Exercício de Programação Matemática

Aluna: Fernanda Gontijo Fernandes

Questão 1:

a) Variáveis de decisão:

x_1 = Quantidade de minério, em toneladas, do tipo A a ser utilizada
x_2 = Quantidade de minério, em toneladas, do tipo B a ser utilizada
x_3 = Quantidade de minério, em toneladas, do tipo C a ser utilizada

Função Objetivo:

$$\min \; 60x_1 + 30x_2 + 250x_3$$

Restrições:

$0{,}60x_1 + 0{,}40x_2 + 1x_3 \geq 240$
$0{,}02x_1 + 0{,}04x_2 \leq 16$
$x_1, x_2, x_3 \geq 0$

b) $\max \; 240u_1 + 16u_2$

sujeito a: $0{,}60u_1 + 0{,}02u_1 \leq 60$
$0{,}40u_2 + 0{,}04u_2 \leq 30$
$1u_2 + 0u_2 \leq 250$

$u_1 \geq 0$ e $u_2 \leq 0$

c)
d) Forma Padrão + Variáveis Artificiais

$\min\ 60x_1 + 40x_2 + 250x_5$

$0{,}60x_1 + 0{,}40x_2 + x_3 - x_4 + x_1^a = 240$
$0{,}02x_1 + 0{,}04x_2 + x_5 = 16$

$\min\ 0x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 1x_1^a$

Quadro Simplex:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_1^a	
x_1^a	0,60	0,40	1	-1	0	1	240
x_5	0,02	0,04	0	0	1	0	16
	0	0	0	0	0	1	z^a
	60	30	250	0	0	0	z

$L_3 \leftarrow -L_1 + L_3$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_1^a	
x_1^a	0,60	0,40	1	-1	0	1	240
x_5	0,02	0,04	0	0	1	0	16
	-0,60	-0,40	-1	1	0	0	$z^a - 240$
	60	30	250	0	0	0	z

Solução inicial:

$x_1^a = 240, \quad x_5 = 16$
$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$
$x^{(0)} = (0, 0, 0)^t$
$z = 0$
$z^a = 240$

Entra x_3 e Sai x_1^a

$L_3 \leftarrow L_1 + L_3$
$L_4 \leftarrow -250 L_1 + L_4$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_1^a	
x_3	0,60	0,40	1	-1	0	1	240
x_5	0,02	0,04	0	0	1	0	16
	0	0	0	0	0	1	z^a
	-90	-70	0	250	0	0	$z - 60000$

Solução 2:

$x_3 = 240$, $x_5 = 16$

$x_1 = x_2 = x_4 = x_1^a = 0$

$x^{(1)} = (0, 0, 240)^t$

$z = 60.000$

$z^a = 0$

Como $z^a = 0$ temos o fim da primeira fase do SIMPLEX

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_3	0,60	0,40	1	-1	0	240
x_5	0,02	0,04	0	0	1	16
	-90	-70	0	250	0	$z - 60000$

$L_1 \leftarrow L_1 / 0,60$

$L_2 \leftarrow \dfrac{-0,02}{0,6} L_1 + L_2$

$L_3 \leftarrow \dfrac{90}{0,6} L_1 + L_3$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	1	2/3	5/3	-5/3	0	400
x_5	0	2/75	1/30	1/30	1	8
	0	-10	150	100	0	z - 24000

Solução 3: $x_1 = 400$, $x_5 = 8$

$x_2 = x_3 = x_4 = 0$

$x^{(2)} = (400, 8, 0)^t$

$z = 24000$

$L_1 \leftarrow \dfrac{-2/3}{2/75} L_2 + L_1$

$L_2 \leftarrow \dfrac{75}{2} \cdot L_2$

$L_3 \leftarrow 375 L_2 + L_3$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
x_1	1	0	5/2	-5/2	-25	200
x_2	0	1	-25/20	25/20	75/2	300
	0	0	137,5	112,5	375	z - 21000

Solução final: $x_1 = 200$, $x_2 = 300$

$x_3 = x_4 = x_5 = 0$

$x^{(3)} = (200, 300, 0)^t$

$z = 21000$

e) A estratégia ótima é utilizar 200 t de minério da empresa A e 300 t da empresa B.

f) Base Ótima = $\begin{bmatrix} 0,60 & 0,40 \\ 0,02 & 0,04 \end{bmatrix}$

Inversa = $\begin{bmatrix} 5/2 & -25 \\ -25/20 & 75/2 \end{bmatrix}$

g) Os valores ótimos duais são:

$u_1^* = 112,50$ $u_4^* = 0$

$u_2^* = 375$ $u_5^* = 137,50$

$u_3^* = 0$

h) O valor da função objetivo diminui em R$ 112,50 para cada tonelada de Le a menos

i) O custo máximo para a sucata ser economicamente atrativa é de R$ 112,50.

j) O custo do minério A continuará atrativo mesmo que ele aumente em R$ 55. Além disso, a quantidade do minério A continuará a mesma se seu preço for reduzido em R$ 15 ou acrescido de R$ 55.

k) Sim, a nova composição da liga será 266 t de minério do tipo A e 266 t de minério do tipo B.

l) Permanecerá a mesma se a eficiência for acrescida de 240 t ou reduzida em 80 t.