Dia3</i> | <i>Dia4</i> |
|-----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| <i>Manha</i>    | $e_{0,1}$   | $e_{0,2}$   | $e_{0,3}$   | $e_{0,4}$   |
| <i>Tarde</i>    | $e_{1,1}$   | $e_{1,2}$   | $e_{1,3}$   | $e_{1,4}$   |
| <i>Pernoite</i> | $e_{2,1}$   | $e_{2,2}$   | $e_{2,3}$   | $e_{2,4}$   |

---

Figura 4.1: Exemplo de Solução para o PGECTA



Cada célula  $e_{i,j}$  na matriz da Figura 4.1 é um vetor de pertinência de tamanho igual ao número de controladores  $nCTA$ , isto é:

$$e_{i,j} = [cta_0, cta_1, cta_2, \dots, cta_{nCTA}]$$

Cada índice deste vetor pode ter o valor 0 ou 1, sendo que, o valor 1 indica que o controlador está trabalhando no turno  $i$  do dia  $j$ , já o valor 0 indica que o CTA não está trabalhando no turno  $i$  do dia  $j$ .

Desconsiderando-se as restrições operacionais, podemos exemplificar parte de uma possível escala dos controladores para três turnos do mês hipotético exposto na solução da Figura 4.1 por meio dos vetores apresentados na Figura 4.2.

$$e_{0,1} = [0, 1, 1, 0, 1]$$

$$e_{1,3} = [1, 1, 1, 1, 1]$$

$$e_{2,4} = [1, 0, 0, 0, 1]$$

Figura 4.2: Exemplo dos vetores de pertinência

Percebe-se que, no primeiro vetor do exemplo os CTAs 2, 3 e 5 estão trabalhando no turno da manhã do dia 1. Para o segundo vetor, notamos que todos os CTAs estão trabalhando no turno da tarde do dia 3. Por último, os CTAs 1 e 5 estão trabalhando no turno da noite do dia 4.

## 4.2 Estruturas de Vizinhaça

Para explorar o espaço de soluções do problema foram propostas duas estruturas de vizinhaça,  $N^{AR}(\cdot)$  e  $N^T(\cdot)$ , as quais usam dois tipos de movimento a seguir descritos.

### 4.2.1 Movimento Adiciona e Remove CTA - $N^{AR}(s)$

**Movimento Adiciona e Remove CTA -  $N^{AR}(s)$ :** Este movimento consiste em dar folga a um dado CTA em um turno  $i$  do dia  $j$  e colocar um outro CTA para trabalhar no lugar deste. Desta maneira, neste movimento uma célula do vetor  $e_{i,j}$  muda seu valor de 1 para 0, enquanto uma outra célula deste mesmo vetor mudar seu valor de 0 para 1.

Na Figura 4.3 têm-se um exemplo de aplicação do movimento  $N^{AR}(s)$ , considerando a solução exemplo da Figura 4.1.

Na Figura 4.3, nota-se que o CTA 1 deixou trabalhar no turno da noite do dia 4, sendo substituído pelo CTA 3.

---


$$\begin{aligned} e_{inicial(2,4)} &= [1, 0, 0, 0, 1] \\ e_{final(2,4)} &= [0, 0, 1, 0, 1] \end{aligned}$$


---

Figura 4.3: Exemplo aplicação do movimento  $N^{AR}(s)$

#### 4.2.2 Movimento Troca CTA - $N^T(s)$

**Movimento Troca CTA -  $N^T(s)$ :** Consiste em trocar duas células distintas, ou seja, diferentemente do movimento  $N^{AR}(s)$ , neste movimento podemos selecionar um CTA de um vetor  $e_{i,j}$  e outro CTA de um vetor  $e_{n,m}$ , desde que, se os dias forem iguais ( $m == j$ ), os turnos devem ser diferentes ( $n \neq i$ ).

---


$$\begin{aligned} e_{inicial(1,2)} &= [1, 0, 0, 1, 1] \\ e_{inicial(2,3)} &= [1, 0, 1, 0, 1] \\ e_{final(1,2)} &= [1, 0, 1, 0, 1] \\ e_{final(2,3)} &= [1, 0, 0, 1, 1] \end{aligned}$$


---

Figura 4.4: Exemplo aplicação do movimento  $N^T(s)$

Na Figura 4.4, nota-se que o CTA 4 deixou trabalhar no turno da tarde do dia 2, sendo substituído pelo CTA 3. Além disso, o CTA 4 passou a trabalhar no turno da noite do dia 3, substituindo o CTA 3.

### 4.3 Avaliação de uma solução

No modelo heurístico adotado, uma solução  $s$  é avaliada por uma função  $f$ , a ser minimizada, dada pela Eq. (4.1). Esta função é baseada em penalidades, sendo composta de duas parcelas:  $f^{obj}$  e  $f^{inv}$ .

$$f(s) = f^{obj}(s) + f^{inv}(s) \quad (4.1)$$

A parcela  $f^{obj}$ , dada pela Eq. (4.2), refere-se à função objetivo do problema, sendo:  $CTA$  o conjunto de controladores;  $D$  o conjunto de dias trabalhados;  $T$  o conjunto de turnos por dia trabalhado;  $x_{c,t,d}$  uma matriz binária que vale 1 se o controlador  $c$  trabalha no turno  $t$  do dia  $d$ , e 0, caso contrário; e  $P_{c,t,d}$  refere-se ao valor positivo da *não preferência* do controlador  $c$  em trabalhar no turno  $t$  do dia  $d$ ; caso este controlador não tenha objeção em trabalhar no turno  $t$  do dia  $d$ , o valor será 0.

$$f^{obj}(s) = \sum_{c \in CTA} P_{c,t,d} \times x_{c,t,d} \quad \forall t \in T; d \in D \quad (4.2)$$

Já a segunda parcela  $f^{inv}$ , dada pela Eq. (4.3), refere-se às restrições operacionais do problema, descritas no Capítulo 3. Caso alguma dessas restrições seja violada, é atribuído um valor alto à solução  $s$ , pois esta solução é inviável na prática.

$$f^{inv}(s) = \sum_{c \in CTA} \left( f_c^T(s) + f_c^{T_{M,T,N}}(s) + f_c^{PC}(s) + f_c^{SF}(s) + f_c^F(s) + f_c^{MD}(s) \right) \quad (4.3)$$

Na Eq. (4.3), a parcela  $f_c^T(s)$  avalia  $s$  quanto à inviabilidade do CTA  $c$  trabalhar mais que 20 turnos totais, enquanto que a parcela  $f_c^{T_{M,T,N}}(s)$  avalia o CTA  $c$  trabalhar mais que 10 turnos da manhã, da tarde ou da noite;  $f_c^{PC}(s)$  avalia  $s$  quanto ao desrespeito do CTA  $c$  trabalhar mais que três pernoites consecutivos;  $f_c^{SF}(s)$  avalia  $s$  quanto ao fato de o CTA  $c$  trabalhar mais que seis dias consecutivos sem folga;  $f_c^F(s)$  avalia  $s$  quanto à situação de o CTA  $c$  folgar mais que seis dias consecutivos e  $f_c^{MD}(s)$  avalia  $s$  quanto ao desrespeito ao fato de o CTA  $c$  trabalhar dois turnos consecutivos.

## 4.4 Geração de uma solução inicial

Para geração de uma solução inicial para o problema utiliza-se uma heurística gulosa, cujo pseudocódigo está descrito no Algoritmo 4.1.

---

### Algoritmo 4.1: Constrói Solução Inicial

---

**Entrada:** Conjunto de dias  $D$  a serem alocados

**Saída:** Solução de inicial  $S$

```

1  enquanto  $D \neq \emptyset$  faça
2      Escolha um dia aleatório  $d \in D$ 
3      Remova o dia  $d$  do conjunto  $D$ 
4       $t \leftarrow$  manhã
5       $Rank_M \leftarrow$  GereRankMelhoresCTAs( $t, d$ )
6       $S(t, d) \leftarrow Rank_M$ 
7       $t \leftarrow$  tarde
8       $Rank_T \leftarrow$  GereRankMelhoresCTAs( $t, d$ )
9       $S(t, d) \leftarrow Rank_T$ 
10      $t \leftarrow$  noite
11      $Rank_N \leftarrow$  GereRankMelhoresCTAs( $t, d$ )
12      $S(t, d) \leftarrow Rank_N$ 
13 fim
14 Retorne  $S$ 
```

---

Na linha 2 do Algoritmo 4.1 escolhe-se aleatoriamente um dia  $d$  para realizar a alocação dos

CTAs. Nas linhas 6, 9 e 12 insere-se na solução inicial  $S$  do problema os *melhores* CTAs (escolhidos pelo procedimento GereRankMelhoresCTAs, descrito no Algoritmo 4.2) para trabalhar no dia  $d$  nos turnos da manhã, tarde e noite, respectivamente.

---

**Algoritmo 4.2:** GereRankMelhoresCTAs

---

**Entrada:** Turno  $t$ , Dia  $d$ , Número de CTAs disponíveis  $nCTA$   
**Saída:** Vetor  $v$  dos *melhores* CTAs para trabalhar no turno  $t$  do dia  $d$

```

1   $Rank[] \leftarrow 0$ 
2  para  $c \leftarrow 1$  até  $nCTA$  faça
3       $Rank[c] \leftarrow foPenalizacao(c, t, d)$ 
4       $Rank[c] \leftarrow Rank[c] + foDescanso(c, t, d)$ 
5       $Rank[c] \leftarrow Rank[c] + foMaxDiasSemFolga(c, t, d)$ 
6       $Rank[c] \leftarrow Rank[c] + foMaxDiasFolga(c, t, d)$ 
7       $Rank[c] \leftarrow Rank[c] + foMaxTurnoFixoTrab(c, t, d)$ 
8       $Rank[c] \leftarrow Rank[c] + foMaxTurnosTrab(c, t, d)$ 
9       $Rank[c] \leftarrow Rank[c] + foMaxNoitesConsecutivas(c, t, d)$ 
10      $Rank[c] \leftarrow Rank[c] + foMinTurnosTrab(c, t, d)$ 
11 fim
12  $v \leftarrow$  CTAs (necessários para atender o Turno  $t$ ) com menor valor referente ao vetor  $Rank$ 
13 Retorne  $v$ 
```

---

As penalizações das linhas 3, 4, 5, 7, 8 e 9 do Algoritmo 4.2 são positivas; já as penalizações das linhas 6 e 10 são negativas.

Na linha 3 do Algoritmo 4.2, o CTA  $c$  é penalizado caso ele não possa ou não queira trabalhar do turno  $t$  do dia  $d$ . O valor dessa penalização é apresentado na seção de resultados. Na linha 4, o CTA  $c$  é penalizado caso ele já esteja alocado para trabalhar no turno anterior ao turno  $t$  do dia  $d$ . A linha 5 penaliza o CTA  $c$  por trabalhar mais que seis dias seguidos sem folga antes do dia  $d$ . Na linha 6 o CTA  $c$  é penalizado caso ele esteja folgando os seis dias anteriores ao dia  $d$ . Esta penalização deve ser negativa pois o CTA deve ser alocado o mais rápido possível. A linha 7 penaliza o CTA  $c$  caso ele já tenha trabalhado 10 turnos  $t$  no mês da alocação, já a linha 8 penaliza o CTA  $c$  caso ele já esteja trabalhando 20 turnos totais no mês. A linha 9 penaliza o CTA  $c$  caso ele esteja trabalhando os últimos três turnos da noite anteriores ao dia  $d$ . Por último, a linha 10 bonifica (isto é, atribui uma penalização negativa) cada CTA  $c$  por cada turno não trabalhado, ou seja, o CTA que estiver trabalhando menos, receberá a maior bonificação. Esta bonificação faz com que os CTAs que estejam trabalhando menos sejam alocados; desta forma, a solução tende a distribuir o número de turnos trabalhados igualmente entre os controladores.

Uma solução inicial para o problema é feita aplicando *MultiStartmax* vezes a fase de construção do procedimento *Multi-Start* (Procedimento *ConstróiSoluçãoInicial()* descrito no Algoritmo 4.1) e retorna a melhor das soluções construídas.

## 4.5 Algoritmo Proposto

O algoritmo proposto, denominado *MSGVNS*, combina os procedimentos MS e GVNS, descritos na seção 2.3.2. Do procedimento *Multi-Start* utilizou-se a fase de construção para produzir soluções viáveis e de boa qualidade rapidamente. O GVNS foi escolhido devido a sua simplicidade, eficiência e capacidade natural de sua busca local, feita pelo método *Variable Neighborhood Descent* – VND, para lidar com diferentes vizinhanças, como relatado em Souza et al. (2010).

O pseudocódigo do algoritmo *MSGVNS* está esquematizado no Algoritmo 4.3. Neste algoritmo, *MultiStartmax* representa a quantidade de iterações em que a fase de construção do procedimento *Multi-Start* é aplicada e *IterMax* indica o número máximo de iterações realizadas em um dado nível de perturbação.

---

### Algoritmo 4.3: *MSGVNS*

---

**Entrada:** Solução  $s$ , *MultiStartmax*, *IterMax*, Função  $f(\cdot)$   
**Saída:** Solução  $s^*$  de qualidade possivelmente superior à  $s$  de acordo com a função  $f$

```

1   $s_0 \leftarrow s$ 
2   $s_0 \leftarrow$  Melhor Solução em MultiStartmax iterações do procedimento ConstróiSoluçãoInicial()
3   $s^* \leftarrow \text{VND}(s_0, f)$ 
4   $p \leftarrow 0$ 
5  enquanto critério de parada não satisfeito faça
6       $iter \leftarrow 0$ 
7      enquanto  $iter < \text{IterMax}$  e critério de parada não satisfeito faça
8           $s' \leftarrow \text{Refinamento}(s^*, p, f)$ 
9          se  $s'$  for melhor que  $s^*$  de acordo com a função  $f$  então
10              $s^* \leftarrow s'$ ;
11              $p \leftarrow 0$ ;
12              $iter \leftarrow 0$ 
13         fim
14         senão
15              $iter \leftarrow iter + 1$ 
16         fim
17     fim
18      $p \leftarrow p + 1$ 
19 fim
20 retorna  $s^*$ 

```

---

A solução inicial  $s_0$  (linha 2 do Algoritmo 4.3) é gerada aplicando-se *MultiStartmax* a fase de construção do procedimento *Multi-Start*, isto é, o procedimento *ConstróiSoluçãoInicial* descrito na seção 4.4.

A busca local é feita pelo procedimento VND, Algoritmo 4.5, usando-se os dois movimentos descritos na seção 4.2, ou seja, os movimentos das vizinhanças  $N^{AR}$ ,  $N^T$ . Para a perturbação, esses dois movimentos são aplicados de forma aleatória de acordo com o procedimento *SelecionaVizinhança* (linha 2 do Algoritmo 4.4).

---

**Algoritmo 4.4:** Refinamento

---

**Entrada:**  $r$  vizinhanças:  $N^{AR}$ ,  $N^T$ **Entrada:** Solução Inicial  $s$ , Nível  $p$  e Função de Avaliação  $f$ **Saída:** Solução  $s$ 

```

1 para  $i \leftarrow 1$  até  $p + 2$  faça
2    $k \leftarrow \text{SelecioneVizinhança}(r)$ 
3    $s' \leftarrow \text{Perturbação}(s, k)$ 
4 fim
5  $s \leftarrow \text{VND}(s', f)$ 
6 retorna  $s$ 

```

---



---

**Algoritmo 4.5:** VND

---

**Entrada:**  $r$  vizinhanças na ordem aleatória:  $N^{AR}$ ,  $N^T$ **Entrada:** Solução Inicial  $s$  e Função de Avaliação  $f$ **Saída:** Solução  $s$ 

```

1  $k \leftarrow 1$ 
2 enquanto  $k \leq r$  faça
3   Encontre o melhor vizinho  $s' \in N^{(k)}(s)$ 
4   se  $f(s') < f(s)$  então
5      $s \leftarrow s'$ ;
6      $k \leftarrow 1$ 
7   fim
8   senão
9      $k \leftarrow k + 1$ 
10  fim
11 fim
12 retorna  $s$ 

```

---

## 4.6 *Framework* OptFrame

O algoritmo foi implementando com auxílio do *framework* OptFrame <sup>1</sup> (Coelho et al., 2011, 2010). Essa escolha, foi devido a seu arcabouço de fácil utilização, que inclui:

- Representações de soluções e populações;
- Arcabouços de métodos heurísticos e metaheurísticos;
- Interface para análise dos resultados;
- Fórum de discussão com os colaboradores do projeto.

O *framework* OptFrame é, basicamente, uma estrutura computacional que agiliza o desenvolvimento de algoritmos heurísticos. O objetivo do *framework* é fornecer uma simples

---

<sup>1</sup>disponível em <http://sourceforge.net/projects/optframe/>

---

interface em C++ para componentes comuns de metaheurísticas baseadas em trajetória e população, aplicadas a problemas de otimização combinatória. Uma vez que muitos métodos são comuns na literatura, o OptFrame fornece uma implementação eficiente para versões simples de algumas heurísticas e metaheurísticas, todavia, o usuário pode desenvolver versões "mais inteligentes" e mais robustas, aplicadas ao seu problema específico. Além disso, o OptFrame possui suporte ao desenvolvimento de sistemas em paralelo, tanto para memória compartilhada quanto para memória distribuída. OptFrame tem sido aplicado com sucesso para modelar e resolver vários problemas combinatórios, mostrando um bom equilíbrio entre a flexibilidade e eficiência.

## Capítulo 5

# Experimentos

O algoritmo proposto *MSGVNS* foi implementado em C++ usando o *framework* de otimização OptFrame e compilado pelo g++ 4.2.4. Os testes foram executados em um microcomputador Pentium Core 2 Quad(Q6600), 2.4 GHZ e 8 GB de RAM.

Para testar o algoritmo proposto, foi usado um conjunto de duas instâncias, denominadas de r55\_1 e r55\_2, do PGECTA associadas à operação de um centro de controladores de tráfego aéreo brasileiro, considerando dados fornecidos pelos próprios CTA's de um determinado centro de controle. Além disso, foram geradas duas instâncias, v53\_1 e v51\_1. A Tabela 5.1 mostra as características de cada uma delas.

Tabela 5.1: Característica das Instâncias

| Instância | $nCTA$ | $nDias$ | $nManha$ | $nTarde$ | $nPernoite$ | $nRestricoesCTA$ |
|-----------|--------|---------|----------|----------|-------------|------------------|
| r55_1     | 55     | 30      | 12       | 13       | 9           | 23               |
| r55_2     | 55     | 30      | 12       | 13       | 9           | 10               |
| v53_1     | 53     | 30      | 12       | 13       | 9           | 49               |
| v51_1     | 51     | 30      | 12       | 13       | 9           | 52               |

Na Tabela 5.1, a coluna “Instância” indica o problema-teste. A coluna  $nCTA$  indica o número de controladores disponíveis para alocação,  $nDias$  indica o número de dias do mês de alocação. As colunas  $nManha$ ,  $nTarde$  e  $nPernoite$  indicam, respectivamente, o número de CTA's necessários para os turnos da manhã, tarde e pernoite, para o mês em questão. Já a  $nRestricoesCTA$  indica a média de restrições por CTA, ou seja, o número total de restrições pessoais dividido por  $nCTA$ .

As instâncias geradas neste trabalho possuem um menor número de CTA's disponíveis e um maior número de restrições por CTA se comparadas às instâncias reais, ou seja, foram geradas instâncias mais difíceis, de forma a testar com uma maior precisão a eficiência do algoritmo proposto.

Foram utilizados os seguintes parâmetros. Para a fase de construção da solução



inicial:  $foDescanso = 5000$ ,  $foMaxDiasSemFolga = 5000$ ,  $foMaxDiasFolga = -200$ ,  $foMaxTurnoFixoTrab = 5000$ ,  $foMaxTurnosTrab = 5000$ ,  $foMaxNoitesConsecutivas = 5000$  e  $foMinTurnosTrab = -200$ . Para a função objetivo os pesos de inviabilidade das parcelas  $f_c^T(s)$ ,  $f_c^{T_{M,T,N}}(s)$ ,  $f_c^{PC}(s)$ ,  $f_c^{SF}(s)$  e  $f_c^{MD}(s)$  foram 10000 cada uma. Por último, os parâmetros do *Multi-Start* e do GVNS foram:  $MultiStartmax = 300000$ ,  $IterMax = 50$ .

Durante a implementação do algoritmo e alguns testes empíricos preliminares, os parâmetros descritos acima foram calibrados. É notório que o valor das inviabilidades  $f_c^{T_{M,T,N}}(s)$ ,  $f_c^{PC}(s)$ ,  $f_c^{SF}(s)$ ,  $f_c^F(s)$  e  $f_c^{MD}(s)$  são altos se comparados às restrições pessoais, como exemplo, vide figura 6.1, esses valores são de fácil calibragem e um valor maior não tem grande influência no algoritmo. Deste modo, caso uma das leis trabalhistas não seja atendida, a solução é facilmente descartada. Para os parâmetros do procedimento GereRankMelhoresCTAs (Algoritmo 4.2, descrito no Capítulo 4),  $foDescanso$ ,  $foMaxDiasSemFolga$ ,  $foMaxDiasFolga$ ,  $foMaxTurnoFixoTrab$ ,  $foMaxTurnosTrab$ ,  $foMaxNoitesConsecutivas$  e  $foMinTurnosTrab$ , foi realizada uma bateria de experimentos junto a um controlador de tráfego aéreo. Este CTA analisou as soluções obtidas e calibrou os parâmetros de forma a obter uma solução mais adequada à realidade. Para o parâmetro  $MultiStartmax$  foi dado um valor alto, sendo que valores maiores que este não tiveram uma influência significativa na solução final do procedimento *Multi-Start*, além de consumirem um alto tempo computacional. Por fim, o parâmetro  $IterMax$  é típico da literatura, como relatado em Souza et al. (2010).

Na Figura 6.1, a coluna “Pesos” indica a penalização na função objetivo, para cada restrição pessoal que não for atendida do CTA em questão. Já a coluna “Restrições” indica as restrições pessoais de cada CTA, por exemplo, o CTA 6 não possui nenhuma restrição pessoal, já o CTA 22 não deseja trabalhar em nenhum dos turnos entre os dias 22 a 27.

Foram realizadas 100 execuções para cada uma das instâncias com tempo limite de 15s.

A Tabela 5.2 mostra os resultados obtidos. Nessa tabela, a coluna “Instância” indica o problema-teste utilizado. A coluna “Melhor” indica o melhor valor encontrado pelo Algoritmo *MSGVNS*. Já a coluna “Média” indica a média do *MSGVNS* em 100 execuções.

Tabela 5.2: Resultados *MSGVNS*

| Instância | Tempo<br>(s) | MSGVNS |        |
|-----------|--------------|--------|--------|
|           |              | Melhor | Média  |
| r55_1     | 15           | 0      | 4,47   |
| r55_2     | 15           | 0      | 10,85  |
| v53_1     | 15           | 176    | 195,99 |
| v51_1     | 15           | 578    | 801,13 |

Como podemos observar na Tabela 5.2, o algoritmo *MSGVNS* foi capaz de gerar soluções de boa qualidade e baixa variabilidade. Percebe-se que o algoritmo foi capaz de encontrar soluções satisfatórias em todas as instâncias, encontrando a solução ótima para as instâncias r55\_1 e r55\_2, já que a penalização total foi nula. Já para as instâncias v53\_1 e v51\_1, nota-

se que o algoritmo *MSGVNS* conseguiu obter soluções factíveis e satisfazendo as restrições pessoais de 95% dos controladores.

A Tabela 5.3 mostra as características da melhor solução obtida em cada uma das quatro instâncias utilizadas. Nessa tabela, a coluna *nMaxTurnos* indica o número máximo de turnos que um CTA *c* teve que trabalhar durante o mês, a coluna *nMinTurnos* indica o mínimo de turnos trabalhados. A coluna *nRestricoesVioladas* mensura o número total de restrições pessoais violadas.

Tabela 5.3: Características das melhores soluções

| Instância | <i>nMaxTurnos</i> | <i>nMinTurnos</i> | <i>nRestricoesVioladas</i> |
|-----------|-------------------|-------------------|----------------------------|
| r55_1     | 19                | 18                | 0                          |
| r55_2     | 19                | 18                | 0                          |
| v53_1     | 20                | 19                | 4                          |
| v51_1     | 20                | 20                | 18                         |

Analisando a Tabela 5.3, é notório que, na melhor solução das instâncias r55\_1 e r55\_2, os CTAs trabalhavam no máximo 19 turnos por mês e no mínimo 18 turnos, além disso, em ambas as soluções nenhum CTA teve suas restrições não atendidas, ou seja, todas as 2412 restrições da instância r55\_1 e todas as 2515 restrições da instância r55\_2 foram atendidas. Já para a instância v53\_1, foi relatado um máximo de 20 turnos, um mínimo de 19 turnos e apenas 4 das 2597 restrições pessoais não foram atendidas. Por fim, para a instância v51\_1, todos os CTAs trabalhavam 20 turnos e das 2652 restrições pessoais, apenas 18 não foram atendidas.

## Capítulo 6

# Conclusões e Trabalhos Futuros

Este trabalho teve seu foco no Problema de Gerenciamento de Escalas Operacionais dos Controladores de Tráfego Aéreo (PGECTA). Em virtude de sua dificuldade de solução, foi proposto um algoritmo heurístico, denominado *MSGVNS*, que combina os procedimentos *Multi-Start* e *GVNS*.

Utilizando dois problemas-teste envolvendo dados reais e dois gerados neste trabalho, o algoritmo foi capaz de encontrar soluções de boa qualidade rapidamente e com baixa variabilidade das soluções finais. Além disso, o algoritmo proposto conseguiu provar a otimalidade de duas soluções.

A aplicação em questão mostra-se de extrema importância para a manutenção do sistema aéreo brasileiro, visto que em muitos órgãos de controle essa alocação era feita por um militar, denominado escalante. Como as restrições consideradas pelo escalante eram apenas as operacionais, as trocas de serviços tornavam-se muito onerosas, e na maioria das vezes, ineficientes. Os resultados obtidos são aplicáveis e resultariam em uma maior satisfação dos controladores de tráfego aéreo.

Para trabalhos futuros é proposta a concessão de novos tipos de perturbações e ampliação da busca local, realizada pelo procedimento VND. Propõe-se a criação de um conjunto mais amplo de problemas-testes, contribuição de suma importância para a literatura. Sugere-se, também, implementação de um modelo matemático para o problema, buscando, além de uma comparação entre o algoritmo proposto *MSGVNS* e um *solver* comercial, uma implementação de um algoritmo híbrido, que combinaria a flexibilidade das metaheurísticas com o poderio da programação matemática.

# Referências Bibliográficas

- Cabral, L. A. F.; Pontes, R. C. V.; Souza, M. J. F. e Maculan, N. (2000). An heuristic approach for large scale crew scheduling problems at rio sul airlines. In *Proceedings of the 40th International Symposium of the AGIFORS*, pp. 1–16, Istambul.
- Camilo, C. e Stelle, D. (2008). Aplicando algoritmos genéticos ao problema de definição de escala de trabalho do corpo de enfermagem de um hospital universitário. In *XL Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, pp. 1216–1224, João Pessoa, PB.
- Coelho, I.; Munhoz, P. L. A.; Haddad, M. N.; Coelho, V. N.; Silva, M. M.; Souza, M. J. F. e Ochi, L. S. (2011). A computational framework for combinatorial optimization problems. In *VII ALIO/EURO Workshop on Applied Combinatorial Optimization*, pp. 51–54, Porto.
- Coelho, I.; Ribas, S.; Perche, M. H. P.; Munhoz, P. L. A.; Souza, M. F. e Ochi, L. S. (2010). Optframe: a computational framework for combinatorial optimization problems. In *XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, pp. 1–12, Bento Gonçalves, RS.
- D. e de Werra (1997). The combinatorics of timetabling. *European Journal of Operational Research*, 96(3):504 – 513.
- Freitas, C. C. (2007). Uma ferramenta baseada em algoritmos geneticos para a geracao de tabela de horário escolar. In *Sétima Escola Reginal de Computação BAHIA-SERGIPE*, Vitória da Conquista/BA.
- Hansen, P. e Mladenovic, N. (2001). Variable neighborhood search: Principles and applications. *European Journal of Operational Research*, 130:449–467.
- Hansen, P.; Mladenovic, N. e Pérez, J. A. M. (2008a). Variable neighborhood search. *European Journal of Operational Research*, 191:593–595.
- Hansen, P.; Mladenovic, N. e Pérez, J. A. M. (2008b). Variable neighborhood search: methods and applications. *4OR: Quarterly journal of the Belgian, French and Italian operations research societies*, 6:319–360.
- Loo, E.; Goh, T. e Ong, H. (1986). A heuristic approach to scheduling university timetables. *Computers & Education*, 10(3):379 – 388.

- Lü, Z. e Hao, J.-K. (2010). Adaptive tabu search for course timetabling. *European Journal of Operational Research*, 200(1):235 – 244.
- Mariano, A. S. (2007). Geração automática de grade horária para a faculdade de engenharia elétrica da ufu usando algoritmo genéticos. Mestrado em engenharia elétrica, DEE/UFU, Uberlândia.
- Martí, R. (2003). Multi-start methods. In Glover, F. e Kochenberger, G., editores, *Handbook of Metaheuristics*, volume 57 of *International Series in Operations Research & Management Science*, pp. 355–368. Springer New York.
- Mladenovic, N. e Hansen, P. (1997). A variable neighborhood search. *Computers and Operations Research*, 24:1097–1100.
- Méllo, F. G. A.; Senne, E. L. F. e Lorena, L. A. N. (2006). Uma abordagem para o problema de escalonamento de motoristas. In *XXVI ENEGEP*, pp. 1606–1617, Fortaleza, CE.
- Santiago-Mozos, R.; Salcedo-Sanz, S.; DePrado-Cumplido, M. e Bousoño-Calzón, C. (2005). A two-phase heuristic evolutionary algorithm for personalizing course timetables: a case study in a spanish university. *Computers & Operations Research*, 32(7):1761 – 1776.
- Silva, A. S. N.; Sampaio, R. M. e Alvarenga, G. B. (2005). Uma aplicação de simulated annealing para o problema de alocação de salas. *Journal of Computer Science - InfoComp*, 4:59–66.
- Souza, M. J. F.; Coelho, I. M.; Ribas, S.; Santos, H. G. e Merschmann, L. H. C. (2010). A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem. *European Journal of Operational Research, EJOR*, 207:1041–1051.

# Anexos

## Instâncias Utilizadas

As figuras 6.1 e 6.2 apresentam, respectivamente, as instâncias r55\_1 e r55\_2. Já as instâncias virtuais, v53\_1 e v51\_1, estão disponíveis em <http://www.decom.ufop.br/toffolo/monografias>, juntamente com todas as instâncias utilizadas e as melhores soluções obtidas.

## Soluções Obtidas

As figuras 6.3, 6.4, 6.5 e 6.6 apresentam, respectivamente, as melhores soluções obtidas nas instâncias r55\_1, r55\_2, v53\_1 e v51\_1.

| CTA | Pesos | Restrições                                                                                                   |
|-----|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 0   | 275   | 1M1T1N2M2T2N3M3T3N8M8T8N9M9T9N10M10T10N15M15T15N16M16T16N17M17T17N22M22T22N23M23T23N24M24T24N29M29T29N30M30T |
| 1   | 270   | 1M1T1N2M2T2N3M3T3N4M4T4N5M5T5N6M6T6N9M9T9N10M10T10N15M15T15N16M16T16N17M17T17N22M22T22N23M23T23N30M30T30N    |
| 2   | 265   | 1M1T1N2M2T2N3M3T3N8M8T8N9M9T9N10M10T10N15M15T15N16M16T16N17M17T17N22M22T22N23M23T23N24M24T24N29M29T29N30M30T |
| 3   | 260   | 1M4M5M6M7M8M11M12M13M14M15M18M19M20M21M22M25M26M27M28M29M                                                    |
| 4   | 255   | 1M2M3M4M4M5M6M7M8M9M10M11M12M13M14M15M16M17M18M19M20M21M22M23M24M25M26M27M28M29M30M                          |
| 5   | 250   | 1M1T1N2M2T2N3M3T3N8M8T8N9M9T9N10M10T10N15M15T15N16M16T16N17M17T17N22M22T22N23M23T23N24M24T24N29M29T29N30M30T |
| 6   | 245   | -                                                                                                            |
| 7   | 240   | 1T4T5T6T7T8T11T12T13T14T15T18T19T20T21T22T25T26T27T28T29T                                                    |
| 8   | 235   | 1N4N5N6N7N8N11N12N13N14N15N18N19N20N21N22N25N26N27N28N29N                                                    |
| 9   | 230   | 1N4N5N6N7N8N11N12N13N14N15N18N19N20N21N22N25N26N27N28N29N                                                    |
| 10  | 225   | -                                                                                                            |
| 11  | 220   | -                                                                                                            |
| 12  | 215   | 1T2T3T4T5T6T7T8T9T10T11T12T13T14T15T16T17T18T19T20T21T22T23T24T25T26T27T28T29T30T                            |
| 13  | 210   | 1M4M5M6M7M8M11M12M13M14M15M18M19M20M21M22M25M26M27M28M29M                                                    |
| 14  | 205   | 1M2M3M4M5M6M7M8M9M10M11M12M13M14M15M16M17M18M19M20M21M22M23M24M25M26M27M28M29M30M                            |
| 15  | 200   | -                                                                                                            |
| 16  | 195   | 1T2T3T4T5T6T7T8T9T10T11T12T13T14T15T16T17T18T19T20T21T22T23T24T25T26T27T28T29T30T                            |
| 17  | 190   | 1T4T5T6T7T8T11T12T13T14T15T18T19T20T21T22T25T26T27T28T29T                                                    |
| 18  | 185   | 1M1T1N2M2T2N3M3T3N8M8T8N9M9T9N10M10T10N15M15T15N16M16T16N17M17T17N22M22T22N23M23T23N24M24T24N29M29T29N30M30T |
| 19  | 180   | 1N4N5N6N7N8N11N12N13N14N15N18N19N20N21N22N25N26N27N28N29N                                                    |
| 20  | 175   | 1M1T1N2M2T2N3M3T3N8M8T8N9M9T9N10M10T10N15M15T15N16M16T16N17M17T17N22M22T22N23M23T23N24M24T24N29M29T29N30M30T |
| 21  | 170   | -                                                                                                            |
| 22  | 165   | 22M22T22N23M23T23N24M24T24N25M25T25N26M26T26N27M27T27N                                                       |
| 23  | 160   | 1M4M5M6M7M8M11M12M13M14M15M18M19M20M21M22M25M26M27M28M29M                                                    |
| 24  | 155   | 1M2M3M4M5M6M7M8M9M10M11M12M13M14M15M16M17M18M19M20M21M22M23M24M25M26M27M28M29M30M                            |
| 25  | 150   | 1M4M4T5M5T6M6T7M7M8M11M11T12M12T13M13T14M15M18M19M20M21M22M23M24M25M26M27M28M29M                             |
| 26  | 145   | 1N2N3N4N5N6N7N8N9N10N11N12N13N14N15N16N17N18N19N20N21N22N23N24N25N26N27N28N29N30N                            |
| 27  | 140   | 1T4T5T6T7T8T11T12T13T14T15T18T19T20T21T22T25T26T27T28T29T                                                    |
| 28  | 135   | 1N4N5N6N7N8N11N12N13N14N15N18N19N20N21N22N25N26N27N28N29N                                                    |
| 29  | 130   | 1M4M5M6M7M8M11M12M13M14M15M18M19M20M21M22M25M26M27M28M29M                                                    |
| 30  | 125   | 1N2N3N4N5N6N7N8N9N10N11N12N13N14N15N16N17N18N19N20N21N22N23N24N25N26N27N28N29N30N                            |
| 31  | 120   | 1M1T1N2M2T2N3M3T3N8M8T8N9M9T9N10M10T10N15M15T15N16M16T16N17M17T17N22M22T22N23M23T23N24M24T24N29M29T29N30M30T |
| 32  | 115   | 5M5T5N6M6T6N7M7T7N8M8T8N9M9T9N10M10T10N                                                                      |
| 33  | 110   | 1M4M5M6M7M8M11M12M13M14M15M18M19M20M21M22M25M26M27M28M29M                                                    |
| 34  | 105   | 1M2M3M4M5M6M7M8M9M10M11M12M13M14M15M16M17M18M19M20M21M22M23M24M25M26M27M28M29M                               |
| 35  | 100   | 1T2T3T4T5T6T7T8T9T10T11T12T13T14T15T16T17T18T19T20T21T22T23T24T25T26T27T28T29T30T                            |
| 36  | 95    | 1M1T1N2M2T2N3M3T3N8M8T8N9M9T9N10M10T10N15M15T15N16M16T16N17M17T17N22M22T22N23M23T23N24M24T24N29M29T29N30M30T |
| 37  | 90    | 1T4T5T6T7T8T11T12T13T14T15T18T19T20T21T22T25T26T27T28T29T                                                    |
| 38  | 85    | 1N4N5N6N7N8N11N12N13N14N15N18N19N20N21N22N25N26N27N28N29N                                                    |
| 39  | 80    | 1N4N5N6N7N8N11N12N13N14N15N18N19N20N21N22N25N26N27N28N29N                                                    |
| 40  | 75    | 1T2T3T4T5T6T7T8T9T10T11T12T13T14T15T16T17T18T19T20T21T22T23T24T25T26T27T28T29T30T                            |
| 41  | 70    | -                                                                                                            |
| 42  | 65    | 5M5T5N6M6T6N7M7T7N8M8T8N15M15T15N16M16T16N17M17T17N18M18T18N                                                 |
| 43  | 60    | 1M4M5M6M7M8M11M12M13M14M15M18M19M20M21M22M25M26M27M28M29M                                                    |
| 44  | 55    | 1M2M3M4M5M6M7M8M9M10M11M12M13M14M15M16M17M18M19M20M21M22M23M24M25M26M27M28M29M30M                            |
| 45  | 50    | 1M1T1N2M2T2N3M3T3N8M8T8N9M9T9N10M10T10N15M15T15N16M16T16N17M17T17N22M22T22N23M23T23N24M24T24N29M29T29N30M30T |
| 46  | 45    | 1N2N3N4N5N6N7N8N9N10N11N12N13N14N15N16N17N18N19N20N21N22N23N24N25N26N27N28N29N30N                            |
| 47  | 40    | 1T4T5T6T7T8T11T12T13T14T15T18T19T20T21T22T25T26T27T28T29T                                                    |
| 48  | 35    | 1M1T1N2M2T2N3M3T3N8M8T8N9M9T9N10M10T10N15M15T15N16M16T16N17M17T17N22M22T22N23M23T23N24M24T24N29M29T29N30M30T |
| 49  | 30    | 1N4N5N6N7N8N11N12N13N14N15N18N19N20N21N22N25N26N27N28N29N                                                    |
| 50  | 25    | 10M10T10N11M11T11N12M12T12N13M13T13N14M14T14N15M15T15N                                                       |
| 51  | 20    | 12M12T12N13M13T13N14M14T14N15M15T15N16M16T16N17M17T17N                                                       |
| 52  | 15    | 17M17T17N18M18T18N19M19T19N20M20T20N21M21T21N22M22T22N                                                       |
| 53  | 10    | 1M4M5M6M7M8M11M12M13M14M15M18M19M20M21M22M25M26M27M28M29M                                                    |
| 54  | 5     | 1M2M3M4M5M6M7M8M9M10M11M12M13M14M15M16M17M18M19M20M21M22M23M24M25M26M27M28M29M30M                            |

Figura 6.1: Instância r55\_1

| CTA | Pesos | Restrições                                                     |
|-----|-------|----------------------------------------------------------------|
| 0   | 39    | 26M13N24T4M4T4N20N27T18M                                       |
| 1   | 30    | 25M12M12T12N16N2T26M30N14T18N11M3T19M29T                       |
| 2   | 40    | 28T14M14T14N                                                   |
| 3   | 28    | 13M24N25M30T3M3T3N23N5T11M17T20T15T22T                         |
| 4   | 38    | 15T24M24T24N20N28T23N5M5T5N11M14N30T6M6T6N17M                  |
| 5   | 45    |                                                                |
| 6   | 20    | 26M                                                            |
| 7   | 24    | 8N27M5M5T5N14M14T14N7N11M16N28M4M4T4N20M20T20N                 |
| 8   | 30    | 26M26T26N8N16M16T16N14T17N27N4T2M2T2N10M10T10N3M9T             |
| 9   | 37    | 5M24M27M18M18T18N26M26T26N30M2T25M25T25N3N22N16N               |
| 10  | 41    | 8M8T8N12M12T12N19M19T19N21M28M7N29M29T29N6N9T15M13T4T3M        |
| 11  | 36    | 1T9T3T2N27M27T27N28M28T28N10M18T4M4T4N21N25M25T25N             |
| 12  | 20    | 7M16M21T6M29N23N12T2M2T2N18M8T10T5T                            |
| 13  | 27    | 12N                                                            |
| 14  | 28    | 21M21T21N16M22T19M4T24M12M12T12N28M8M                          |
| 15  | 26    | 8M8T8N                                                         |
| 16  | 40    | 14T24M24T24N22T4N11M11T11N7T18M28N30T20T13M13T13N21M21T21N     |
| 17  | 29    | 28T2N30M24M24T24N16M23T21T6N12N9M9T9N18M18T18N                 |
| 18  | 20    | 12M3N9M22M22T22N25T29M29T29N                                   |
| 19  | 44    | 29N21M21T21N14M14T14N13T8N22T3M3T3N10M                         |
| 20  | 27    | 12T                                                            |
| 21  | 34    | 20M4M4T4N13T30M14M14T14N17N26T8N5N2M2T2N21T7T                  |
| 22  | 30    | 14T25M6N10N1T2N24M24T24N28N21T19M30T22N                        |
| 23  | 49    | 11M16M16T16N29M4T9M21N25N26T                                   |
| 24  | 45    | 13M13T13N7M2M6T30M20M20T20N9N29N                               |
| 25  | 22    | 17M19N15N16N30M30T30N                                          |
| 26  | 45    | 13T20N29M29T29N22M22T22N21M28M28T28N6M6T6N19M19T19N12N11T17M8M |
| 27  | 32    | 5T25N30M30T30N11N                                              |
| 28  | 37    | 17N12M12T12N20M18T6M6T6N14M22M22T22N                           |
| 29  | 23    |                                                                |
| 30  | 48    | 5N22M22T22N19M19T19N29N17M17T17N25N11T12N15N26M26T26N          |
| 31  | 44    | 3M3T3N10N15T26T19M19T19N2M28M28T28N21T7N                       |
| 32  | 49    | 21T3M3T3N18M20T6N                                              |
| 33  | 42    | 24T10N11T9T23N13T5M5T5N12N3M3T3N17M                            |
| 34  | 26    | 5M5T5N17M23N                                                   |
| 35  | 29    | 16M20T                                                         |
| 36  | 24    | 22M22T22N11T25T                                                |
| 37  | 21    | 5M29M29T29N21M                                                 |
| 38  | 31    | 30M3T21M21T21N17M11M20M7M7T7N8N10T                             |
| 39  | 24    | 7T21N27T20N14N3N28M4N24N                                       |
| 40  | 46    | 14M2M24T9M9T9N28M15T                                           |
| 41  | 37    | 24M24T24N27N28M                                                |
| 42  | 43    | 4M4T4N23N18M18T18N13M7T25M10T6T17M                             |
| 43  | 28    | 18M18T18N19T7M7T7N9M15T22M22T22N17N                            |
| 44  | 36    | 29T17N24M2N6M14N                                               |
| 45  | 22    | 21T                                                            |
| 46  | 31    | 27T4M22M22T22N24N30N2M23N8M8T8N18N15N29T                       |
| 47  | 37    | 4N3N12N26M26T26N6N8M8T8N                                       |
| 48  | 49    | 21N16N4M30M22M26M26T26N25N23M23T23N                            |
| 49  | 32    | 3N19N22T14M14T14N1N21T16N                                      |
| 50  | 21    | 28M28T28N6M6T6N17N7M24M                                        |
| 51  | 46    | 1N16M5M5T5N19T24M20M20T20N22N3M3T3N                            |
| 52  | 33    | 6T15M15T15N24N10N14N17M17T17N7T8T                              |
| 53  | 38    | 21T11M11T11N27T5M1M1T1N15M17M17T17N28T19M14N                   |
| 54  | 48    | 27M27T27N2M9M20T26M6M6T6N23T11N10T3M5T                         |

Figura 6.2: Instância r55\_2



| C <sub>TA</sub> | Escala Operacional                                     | Dias Trabalhados |
|-----------------|--------------------------------------------------------|------------------|
| 0               | 4M4N5N6T7M11M11N12T14M14N18M18N19T21T25M25N26T28M30N   | 19               |
| 1               | 7M7N8T10M10N11T12M13T15M17M17N19T20T22M24M26M27T28T29T | 19               |
| 2               | 4M4N5T7M7N11M11N12T13N18M18N19T20M20N25M25N26T27T      | 18               |
| 3               | 2M3M5N6N8N10M10N12N14T16T17M18T20N22T24T25T27T28T29T   | 19               |
| 4               | 1T2T4T6T8T9T11T13T15T16T18N20N21N23N24N26N28N30N       | 18               |
| 5               | 4M4N5T7M7N11M11N12T14M14N18M18N19T21T25M25N26T28M      | 18               |
| 6               | 1T2N4M6N8M9M11T13M15M15N17T18T20T22T23T25T27M29M30M    | 19               |
| 7               | 2M2N5M7M7N9M9N12M13N15N17M19M20N22M24T26M27M29M30T     | 19               |
| 8               | 2M2N3N6T7T9M10M13T14T16T17M18T21M22T24M25M27T29M30M    | 19               |
| 9               | 1M3T4T6T8M10M10N13M14T15M17T20M21M22M23T25T28M29M30T   | 19               |
| 10              | 1T3T4T6T8M10M10N12T13N15T17T19M20T22M24M25T27M28T30M   | 19               |
| 11              | 1M2T5M6T8M9T11T13M15M15N16N18T20T22M23T25T27M28T29T    | 19               |
| 12              | 1N3M5M5N7M8N10N12M14M15N17M19N21N22N24M26M28M29M       | 18               |
| 13              | 2M3M4T6N8N10M11T13T15T16N17N18T21T22T24T25T27N28T      | 18               |
| 14              | 1T3T5T6N8T10T12T13T15T16N18T20T22N23N24N26N29N30N      | 18               |
| 15              | 2M2N3T6N7T9T10T13M14M16M17T19N21M23M24M26M27T28T29T    | 19               |
| 16              | 2M3M5M6M8N10M10N13M13N15M17M17N20M20N22N24T27M27N29N   | 19               |
| 17              | 1N3M4M6M8M8N10T12M14N15N17M19N21M22N24T26M28M29N30T    | 19               |
| 18              | 4M4N5T6T7M11M11N12N14M14N18M19M19N21T25M25N26T28M      | 18               |
| 19              | 2M3M4T6M9M9N10T12M14M16M16N18T20T22M23T27M29T30T       | 18               |
| 20              | 4M4N5T6T7M9T11T13T14M16M17N19N21M23M23N24T25M27M       | 18               |
| 21              | 1N2N3N7M8N10M12M14T15T17T19M21M22T24M26M27T29M         | 18               |
| 22              | 1T2N4T5N8M9T11M12T14T16M17N19M21M28M28N29T30M30N       | 18               |
| 23              | 1T2T3N7T8T9T10M13T15T16M17T20T21N23M24M25T28N30M       | 18               |
| 24              | 1T3T4T5N8T9N11T12N15T16T18T19T22T23N24N26N28N30N       | 18               |
| 25              | 1N2T3N7T8T9M10T14T15T16M16N19N21T22T23T26N28T29N       | 18               |
| 26              | 1M3T4T6M8T10M11T13M15M16T18M20M22M23M24T26T27T28T30M   | 19               |
| 27              | 1M3M5M6M8M9N12M12N14N15N17M19N21N22N24M26M27N29M30T    | 19               |
| 28              | 2M3M4T5M9M9N10T12M14T16T17M19M21M22T24M26M27T29T30T    | 19               |
| 29              | 2M3T5T6T7N10M10N12N14T15T17M19T21T22T23T26T28N29N      | 18               |
| 30              | 1M2T4T6M8T9M11T13M15M16M18T20M21T23M24T26T27T29T30M    | 19               |
| 31              | 4M4N5T6N7T11M11N13M13N14T18M19M20T25M25N26T27M27N      | 18               |
| 32              | 1M3T4M11M11N12T13M13N14T16T18T20M20N22T23T25T27M28T29T | 19               |
| 33              | 1N2T4T6N8T9T11T13T15T16T17N20T21N23M23N25T27N29N30N    | 19               |
| 34              | 2T3T5T7T8N10T12T13T15T16N17N18T21N23T24N26N28N30N      | 18               |
| 35              | 1N3M5M5N7M9N10N12N14N16M17N19M21M23M24N26M28M30M       | 18               |
| 36              | 4M4N5T6T7T11M11N12N13N18M18N19T20M20N25M25N26T27T      | 18               |
| 37              | 1N2T5M6M8M9T12M12N14N15N17T19M21N22N24M26M27N29M30T    | 19               |
| 38              | 1T2T5M6M7T9M12M13T14M16T17N18T21M23M24T25M27T29T30T    | 19               |
| 39              | 1M2T3N6M8T9T10T13M15M16T17T20M21T23M23N25T27T28M30M    | 19               |
| 40              | 1M3N5M5N7M8N10N12N14M15N17M19M21M22N24N26M27N29M       | 18               |
| 41              | 1T2M3N7M7N8N10M12M14T15M17T19M21T22M23T26M27T28T29T    | 19               |
| 42              | 1T3M3N9M9N10T11M12M19M19N20T21M21N22T24T26T28M29M30T   | 19               |
| 43              | 1N2T5T7T8T9M12T13N15T16M16N19T20T22T23T26N27N29N       | 18               |
| 44              | 1T3T5T7T8T10T12T13N15T16N18T20T22N23N24N26N28N29N      | 18               |
| 45              | 4M4N5T6M7T11M11N12T14M14N18M18N19T21T25M25N26T28M30N   | 19               |
| 46              | 1T2M5M6M8M9M11T13T15M16M18M20M22M23T24T25T28T29T30T    | 19               |
| 47              | 1N2N3N6N7N9T10T13M14M16T17T20M20N22M23T24T27M29M30M    | 19               |
| 48              | 4M4N5T6T7T11M11N12T14M14N18M18N19T21T25M25N26T28M      | 18               |
| 49              | 1M3M4T6M8M9N11T13M15M16M17T20M22M23M24T26T28T29T30T    | 19               |
| 50              | 1M2N3T5N8T9T16M16N17T18M18N19T22M22N24M25T27T29M30T    | 19               |
| 51              | 1M2T5M6N8M9M11T18M18N19T20M20N21T22T23T25T27N29M30M    | 19               |
| 52              | 1M3M4T5N8M9N11M12T15M15N20T23M23N24T25M25N27M28T30T    | 19               |
| 53              | 2M2N3T6T7T9T10T13T14T16T17M19T21T23M24M26N28N30M       | 18               |
| 54              | 1T2T3T6T7N9T10T13T14T16T17T19N21N23N24N26N28N30N       | 18               |

Figura 6.3: Melhor solução instância r55\_1

| CTA | Escala Operacional                                     |    | Dias Trabalhados |
|-----|--------------------------------------------------------|----|------------------|
| 0   | 2M3M5M5N7T9T10N12N14M16M17T19N21T23T24N26T28M30M30N    | 19 |                  |
| 1   | 1M4M5M7M7N9N11T13T14N16T18T20M21M23T25T26T28M29N       | 18 |                  |
| 2   | 1N2N4M6N8M9N11T13T15M16T18M20M21N23M23N25T27T28N30T    | 19 |                  |
| 3   | 1T2N5N7M7N9M9N12T14M14N16N19M20N21N24T26M27M28T        | 18 |                  |
| 4   | 2M3M4M7M7N9T11T12T14M16M18T19T21M23M25M25N27T29T30M    | 19 |                  |
| 5   | 1T3N5M6M8T10M11N13T14N16N18M20M20N22T23T25N27N29M30T   | 19 |                  |
| 6   | 1N3N5M6M8M10M12M12N14T16M17M19N21T23M23N25T27T28N      | 18 |                  |
| 7   | 1M2N6M6N7T9M10N13T15M16T17N21M21N22T24M24N24T27T28T30T | 19 |                  |
| 8   | 1T3T4M6T8M11M11N13M13M15T17T19N21M22T24T27M28M28N30T   | 19 |                  |
| 9   | 2T3M4T7M7N9T11M11N14M14N17M19M20N22T24T27T28M28N30N    | 19 |                  |
| 10  | 2M4M5T6T9M9N11T13M13N15T17T18N21T22T24M26T28T30M30N    | 19 |                  |
| 11  | 2M3M5T6M8N10T11N13T15T17M17N18N20T22M24T26T29M29N30N   | 19 |                  |
| 12  | 1T3M5N7T8N10M10N12N14T15N17T19M21N22T24M26T28T29T      | 18 |                  |
| 13  | 2M2N4T6T7T9M11M13M14T16T18T20M21M23M24N26N28M28N30T    | 19 |                  |
| 14  | 1M3N5T6T8T10T13M13N14T16T17N20M22M22N24T26M26N28T30M   | 19 |                  |
| 15  | 2M3T4T5N9M9N10N12T14M16T17T19T21M23M23N25T27T28T       | 18 |                  |
| 16  | 1M3M4T6N8M10T12M12N14N16M17T19T22M22N25M25N26T29M29N   | 19 |                  |
| 17  | 1T3T5M7M8M10M12M13N15T16N19M19N20T22M25M25N26N28N      | 18 |                  |
| 18  | 1N3T4T5T8T10T11T13T15M17M17N18N20N23T24M25N27T30M30N   | 19 |                  |
| 19  | 2M4M4N5N7T9T11M12T15M16M18T19T22M22N23T25N27M29T30T    | 19 |                  |
| 20  | 1M2N5M6T8M9M12M12N14T15T17T19T21M22M24T26T28T29T       | 18 |                  |
| 21  | 3M5M6M7N9M10T12T13N15T17M18T20T21N23T25M25N27T29M30T   | 19 |                  |
| 22  | 2M3T4N6T8N10M11T13M15T17M17N19T21N23T25T26T28M29N      | 18 |                  |
| 23  | 2T3M5M7M8N10M11N13T15M15N17T19T20T22T24M26M27M29T      | 18 |                  |
| 24  | 1T3T4T5N8T10M10N12M14T16M17T19T21T23M24M26M28M30T      | 18 |                  |
| 25  | 1M3M5T7M7N9T11T12T14T16M18T19M21M23M23N25T26N28N       | 18 |                  |
| 26  | 2T3M4N7T8T10M11N13N15M16N18N20T23M23N25M27M27N30M      | 19 |                  |
| 27  | 1N4M5M6T8T10T12M12N14T15T17N19M21T22M24M26M28M29T      | 18 |                  |
| 28  | 2M3N4T7M8N10M11M13N15T17M18M18N20T23T24M25T27N29T      | 18 |                  |
| 29  | 2M2N4N5T7T9T11T12T14M16M18T19N21T23M24N26M28T29T       | 18 |                  |
| 30  | 1N3N5T6N8T10T12M13T15T18M18N20M20N23M23N25M27M27N30M   | 19 |                  |
| 31  | 1M4M4N5N7T9T11T12T14T16M18M20M20N22T23T25T27M29T30T    | 19 |                  |
| 32  | 1T4M4N6T7T9T11M13M14M16T18T20M21N22N25M25N27M29M29N    | 19 |                  |
| 33  | 1N2N6M6N7T9M9N12T14M14N16N19M20T22T24M26T27N29M        | 18 |                  |
| 34  | 1M3N6M6N7T9T11M13T14M16M18T20M21M22N24N26N28T29M       | 18 |                  |
| 35  | 1N3N4T6T8M10M11M13T14N17M17N18T20N22T24M25T27T29M      | 18 |                  |
| 36  | 2T3T4T5T8N10T11M13M15T16N18M18N20T23M23N25M27M27N30M   | 19 |                  |
| 37  | 1T2T4T6N8M9T11T13M15T16T18M20M21T23T25M26N28M30M30N    | 19 |                  |
| 38  | 1T3N4N6M8T10N11T13T15M16N18M20T22M22N23T25T27T29M30T   | 19 |                  |
| 39  | 1N4M5T6T8M8N11M12T14T15N18M19N21T22M25M26M28T29T       | 18 |                  |
| 40  | 1T3T5M7M8M10M12M13N15M15N17M19M20T22M24N26M26N28T30T   | 19 |                  |
| 41  | 1N2N5M6T8T9M12M13M15M16M18T20M20N22M25M25N26N28N30T    | 19 |                  |
| 42  | 1M3T5T6M8T10N12M13T15M15N17T19T21T22T24T26M28M29M      | 18 |                  |
| 43  | 1M2T4N5N8T9T11N12T15N16T19M19N20N23M23N25T27M27N30M    | 19 |                  |
| 44  | 2T3M4M7M7N9T11M11N14M15N17T19N21T22N24T26T28M29N       | 18 |                  |
| 45  | 2T3T5T6M8N10T12M13T15M17M17N19T20T22T24M26M27M29T      | 18 |                  |
| 46  | 1M2T5T6N9M9N10N12N14N16T17T19M21M23T24T26M28M30M       | 18 |                  |
| 47  | 1M2T5T7M7N9M9N12T14M14N16N19M20T21N24T27M27N28T30N     | 19 |                  |
| 48  | 2T3M4T6T8T10M10N12N14M16T17T19N21T24M24N25T27T29T      | 18 |                  |
| 49  | 1T3T4N6T8T10T11N13M15T17M17N19T20T22N24T26T27N29N      | 18 |                  |
| 50  | 1T3N4T7T8M10T11M13N15M15N17M19M21T22T24T26T29M29N30N   | 19 |                  |
| 51  | 2M2N6M6N7T9M10T13M14T16T18M18N21M21N23T25M27T28T30T    | 19 |                  |
| 52  | 1T2T4M6M8M9T11T13M16M16N18M18N20M22M24T25T27T29T       | 18 |                  |
| 53  | 2M3T4T5N8N10T12M12N14T15N18T19T21M22N24N26M26M29N      | 19 |                  |
| 54  | 2T3T5M7M7N9N11T12T14T16T18T19T21T23N24N26T28N30M30N    | 19 |                  |

Figura 6.4: Melhor solução instância r55\_2

| CTA | Escala Operacional                                      |    | Dias Trabalhados |
|-----|---------------------------------------------------------|----|------------------|
| 0   | 1N3M4M6T8M9T11M12T14N15N18T19M21M22M23T26M27M29M30T     | 19 | 19               |
| 1   | 2M4M5T7M9M9N13M14T15M16M16N20M21M22M22N24T25N28T30T     | 19 | 19               |
| 2   | 2M2N4M4N7M9M11M12M13N15N16T19M20M21M22N24T25T27T29T30N  | 20 | 20               |
| 3   | 1M3T5T6M7N9T11T12M15M17T18T20M21M22T23T24M26T28M28N29N  | 20 | 20               |
| 4   | 1N3T5M6T9M10M11T12N14T16M17T19M21M22M23T24N26N27N28N    | 19 | 19               |
| 5   | 1N3T4T6T7T10T12T13M14M16T17M18T20T22M23N26M26N27N28T29N | 20 | 20               |
| 6   | 2T4T5M6T8M10M11T13M13N16T17M18T21M22M23N25T26T27N29M    | 19 | 19               |
| 7   | 2M3M4M4N8M9M10T12T13N17M18M20M20N21T25M26T27T28T30T     | 19 | 19               |
| 8   | 1M2N3N5N6N9M9N12T13T15T17M17N19T22T23T24M25T29M30T      | 20 | 20               |
| 9   | 1N4M4N6M7M8M11T13T14M15T18N20M21M21N23M24M27M28N29T30T  | 20 | 20               |
| 10  | 1T3M5T7M8M12M12N13T14T15T17T19M20T22T24M24N26M26N28T30T | 19 | 19               |
| 11  | 1N3T4M4N8M8N11T12M13M15M15N17N18N19N21M23M25M25N27N28N  | 20 | 20               |
| 12  | 1T2N5T6T8T9T10T12T13T17T18T19M19N21M23M25M25N27N28N     | 19 | 19               |
| 13  | 1T3M4M6T7T9T12M12N14M14N18M18N19T20N22M25T26T27T28T29N  | 20 | 20               |
| 14  | 2T3M6T7T8T9T11M13T14N15T17T18T21T22N24M25N27M27N29M29N  | 19 | 19               |
| 15  | 2T3M4T6T7N8N11M14T15M16M18M21M23T25T26M26N27T28M29T     | 19 | 19               |
| 16  | 2M3M4M5T7N8N11T12T14T15T17T19M19N21T22M24T26M27T30T     | 19 | 19               |
| 17  | 2M3T4T6M7N8N12M14M15M16T18N20T21T23M24N27T29M30T        | 19 | 19               |
| 18  | 2M3T5M6M9M10T11T12N14T16T18M19M19N20N23T25M26M27T28N29N | 20 | 20               |
| 19  | 1T3T5M6T8T9T11M13M14M18T19T20M20N22M23T24T25M26N29T     | 19 | 19               |
| 20  | 1M4M5T6M9T10T11M12N15T16M16N18M18N19N22T23N26T27M27N29N | 20 | 20               |
| 21  | 2T3T4T5N7M8N9N12M13T16M17M17N18T21T22M23T25M29T30M      | 19 | 19               |
| 22  | 2M2N5M5N7M9M10N12M13N15T17T19T20M20N22T24T27T28M30M     | 19 | 19               |
| 23  | 2T3T6T7T8M10M10N12M13N15T17M17N19N22T23T25T26M26N30M    | 19 | 19               |
| 24  | 1T2M3N4T5T7N9T30N12T13N15M20T21M21N24T25T26T27M30M      | 19 | 19               |
| 25  | 1T4T6M6N8T9T11M11N14M15M15N17N19T21M23M25T26M28M28N     | 19 | 19               |
| 26  | 1N2N3N7M8M8N10T12M14M14N15N18T19T21T22T24N26M27T29M     | 19 | 19               |
| 27  | 1N3M4T5N7T10M10N11T13M14N16T17N18N21T23M24T26N28T29T    | 19 | 19               |
| 28  | 2T3N5M5N7M8T10N12M14T15M17T19T21M24M24N26M26N27T29M     | 19 | 19               |
| 29  | 1T3T4M5T9M10M11T12T15M17T19T20M22T24M25M25N29M29N30N    | 19 | 19               |
| 30  | 1M3N4N7T8M10M10N11N14T15T17M18N20N21N23T25M26T27N29N30N | 20 | 20               |
| 31  | 1N3N5T6N8M9T10T12N13N15N16T18N20T22T23M24T26T29T30M30N  | 20 | 20               |
| 32  | 1M2M4T5N7T10M11M11N13T14T17M17N19T21M22T24M26T28T29M    | 19 | 19               |
| 33  | 1T4T5T6M7N10M12T13M13N16M16N18T20T21T23M23N25N27N30M    | 19 | 19               |
| 34  | 1T2T6M8T9M10T11T12T13M16T18M20M21T23M23N25M26T30M30N    | 19 | 19               |
| 35  | 1M3M4T6M7T9N11M13M13N15T16T17N20T23M23N24T25N27T28T     | 19 | 19               |
| 36  | 1T2T4M6N7T9T10N13T14T16M16N18M22T23M23N27T28M29T30T     | 19 | 19               |
| 37  | 1N3M4T5N7M10M11T12M14M15T17T19T20N22T23T25T27M28M29T    | 19 | 19               |
| 38  | 1M2T5T6M6N9T10T11N13M16M17M19T20M21N23N25M27M28T29M     | 19 | 19               |
| 39  | 1M3N5T7T8M10M10N12M14T16M16N17T20M21T24T25M26T28M29M    | 19 | 19               |
| 40  | 1M2N8M8N11M11N12N15M16M16N18M19M20T21N24T27M27N28N30T   | 19 | 19               |
| 41  | 1T2T5M7M8T9M9N11N13T16M16N18M20M21T22N24N25N30M30N      | 19 | 19               |
| 42  | 1M2N5M6T7N8T11M13T14N15N17M19T20T22M22N24M25T27M28T     | 19 | 19               |
| 43  | 1M2T3N5M6M7N10M11T13T14M16T17M18T20T21N22N28M28N29T     | 19 | 19               |
| 44  | 2M3M3N6T7M8N10T13M14M15T16T19M20T22M24T25M25N27T28T     | 19 | 19               |
| 45  | 1M2T5M6T7T8T9N11N13T15M15N18M19M21T23M24M27M28M29M      | 19 | 19               |
| 46  | 2M3T4N7M7N8T11M12T14N17T18M18N19N22N24M24N28M29T30T     | 19 | 19               |
| 47  | 3T5M6M6N8T9N12M13M14N17M18T19N20N23T25T26M26N28T30T     | 19 | 19               |
| 48  | 2N4N5T6N9M11T12T14T15T16T19M20T21N22N25M26T28M29T30T    | 19 | 19               |
| 49  | 1T3T4T5N7T8T10T11N14M14N17T18T19T22T24N26M28N30M30N     | 19 | 19               |
| 50  | 4M4N7T9M9N10T12T14M15N16N16M22M23M23N24N27M29T30M30N    | 19 | 19               |
| 51  | 1T2M2N5M5N6N8N10M10N11N14T16T18M19N21T23T25T26T30M      | 19 | 19               |
| 52  | 2T3M4N6N8T9T10T13T15M16M16N17N20T21N22N24M25N28M30M30N  | 20 | 20               |

Figura 6.5: Melhor solução instância v53\_1

| CTA | Escala Operacional                                       |    | Dias Trabalhados |
|-----|----------------------------------------------------------|----|------------------|
| 0   | 1N2T5M5N6N8M9M10T12T14M16M17M20M21M21M21N22T24N25N27N28T | 20 | 20               |
| 1   | 3T4T5T6N7T11M13M14M15T16M17M19M19N21M22T23T24T27T30M30N  | 20 | 20               |
| 2   | 2M4T5M6M7M9T11M12M13T16M18T19N21M21N23T24M25T26T27M30N   | 20 | 20               |
| 3   | 2T3T4M5M6N9N10T11M13T15M16M17N18N21N22N24M26T27N29N30T   | 20 | 20               |
| 4   | 3M3N4N5N7N8N11T12T16M18T19M20T21M21N23M25M27T29M29N30T   | 20 | 20               |
| 5   | 1N4T5T6M6N8T10N12T13N14T16T17N21T22M23M24M24N26T28M29T   | 20 | 20               |
| 6   | 1T2T3T6M8M8N9T10T11T15T16N17N18N19T22T24T25M26M28M30N    | 20 | 20               |
| 7   | 1M2M4N5N6T8T9T12M12N14T15T17N19T20M21M24T25N26T27M28T    | 20 | 20               |
| 8   | 1T3T4T5T7T9T10M11T13M14T16M17M19T20N22M23N25T27N29N30N   | 20 | 20               |
| 9   | 1M3T4N6T7N8N11M12M13M15T16T18M19M20M22N23N25T26T27M30T   | 20 | 20               |
| 10  | 1M2M5T6T8T9T10T12M12N15M16N18N19N20N23T24T25M26T28M30T   | 20 | 20               |
| 11  | 1T3T4T5M6T8M10M13T15M16M17M17N20M21M22T23T25M25N27M30T   | 20 | 20               |
| 12  | 1T2N4T5N8M8N9T10T12T13M15M17N18T20T21T23T24M26M28M29T    | 20 | 20               |
| 13  | 2T3N4T5N7M10T11M11N12N14M15M17M18T20M24N25T27M29M29N30T  | 20 | 20               |
| 14  | 4M4N5N7M9M9N11T12N14T15M16M18T19T23T25M26M27M28M29T30M   | 20 | 20               |
| 15  | 1M2M3M5M7N8T10T11N14M15N16N18M19M20T22T23N25T27T29M29N   | 20 | 20               |
| 16  | 1M2M3T5M7N8T10M11M13T14T15N19M21T22N24T27T28M29M30M30N   | 20 | 20               |
| 17  | 1T2M4M6M7T8N10M11N13M14M15N17T18T20N21T22T24T27T28M28N   | 20 | 20               |
| 18  | 3M4M5N6T8T11M11N12T13T14M15N18T19N20T22M23N25T26M28T29M  | 20 | 20               |
| 19  | 2M3T4M5T7T9T11T12M13M14N16M19T20M21N23M24T25N27T28T30T   | 20 | 20               |
| 20  | 1N2M4M5N7M9M10T12T13M14T17M19M20M21T22M24M25N27T28T29M   | 20 | 20               |
| 21  | 1T2M3N6N7T8T10N12M14T15T16T17T18T21M22N24N26T27N28T29M   | 20 | 20               |
| 22  | 1N2T3N5M7M8M10M11T12M15M17M19T20M21M22N23T26M26N28N30T   | 20 | 20               |
| 23  | 2T3T4N6N7T9M11T12M13M14M18M19T20N21N22N24M25N28N29N30T   | 20 | 20               |
| 24  | 1T2T4N6M8T10M11T14M16M16N18M20M21T22M23N24N27M27N29M30T  | 20 | 20               |
| 25  | 2M2N7M8M9M10T11M14N15N16N17T18N20T22M23N25T26T27M29T     | 20 | 20               |
| 26  | 2M3M4T6N7T9N11M13T14M15T16T18M18N20T21T23M24T27N28T30M   | 20 | 20               |
| 27  | 1M2T4M5M7M9M11N13N14N15T16N18N19T21M22N23T25M27M27N28T   | 20 | 20               |
| 28  | 1N3M5M6T8T9M10T12T13T15T16T17M19T20T22M26M26N28M29M30M   | 20 | 20               |
| 29  | 2T3T5T6T7N10M11M12M13M14T16T18M19T20M24T25M26M27T28N30N  | 20 | 20               |
| 30  | 1N2T3N6M7M8T10T12N14M15N16N17T20N21T24M26N28M28N29T30M   | 20 | 20               |
| 31  | 1T3M4N5T6T8M9N12M12N13T15M17M19T20M21T22T24N26M27T29T    | 20 | 20               |
| 32  | 1T2N3T5M7N11M11N12N13T14N16N18T19N20T21T23M26T27T28M30M  | 20 | 20               |
| 33  | 1T2M3M6M7T8N10M11N14T15M16T17T18M21N22T23N25T26T27M29T   | 20 | 20               |
| 34  | 1T3M4N6T7M9M9N11T13T14M16N17T19N20T22M23M24N26T28T29M    | 20 | 20               |
| 35  | 1N2T4T5T7T8T9T12N13N14T15N17T18T20N23M24T25M27N30M30N    | 20 | 20               |
| 36  | 1M3M5T6T7N9T10N12M13T15M17M19M21M22T23M25N26N28T29T      | 20 | 20               |
| 37  | 3M4T5M6T8M10M11M12T13N18N20T21T22M23T24T25T28N29T30M30N  | 20 | 20               |
| 38  | 1N2M4M7M8M9M10N12T13M15M17T19M19N20T22M24T25T26N28N30M   | 20 | 20               |
| 39  | 1N3T4M6N8M8N10M11T14M15T16T17M18M20T21T23N26M27T28M30T   | 20 | 20               |
| 40  | 1M3T4M5M7T8N9N12T13N14N15N17T20M22T23M24N25T26N28N29T    | 20 | 20               |
| 41  | 3N4T5T6M7M10N12N13N14T15T16T17T19M22T23M25M26M26N28T30M  | 20 | 20               |
| 42  | 1M2T3N5T8T9T10T11T13N15T16T18M18N19T21M22T24M27N29N30N   | 20 | 20               |
| 43  | 1M2N6T7M8M9M10N13N14N15T16T17N22M22N23T24M26T27T29M30M   | 20 | 20               |
| 44  | 1T2N5N6N7T9N10N12T13T14N17T18M19M21N23T24N25T26N29T30T   | 20 | 20               |
| 45  | 1M3N5T7N8N10M10N11T12M15T16T17T18T19N22N23N24T25N26T29M  | 20 | 20               |
| 46  | 1M2N4M6M9M9N10N11N12T14T16T17M18T20N22M23T24M26M27M29T   | 20 | 20               |
| 47  | 3M4T5T6M7N9T12T14T15M16M18M19M21N22T23M25M26M26N28N29N   | 20 | 20               |
| 48  | 1T2M4N6M7T8M9T11T13M14N15M18M19N20T21M23T25T28T29N30T    | 20 | 20               |
| 49  | 2T3M4T6M8T9M10M11N13T16M17T18N19T20N21M24M25M27M28T29T   | 20 | 20               |
| 50  | 2M3N4N6T7T9T10T13M13N14T17N18T19M20N21T24M25M25N27T28M   | 20 | 20               |

Figura 6.6: Melhor solução instância v51\_1