SOLVER(EXCEL):
MANUAL DE REFERÊNCIA

Aloísio de Castro Gomes Júnior

Marcone Jamilson Freitas Souza

Projeto patrocinado pelo programa PRÓ-ATIVA da UFOP

DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

JANEIRO DE 2004

Conteúdo

Lista de Figuras

Capítulo 1

SOLVER (EXCEL)

1.1 O que é o SOLVER?

O Solver faz parte de um conjunto de programas algumas vezes chamado de ferramentas de análise hipotética. Com o Solver você pode localizar um valor ideal para uma fórmula em uma célula – chamada de célula de destino – em uma planilha. O Solver trabalha com um grupo de células relacionadas direta ou indiretamente com a fórmula na célula de destino. O Solver ajusta os valores nas células variáveis que você especificar – chamadas de células ajustáveis – para produzir o resultado especificado por você na fórmula da célula de destino. Você pode aplicar restrições para restringir os valores que o Solver poderá usar no modelo e as restrições podem se referir a outras células que afetem a fórmula da célula de destino. Poderemos visualizar isto melhor através de exemplos.

No nosso curso, usaremos o SOLVER para resolver Problemas de Programação Linear.

1.2 Exemplos de como Modelar usando o SOLVER do Excel

Para familiarizarmos com o uso do SOLVER utilizaremos uma série de exemplos para a fixação de seus principais comandos.

1.2.1 Problema da Fábrica de Automóveis

Alfa Inc. deve produzir 1000 automóveis Alfa. A empresa tem quatro fábricas. Devido a diferenças na mão-de-obra e avanços tecnológicos, as plantas diferem no custo de produção unitário de cada carro. Elas também utilizam diferentes quantidades de matéria-prima e mão-de-obra. O custo de operação, o tempo necessário de mão-de-obra e o custo de matéria-prima para produzir uma unidade de cada carro em cada uma das fábricas estão evidenciados na tabela abaixo.

Fábrica	Custo Unitário (em R$1.000,00)	Mão-de-Obra (horas de fabricação)	Matéria-Prima (unidades de material)
1	15	2	3
2	10	3	4
3	9	4	5
4	7	5	6

Um acordo trabalhista assinado requer que pelo menos 250 carros sejam produzidas na fábrica 3. Existem 3200 horas de mão-de-obra e 4000 unidades de material que podem ser alocados às quatro fábricas.

O modelo de decisão do problema é dado abaixo, onde x_j representa a quantidade de automóveis a serem fabricadas na fábrica $j = 1, 2, 3, 4$.

$$
\begin{array}{lcccccccccc}
\min & 15x_1 & + & 10x_2 & + & 9x_3 & + & 7x_4 & & \\
\text{s.a} & 2x_1 & + & 3x_2 & + & 4x_3 & + & 5x_4 & \leq & 3200 \\
 & 3x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & + & 6x_4 & \leq & 4000 \\
 & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & 1000 \\
 & & & & & x_3 & & & \geq & 250 \\
 & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & \geq & 0
\end{array}
$$

Para resolvermos este PPL utilizando o Excel, devemos primeiramente designar uma célula para representar cada uma das seguintes entidades:

- Função Objetivo (FO) (Expressão a ser minimizada ou maximizada);
- Varáveis de Decisão (variáveis que o modelador pode alterar seu valor);
- Para cada restrição temos uma célula representando o lado esquerdo da restrição (LHS) e outra representando o lado direito darestrição (RHS).

	A	B	C	D	E	F	G
1			ALFA INC.				
2							
3	Função		Coeficiente da Variável				
4	Objetivo	X1	X2	X3	X4		
5		15	10	9	7		
6	**Variáveis**						
7	Z=	0					
8							
9	**Restrições**		Coeficiente da Variável				Constantes
10	Nº	X1	X2	X3	X4	LHS	RHS
11	**1**	2	3	4	5	0	3200
12	**2**	3	4	5	6	0	4000
13	**3**	1	1	1	1	0	1000
14	**4**			1		0	250

Figura 1.1: Modelagem do Exemplo da seção 1.2.1 no Excel

A figura 1.1 apresenta uma das possíveis maneiras de representar o PPL em uma planilha do Excel. Nesta planilha as células a seguir designarão cada uma das entidades citadas anteriormente.

- B7 irá representar o valor da FO a ser minimizada;
- B6 a E6 representarão os valores que as variáveis de decisão assumirão na solução;
- F11 a F14 irão representar os LHS das 4 restrições;
- G11 a G14 irão representar os RHS das 4 restrições.

Para que possamos definir cada uma das células anteriormente citadas necessitamos inserir uma série de parâmetros do nosso PPL, tais como todos os coeficientes das restrições e da FO. Para lembrar o que cada célula representa é aconselhável a colocação de títulos que especifiquem o conteúdo de cada célula (células com texto). As células B5 a E5 são utilizadas para inserir os valores dos coeficientes da FO, enquanto as células de B11 a E14 representam os coeficientes das 4 restrições.

Agora devemos definir cada uma das entradas citadas anteriormente. A tabela a seguir representa as fórmulas colocadas em cada uma destas células.

Fórmulas utilizadas nas células da modelagem do Exemplo 1

B7	=B5*B6+C5*C6+D5*D6+E5*E6	FO
F11	=B11*B6+C11*C6+D11*D6+E11*E6	LHS da 1^a restrição
F12	=B12*B6+C12*C6+D12*D6+E12*E6	LHS da 2^a restrição
F13	=B13*B6+C13*C6+D13*D6+E13*E6	LHS da 3^a restrição
F14	=B14*B6+C14*C6+D14*D6+E14*E6	LHS da 4^a restrição

Obs.: os símbolos $ significam que a linha e a coluna são fixos.

Precisamos agora avisar ao Excel quais são as células que representam nossa FO, as variáveis de decisão, as restrições do modelo, e finalmente, mandar o Excel resolver para nós. Isto é feito utilizando a ferramenta SOLVER do Excel. Para tal, clique com o botão esquerdo do mouse sobre o menu *FERRAMENTAS* e logo em seguida em *SOLVER*, caso a ferramenta SOLVER não esteja disponível, clique no menu *FERRAMENTAS* e depois em *SUPLEMENTOS* e marque a opção SOLVER para que a mesma fique disponível, o Excel instalará a ferramenta tornando-a disponível para uso.

Após este procedimento aparecerá na tela a janela representada pela figura 1.2. Nesta janela é que serão informadas ao software as células que representarão a FO, as variáveis de decisão e as restrições.

Na parte superior da janela da figura 1.2 aparece um campo para a entrada de dados chamado *"Definir célula de destino"* que representará o valor da FO. Existem duas maneiras para designar esta célula. A primeira é clicar sobre o ícone que está do lado direito do campo, que levará você a planilha de dados, nesse ponto devemos clicar sobre a célula que representa a FO e pressionar a tecla *ENTER* para voltar a janela do SOLVER. A segunda é digitar o nome da cálula (B7 no nosso exemplo) no campo. Realizando uma das duas maneiras, a janela resultante é apresentada na figura 1.3.

Na linha seguinte são apresentadas as opções de maximizar, minimizar e atingir valor. Dependendo do problema devemos clicar sobre uma das três, no nosso exemplo devemos clicar sobre Min, pois nosso exemplo é de minimização. A opção *"Valor de"* pode ser utilizada em análise do tipo ponto de equilíbrio, onde desejamos que a função Lucro (por exemplo) atinja o valor de 0. Nos casos de Programação Linear esta opção não será utilizada.

Na próxima linha há um campo denominado *"Células Variáveis"*. Neste campo serão inseridas as células que representarão as variáveis de decisão. Os valores podem ser inseridos como o caso da FO, isto é, clicando sobre o ícone à direita do campo e marcando as células escolhidas ou simplesmente digitando seus nomes utilizando as regras do Excel para tal. Utilizando uma das maneiras, a janela terá o formato da figura 1.4.

O próximo passo é designar as restrições do problema. Devemos inserir uma restrição ou um grupo de restrições (desde que as restrições tenham o mesmo sinal de restrição e estejam adjacentes) de cada vez. Para inserir a 1^a restrição devemos clicar no botão *"Adicionar"* para aparecer uma janela de entrada de restrições.

A janela de entrada de restrições tem três campos, que representam o LHS - *"Referência de célula:"* (à esquerda), o sinal da restrição (ao centro), e o RHS - *"Restrição"* (à direita). Como já mencionado anteriormente, o LHS representa a equação do lado esquerdo da restrição (o lado esquerdo do dicionário modificado). O RHS representa o lado direito da restrição (a constante do dicionário). A figura 1.5 representa a entrada da 1^a e 2^a restrições. Para entrar com os valores nos campos, deve-se proceder como nos casos anteriores, usando o ícone à direita ou digitando o nome da célula.

O passo seguinte será o de clicar no botão *"OK"*, no caso de não haver nenhuma outra restrição, ou no botão *"Adicionar"* para confirmar esta restrição e abrir espaço para uma nova entrada. No nosso exemplo, devemos clicar em *"Adicionar"* e inserir as outra restrições. Ao final de todas as entradas a janela do SOLVER terá a forma da figura 1.6.

Devemos agora inserir as restrições de não-negatividade e definir que o modelo é de Programação Linear, para isto, devemos clicar no botão *"Opções"* e marcar as opções *"Presumir modelo linear"* e *"Presumir não negativos"* como é mostrada na figura 1.7 e depois clique no botão *"OK"* para

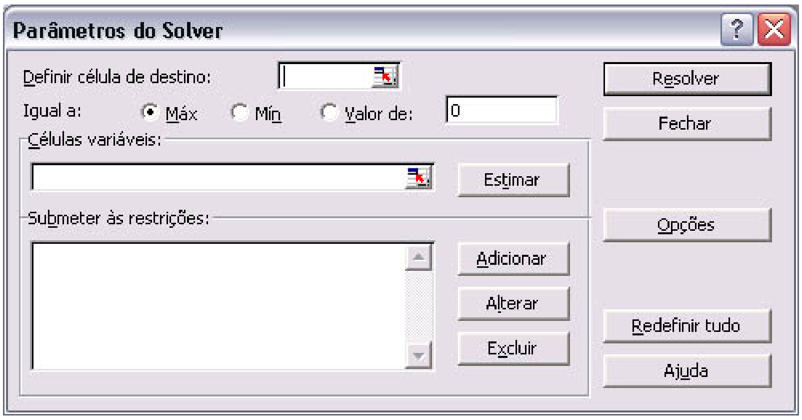


Figura 1.2: Janela da ferramenta SOLVER

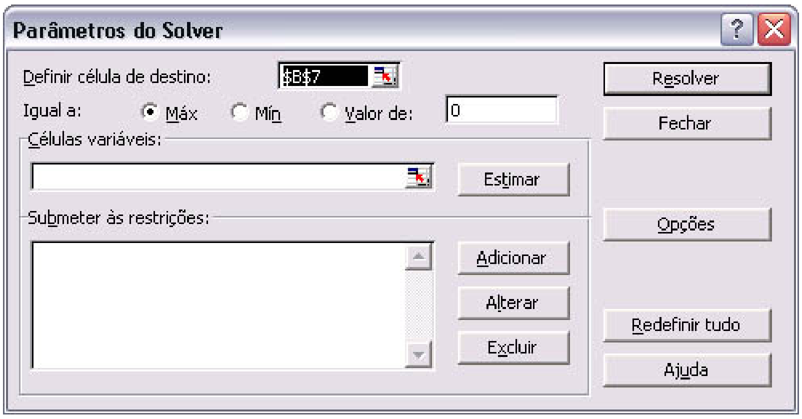


Figura 1.3: Escolha da Célula de Destino

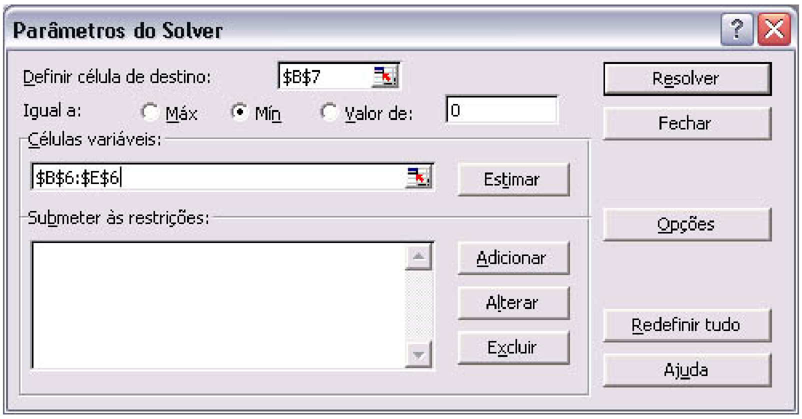


Figura 1.4: Janela do Solver após a designação das células variáveis

Figura 1.5: Formato da entrada da 1^a e 2^a restrições

confirmar.

Uma vez inserido o modelo e suas características, devemos efetivamente resolvê-lo. Para tanto basta clicar no botão *"Resolver"* na janela dos parâmetros do SOLVER do Excel. Se o modelo foi corretamente inserido, será processado e o resultado aparecerá automaticamente na planilha. Aparecerá uma janela como a mostrada na figura 1.8. Se observarmos valores incoerentes ou inesperados, devemos neste ponto clicar na opção *"Restaurar Valores Originais"* para restaurar os valores iniciais do modelo. Existe ainda a opção de requisitar três tipos de relatórios (lado direito da janela).

Ao clicar no botão *"OK"*, a janela de Resultados do SOLVER será apagada e os resultados aparecerão na planilha como mostrado na figura 1.9.

1.2.2 Problema do Empréstimo do Banco

O Banco Municipal de Ouro Preto (BMOP) está formulando sua política de crédito para o próximo trimestre. Um total de 12 milhões será alocado às várias modalidades de empréstimo que ele pretende conceder. Sendo uma instituição de atendimento pleno, obriga-se a atender a uma clientela diversificada. A tabela abaixo prevê as modalidades de empréstimos praticadas pelo Banco, as taxas de juro por ele cobradas e a possibilidade de débitos não honrados, medida em probabilidade, com base nas experiências passadas.

Tipo de Empréstimo	**Taxa de Juro**	**Probabilidade de Débito não honrado**
Pessoal	0,140	0,10
Compra de automóvel	0,130	0,07
Compra de casa própria	0,120	0,03
Agrícola	0,125	0,05
Comercial	0,100	0,02

Os débitos não honrados são assumidos como irrecuperáveis e, portanto, não produzem retorno. A competição com outras instituições similares, nas áreas mencionadas, requer que o Banco aloque, pelo menos 40% do total disponível, em empréstimos agrícolas e comerciais. Para apoiar a indústria da construção civil na região, os empréstimos para compra da casa própria devem ser, pelo menos, 50% do total alocado para empréstimos pessoais e destinados a compra de carro. Além disso, o Banco deseja incluir na sua política de empréstimos a condição de que a razão entre o total de débitos não honrados em todos os empréstimos e o total emprestado, não exceda 0,04. Formule um modelo de programação linear para otimizar a política de crédito do Banco.

O modelo de decisão do problema é dado abaixo, onde x_j representa a quantidade de dinheiro alocado para empréstimos do tipo j = (1=Pessoal, 2=Compra de Automóveis, 3=Compra de Casa

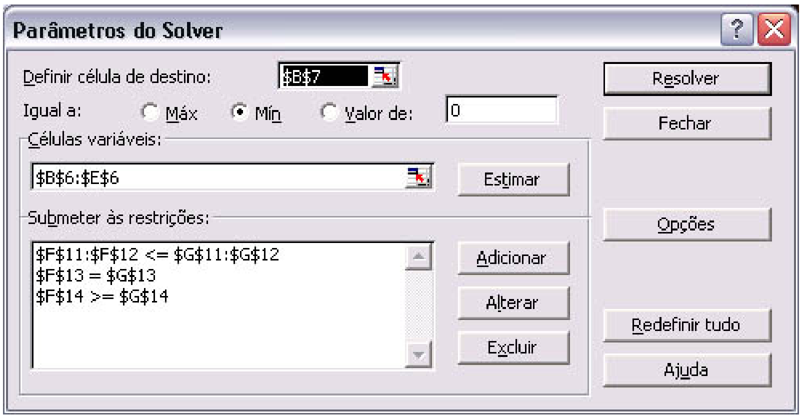


Figura 1.6: Janela de entrada dos parâmetros do SOLVER para o Exemplo da seção 1.2.1

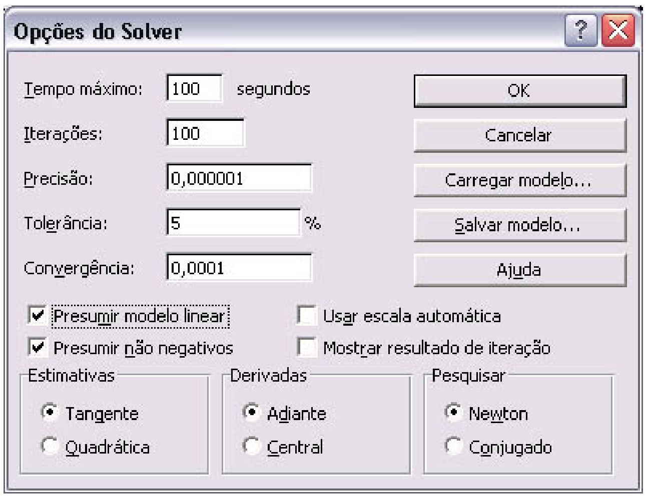


Figura 1.7: Janela de Opções do SOLVER

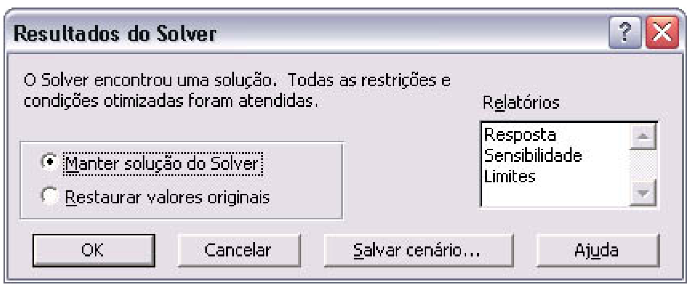


Figura 1.8: Opções de Resultado da ferramenta SOLVER

Própria, 4=Agrícola e 5=Comercial).

$$
\begin{array}{lccccccccccc}
\max & 0,126x_1 & + & 0,121x_2 & + & 0,116x_3 & + & 0,119x_4 & + & 0,098x_5 & & \\
\text{s.a} & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & + & x_5 & \leq & 12 \\
 & & & & & & & x_4 & + & x_5 & \geq & 4{,}8 \\
 & -0,05x_1 & - & 0,05x_2 & + & x_3 & & & & & \geq & 0 \\
 & 0,06x_1 & + & 0,03x_2 & - & 0,01x_3 & + & 0,01x_4 & - & 0,02x_5 & \leq & 0 \\
 & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & , & x_5 & \geq & 0
\end{array}
$$

Para resolvermos este PPL, devemos proceder da mesma forma apresentada no exemplo da seção 1.2.1, só que o modelo deve ser parecido com o da figura 1.10.

A figura 1.10 apresenta uma das possíveis maneiras de representar o PPL em uma planilha do Excel. Nesta planilha as células a seguir designarão cada uma das entidades:

- B7 irá representar o valor da FO a ser maximizada;
- B6 a F6 representarão os valores que as variáveis de decisão assumirão na solução;
- G11 a G14 irão representar os LHS das 4 restrições;
- H11 a H14 irão representar os RHS das 4 restrições.

As fórmulas utilizadas são apresentadas na tabela a seguir.

Fórmulas utilizadas nas células da modelagem do Exemplo 2

B7	=B6*B5+C6*C5+D6*D5+E6*E5+F6*F5
G11	=B11*B6+C11*C6+D11*D6+E11*E6+F11*F6
G12	=B12*B6+C12*C6+D12*D6+E12*E6+F12*F6
G13	=B13*B6+C13*C6+D13*D6+E13*E6+F13*F6
G14	=B14*B6+C14*C6+D14*D6+E14*E6+F14*F6

A janela com os parâmetros do SOLVER é apresentado na figura 1.11 e a planilha com os resultados é mostrada na figura 1.12.

1.2.3 Problema da Fábrica de Motores

A LCL Motores Ltda., uma fábrica de motores especiais, recebeu recentemente R$90.000,00 em pedidos de seus três tipos de motores. Cada motor necessita de um determinado número de horas de trabalho no setor de montagem e de acabamento.

A LCL pode terceirizar parte da sua produção. A tabela a seguir resume estes dados.

Modelo	**1**	**2**	**3**	**TOTAL**
Demanda	3000 unid.	2500 unid.	500 unid.	6000 unid.
Montagem	1 h/unid.	2 h/unid.	0,5 h/unid.	6000 h
Acabamento	2,5 h/unid.	1 h/unid.	4 h/unid.	10000 h
Custo Produção	R$50	R$90	R$120	
Terceirizado	R$65	R$92	R$140	

	A	B	C	D	E	F	G
1				A L F A I N C.			
2							
3	Função		Coeficiente da Variável				
4	Objetivo	X1	X2	X3	X4		
5		15	10	9	7		
6	**Variáveis**	250	500	250	0		
7	Z=	11000					
8							
9	**Restrições**		Coeficiente da Variável				Constantes
10	**Nº**	X1	X2	X3	X4	LHS	RHS
11	**1**	2	3	4	5	3000	3200
12	**2**	3	4	5	6	4000	4000
13	**3**	1	1	1	1	1000	1000
14	**4**			1		250	250

Figura 1.9: Resultados inseridos na planilha

	A	B	C	D	E	F	G	H
1					B M O P			
2								
3	Função		Coeficiente da Variável					
4	Objetivo	X1	X2	X3	X4	X5		
5		0,126	0,121	0,116	0,119	0,098		
6	**Variáveis**							
7	Z=	0						
8								
9	**Restrições**		Coeficiente da Variável					Constantes
10	**Nº**	X1	X2	X3	X4	X5	LHS	RHS
11	**1**	1	1	1	1	1	0	12
12	**2**				1	1	0	4,8
13	**3**	-0,05	-0,05	1			0	0
14	**4**	0,06	0,03	-0,01	0,01	-0,02	0	0

Figura 1.10: Modelagem do Exemplo da seção 1.2.2 no Excel

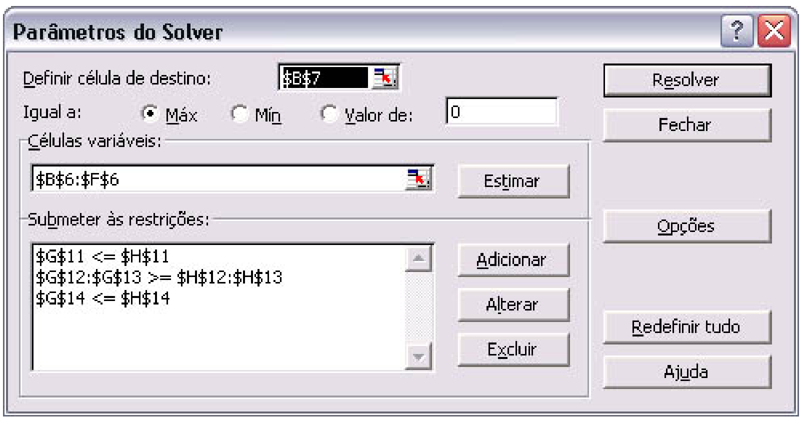


Figura 1.11: Janela de entrada dos parâmetros do SOLVER

A LCL Motores deseja determinar quantos motores devem ser produzidos em sua fábrica e quantos devem ser produzidos de forma terceirizada para atender à demanda de pedidos.

Seja F_i o número de motores fabricados pela LCL do modelo i (i=1,2,3) e T_i o número de motores terceirizados pela LCL do modelo i(i=1,2,3).

O modelo de decisão do problema é dado a seguir.

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcrcrcl}
\min & 50F_1 & + & 90F_2 & + & 120F_3 & + & 65T_1 & + & 92T_2 & + & 140T_3 & & \\
\text{s.a} & F_1 & + & 2F_2 & + & 0,5F_3 & & & & & & & \leq & 6000 \\
 & 2,5F_1 & + & F_2 & + & 4F_3 & & & & & & & \leq & 10.000 \\
 & F_1 & + & & & & & T_1 & & & & & = & 3.000 \\
 & & & F_2 & + & & & & & T_2 & & & = & 2.500 \\
 & & & & & F_3 & + & & & & & T_3 & = & 500 \\
 & \multicolumn{13}{l}{F_i,\, T_i \geq 0,\ \forall i\text{=1,2,3}}
\end{array}
$$

Para resolvermos este PPL, devemos proceder da mesma forma apresentada no exemplo da seção 1.2.1, só que o modelo deve ser parecido com o da figura 1.13.

A figura 1.13 apresenta uma das possíveis maneiras de representar o PPL em uma planilha do Excel. Nesta planilha as células a seguir designarão cada uma das entidades:

- B7 irá representar o valor da FO a ser minimizada;
- B6 a G6 representarão os valores que as variáveis de decisão assumirão na solução;
- H11 a H15 irão representar os LHS das 5 restrições;
- I11 a I15 irão representar os RHS das 5 restrições.

As fórmulas utilizadas são apresentadas na tabela a seguir.

Fórmulas utilizadas nas células da modelagem do Exemplo 3

B7	=B6*B5+C6*C5+D6*D5+E6*E5+F6*F5+G6*G5
H11	=B11*B6+C11*C6+D11*D6+E11*E6+F11*F6+G11*G6
H12	=B12*B6+C12*C6+D12*D6+E12*E6+F12*F6+G12*G6
H13	=B13*B6+C13*C6+D13*D6+E13*E6+F13*F6+G13*G6
H14	=B14*B6+C14*C6+D14*D6+E14*E6+F14*F6+G14*G6
H15	=B15*B6+C15*C6+D15*D6+E15*E6+F15*F6+G15*G6

A janela com os parâmetros do SOLVER é apresentado na figura 1.14 e a planilha com os resultados é mostrada na figura 1.15.

1.2.4 Problema da Escolha de Carteira de Investimentos

A LCL Investimentos S.A. gerencia recursos de terceiros através da escolha de carteiras de investimentos para diversos clientes, baseados em *bonds* de diversas empresas. Um de seus clientes exige que:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				**B M O P**				
2								
3	Função			Coeficiente da Variável				
4	Objetivo	X1	X2	X3	X4	X5		
5		0,126	0,121	0,116	0,119	0,098		
6	**Variáveis**	0	0	6	6	0		
7	Z=	1,41						
8								
9	**Restrições**		Coeficiente da Variável					Constantes
10	Nº	X1	X2	X3	X4	X5	LHS	RHS
11	**1**	1	1	1	1	1	12	12
12	**2**				1	1	6	4,8
13	**3**	-0,05	-0,05	1			6	0
14	**4**	0,06	0,03	-0,01	0,01	-0,02	0	0

Figura 1.12: Resultados inseridos na planilha para o exemplo da seção 1.2.2

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1					**LCL Motores Ltda.**				
2									
3	Função			Coeficiente da Variável					
4	Objetivo	F1	F2	F3	T1	T2	T3		
5		50	90	120	65	92	140		
6	**Variáveis**								
7	Z=	0							
8									
9	**Restrições**			Coeficiente da Variável					Constantes
10	Nº	F1	F2	F3	T1	T2	T3	LHS	RHS
11	**1**	1	2	0,5				0	6000
12	**2**	2,5	1	4				0	10000
13	**3**	1			1			0	3000
14	**4**		1			1		0	2500
15	**5**			1			1	0	500

Figura 1.13: Modelagem do Exemplo da seção 1.2.3 no Excel

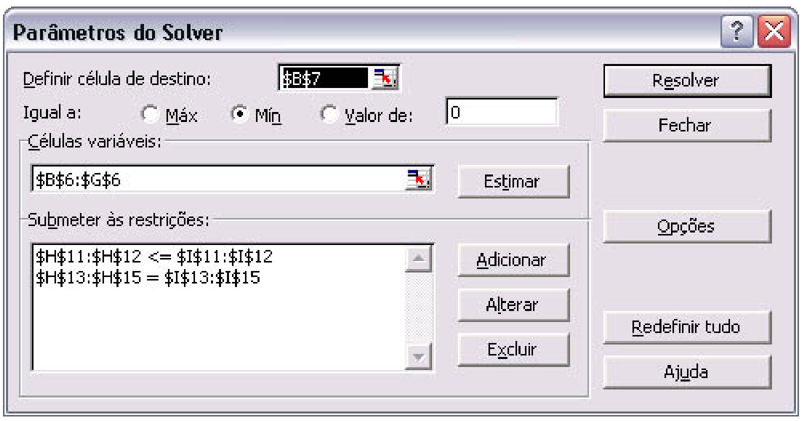


Figura 1.14: Janela de entrada dos parâmetros do SOLVER

- Não mais de 25% do total aplicado deve ser investido em um único investimento.

- Um valor superior a 50% do total aplicado deve ser investido em títulos de maturidades maiores que 10 anos.

- O total aplicado em títulos de alto risco deve ser, no máximo, de 50% do total investido.

A tabela a seguir mostra os dados dos títulos selecionados. Determine qual percentual do total deve ser aplicado em cada tipo de título.

	Retorno Anual	**Anos para Vencimento**	**Risco**
Título 1	8,7%	15	1 - muito baixo
Título 2	9,5%	12	3 - regular
Título 3	12,0%	8	4 - alto
Título 4	9,0%	7	2 - baixo
Título 5	13,0%	11	4 - alto
Título 6	20,0%	5	5 - muito alto

Seja P_i o percentual do total aplicado no título do tipo $i = 1, \ldots, 6$.

$$\begin{array}{llllllllllllll}
\max & \sum_{j=1}^{6} c_j * P_j \\
\text{s.a} & P_1 & + & P_2 & + & P_3 & + & P_4 & + & P_5 & + & P_6 & = & 100 \\
 & P_1 & + & P_2 & + & & & & & P_5 & & & \geq & 50 \\
 & & & & & P_3 & + & & & P_5 & + & P_6 & \leq & 50 \\
 & \multicolumn{13}{l}{P_i \leq 25, \forall i = 1, \ldots, 6} \\
 & \multicolumn{13}{l}{P_i \geq 0, \forall i = 1, \ldots, 6}
\end{array}$$

onde c= $\begin{bmatrix} 0,00087 \\ 0,00095 \\ 0,00120 \\ 0,00090 \\ 0,00130 \\ 0,00200 \end{bmatrix}$ e P= $\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \\ P_5 \\ P_6 \end{bmatrix}$

Para resolvermos este PPL, devemos proceder da mesma forma apresentada no exemplo da seção 1.2.1, só que o modelo deve ser parecido com o da figura 1.16.

A figura 1.16 apresenta uma das possíveis maneiras de representar o PPL em uma planilha do Excel. Nesta planilha as células a seguir designarão cada uma das entidades:

- B7 irá representar o valor da FO a ser maximizada;
- B6 a G6 representarão os valores que as variáveis de decisão assumirão na solução;
- H11 a H19 irão representar os LHS das 9 restrições;
- I11 a I19 irão representar os RHS das 9 restrições.

As fórmulas utilizadas são apresentadas na tabela a seguir.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**LCL Motores Ltda.**								
2									
3	Função	Coeficiente da Variável							
4	Objetivo	F1	F2	F3	T1	T2	T3		
5		50	90	120	65	92	140		
6	**Variáveis**	3000	500	500	0	2000	0		
7	Z=	439000							
8									
9	**Restrições**	Coeficiente da Variável							Constantes
10	**Nº**	F1	F2	F3	T1	T2	T3	LHS	RHS
11	**1**	1	2	0,5				4250	6000
12	**2**	2,5	1	4				10000	10000
13	**3**	1			1			3000	3000
14	**4**		1			1		2500	2500
15	**5**			1			1	500	500

Figura 1.15: Resultados inseridos na planilha para o exemplo da seção 1.2.3

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	**LCL Investimentos S.A.**								
2									
3	Função	Coeficiente da Variável							
4	Objetivo	P1	P2	P3	P4	P5	P6		
5		0,00087	0,00095	0,0012	0,0009	0,0013	0,002		
6	**Variáveis**								
7	Z=	0							
8									
9	**Restrições**	Coeficiente da Variável							Constantes
10	**Nº**	P1	P2	P3	P4	P5	P6	LHS	RHS
11	**1**	1	1	1	1	1	1	0	100
12	**2**	1	1			1		0	50
13	**3**			1		1	1	0	50
14	**4**	1						0	25
15	**5**		1					0	25
16	**6**			1				0	25
17	**7**				1			0	25
18	**8**					1		0	25
19	**9**						1	0	25

Figura 1.16: Modelagem do Exemplo da seção 1.2.4 no Excel

Fórmulas utilizadas nas células da modelagem do Exemplo 4

B7	=B6*B5+C6*C5+D6*D5+E6*E5+F6*F5+G6*G5
H11	=B11*B6+C11*C6+D11*D6+E11*E6+F11*F6+G11*G6
H12	=B12*B6+C12*C6+D12*D6+E12*E6+F12*F6+G12*G6
H13	=B13*B6+C13*C6+D13*D6+E13*E6+F13*F6+G13*G6
H14	=B14*B6+C14*C6+D14*D6+E14*E6+F14*F6+G14*G6
H15	=B15*B6+C15*C6+D15*D6+E15*E6+F15*F6+G15*G6
H16	=B16*B6+C16*C6+D16*D6+E16*E6+F16*F6+G16*G6
H17	=B17*B6+C17*C6+D17*D6+E17*E6+F17*F6+G17*G6
H18	=B18*B6+C18*C6+D18*D6+E18*E6+F18*F6+G18*G6
H19	=B19*B6+C19*C6+D19*D6+E19*E6+F19*F6+G19*G6

A janela com os parâmetros do SOLVER é apresentado na figura 1.17 e a planilha com os resultados é mostrada na figura 1.18.

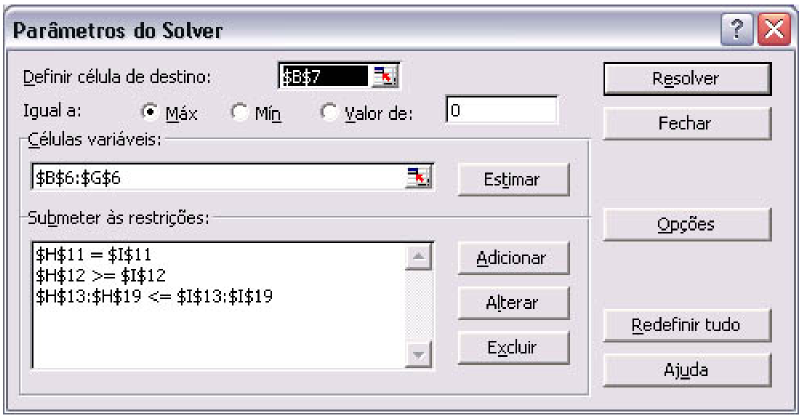
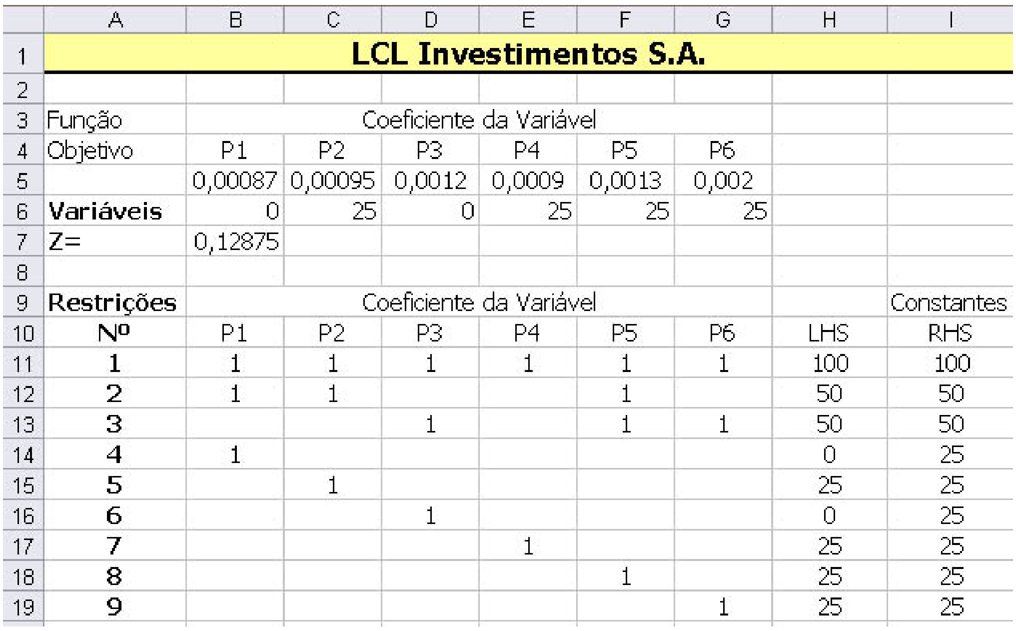


Figura 1.17: Janela de entrada dos parâmetros do SOLVER



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	LCL Investimentos S.A.								
2									
3	Função	Coeficiente da Variável							
4	Objetivo	P1	P2	P3	P4	P5	P6		
5		0,00087	0,00095	0,0012	0,0009	0,0013	0,002		
6	Variáveis	0	25	0	25	25	25		
7	Z=	0,12875							
8									
9	Restrições	Coeficiente da Variável							Constantes
10	Nº	P1	P2	P3	P4	P5	P6	LHS	RHS
11	1	1	1	1	1	1	1	100	100
12	2	1	1			1		50	50
13	3			1		1	1	50	50
14	4	1						0	25
15	5		1					25	25
16	6			1				0	25
17	7				1			25	25
18	8					1		25	25
19	9						1	25	25

Figura 1.18: Resultados inseridos na planilha para o exemplo da seção 1.2.4

1.2.5 Problema da Mistura de Petróleo

Uma refinaria processa vários tipos de petróleo. Cada tipo de petróleo possui uma planilha de custos diferente, expressando, condições de transporte e preços na origem. Por outro lado, cada tipo de petróleo representa uma configuração diferente de subprodutos para a gasolina. Na medida em que certo tipo de petróleo é utilizado na produção da gasolina, é possível a programação das condições de octanagem e outros requisitos. Esses requisitos implicam na classificação do tipo de gasolina obtida.

Supondo que a refinaria trabalhe com uma linha de quatro tipos diferentes de petróleo e deseje produzir as gasolinas amarela, azul e superazul, programar a mistura dos tipos de petróleo atendendo às condições que se seguem nas tabelas a seguir:

Quantidade Disponível de Petróleo

Tipo de Petróleo	**Quantidade Máxima Disponível (barril/dia)**	**Custos por Barril/dia (R$)**
1	3.500	19
2	2.200	24
3	4.200	20
4	1.800	17

Percentuais para Limites de Qualidade das Gasolinas

Tipo de Gasolina	**Especificação**	**Preço de Venda (R$/Barril)**
Superazul	Não mais que 30% de 1 Não menos que 40% de 2 Não mais que 50% de 3	35
Azul	Não mais que 30% de 1 Não menos que 10% de 2	28
Amarela	Não mais que 70% de 1	22

Onde $x_{ij} \equiv$ número de barris de petróleo de tipo j ($j = 1, 2, 3, 4$) que serão destinados à produção da gasolina i ($i =$ A-gasolina Amarela, Z-gasolina aZul e S-gasolina Superazul).

O modelo de decisão para este problema é apresentado a seguir:

(a) Função Objetivo:

Maximizar $Q(x) = 3x_{A1} - 2x_{A2} + 2x_{A3} - 5x_{A4} + 9x_{Z1} + 5x_{Z2} + 8x_{Z3} + x_{Z4} + 16x_{S1} + 11x_{S2} + 15x_{S3} + 8x_{S4}$

(b) Restrições Tecnológicas:

1) $x_{A1} + x_{Z1} + x_{S1} \leq 3.500$

2) $x_{A2} + x_{Z2} + x_{S2} \leq 2.200$

3) $x_{A3} + x_{Z3} + x_{S3} \leq 4.200$

4) $x_{A4} + x_{Z4} + x_{S4} \leq 1.800$

5) $0,7x_{S1} - 0,3x_{S2} - 0,3x_{S3} - 0,3x_{S4} \leq 0$

6) $-0,4x_{S1} + 0,6x_{S2} - 0,4x_{S3} - 0,4x_{S4} \geq 0$

7) $-0,5x_{S1} - 0,5x_{S2} + 0,5x_{S3} - 0,5x_{S4} \leq 0$

8) $0,7x_{Z1} - 0,3x_{Z2} - 0,3x_{Z3} - 0,3x_{Z4} \leq 0$

9) $0,9x_{Z1} - 0,1x_{Z2} - 0,1x_{Z3} - 0,1x_{Z4} \geq 0$

10) $0,3x_{A1} - 0,7x_{A2} - 0,7x_{A3} - 0,7x_{A4} \leq 0$

11) $x_{A1}, x_{A2}, x_{A3}, x_{A4}, x_{Z1}, x_{Z2}, x_{Z3}, x_{Z4}, x_{S1}, x_{S2}, x_{S3}, x_{S4} \geq 0$

Já definido o problema vamos agora modelá-lo no Excel.

Para resolvermos este PPL, devemos proceder da mesma forma apresentada no exemplo da seção 1.2.1, só que o modelo deve ser parecido com o da figura 1.19.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1		MISTURA DE PETRÓLEO														
2																
3		Função	Coeficiente da Variável													
4		Objetivo	XA1	XA2	XA3	XA4	XZ1	XZ2	XZ3	XZ4	XS1	XS2	XS3	XS4		
5			3	-2	2	-5	9	5	8	1	16	11	15	8		
6		Variáveis														
7		Z=														
8																
9		Restrições	Coeficiente da Variável													Constantes
10		Nº	XA1	XA2	XA3	XA4	XZ1	XZ2	XZ3	XZ4	XS1	XS2	XS3	XS4	LHS	RHS
11		1	1				1				1				0	3500
12		2		1				1				1			0	2200
13		3			1				1				1		0	4200
14		4				1				1				1	0	1800
15		5									0,7	-0,3	-0,3	-0,3	0	0
16		6									-0,4	0,6	-0,4	-0,4	0	0
17		7									-0,5	-0,5	0,5	-0,5	0	0
18		8					0,7	-0,3	-0,3	-0,3					0	0
19		9					0,9	-0,1	-0,1	-0,1					0	0
20		10	0,3	-0,7	-0,7	-0,7									0	0

Figura 1.19: Modelagem do Exemplo da seção 1.2.5 no Excel

A figura 1.19 apresenta uma das possíveis maneiras de representar o PPL em uma planilha do Excel. Nesta planilha as células a seguir designarão cada uma das entidades:

- C7 irá representar o valor da FO a ser maximizada;
- C6 a N6 representarão os valores que as variáveis de decisão assumirão na solução;
- O11 a O20 irão representar os LHS das 10 restrições;

- P11 a P20 irão representar os RHS das 10 restrições.

As fórmulas utilizadas são apresentadas na tabela a seguir.

Fórmulas utilizadas nas células da modelagem do Exemplo 5

C7	=C6*C5+D6*D5+E6*E5+...+M6*M5+N6*N5
P11	=C11*C6+D11*D6+E11*E6+...+M11*M6+N11*N6
P12	=C12*C6+D12*D6+E12*E6+...+M12*M6+N12*N6
P13	=C13*C6+D13*D6+E13*E6+...+M13*M6+N13*N6
P14	=C14*C6+D14*D6+E14*E6+...+M14*M6+N14*N6
P15	=C15*C6+D15*D6+E15*E6+...+M15*M6+N15*N6
P16	=C16*C6+D16*D6+E16*E6+...+M16*M6+N16*N6
P17	=C17*C6+D17*D6+E17*E6+...+M17*M6+N17*N6
P18	=C18*C6+D18*D6+E18*E6+...+M18*M6+N18*N6
P19	=C19*C6+D19*D6+E19*E6+...+M19*M6+N19*N6
P20	=C20*C6+D20*D6+E20*E6+...+M20*M6+N20*N6

A janela com os parâmetros do SOLVER é apresentado na figura 1.20 e a planilha com os resultados é mostrada na figura 1.21.

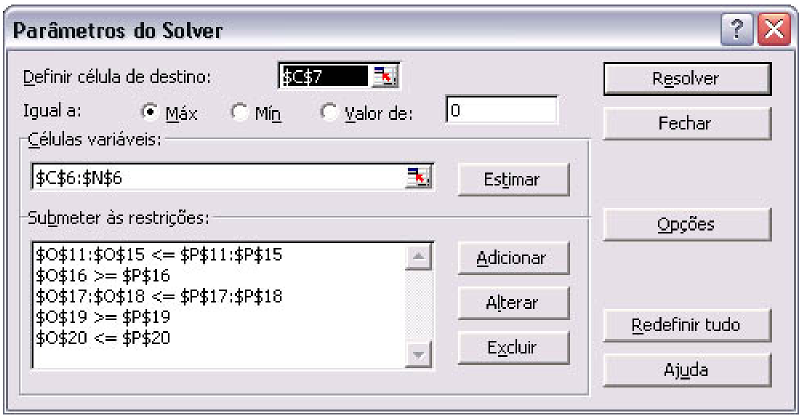


Figura 1.20: Janela de entrada dos parâmetros do SOLVER

MISTURA DE PETRÓLEO

Função	**Coeficiente da Variável**													
Objetivo	**XA1**	**XA2**	**XA3**	**XA4**	**XZ1**	**XZ2**	**XZ3**	**XZ4**	**XS1**	**XS2**	**XS3**	**XS4**		
	3	-2	2	-5	9	5	8	1	16	11	15	8		
Variáveis	0	0	0	0	1850	0	4200	150	1650	2200	0	1650		
Z=	114200													
Restrições	**Coeficiente da Variável**													**Constantes**
Nº	**XA1**	**XA2**	**XA3**	**XA4**	**XZ1**	**XZ2**	**XZ3**	**XZ4**	**XS1**	**XS2**	**XS3**	**XS4**	**LHS**	**RHS**
1	1				1				1				3500	3500
2		1				1				1			2200	2200
3			1				1				1		4200	4200
4				1				1				1	1800	1800
5									0,7	-0,3	-0,3	-0,3	0	0
6									-0,4	0,6	-0,4	-0,4	0	0
7									-0,5	-0,5	0,5	-0,5	-2750	0
8					0,7	-0,3	-0,3	-0,3					-10	0
9					0,9	-0,1	-0,1	-0,1					1230	0
10	0,3	-0,7	-0,7	-0,7									0	0

Figura 1.21: Resultados inseridos na planilha para o exemplo da seção 1.2.5

Bibliografia

[1] M. C .Goldbarg e H. P. L. Luna. *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2000.

[2] Helmut Kopka and Patrick W. Dale. *A Guide to LATEX*. Addison-Wesley, Harlow, England, 3rd edition, 1999.

[3] Gerson Lachtermacher. *Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2002.