

VISUAL XPRESS: MANUAL DE REFERÊNCIA

Aloísio de Castro Gomes Júnior

Marcone Jamilson Freitas Souza

Projeto patrocinado pelo programa PRÓ-ATIVA da UFOP

DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

JANEIRO DE 2004

Conteúdo

1	VISUAL XPRESS	1
1.1	O que é o Visual XPRESS?	1
1.2	Exemplos de como Modelar usando o Visual XPRESS	1
1.2.1	O Problema do Atleta Indeciso	2
1.2.2	O Problema do Sítio	4
1.2.3	STAFF SCHEDULING (Escala de Funcionários)	8
1.2.4	O Problema de Escalonamento de Motoristas	9
1.2.5	O Problema da Mochila	11
1.2.6	Problema da Liga de Ferro	14
	Bibliografia	17

Lista de Figuras

1.1	Tela Inicial do Visual XPRESS	1
1.2	Modelo XPRESS para o exemplo da seção 1.2.1	5
1.3	Janela de definição do tipo de problema	5
1.4	Janela com a solução do problema	5
1.5	Janela mostrando a melhor solução do problema	7
1.6	Janela com os valores para a variável de decisão x_i	7
1.7	Modelo XPRESS para o exemplo da seção 1.2.2	7
1.8	Arquivo contendo a matriz de restrições	8
1.9	Modelo XPRESS para o exemplo da seção 1.2.3	10
1.10	Arquivos contendo o vetor de restrições(b) e o vetor de custos(c) e os parâmetros	10
1.11	Modelo XPRESS para o exemplo da seção 1.2.4	12
1.12	Arquivo contendo a matriz esparsa usada no exemplo da seção 1.2.4	12
1.13	Modelo XPRESS para o exemplo da seção 1.2.5	13
1.14	Modelo XPRESS para o exemplo da seção 1.2.6	16

Capítulo 1

VISUAL XPRESS

1.1 O que é o Visual XPRESS?

O XPRESS-MP, assim como o LINDO, é uma poderosa ferramenta de modelagem e otimização matemática. Para o nosso curso utilizaremos o Visual XPRESS (versão para o Windows do XPRESS-MP) e cuja tela é apresentada na figura 1.1.

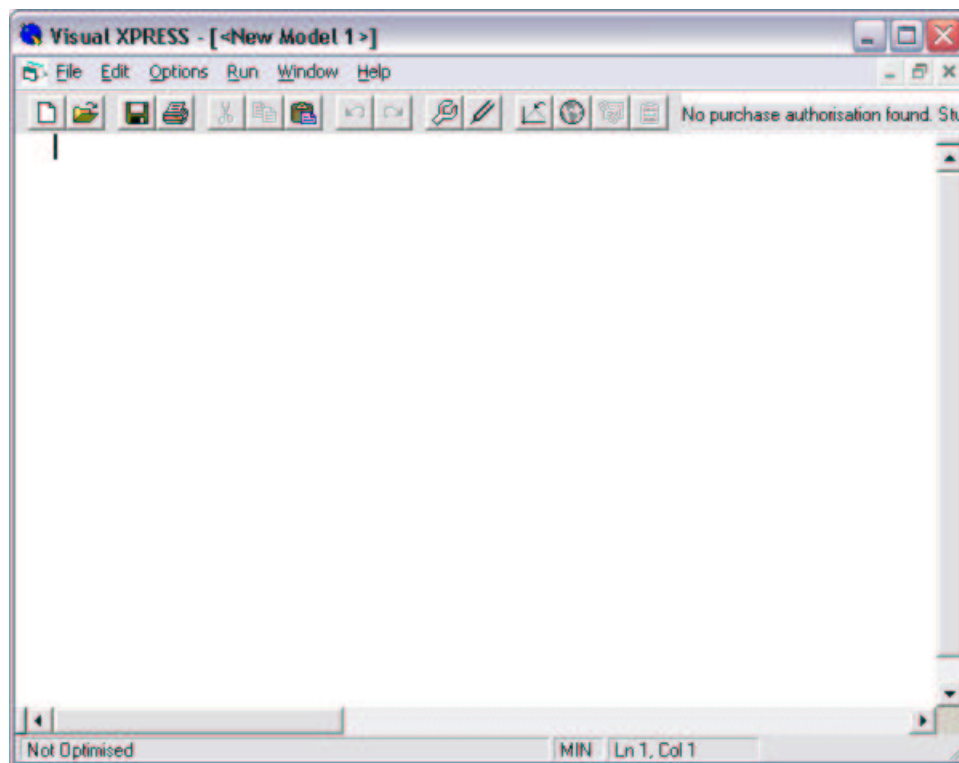


Figura 1.1: Tela Inicial do Visual XPRESS

1.2 Exemplos de como Modelar usando o Visual XPRESS

Para familiarizarmos com o uso do Visual XPRESS utilizaremos uma série de exemplos para a fixação de seus principais comandos.

1.2.1 O Problema do Atleta Indeciso

Um jovem atleta indeciso sente-se atraído pela prática de dois esportes: natação e ciclismo. Sabe por experiência que:

A natação exige um gasto em mensalidade do clube e deslocamento até a piscina que pode ser expresso em um custo médio de 3 reais por seção de treinamento de 2 horas.

O ciclismo, mais simples, acaba custando cerca de 2 reais pelo mesmo tempo de prática.

O orçamento do rapaz dispõe de 70 reais para seu treinamento.

Seus afazeres de aluno de graduação na universidade lhe dão liberdade de empregar, no máximo, 18 horas mensais e 80.000 calorias para os esforços físicos.

Cada seção de natação consome 1.500 calorias, enquanto cada etapa ciclística dispende 1.000 calorias. Considerando que o rapaz goste igualmente de ambos os esportes o problema consiste em planejar seu treinamento de forma a maximizar o número de seções de treinamento.

O modelo de decisão para este problema é apresentado a seguir:

Onde x_i é o número de práticas da natação ($i = 1$) e do ciclismo ($i = 2$).

$$\begin{array}{llllll} \max & x_1 & + & x_2 & & \\ \text{s.a} & 3x_1 & + & 2x_2 & \leq & 70 \\ & 1.500x_1 & + & 1.000x_2 & \leq & 80.000 \\ & 2x_1 & + & 2x_2 & \leq & 18 \\ & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \\ & x_j & \in & \mathcal{Z}^+ & & \end{array}$$

Outra forma de representar este PPL é:

$$\begin{array}{ll} \max & \sum_{j=1}^n c_j * x_j \\ \text{s.a} & \sum_{j=1}^n a_{ij} * x_j \leq b_i \quad \forall i = 1, \dots, m \\ & x_j \geq 0, \quad \forall j = 1, 2 \text{ e } x_j \in \mathcal{Z}^+ \end{array}$$

Onde:

$$n=2; m=3; c = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}; a = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1500 & 1000 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} 70 \\ 80.000 \\ 18 \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

O modelo XPRESS para este exemplo é apresentado na figura 1.2.

Onde:

LET $\Rightarrow$ Define símbolos que podem ser usados depois no modelo. Aqui estamos definindo o número de variáveis (n) e o número de restrições do tipo $\leq$ (m).

VARIABLES $\Rightarrow$ Define variáveis de decisão a serem usadas na especificação modelo. Para o nosso exemplo temos apenas a variável de decisão x e entre parêntesis é definido o número de variáveis a serem utilizadas, neste caso, n .

TABLES $\Rightarrow$ Define as tabelas de dados a serem usadas no modelo. No nosso exemplo usaremos três tabelas de dados: a representando a matriz com o coeficiente das restrições, b representando o vetor com os termos independentes relativos às restrições e c representando o vetor de custos da função objetivo.

BOUNDS $\Rightarrow$ Aqui são especificados os valores pelos quais as variáveis são limitados inferiormente ou superiormente, e também o tipo de variável a ser utilizado (**.UI.** $\rightarrow$ inteiras; **.BV.** $\rightarrow$ binária; **.FR.** $\rightarrow$ variáveis livres). No nosso exemplo, estamos especificando que as variáveis x_1 e x_2 são variáveis inteiras ($x(i = 1 : n)$.UI.).

DATA $\Rightarrow$ Usado para ler, dentro do próprio modelo, valores que serão usados nas tabelas de dados. No nosso exemplo, estamos lendo os valores para as tabelas de dados já especificadas anteriormente (a , b e c). Para a matriz a especificamos entre parêntesis o número da linha e depois o número da primeira coluna, a partir da qual serão atribuídos os dados. Ex.: $a(1,1)=3,2 \rightarrow a_{11} = 3$ e $a_{12} = 2$.

CONSTRAINTS $\Rightarrow$ Define a função objetivo e as restrições que agem nas variáveis de decisão do modelo. A função objetivo deve ser especificada com o símbolo **\$** no final, indicando que aquela especificação é a função objetivo. Para o nosso exemplo temos:

$$\text{RESTR}(i=1:m) : \text{SUM } (j=1:n) a(i,j)*x(j) <= b(i)$$

A especificação das restrições é feita na forma de somatório, onde a matriz com os coeficientes das restrições é multiplicada pelas variáveis de decisão. É importante observar que cada restrição recebe um nome. No exemplo considerado o nome da 1ª restrição é $\text{restr}(1)$ e o da 2ª, $\text{restr}(2)$.

O mesmo acontece com a função objetivo, só que a multiplicação é do vetor de custos pelas variáveis de decisão, como é mostrado abaixo:

$$\text{fo: SUM } (j=1:n) c(j)*x(j) \$$$

END $\Rightarrow$ Indica que as especificações do modelo estão completas.

Observação: Para fazer comentários no Visual XPRESS digite ! e logo após o comentário.

Depois de digitado o modelo devemos informar ao Visual XPRESS se o problema é de maximização ou de minimização. O Visual XPRESS considera o problema de minimização como padrão. Caso o problema seja de maximização devemos proceder da seguinte maneira:

1. Clique no menu OPTIONS e depois em OPTIMISER, aparecerá uma janela como a mostrada na figura 1.3.
2. Clique com o mouse no campo ressaltado na figura 1.3 para mudar de minimização para maximização e vice-versa.
3. Clique no botão OK para fechar a janela.

Após informado qual é o tipo do problema, vamos agora executar o modelo. Para executá-lo o modelo devemos levar em conta com quais tipos de variáveis estamos trabalhando. Caso haja pelo menos uma variável do tipo inteiro ou binário, devemos clicar em RUN e depois SOLVE GLOBAL para indicar que estamos resolvendo um problema de programação inteira mista. Caso contrário devemos clicar em RUN e depois SOLVE LP, isto é, estamos assumindo que todas as variáveis são contínuas. Depois de solucionado o problema é apresentado uma janela como a mostrada na figura 1.4. Clique no botão OK para fechar a janela.

Após executar o modelo, para visualizarmos o resultado do problema devemos clicar em RUN e depois em VIEW RESULTS. Assim poderemos visualizar a melhor solução obtida para o problema, como mostra a figura 1.5.

Para visualizar o resultado clique duas vezes sobre o campo que se deseja verificar o resultado, na figura 1.6, por exemplo, estamos visualizando os valores para a variável de decisão x_i .

Nos campos SHADOW PRICE e REDUCED COST são informados, respectivamente, os valores duais das restrições e os custos reduzidos das variáveis, isto é, os valores que devem ser abatidos (ou acrescidos) aos custos das variáveis de forma a torná-las atrativas.

1.2.2 O Problema do Sítio

Um sitiante está planejando sua estratégia de plantio para o próximo ano. Por informações obtidas nos órgãos governamentais, sabe que as culturas de trigo, arroz e milho serão as mais rentáveis na próxima safra. Por experiência, sabe que a produtividade de sua terra para as culturas desejadas é a constante na tabela a seguir:

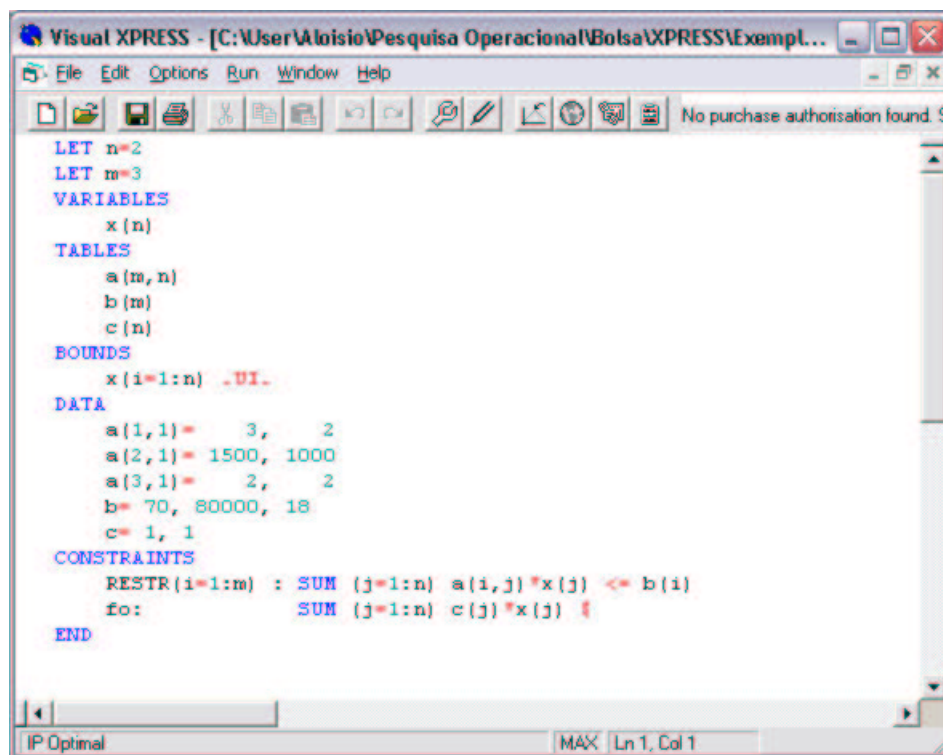


Figura 1.2: Modelo XPRESS para o exemplo da seção 1.2.1

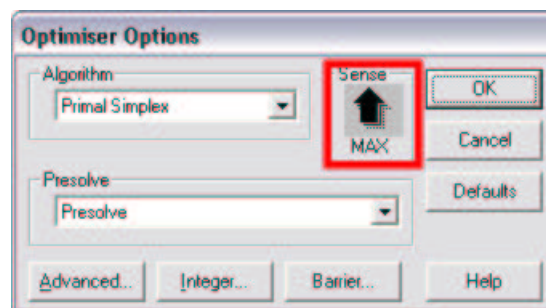


Figura 1.3: Janela de definição do tipo de problema

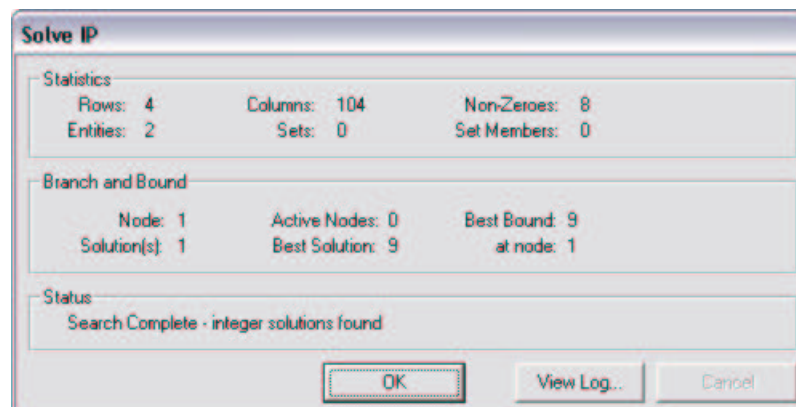


Figura 1.4: Janela com a solução do problema

Cultura	Produtividade em kg por m^2 (experiência)	Lucro por kg de Produção (Informações do Governo)
Trigo	0,2	10,80 centavos
Arroz	0,3	4,20 centavos
Milho	0,4	2,03 centavos

Por falta de um local de armazenamento próprio, a produção máxima, em toneladas, está limitada a 60. A área cultivável do sítio é de $200.000m^2$. Para atender as demandas de seu próprio sítio, é imperativo que se plante $400m^2$ de trigo, $800m^2$ de arroz e $10.000m^2$ de milho.

O modelo de decisão para este problema é apresentado a seguir:

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & 2,16x_T & + & 1,26x_A & + & 0,812x_M & & \\
 \text{s.a} & x_T & & & & & \geq & 400 \\
 & & & x_A & & & \geq & 800 \\
 & & & & & x_M & \geq & 10.000 \\
 & x_T & + & x_A & + & x_M & \leq & 200.000 \\
 & 0,2x_T & + & 0,3x_A & + & 0,4x_M & \leq & 10.000 \\
 & x_T & , & x_A & , & x_M & \geq & 0
 \end{array}$$

Onde x_i é a quantidade de unidades de área a serem plantadas na cultura do tipo $i = (\text{T-trigo, A-arroz e M-milho})$.

Os coeficientes da função objetivo deverão ser calculados multiplicando-se a produtividade por quilo pelo lucro previsto para cada quilo. O resultado do coeficiente será uma unidade monetária, no caso, o centavo.

Outra forma de representar este PPL é:

$$\begin{array}{rcl}
 \max & \sum_{j=1}^n c_j * x_j \\
 \text{s.a} & \sum_{j=1}^n a_{ij} * x_j \leq b_i \quad \forall i = 1, 2 \\
 & x_1 \geq 400 \\
 & x_2 \geq 800 \\
 & x_3 \geq 10.000 \\
 & x_j \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, 3
 \end{array}$$

Observação: Vamos considerar para este exemplo que $x_1 = x_T$, $x_2 = x_A$ e $x_3 = x_M$.

Onde:

$$n=3; c=[2,16 \quad 1,26 \quad 0,812]; a=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0,2 & 0,3 & 0,4 \end{bmatrix}; b=\begin{bmatrix} 200.000 \\ 10.000 \end{bmatrix}; x=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}.$$

O modelo XPRESS para este exemplo é apresentado na figura 1.7.

As diferenças deste exemplo para o exemplo anterior são:

1. O campo BOUNDS contém os valores nas quais as variáveis x_1 , x_2 e x_3 são limitadas inferiormente. Note que entre parêntesis está o índice da variável.
2. A matriz de restrições a é lida em um arquivo chamado "a.dat", já digitado anteriormente contendo os valores desta matriz. Ele é lido pelo comando DISKDATA (ler tabela de dados

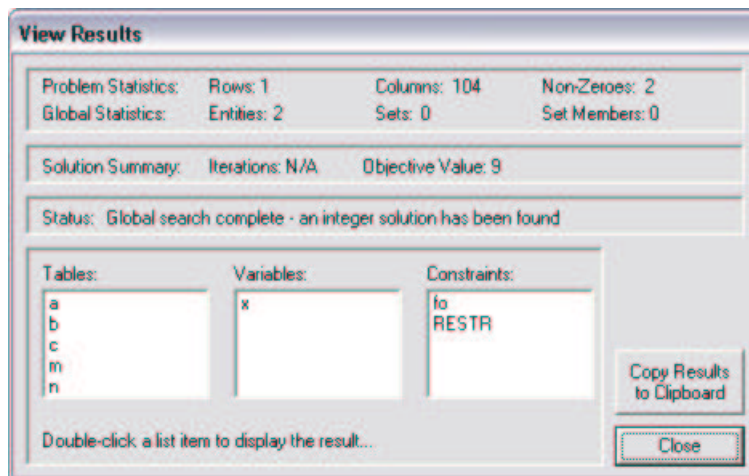


Figura 1.5: Janela mostrando a melhor solução do problema

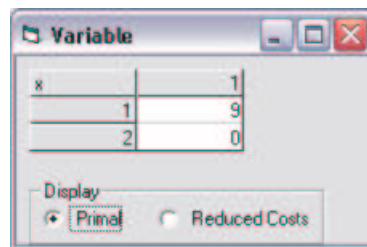


Figura 1.6: Janela com os valores para a variável de decisão x_i

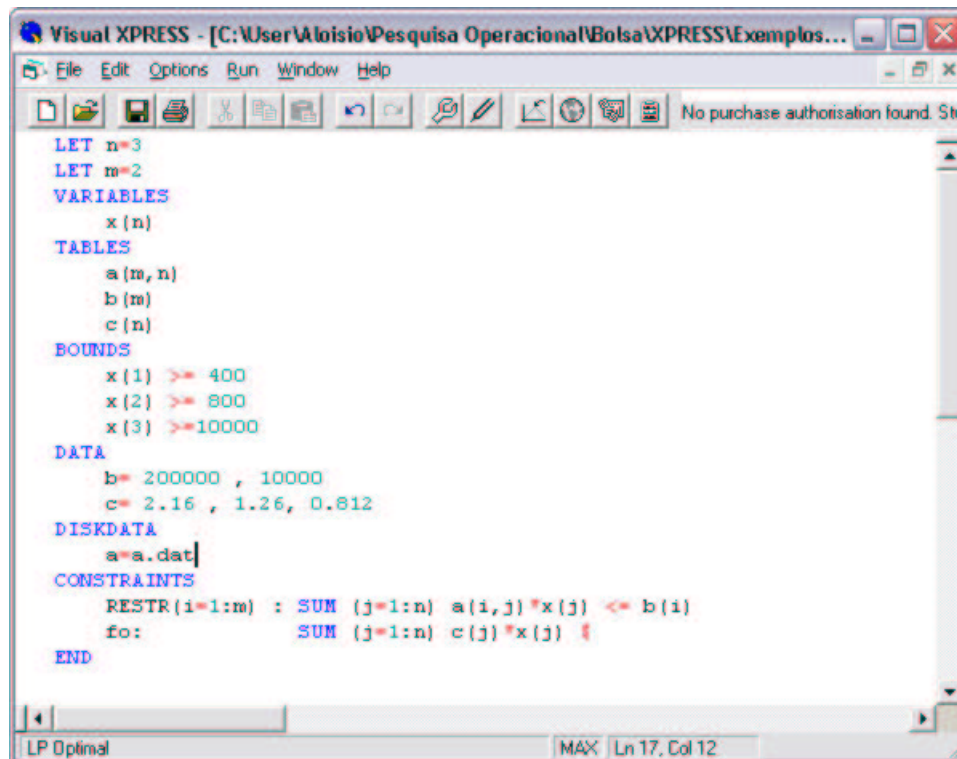


Figura 1.7: Modelo XPress para o exemplo da seção 1.2.2

armazenadas em arquivos no formato texto) e não pelo comando DATA como foi visto no exemplo anterior.

NOTA: Se o arquivo de dados a ser lido não está armazenado no mesmo diretório (pasta) do modelo do XPRESS além do nome do arquivo deve ser informado também o caminho indicando em que local do computador ele se encontra. Ex.: a=a:\a.dat (arquivo armazenado no disquete) ou c:\Teste\a.dat (arquivo armazenado no diretório teste no computador).

O arquivo que contém a matriz de restrições deve ser igual ao mostrado na figura 1.8, ele pode ser digitado em qualquer processador de texto simples, como o Bloco de Notas (NotePad) do Windows, no formato texto.

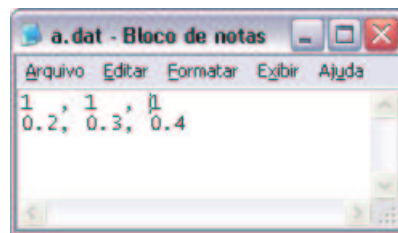


Figura 1.8: Arquivo contendo a matriz de restrições

Para executar o modelo e visualizar o resultado, proceda como foi descrito no exemplo da seção 1.2.1.

1.2.3 STAFF SCHEDULING (Escala de Funcionários)

Uma empresa necessita da seguinte quantidade mínima de funcionários por dia:

Dia	SEG	TER	QUA	QUI	SEX	SAB	DOM
Funcionários Requeridos	20	20	13	10	12	16	18

Cada funcionário trabalha 5 dias consecutivos e tem 2 dias de folga e pode começar em qualquer dia da semana.

Cada funcionário recebe \$300,00 por semana. Se trabalhar aos sábados recebe em extra de \$25,00 e se for aos domingos um extra de \$35,00.

Faça uma escala de funcionários de forma a minimizar o gasto com pessoal.

O modelo de decisão para este problema é apresentado a seguir:

Onde x_i é a quantidade de funcionários necessários para iniciar o trabalho no dia $i = (1=DOM; 2=SEG; 3=TER; 4=QUA; 5=QUI; 6=SEX; 7=SAB)$.

min	335x ₁	+ 300x ₂	+ 325x ₃	+ 360x ₄	+ 360x ₅	+ 360x ₆	+ 360x ₇	
s.a	x ₁			+ x ₄	+ x ₅	+ x ₆	+ x ₇	≥ 20
	x ₁	+ x ₂			+ x ₅	+ x ₆	+ x ₇	≥ 20
	x ₁	+ x ₂	+ x ₃			+ x ₆	+ x ₇	≥ 13
	x ₁	+ x ₂	+ x ₃	+ x ₄			+ x ₇	≥ 10
	x ₁	+ x ₂	+ x ₃	+ x ₄	+ x ₅			≥ 12
		x ₂	+ x ₃	+ x ₄	+ x ₅	+ x ₆		≥ 11
			x ₃	+ x ₄	+ x ₅	+ x ₆	+ x ₇	≥ 18
	x ₁ ,	x ₂ ,	x ₃ ,	x ₄ ,	x ₅ ,	x ₆ ,	x ₇	≥ 0
	x _j ∈ Z ⁺							

Outra forma de representar este PPL é:

$$\begin{array}{ll}
 \min & \sum_{j=1}^n c_j * x_j \\
 \text{s.a} & \sum_{j=1}^n a_{ij} * x_j \geq b_i \quad \forall i = 1, \dots, m \\
 & x_j \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, 7 \text{ e } x_j \in \mathbb{Z}^+
 \end{array}$$

Onde:

$$\begin{aligned}
 n=7; m=7; c=[& 335 \quad 300 \quad 325 \quad 360 \quad 360 \quad 360 \quad 360]; \\
 a=[& \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} & ; b=[\quad 20 \quad 20 \quad 13 \quad 10 \quad 12 \quad 16 \quad 18]^t; \\
 x=[& x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7]^t.
 \end{aligned}$$

O modelo XPRESS para este exemplo é apresentado na figura 1.9.

Neste exemplo todas as tabelas de dados são lidas através de arquivos armazenados no computador, inclusive os parâmetros que definem as dimensões do problema.

O arquivo contendo a matriz de restrições pode ser digitada como foi mostrada no exemplo anterior. O vetor de termos independentes das restrições (b) e o vetor de custos (c) deve ser digitado como mostra a figura 1.10, utilizando o Bloco de Notas ou outro processador de textos ASCII.

1.2.4 O Problema de Escalonamento de Motoristas

Um gerente de uma empresa de transporte urbano deseja determinar o escalonamento de seus motoristas. Para isto ele divide o dia em 6 períodos de 4 horas. Cada motorista trabalha no máximo 8 horas. A tabela a seguir mostra o número mínimo de motoristas que devem estar presentes em cada horário.

Horário	23-3	3-7	7-11	11-15	15-19	19-23
Motoristas	15	30	26	32	30	19
Custos	120	110	100	100	100	110

```

Visual XPress - [C:\User\Wloisio\Pesquisa Operacional\Bolsa\XPRESS\Exemplos...
File Edit Options Run Window Help
No purchase authorisation found. Stu

TABLES
    parametros(2)
DISKDATA
    parametros=parametros.dat
LET m=parametros(1)
LET n=parametros(2)
VARIABLES
    x(n)
TABLES
    a(m,n)
    b(m)
    c(n)
BOUNDS
    x(i=1:n) .UI.
DISKDATA
    a=a.dat
    b=b.dat
    c=c.dat
CONSTRAINTS
    RESTR(i=1:m) : SUM (j=1:n) a(i,j) *x(j) >= b(i)
    fo:          SUM (j=1:n) c(j) *x(j) $
END

IP Optimal MIN Ln 6, Col 1

```

Figura 1.9: Modelo XPRESS para o exemplo da seção 1.2.3

Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda
b.dat - Bloco de notas				
20				
20				
13				
10				
12				
11				
18				
c.dat - Bloco de notas				
335				
300				
325				
360				
360				
360				
360				
parametros.dat - Bloc...				
7				
7				

Figura 1.10: Arquivos contendo o vetor de restrições(b) e o vetor de custos(c) e os parâmetros

Como o gerente deve escalar os motoristas, minimizando os custos?

O modelo de decisão para este problema é apresentado a seguir, onde x_i é a quantidade de motoristas necessários para iniciar o trabalho no horário $i = (23, 3, 7, 11, 15, 19)$.

$$\begin{array}{llllllll}
 \min & 120x_{23} & + 110x_3 & + 100x_7 & + 100x_{11} & + 100x_{15} & + 110x_{19} & \\
 \text{s.a} & x_{23} & & & & & + x_{19} & \geq 15 \\
 & x_{23} & + x_3 & & & & & \geq 30 \\
 & & x_3 & + x_7 & & & & \geq 26 \\
 & & & x_7 & + x_{11} & & & \geq 32 \\
 & & & & x_{11} & + x_{15} & & \geq 30 \\
 & & & & & x_{15} & + x_{19} & \geq 19 \\
 & x_{23} , & x_3 , & x_7 , & x_{11} , & x_{15} , & x_{19} & \geq 0 \\
 & x_j \in \mathcal{Z}^+ & & & & & &
 \end{array}$$

Consideraremos para este exemplo que: $x_{23} = x_1$, $x_3 = x_2$, $x_7 = x_3$, $x_{11} = x_4$, $x_{15} = x_5$ e $x_{19} = x_6$.

Outra forma de representar este PPL é:

$$\begin{array}{ll}
 \min & \sum_{j=1}^n c_j * x_j \\
 \text{s.a} & \sum_{j=1}^n a_{ij} * x_j \geq b_i \quad \forall i = 1, \dots, m \\
 & x_j \geq 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, 6 \text{ e } x_j \in \mathcal{Z}^+
 \end{array}$$

Onde:

$$\begin{aligned}
 n=6; m=6; c=[& 120 & 110 & 100 & 100 & 100 & 110]; \\
 a=[& \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} &]; \\
 b=[& 15 & 30 & 26 & 32 & 30 & 19]^t; x=[& x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6]^t.
 \end{aligned}$$

O modelo XPRESS para este exemplo é apresentado na figura 1.11.

Neste exemplo a matriz de restrição é uma matriz esparsa, ou seja, muitos de seu valores são iguais a zero. O Visual XPRESS permite ler este formato de dados de uma maneira muito simples através do comando **DISKDATA -s**. O arquivo a ser lido deve ser colocado no formato mostrado na figura 1.12. O 1º índice deve representar o número da linha i , o 2º o número da coluna j e o 3º o valor a_{ij} .

1.2.5 O Problema da Mochila

Dado n objetos, cada qual com um peso w_i e importância p_i , alocá-los em uma mochila de capacidade b maximizando a importância dos objetos colocados. Assumi-se que há apenas uma unidade de cada objeto.

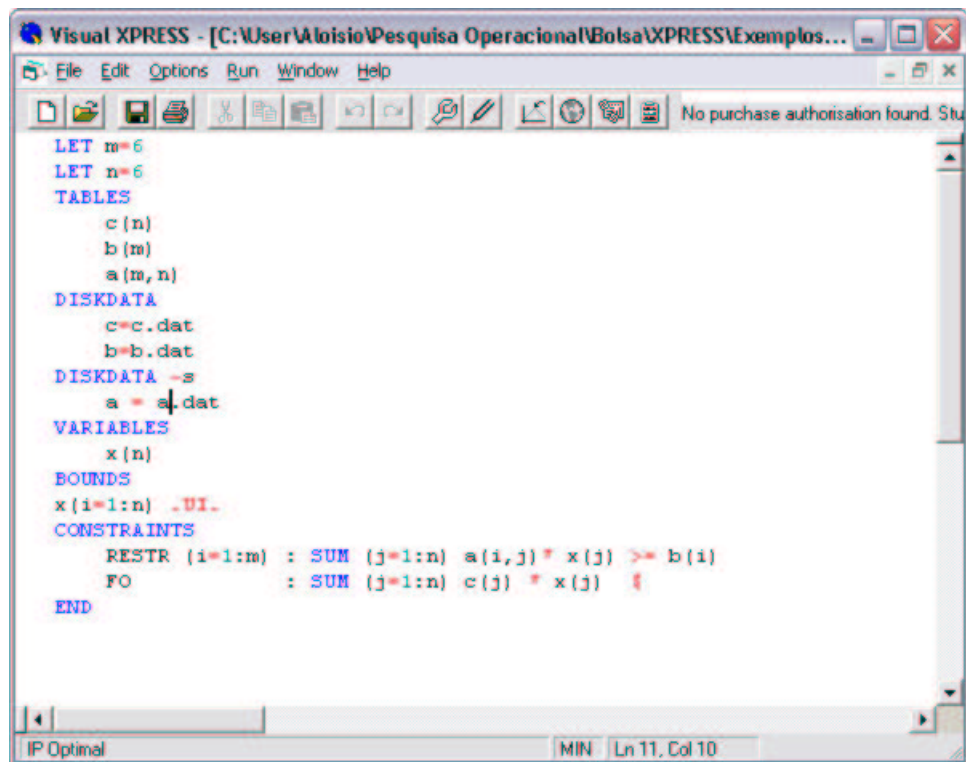


Figura 1.11: Modelo XPRESS para o exemplo da seção 1.2.4

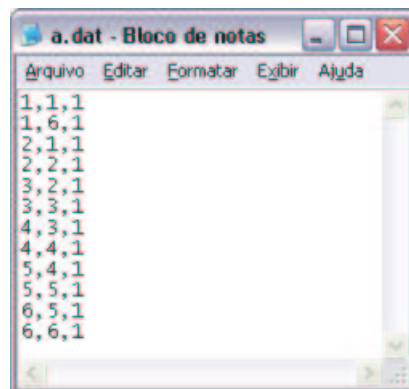


Figura 1.12: Arquivo contendo a matriz esparsa usada no exemplo da seção 1.2.4

A modelagem deste PPL é apresentado a seguir:

Seja $x_i = \begin{cases} 1; & \text{se o objeto } i \text{ é alocado na mochila,} \\ 0; & \text{caso contrário.} \end{cases}$

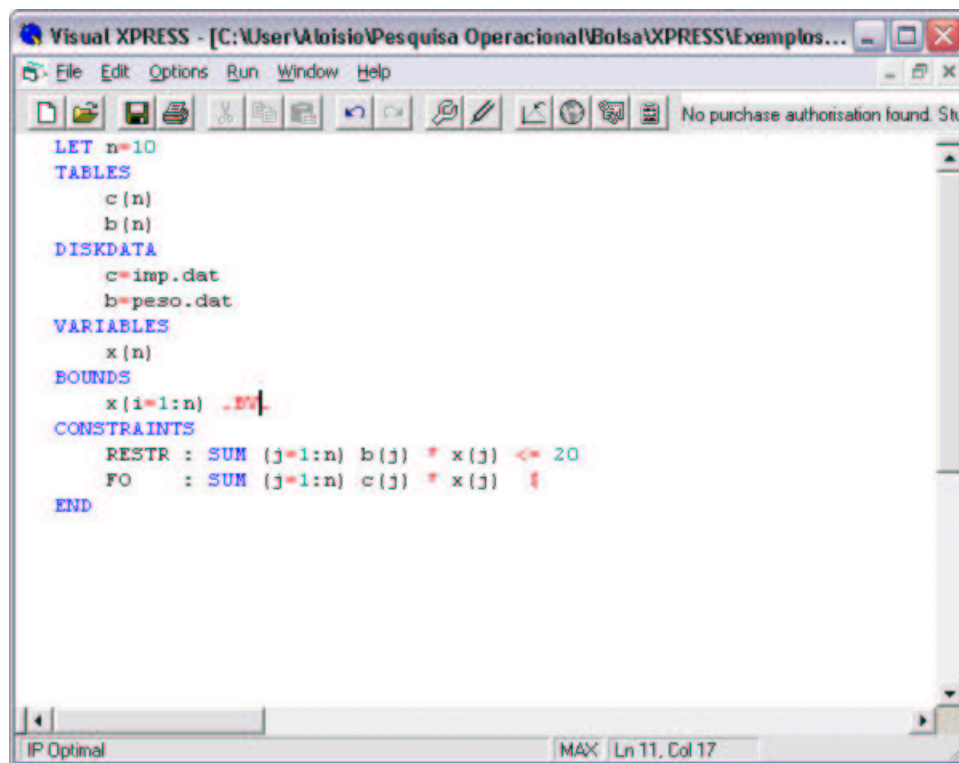
$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i=1}^n p_i * x_i \\ \text{s.a} \quad & \sum_{i=1}^n w_i * x_i \leq b \\ & x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Para este problema da mochila vamos considerar a seguinte tabela de dados:

Objeto (x_i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Peso (w_i) (em kg)	2	3	3	2	4	5	2	2	3	3
Importância (p_i)	1	1	4	2	3	4	1	2	5	4

Capacidade da mochila (b) = 20 kg

O modelo XPRESS para este exemplo é apresentado na figura 1.13.



```

Visual XPRESS - [C:\User\Aloisio\Pesquisa Operacional\Bolsa\XPRESS\Exemplos...
File Edit Options Run Window Help
No purchase authorisation found. Stu

LET n=10
TABLES
  c(n)
  b(n)
DISKDATA
  c=imp.dat
  b=peso.dat
VARIABLES
  x(n)
BOUNDS
  x(i=1:n) .BV.
CONSTRAINTS
  RESTR : SUM (j=1:n) b(j) * x(j) <= 20
  FO    : SUM (j=1:n) c(j) * x(j)
END
IP Optimal MAX Ln 11, Col 17

```

Figura 1.13: Modelo XPRESS para o exemplo da seção 1.2.5

Uma diferença deste problema para os anteriores é que aqui estamos trabalhando com variáveis binárias. Para informar este fato ao Visual XPRESS basta introduzir a seção BOUNDS com o comando $x(i=1:n).BV$, onde $.BV$ significa "Binary Value".

1.2.6 Problema da Liga de Ferro

Uma liga especial constituída de ferro, carvão, silício e níquel pode ser obtida usando a mistura desses minerais puros além de 2 tipos de materiais recuperados:

Material Recuperado 1(MR1): Composição: 60% de ferro, 20% de carvão e 20% de silício.

Custo por Kg: \$0,20.

Material Recuperado 2(MR2): Composição: 70% de ferro, 20% de carvão 5% de silício e 5% de níquel. Custo por Kg: \$0,25.

A liga deve ter a seguinte composição final:

Matéria Prima	% Mínima	% Máxima
Ferro	60	65
Carvão	15	20
Silício	15	20
Níquel	5	8

O custo dos materiais puros são (por Kg): ferro: \$0,30; carvão: \$0,20; silício: \$0,28; níquel: \$0,50. Deseja-se produzir 1000 Kg desta liga. Qual deve ser a composição da mistura em termos dos materiais disponíveis, com menor custo por Kg?

O modelo de decisão para este problema é apresentado a seguir:

$$\text{onde } x_i \text{ é a quantidade de material } i = \begin{cases} 1 = \text{ferro} \\ 2 = \text{carvão} \\ 3 = \text{silício} \\ 4 = \text{níquel} \\ 5 = \text{MR1} \\ 6 = \text{MR2} \end{cases} \text{ em Kg a ser utilizado na mistura.}$$

min	$0,30x_1$	$+ 0,20x_2$	$+ 0,28x_3$	$+ 0,50x_4$	$+ 0,20x_5$	$+ 0,25x_6$	
s.a	$0,40x_1$	$- 0,60x_2$	$- 0,60x_3$	$- 0,60x_4$		$+ 0,10x_6$	≥ 0
	$0,35x_1$	$- 0,60x_2$	$- 0,65x_3$	$- 0,65x_4$	$- 0,05x_5$	$+ 0,05x_6$	≤ 0
	$-0,15x_1$	$+ 0,85x_2$	$- 0,15x_3$	$- 0,15x_4$	$+ 0,05x_5$	$+ 0,05x_6$	≥ 0
	$-0,20x_1$	$+ 0,80x_2$	$- 0,20x_3$	$- 0,20x_4$			≤ 0
	$-0,15x_1$	$- 0,15x_2$	$+ 0,85x_3$	$- 0,15x_4$	$+ 0,05x_5$	$- 0,10x_6$	≥ 0
	$-0,20x_1$	$- 0,20x_2$	$+ 0,80x_3$	$- 0,20x_4$		$- 0,15x_6$	≤ 0
	$-0,05x_1$	$- 0,05x_2$	$- 0,05x_3$	$+ 0,95x_4$	$- 0,05x_5$		≥ 0
	$-0,08x_1$	$- 0,08x_2$	$- 0,08x_3$	$+ 0,92x_4$	$- 0,08x_5$	$- 0,03x_6$	≤ 0
	x_1	$+ x_2$	$+ x_3$	$+ x_4$	$+ x_5$	$+ x_6$	$= 1000$
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	≥ 0

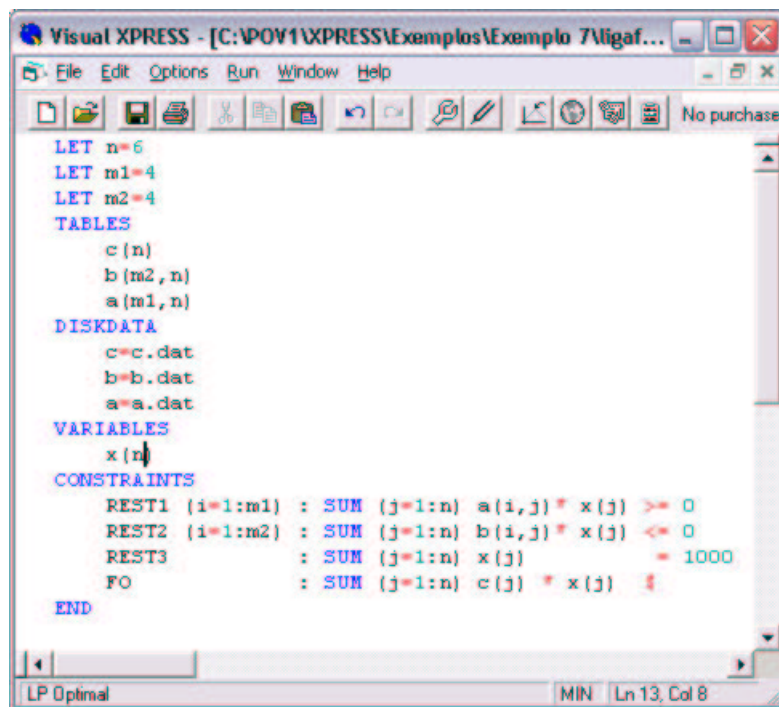
Outra forma de representar este PPL é:

$$\begin{array}{ll}
\min & \sum_{j=1}^n c_j * x_j \\
\text{s.a} & \sum_{j=1}^n a_{ij} * x_j \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m1 \\
& \sum_{j=1}^n b_{ij} * x_j \leq 0 \quad \forall i = 1, \dots, m2 \\
& \sum_{j=1}^n x_j = 1000 \\
& x_j \geq 0, \quad \forall j = 1, \dots, 6
\end{array}$$

Onde:

$$\begin{aligned}
n=6; \quad m1=4; \quad m2=4; \quad c=[\quad 0,30 \quad 0,20 \quad 0,28 \quad 0,50 \quad 0,20 \quad 0,25 \quad]; \\
a=[\begin{array}{cccccc} 0,40 & -0,60 & -0,60 & -0,60 & 0 & 0,10 \\ -0,15 & 0,85 & -0,15 & -0,15 & 0,05 & 0,05 \\ -0,15 & -0,15 & 0,85 & -0,15 & 0,05 & -0,10 \\ -0,05 & -0,05 & -0,05 & 0,95 & -0,05 & 0 \end{array}]; \\
b=[\begin{array}{cccccc} 0,35 & -0,60 & -0,65 & -0,65 & -0,05 & 0,05 \\ -0,20 & 0,80 & -0,20 & -0,20 & 0 & 0 \\ -0,20 & -0,20 & 0,80 & -0,20 & 0 & -0,15 \\ -0,08 & -0,08 & -0,08 & 0,92 & -0,08 & -0,03 \end{array}]; \\
x=[\quad x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad]^t.
\end{aligned}$$

Neste exemplo, informamos três parâmetros. O primeiro (n) informa o número de variáveis, o segundo(m1) o número de restrições do tipo $\geq$ e o terceiro(m2) o número de restrições do tipo $\leq$. O restante é idêntico aos demais problemas.



The screenshot shows the Visual XPress software window. The title bar reads "Visual XPress - [C:\POV1\XPRESS\Exemplos\Exemplo 7\ligaf...". The menu bar includes "File", "Edit", "Options", "Run", "Window", and "Help". The toolbar contains various icons for file operations and solving. The main text area contains the following XPress model code:

```
LET n=6
LET m1=4
LET m2=4
TABLES
  c(n)
  b(m2,n)
  a(m1,n)
DISKDATA
  c=c.dat
  b=b.dat
  a=a.dat
VARIABLES
  x(n)
CONSTRAINTS
  REST1 (i=1:m1) : SUM (j=1:n) a(i,j) * x(j) >= 0
  REST2 (i=1:m2) : SUM (j=1:n) b(i,j) * x(j) <= 0
  REST3           : SUM (j=1:n) x(j)           = 1000
  FO              : SUM (j=1:n) c(j) * x(j)
END
```

The status bar at the bottom indicates "LP Optimal" on the left and "MIN Ln 13, Col 8" on the right.

Figura 1.14: Modelo XPress para o exemplo da seção 1.2.6

Bibliografia

- [1] Dash Optimization Co., <http://www.dashoptimization.com>. *XPRESS-MP - User Guide Release 10*, 1999.
- [2] M. C .Goldbarg e H. P. L. Luna. *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2000.
- [3] Helmut Kopka and Patrick W. Dale. *A Guide to LATEX*. Addison-Wesley, Harlow, England, 3rd edition, 1999.
- [4] Gerson Lachtermacher. *Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2002.