Dualidade em Programação Linear

Marcone Jamilson Freitas Souza, Departamento de Computação, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, 35400-000 Ouro Preto, MG, Brasil. Homepage: http://www.decom.ufop.br/prof/marcone E-mail: marcone@iceb.ufop.br

(1) Para cada um dos problemas abaixo, determinar sua solução pelo método dual Simplex e pelo método primal Simplex:

(a) $\left\{\begin{array}{lrcrcr} \min & x_1 & + & x_2 & = & Q(x) \\ & 2x_1 & + & x_2 & \geq & 8 \\ & 2x_1 & + & 3x_2 & \geq & 12 \\ & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}\right.$

(b) $\left\{\begin{array}{lrcrcr} \min & x_1 & + & x_2 & = & Q(x) \\ & 2x_1 & + & x_2 & \geq & 8 \\ & x_1 & + & 3x_2 & \geq & 9 \\ & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}\right.$

(2) Uma indústria fabrica dois tipos de produto: picolé e sorvete. Cada tonelada de picolé e sorvete necessita para sua fabricação, respectivamente, 1 e 3 homens/hora. A capacidade mensal de mão-de-obra da empresa é de 160 homens/hora. Além das limitações da indústria quanto à mão-de-obra disponível, existe um problema de falta de espaço para armazenamento da produção. Sabe-se que só existem 170 m^3 disponíveis, que a tonelada de picolé e sorvete ocupa, respectivamente, $2m^3$ e $1m^3$, que o estoque inicial é nulo e que a produção é estocada durante um mês para só depois ser vendida. Cada tonelada de picolé e sorvete traz um lucro de, respectivamente, 40 e 30 unidades monetárias.

(a) Qual o plano de produção que maximiza o lucro? Denominar o problema dado de primal. Seja x^* a solução ótima do primal e B^* a base à ela correspondente. Usando o quadro Simplex relativo a x^*, determinar $(B^*)^{-1}$.
(b) Formular o dual do problema acima e resolvê-lo.
(c) Interpretar economicamente o problema dual, bem como as variáveis duais u_i^*. Aumentar de uma unidade a quantidade de recursos disponíveis e utilizando $(B^*)^{-1}$ calcular a nova solução ótima. Comprovar, assim, a interpretação econômica das variáveis duais.
(d) Supor que uma obra na indústria aumentou o espaço de armazenamento de $170m^3$ para $600m^3$. Para essa nova situação, calcular a solução básica do primal correspondente à base B^*. Partindo desta solução básica e atualizando convenientemente o quadro Simplex, determinar a nova solução ótima do problema, aplicando o método dual Simplex.
(e) Supor o espaço de armazenamento igual a $170m^3$ e imaginar que uma restrição de mercado limite superiormente a produção de picolé em 50 toneladas. Determinar a nova solução ótima a partir da solução básica relativa a B^* aplicando o dual Simplex.