

Avaliação Teórica de Introdução à Otimização

ALUNO: _____

Matrícula: _____

Data: ____/____/2011

- (1) No início de cada período letivo, toda instituição de ensino tem que resolver o seguinte problema: Alocar as turmas de disciplinas ao conjunto de salas existentes. Em muitas instituições, em geral as particulares, as aulas são divididas em módulos de dois horários seguidos; por exemplo, das 8 às 10 horas é um módulo e das 10 às 12 horas é outro módulo. Uma estratégia de solução largamente usada para problemas de alocação satisfazendo a esta condição, consiste em para cada módulo, resolver um problema de designação. Para exemplificar o problema de designação envolvido, considere um conjunto T de turmas e um conjunto S de salas, como o exemplificado na tabela abaixo, que se refere à necessidade de salas para as turmas em um dado módulo. O problema de designação consiste, então, em alocar as turmas às salas, satisfazendo às restrições de que cada turma deve ser alocada a uma única sala e que em cada sala deve haver apenas uma única turma. Fazer um modelo de programação matemática para alocar as turmas às salas em um dado horário. Considere como função objetivo minimizar a folga na sala, sendo esta dada pela função custo c_{ij} dada pela tabela abaixo. Nesta função, quando não há folga na sala j para alocar a turma i , é adicionada uma penalidade de valor 1000. Por exemplo, ao se alocar a turma 2 na sala 4, a alocação é inviável e, assim, a função custo recebe o valor 990, correspondente à operação $(30 - 40) + 1000$. Observe, assim, que neste modelo, as alocações são sempre possíveis, ainda que inviáveis.

Sala	1	2	3	4	5	6
Capacidade	70	60	45	30	48	50

Turma	1	2	3	4	5
Demanda	28	40	59	63	51

Turmas	Salas					
	1	2	3	4	5	6
1	42	32	17	2	20	22
2	30	20	5	990	992	10
3	11	1	986	971	989	991
4	7	997	982	967	985	987
5	19	9	994	979	997	999

- (2) A Laminação a Frio Ltda. produz bobinas, rolos e fitas de aço para estamparia. A empresa produz bobinas de 1,20 metros de largura e com diversas espessuras, que são armazenadas no estoque. Quando seus clientes fazem pedidos, as bobinas são retiradas do estoque e cortadas nas dimensões solicitadas. Conhecendo os pedidos e usando sua experiência, a área de planejamento estabelece os chamados “padrões de corte”. Um padrão de corte estabelece como uma bobina deve ser cortada. Nesse caso específico, os padrões de corte definidos pela área de planejamento são cinco, conforme tabela a seguir.

Largura dos rolos demandados [cm]	Demanda	Padrões de corte				
		A	B	C	D	E
19	10	1	0	0	3	1
36	12	1	0	2	1	0
62	15	1	1	0	0	0
25	31	0	2	0	1	2
48	17	0	0	1	0	1

Por exemplo, o padrão de corte A estabelece que para cada bobina de 120 cm, quatro rolos de 19, 36 e 62 cm devem ser criados.

No processo de corte há duas grandes fontes de custos. A primeira é referente às perdas com os cortes. O segundo é referente à sobra de rolos. A demanda freqüentemente faz com que sobrem rolos, os quais devem ser armazenados no estoque mais uma vez para uso futuro. O custo da perda é de \$1,00/cm de rolo perdido. O custo da sobra é de \$0,20/cm de rolo que voltar para o estoque. Pede-se formular um modelo de programação matemática para minimizar as perdas com o corte e com a sobra de rolos.

- (3) Um editor de uma revista científica precisa designar um conjunto de artigos científicos para serem revisados em uma mesma época por um conjunto de revisores. Os artigos podem ser atribuídos aos revisores conforme a tabela abaixo, onde uma célula assume valor unitário se o revisor é considerado um especialista no tema tratado no artigo. Cada artigo deve ser analisado por, pelo menos, dois revisores. Um revisor, por sua vez, pode analisar um máximo de 3 artigos. Faça um modelo de programação matemática para designar os artigos científicos aos revisores, de forma que o número de revisores necessários seja mínimo.

Revisor	Artigo				
	1	2	3	4	5
A	1	0	1	0	0
B	1	0	0	0	1
C	0	1	1	1	1
D	0	1	1	0	0
E	1	0	1	0	0
F	1	0	1	1	0
G	0	1	1	0	1
H	1	0	0	1	0

- (4) Um representante comercial de uma distribuidora de bebidas precisa passar em vários clientes dispersos geograficamente de forma a coletar os pedidos de compra desses para posterior entrega. Sabendo-se que ele deve sair da Central de Distribuição, denotada pelo código 0, e passar por 4 clientes, numerados de 1 a 4, determine o percurso que ele deve realizar de sorte a atender a todos os clientes na menor distância possível. As distâncias da Central de Distribuição aos clientes, bem como as distâncias entre todos os pares de clientes estão apresentadas na tabela abaixo:

Local	0	1	2	3	4
0	0	8	4	7	5
1	8	0	10	2	4
2	4	10	0	11	12
3	7	2	11	0	15
4	5	4	12	15	0

Determinar o percurso para o representante comercial utilizando a heurística da Inserção Mais Barata. Partir, neste caso, da seguinte sub-rotina inicial: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 0$, cuja distância é de 23 unidades. Apontar a rota final bem como a distância total percorrida. Mostre todos os cálculos e calcule a distância de forma a reduzir a quantidade de operações aritméticas envolvidas.

- (5) Considere a matriz de custos a seguir, em que o depósito é referenciado pelo número 0 e as demandas de cada uma das 5 cidades. Sabendo que os veículos têm 20 unidades de capacidade, determine as rotas de custo mínimo para os veículos.

Cliente	0	1	2	3	4	5	Demanda
0	0	6	7	8	9	10	0
1	6	0	3	2	1	4	5
2	7	3	0	5	3	4	9
3	8	2	5	0	8	1	6
4	9	1	3	8	0	5	4
5	10	4	4	1	5	0	7

Resolva esta questão pela heurística de Clarke e Wright a partir das seguintes sub-rotas:

Rota 1: $0 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \rightarrow 0$

Rota 2: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$

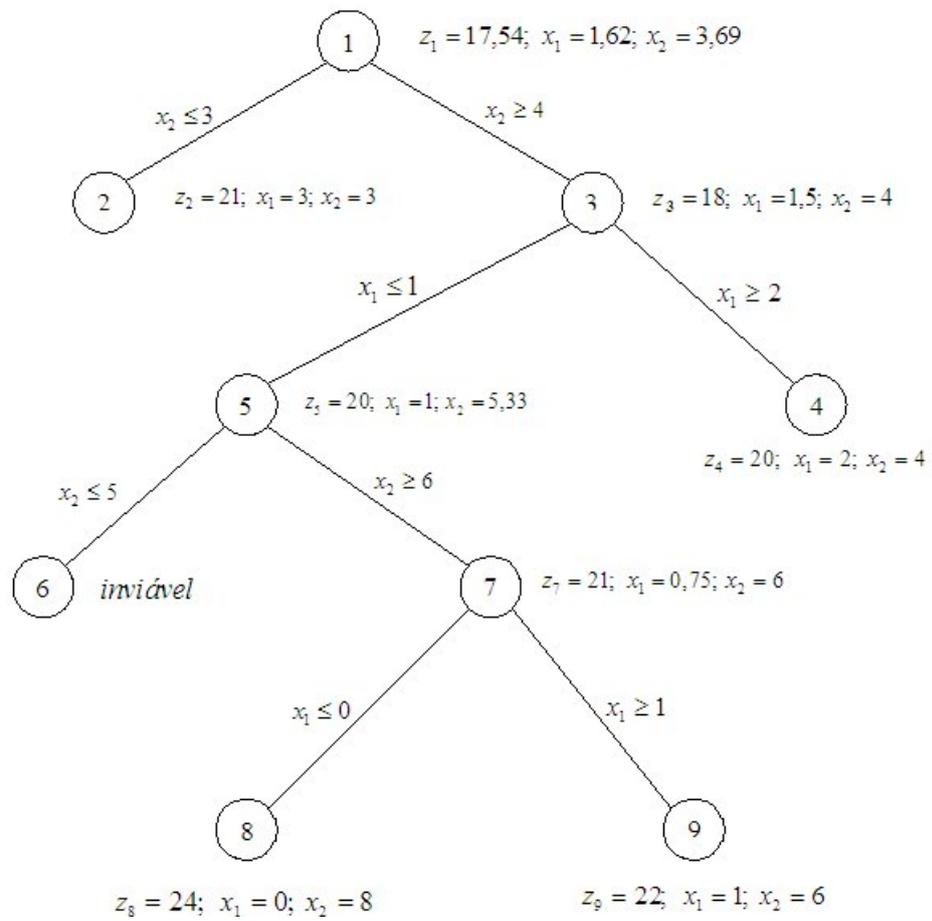
Rota 3: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 0$

Rota 4: $0 \rightarrow 4 \rightarrow 0$

- (6) A árvore de *branching* do problema de programação inteira 0-1 a seguir foi construída aplicando-se a Variante de Dank para escolher a variável a ramificar.

$$\begin{array}{rcllcl}
 \min & 4x_1 & + & 3x_2 & = & z \\
 & 8x_1 & + & 3x_2 & \geq & 24 \\
 & 5x_1 & + & 6x_2 & \geq & 30 \\
 & x_1 & + & 2x_2 & \geq & 9 \\
 & x_1 & , & x_2 & \in & \mathbb{Z}^+
 \end{array}$$

Considerando como regra analisar primeiramente o valor menor da variável escolhida para ser ramificada, quais problemas de programação linear (PPLs) seriam necessários resolver aplicando-se a técnica *branch-and-bound*? Justifique sucintamente porque foi necessário escolher cada um desses PPLs, bem como porque os demais PPLs não foram escolhidos. Aponte a ordem de ramificação pela regra indicada.

Figura 1: Árvore de *Branching*