LINDO:

MANUAL DE REFERÊNCIA

Aloísio de Castro Gomes Júnior

Marcone Jamilson Freitas Souza

Projeto patrocinado pelo programa PRÓ-ATIVA da UFOP

DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO

JANEIRO DE 2004

Conteúdo

Lista de Figuras

Capítulo 1

LINDO

1.1 Introdução

1.1.1 O que é o LINDO?

LINDO (Linear, INteractive, and Discrete Optimizer) é uma conveniente, mas poderosa ferramenta para resolver Problemas de Programação linear, inteira e quadrática.

1.1.2 Sintaxe de um Modelo LINDO

Um Modelo LINDO deverá conter os seguinte itens:

- Função objetivo (fo) que deverá iniciar com os comandos MAX para maximizar e MIN para Minimizar e à frente deverá ser colocada a função objetivo.
- A declaração SUBJECT TO (sujeito a) que pode ser substituído por st ou s.t. e logo após serão declaradas as restrições do problema.
- Para finalizar deveremos declarar o comando END.

Observação: As variáveis devem ser declaradas com no máximo 8 letras e nas linhas com as restrições deve ser colocado ")"logo após o nome da restrição.

1.2 Exemplos de Modelos LINDO

1.2.1 Todas as variáveis são não negativas

Seja o seguinte problema:

Problema da Dieta

Um nutricionista precisa estabelecer uma dieta contendo, pelo menos, 11mg de vitamina A, 70mg de vitamina C e 250 mg de vitamina D. A tabela abaixo resume a quantidade de cada vitamina em disponibilidade nos alimentos leite, carne, peixe e salada e apresenta, também, a necessidade diária dessas vitaminas e os custos de cada alimento.

Calcular as quantidades dos quatro alimentos que devem ser incluídos na dieta diária, a fim de que os seguintes requisitos nutricionais sejam satisfeitos a custo mínimo.

Tabela de Requisitos Nutricionais e Custo dos Alimentos

Alimento/ Vitamina	**Leite (l)**	**Carne (Kg)**	**Peixe (Kg)**	**Salada (100g)**	**Requisito Nutricional Mínimo**
A	2 mg	2 mg	10 mg	20 mg	11 mg
C	50 mg	20 mg	10 mg	30 mg	70 mg
D	80 mg	70 mg	10 mg	80 mg	250 mg
Custo (R$)	1,20	5,00	7,00	1,00	

Modelando o problema, obtemos o seguinte PPL:

$$
\begin{array}{lrcrcrcrcr}
\min & 1,20x_1 & + & 5,00x_2 & + & 7,00x_3 & + & 1,00x_4 & & \\
\text{s.a} & 2x_1 & + & 2x_2 & + & 10x_3 & + & 20x_4 & \geq & 11 \\
 & 50x_1 & + & 20x_2 & + & 10x_3 & + & 30x_4 & \geq & 70 \\
 & 80x_1 & + & 70x_2 & + & 10x_3 & + & 80x_4 & \geq & 250 \\
 & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & \geq & 0
\end{array}
$$

O modelo LINDO para este PPL é apresentado na figura 1.1.

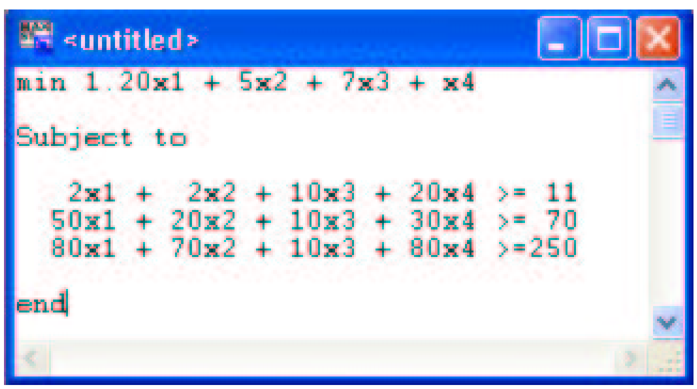


Figura 1.1: Modelo LINDO para o problema da dieta

Depois de digitado o modelo clique no menu SOLVE ⇒ COMPILE MODEL(CTRL+E), em seguida clique novamente em SOLVE ⇒ SOLVE(CTRL+S). Aparecerá uma tela parecida como na figura 1.2.

1.2.2 Existem variáveis inteiras

Seja o seguinte problema:

Problema da Fábrica de móveis

Uma grande fábrica de móveis dispõe de um estoque de 250m de tábuas, 600m de prancha e 500m de painéis de conglomerado. A fábrica normalmente oferece uma linha de móveis composta por um modelo de escrivaninha, uma mesa de reunião, um armário e uma prateleira. Cada tipo de móvel consome uma certa quantidade de matéria-prima, conforme a tabela abaixo. A escrivaninha é vendida por 100 u.m., a mesa por 80 u.m.,o armário por 120 u.m. e a prateleira por 20 u.m. Pede-se exibir um modelo de programação linear que maximize a receita com a venda dos móveis.

Matéria-prima consumida por cada móvel

	Quantidade de material em metros consumidos por unidade de produto				**Disponibilidade do recurso (m)**
	Escrivaninha	**Mesa**	**Armário**	**Prateleira**	
Tábua	1	1	1	4	250
Prancha	0	1	1	2	600
Painéis	3	2	4	0	500
Valor de Revenda (u.m.)	100	80	120	20	

Modelando o problema, obtemos o seguinte PPL:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcr}
\max & 100x_1 & + & 80x_2 & + & 120x_3 & + & 20x_4 & & \\
\text{s.a} & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & 4x_4 & \leq & 250 \\
 & & & x_2 & + & x_3 & + & 2x_4 & \leq & 600 \\
 & 3x_1 & + & 2x_2 & + & 4x_3 & & & \leq & 500 \\
 & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & , & x_4 & \geq & 0
\end{array}$$

Para este PPL temos duas formas de modelá-lo no LINDO. Em ambas deve ser acrescentado o comando GIN [nome da variável], indicando que aquela variável é do tipo inteiro, como na figura 1.3. Quando várias variáveis são inteiras o comando GIN pode ser utilizado como mostrado na figura 1.4, ou seja, GIN [número de variáveis inteiras].

1.2.3 Existem variáveis limitadas superiormente e inferiormente

Seja o seguinte problema:

Problema da Confeitaria

Uma confeitaria produz dois tipos de bolos de sorvete: chocolate e creme. Cada lote de bolo de chocolate é vendido com um lucro de 3 u.m. e os lotes de creme com o lucro de 1 u.m. Contratos com várias lojas impõem que sejam produzidos no mínimo 10 lotes de bolo de chocolate por dia e que o total de lotes fabricados nunca seja menor do que 20. O mercado só é capaz de consumir até 40 bolos de creme e 60 de chocolate. As máquinas de preparação de sorvete disponibilizam 180 horas de operação, sendo que cada lote de bolos de chocolate consome 2 horas de trabalho e cada lote de bolos de creme 3 horas. Determinar o esquema de produção que maximize os lucros com a venda dos bolos de sorvete.

Modelando o problema, obtemos o seguinte PPL:

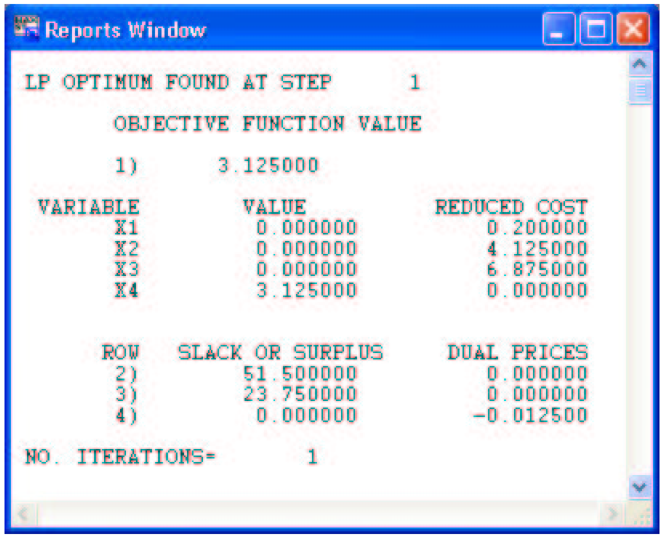


Figura 1.2: Solução para o problema da Dieta

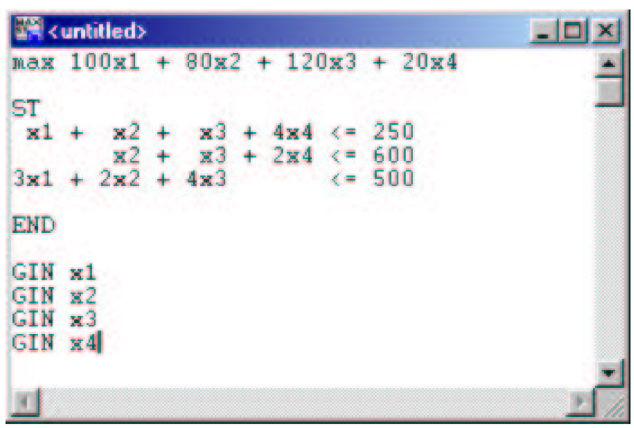


Figura 1.3: Modelo LINDO para o problema da fábrica de móveis

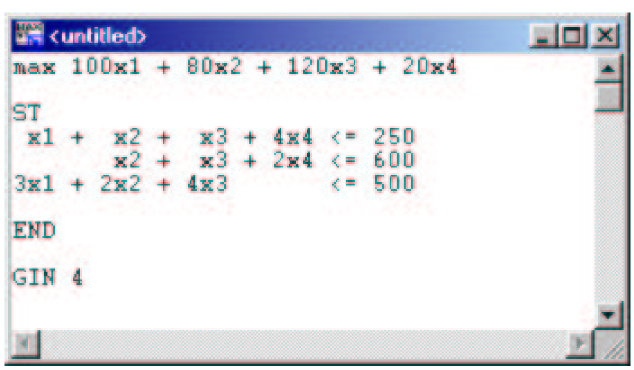


Figura 1.4: Forma alternativa do Modelo LINDO para o problema da fábrica de móveis

$$
\begin{array}{|lcccccr|}
\hline
\max & x_1 & + & 3x_2 & & & \\
\text{s.a} & 3x_1 & + & 2x_2 & \leq & 180 \\
 & x_1 & + & x_2 & \geq & 20 \\
 & x_1 & & & \leq & 40 \\
 & & & x_2 & \leq & 60 \\
 & & & x_2 & \geq & 10 \\
 & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \\
\hline
\end{array}
$$

Neste modelo podemos observar a presença de variáveis limitadas superiormente e inferiormente. Neste caso, para evitar a ampliação da dimensão da base, devemos colocar após o comando END, os comandos SUB [nome da variável] [valor limite] para limitar a variável superiormente e SLB [nome da variável] [valor limite] para limitar a variável inferiormente. A figura 1.5 ilustra a utilização de variáveis canalizadas.

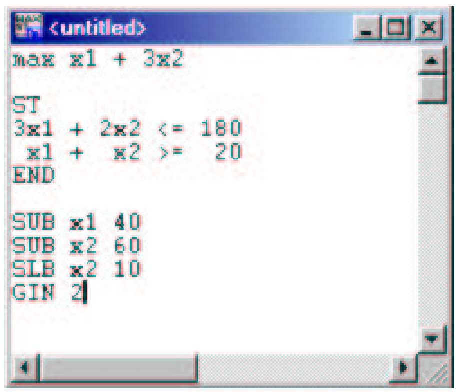


Figura 1.5: Modelo LINDO para o problema da confeitaria

1.2.4 Existem variáveis binárias

Seja o seguinte problema:

Problema do Sistema de Defesa Antiaérea

Um determinado conjunto de armas antiaéreas está distruibuído de forma a defender uma cidade de um ataque. São n plataformas de mísseis. Sabe-se que d_{ij} é a distância entre a plataforma da arma i e a ameaça j (avião inimigo ou míssil), que o alcance máximo dos mísseis é de r_i, que o custo de cada tiro sobre uma ameaça j é de c_{ij} e o valor de neutralização da ameaça é v_j. Em cada ataque, o sistema de defesa deve selecionar, dentre m ameças, apenas k possíveis alvos.

Elaborar o modelo matemático de alocação arma x alvo que minimiza o custo de defesa.

Para este problema tomaremos a seguinte variável de decisão:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Caso a arma } i \text{ seja designada à ameaça } j, \\ 0 & \text{Caso contrário.} \end{cases} \quad , i = 1, ..., n \text{ e } j = 1, ..., m$$

Consideraremos ainda os seguintes dados:

Dados sobre as Plataformas antiaéreas

Plataforma i	Ameaça j	Distância da ameaça j (d_{ij})	Alcance (r_i)	Custo (c_{ij})	Valor da neutralização (v_j)
P1	Avião1	200	150	5	30
	Avião2	100		4	30
	Míssil1	150		2	35
	Míssil2	200		1	35
P2	Avião1	150	200	5	30
	Avião2	100		5	30
	Míssil1	20		3	35
	Míssil2	80		2	35

Modelando o problema obteremos o seguinte PPL:

$$
\begin{array}{ll}
\max & \sum_{j=1}^{m} v_j\left(\sum_{i=1}^{n} x_{ij} - \sum_{i=1}^{n} c_{ij}x_{ij}\right) \\
\text{s.a} & \sum_{j=1}^{m} x_{ij} \leq 1, \forall i = 1, ..., n \\
& \sum_{i=1}^{n} x_{ij} \leq 1, \forall j = 1, ..., m \\
& \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = k \\
& (r_i - d_{ij})x_{ij} \geq 0, i = 1, ..., n; j = 1, ..., k, ..., m
\end{array}
$$

Considerando os dados da tabela dada e sendo $k = m - n = 2$ (número de alvos possíveis), obtemos o modelo LINDO mostrado na figura 1.6. Há neste modelo oito variáveis binárias. Para declará-las no LINDO, devemos acrescentar após o comando END o comando INT <nome de cada variável> em cada linha ou simplesmente, INT <número de variáveis>.

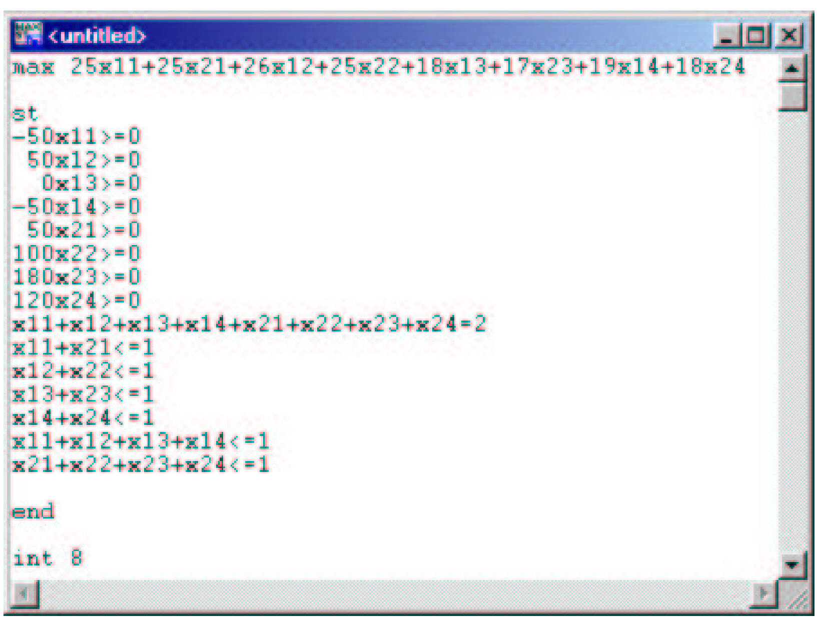


Figura 1.6: Modelo LINDO para o problema da defesa antiaérea

Deve ser observado que o modelo apresentado na figura 1.6 é o resultado da aplicação da formulação matemática acima sem simplificação.

1.2.5 Existem variáveis livres

Consideremos o seguinte PPL:

$$\begin{array}{|lrcrcr|}
\hline
\min & 5x_1 & + & x_2 & & \\
\text{s.a} & x_1 & + & x_2 & \geq & 5 \\
 & x_1 & - & x_2 & \geq & 7 \\
 & x_1 & & & \geq & 0 \\
 & & & x_2 & \text{qq.} & \\
\hline
\end{array}$$

Neste exemplo estamos tomando como exemplo que a variável x_2 é livre, ou seja, pode assumir qualquer valor. Para modelarmos este PPL utilizando o LINDO devemos acrescentar após o comando END, o comando FREE <nome da variável ou número de variáveis>, conforme mostra a figura 1.7.

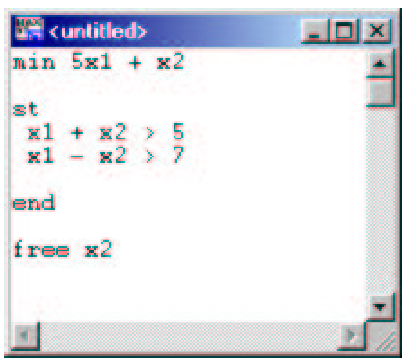


Figura 1.7: Modelo LINDO para o PPL usando variável livre

1.3 Utilizando Quadros (TABLEAU) com o LINDO

Para resolvermos PPL's utilizando quadros do SIMPLEX (tableaus) no LINDO devemos proceder da maneira que se segue, levando em consideração as seguintes teclas de atalho:

Comando	**Teclas de atalho**
Compilar (Compile Model)	$CTRL + E$
Fazer Pivoteameneo (Pivot)	$CTRL + N$
Exibir quadro (Tableau)	$ALT + 7$

Exemplo 1:

Primeiramente devemos digitar o PPL. Vamos tomar como exemplo o PPL abaixo:

$$\begin{array}{|lrcrcr|}
\hline
\min & -5x_1 & - & 3x_2 & & \\
\text{s.a} & 3x_1 & + & 5x_2 & \leq & 15 \\
 & 5x_1 & + & 2x_2 & \leq & 10 \\
 & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \\
\hline
\end{array}$$

O modelo LINDO relativo à esse PPL é apresentado na figura 1.8.

Antes de gerarmos o 1^o quadro devemos compilar o modelo $(CTRL + E)$. Para gerarmos o primeiro quadro para este modelo pressionamos as teclas $ALT+7$. O quadro gerado é apresentado na figura 1.9.

Agora vamos fazer o pivoteamento. Pressione as teclas $CTRL+N$ para a aparecer a janela da figura 1.10. Nesta janela, selecionamos a opção USE MINE e escolhemos a variável que vai entrar na base (Variable Selection) e a variável que vai sair da base (Row Selection), onde SLK 2 e 3 são as variáveis de folga. Clique em CLOSE e depois em CANCEL. Gere o novo quadro usando as teclas $ALT + 7$. O segundo quadro é mostrado na figura 1.11.

Pela análise do quadro vemos que ainda não obtemos a melhor solução, então devemos repetir os passos citados acima até encontrar a melhor solução para o PPL, ou seja, fazemos um novo pivoteamento e geramos um novo quadro. Para isto devemos pressionar novamente $CTRL + N$ e selecionar a variável que deve entrar na base e aquela que deve sair, feito isso geramos o novo quadro. Para o nosso exemplo o novo quadro $(ALT + 7)$ é apresentado na figura 1.12. Como podemos observar este quadro é ótimo, portanto encontramos a melhor para o problema.

Exemplo 2:

$$\boxed{\begin{array}{lrcrcr} \text{min} & -6x_1 & - & 10x_2 & & \\ \text{s.a} & 3x_1 & + & 5x_2 & \leq & 15 \\ & 5x_1 & + & 2x_2 & \leq & 10 \\ & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}}$$

Para este exemplo temos o modelo LINDO apresentado na figura 1.13. Vamos resolver este problema utilizando quadros tableau para isto vamos seguir os seguintes passos:

1^o) Geramos o primeiro quadro pressionando as teclas $ALT + 7$. (Figura 1.14)

2^o) Através da análise do quadro decidimos qual variável deve entrar na base e qual deve sair $(CTRL + N)$. (Figura 1.10)

3^o) Geramos um novo quadro $(ALT + 7)$. (Figura 1.15)

4^o) Analisamos este novo quadro. Observamos para este exemplo que não existe $c_j < 0$, mas a variável X1 que não está na base tem coeficiente igual a 0. Portanto colocando X1 na base obtemos uma outra solução ótima, como mostra a figura 1.16. Para este exemplo temos várias soluções ótimas e elas são dadas pela seguinte equação:

$$y = \alpha(0,3) + (1-\alpha)(1.052, 2.368), \text{ onde } \alpha \in [0,1]$$

Exemplo 3:

$$\boxed{\begin{array}{lrcrcr} \text{min} & -2x_1 & - & 2x_2 & & \\ \text{s.a} & -x_1 & + & x_2 & \leq & 1 \\ & -0.5x_1 & + & x_2 & \leq & 2 \\ & x_1 & , & x_2 & \geq & 0 \end{array}}$$

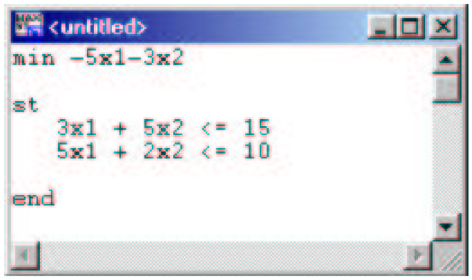


Figura 1.8: Modelo LINDO para o exemplo 1

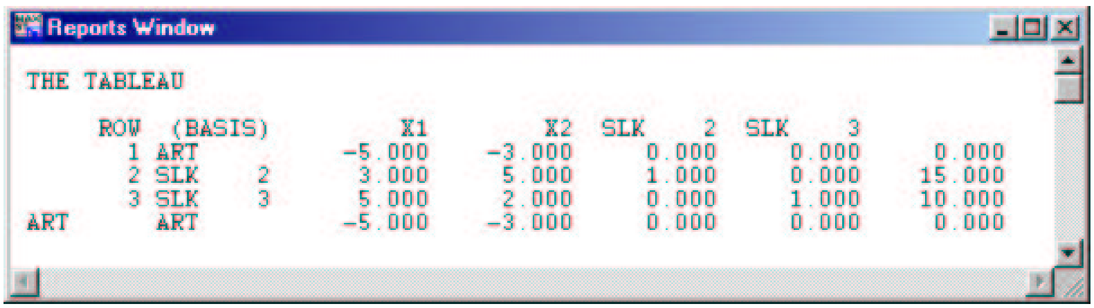


Figura 1.9: 1^o quadro para o exemplo 1

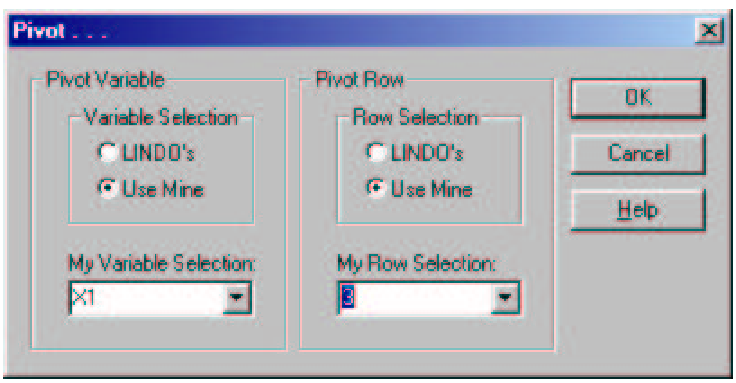


Figura 1.10: Janela de Pivoteamento

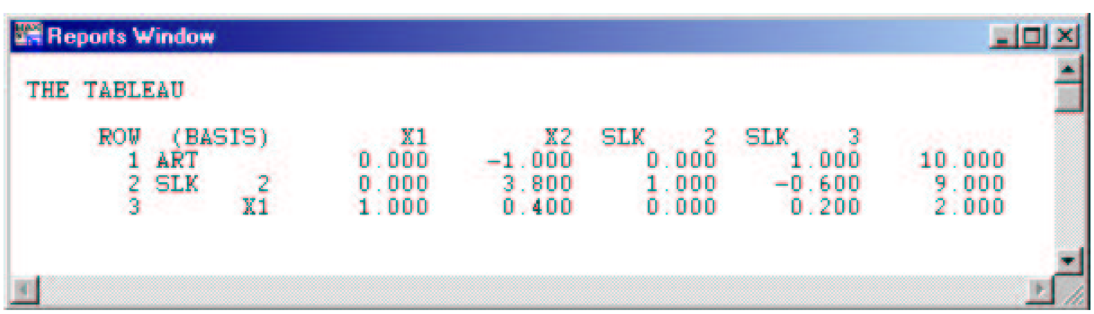


Figura 1.11: 2^o quadro para o exemplo 1

```
THE TABLEAU

     ROW   (BASIS)          X1          X2   SLK     2   SLK     3
       1  ART            0.000       0.000       0.263       0.842      12.368
       2         X2      0.000       1.000       0.263      -0.158       2.368
       3         X1      1.000       0.000      -0.105       0.263       1.053
```

Figura 1.12: 3^o quadro para o exemplo 1

```
min -6x1-10x2

st
   3x1 + 5x2 <= 15
   5x1 + 2x2 <= 10
```

Figura 1.13: Modelo LINDO para o exemplo 2

```
THE TABLEAU

     ROW   (BASIS)          X1          X2   SLK     2   SLK     3
       1  ART           -6.000     -10.000       0.000       0.000       0.000
       2  SLK      2     3.000       5.000       1.000       0.000      15.000
       3  SLK      3     5.000       2.000       0.000       1.000      10.000
ART       ART           -6.000     -10.000       0.000       0.000       0.000
```

Figura 1.14: 1^o quadro para o exemplo 2

```
     ROW   (BASIS)          X1          X2   SLK     2   SLK     3
       1  ART            0.000       0.000       2.000       0.000      30.000
       2         X2      0.600       1.000       0.200       0.000       3.000
       3  SLK      3     3.800       0.000      -0.400       1.000       4.000
```

Figura 1.15: 2^o quadro para o exemplo 2

```
THE TABLEAU

     ROW   (BASIS)          X1          X2   SLK     2   SLK     3
       1  ART            0.000       0.000       2.000       0.000      30.000
       2         X2      0.000       1.000       0.263      -0.158       2.368
       3         X1      1.000       0.000      -0.105       0.263       1.053
```

Figura 1.16: 3^o quadro para o exemplo 2

Após digitarmos o modelo e o compilarmos, geraremos o 1^{o}quadro (Figura 1.18). Logo após utilizaremos o quadro de pivoteamento e decidiremos qual variável entra e qual variável sai da base (figura 1.10) e analisamos o novo quadro (figura 1.19), decidimos qual variável entra e qual variável. Analisando o 3^{o}quadro (figura 1.20 observamos que se a variável SLK 2 entrar na base encontraremos uma solução melhor ($\exists\ c_j < 0$), mas os coeficientes das restrições são negativos, portando nenhuma variável pode entrar na base, portanto este problema não tem solução.

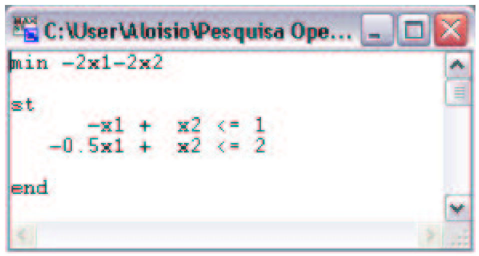


Figura 1.17: Modelo LINDO para o exemplo 3

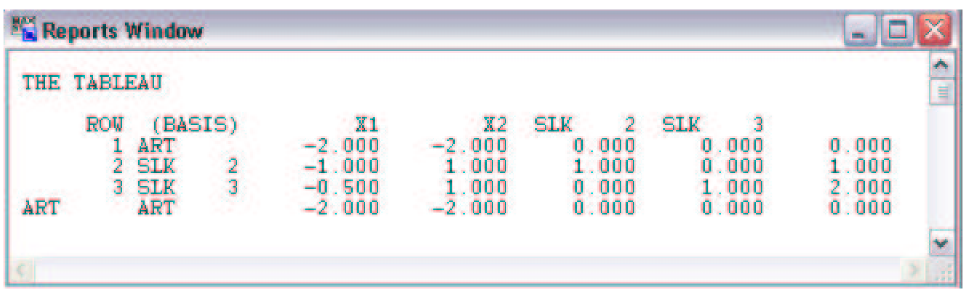


Figura 1.18: 1^o quadro para o exemplo 3

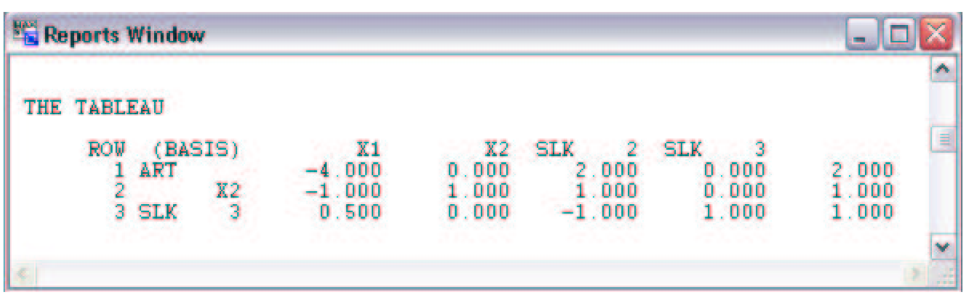


Figura 1.19: 2^o quadro para o exemplo 3

1.4 Análise de Sensibilidade

Para utilizarmos a análise de sensibilidade no LINDO, tomaremos o seguinte exemplo:

Um pecuarista tem disponíveis três tipos de ração para gado. Cada tipo tem sua composição em termos de quatro nutrientes. O pecuarista quer misturar essas rações para obter um produto final que satisfaça às exigências mínimas dos animais em termos de nutrientes. A composição e as exigências estão apresentadas no quadro abaixo:

Nutrientes	**% por Kg**			**Exigência mínima em Kg por saco de 100 Kg**
	Ração 1	**Ração 2**	**Ração 3**	
1	30	25	10	6
2	20	30	20	4
3	25	15	30	4
4	25	30	40	6
Custo/Kg	1.00	1.20	1.30	

O objetivo é conseguir uma mistura de mínimo custo. Para este exemplo responderemos as seguintes questões:

1) Qual o intervalo de estabilidade para o custo da primeira ração?

2) Qual o desconto, em reais, no preço segunda ração a partir do qual seu uso é interessante?

3) Qual o preço máximo da terceira ração que não altera a quantidade ótima encontrada?

4) Se a exigência do nutriente 1 passasse de 6 para 7 Kg em cada 100 Kg de mistura, qual a variação de preço que ocorreria?

5) Para cada diminuição de 1 Kg de nutriente 4 na mistura, o custo desta cai em R$ 3,05. Essa informação vale até para quantos quilos diminuídos?

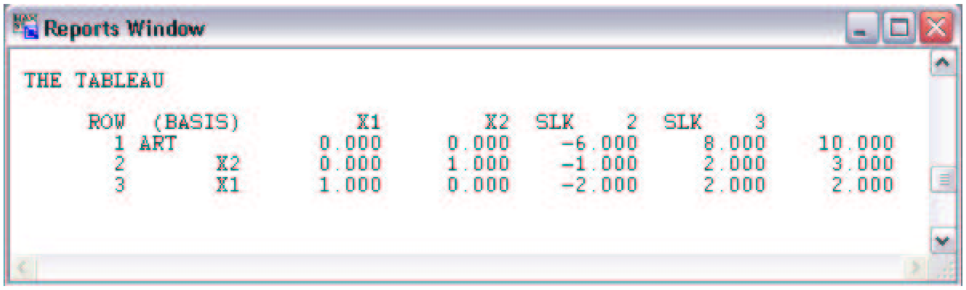
6) Suponha que o pecuarista pudesse usar um quarto tipo de ração ao custo de R$ 1,10/Kg, e que essa ração tivesse 25% de cada nutriente. Valeria a pena usar esse tipo de ração?

Para responder estas questões primeiramente vamos modelar este PPL:

$$
\begin{array}{lrcrcrcc}
\text{min} & x_1 & + & 1.20x_2 & + & 1.30x_3 & & \\
\text{s.a} & 0.30x_1 & + & 0.25x_2 & + & 0.10x_3 & \geq & 6 \\
 & 0.20x_1 & + & 0.30x_2 & + & 0.20x_3 & \geq & 4 \\
 & 0.25x_1 & + & 0.15x_2 & + & 0.30x_3 & \geq & 4 \\
 & 0.25x_1 & + & 0.30x_2 & + & 0.40x_3 & \geq & 6 \\
 & x_1 & , & x_2 & , & x_3 & \geq & 0
\end{array}
$$

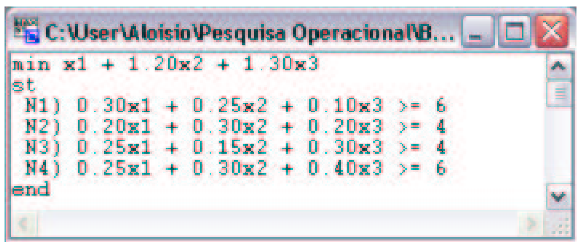
O modelo LINDO para este PPL é apresentado na figura 1.21. Depois de digitado o modelo, vamos compilá-lo ($CTRL+E$) e depois resolvê-lo ($CTRL+S$), mas desta vez vamos responder sim a pergunta DO RANGE(SENSITIVITY)ANALYSIS?, ou seja, vamos fazer a análise de sensibilidade deste PPL. A janela REPORTS WINDOW mostrará a tela mostrada na figura 1.22 e é a partir desta janela que responderemos as perguntas para este PPL.

1) Para responder esta pergunta vamos analisar o campo OBJ COEFICIENT RANGES da janela REPORTS WINDOW. O campo "OBJ COEFICIENT RANGES"nos apresenta os subcampos



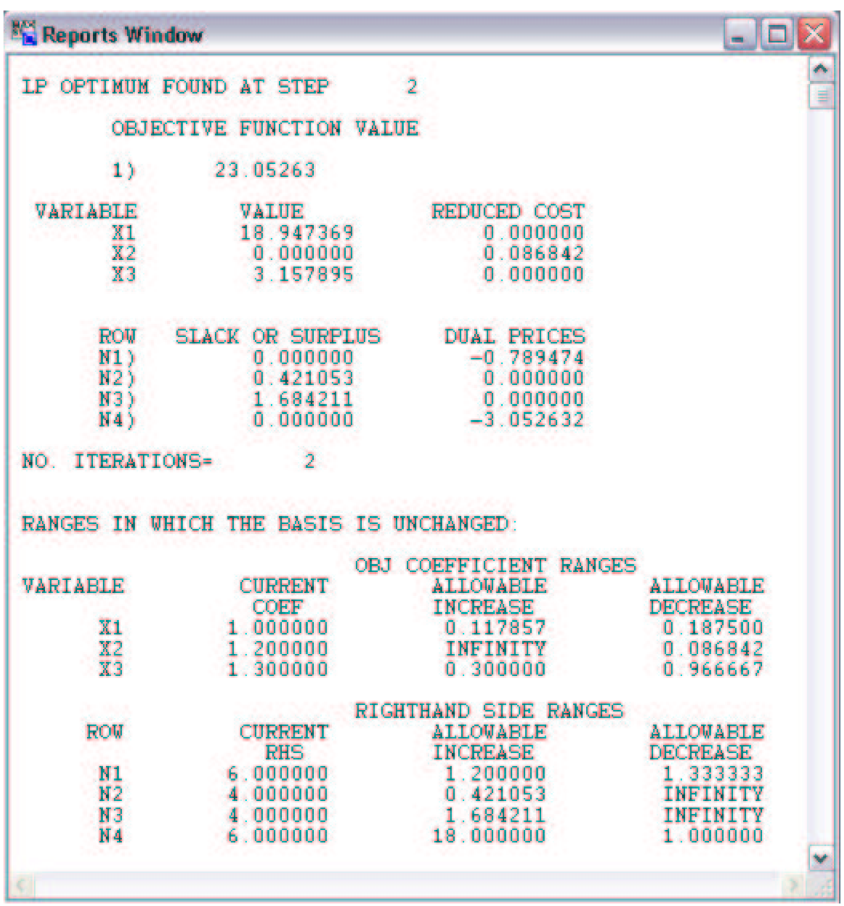
```
Reports Window

THE TABLEAU

     ROW  (BASIS)         X1         X2   SLK    2   SLK    3
       1 ART            0.000      0.000    -6.000     8.000     10.000
       2        X2      0.000      1.000    -1.000     2.000      3.000
       3        X1      1.000      0.000    -2.000     2.000      2.000
```

Figura 1.20: 3^o quadro para o exemplo 3



```
C:\User\Aloisio\Pesquisa Operacional\B...
min x1 + 1.20x2 + 1.30x3
st
 N1) 0.30x1 + 0.25x2 + 0.10x3 >= 6
 N2) 0.20x1 + 0.30x2 + 0.20x3 >= 4
 N3) 0.25x1 + 0.15x2 + 0.30x3 >= 4
 N4) 0.25x1 + 0.30x2 + 0.40x3 >= 6
end
```

Figura 1.21: Modelo LINDO para o PPL dos Nutrientes



```
Reports Window

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

       OBJECTIVE FUNCTION VALUE

       1)      23.05263

 VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X1        18.947369          0.000000
       X2         0.000000          0.086842
       X3         3.157895          0.000000


      ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
      N1)         0.000000         -0.789474
      N2)         0.421053          0.000000
      N3)         1.684211          0.000000
      N4)         0.000000         -3.052632

NO. ITERATIONS=       2


RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                          OBJ COEFFICIENT RANGES
VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
      X1         1.000000        0.117857         0.187500
      X2         1.200000        INFINITY         0.086842
      X3         1.300000        0.300000         0.966667

                          RIGHTHAND SIDE RANGES
     ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   RHS           INCREASE         DECREASE
      N1         6.000000        1.200000         1.333333
      N2         4.000000        0.421053         INFINITY
      N3         4.000000        1.684211         INFINITY
      N4         6.000000       18.000000         1.000000
```

Figura 1.22: REPORTS WINDOW para o PPL dos Nutrientes

ALLOWABLE INCREASE E ALLOWABLE DECREASE que se referem ao quanto o custo pode aumentar ou pode diminuir para que os valores ótimos de cada ração permaneçam o mesmo, respectivamente. Então para o nosso exemplo vamos analisar a variável x_1, a qual se refere à Ração 1. Podemos observar que o custo desta ração pode aumentar até R\$0.117857 e diminuir em até R\$0.187500 que a quantidade ótima da ração continuará a mesma. Ou seja:

$$c_1 - 0.18 \leq \bar{c}_1 \leq c_1 + 0.11 \Rightarrow 0.82 \leq \bar{c}_1 \leq 1.11$$

2) Para responder a 2^a pergunta, vamos analisar a variável x_2 no campo REDUCED COST ou então o campo ALLOWABLE DECREASE desta variável, onde é apresentado o valor para o qual o uso desta ração é interessante. Para o nosso exemplo temos que o valor para o desconto deve ser de R\$0.09 de forma que o uso da Ração 2 seja interessante.

3) Para encontrar o preço máximo da 3^a ração que não altera a quantidade ótima encontrada, devemos analisar o campo ALLOWABLE DECREASE da variável x_3, lá encontramos o valor 0.3000, portanto o preço máximo da ração 3 deve ser de R\$1.60 para a que quantidade ótima permaneça o mesmo.

4) Esta pergunta será respondida através da análise do campo DUAL PRICE referente à restrição que envolve o nutriente 1, que neste caso é a restrição N1. Lá encontramos o valor -0.789474, que corresponde ao valor que será acrescido (ou diminuído) ao custo total se uma unidade a mais (ou a menos) do nutriente for exigida. Então se aumentarmos para 7 a exigência do nutriente 1 o custo total será aumentado em R\$0.78.

5) Vamos responder esta pergunta utilizando o campo RIGHTHAND SIDE RANGES, que corresponde às restrições do PPL, especificamente analisaremos o subcampo ALLOWABLE DECREASE referente ao nutriente 4, ou seja N4, que nos dará o valor que poderá ser diminuído para o qual a quantidade do nutriente continuará a mesma. Portanto, podemos observar que esta informação vale até para uma diminuição de 1Kg.

6) Para respondermos esta pergunta vamos fazer as seguintes análises:

$$c_4 - z_4$$

$$z_4 = (c^B)^t y_4$$

$$y_4 = B^{-1} a_4$$

A matriz B^{-1} pode ser encontrada através do TABLEAU final do PPL. Então pressionamos as teclas $ALT + 7$ para aparecer o TABLEAU na janela REPORTS WINDOW, a matriz B^{-1} se encontra abaixo das variáveis de folga e como no nosso PPL todas as restrições são de $\geq$ então devemos multiplicar cada coluna da matriz por -1. Portanto temos que:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} -2.63 & 0 & 0 & 0.30 \\ 0.32 & -1 & 0 & 0.20 \\ 0.26 & 0 & -1 & 0.25 \\ 4.21 & 0 & 0 & -1.05 \end{bmatrix}$$

Portanto, temos que:

$$y_4 = \begin{bmatrix} -2.63 & 0 & 0 & 0.30 \\ 0.32 & -1 & 0 & 0.20 \\ 0.26 & 0 & -1 & 0.25 \\ 4.21 & 0 & 0 & -1.05 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0.25 \\ 0.25 \\ 0.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.13 \\ -0.065 \\ -0.015 \\ 0.79 \end{bmatrix}$$

Daí,

$$z_4 = \begin{bmatrix} 1.30 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.13 \\ -0.065 \\ -0.015 \\ 0.79 \end{bmatrix} = 0.96$$

Portanto,

$$c_4 - z_4 = 1.10 - 0.96 = 0.14$$

Como $c_4 - z_4 > 0 \Rightarrow$ não vale a pena usar esta ração.

Bibliografia

[1] M. C .Goldbarg e H. P. L. Luna. *Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2000.

[2] Helmut Kopka and Patrick W. Dale. *A Guide to LATEX*. Addison-Wesley, Harlow, England, 3rd edition, 1999.

[3] Gerson Lachtermacher. *Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões*. Editora Campus, Rio de Janeiro, 2002.

[4] Lindo Systems Inc., Chicago. *LINDO: User's Manual*, 1996.