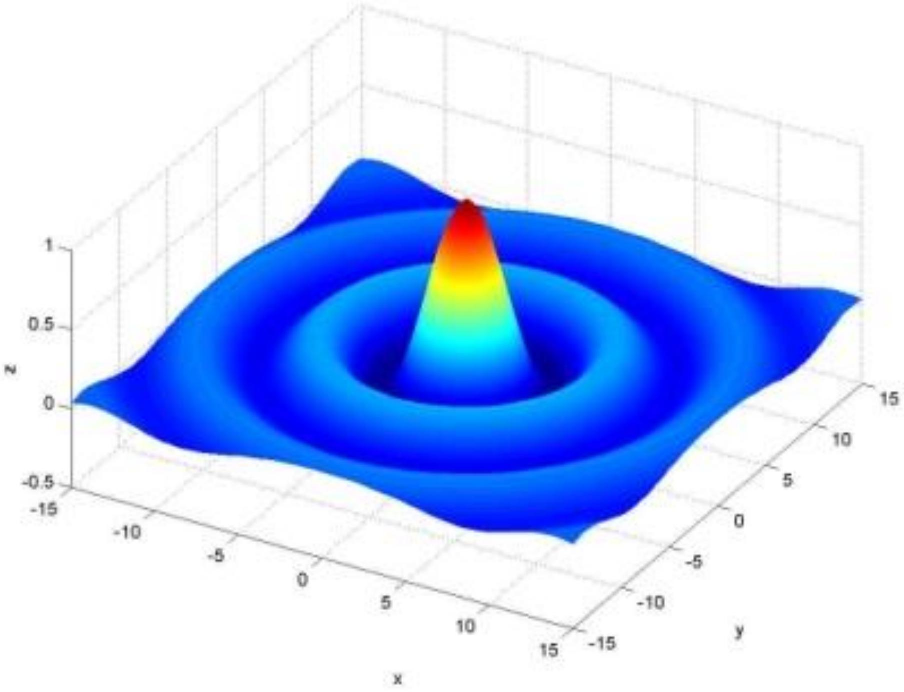
# Algoritmos genéticos

Frederico Gadelha Guimarães
frederico.g.guimaraes@gmail.com

Departamento de Computação (DECOM)
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

# Algoritmos genéticos



# Algoritmos genéticos

- Algoritmos genéticos são algoritmos heurísticos que trabalham com uma população de **representações abstratas (genótipo)** de soluções candidatas para para problemas de busca e otimização;
- A população evolui por meio de operadores heurísticos de seleção e reprodução;
- Algoritmos genéticos representam uma classe particular de algoritmo evolutivos;

# Algoritmos genéticos

- Questões de projeto:

- Representação (genótipo – fenótipo);
- Operadores de seleção;
- Operadores de reprodução;

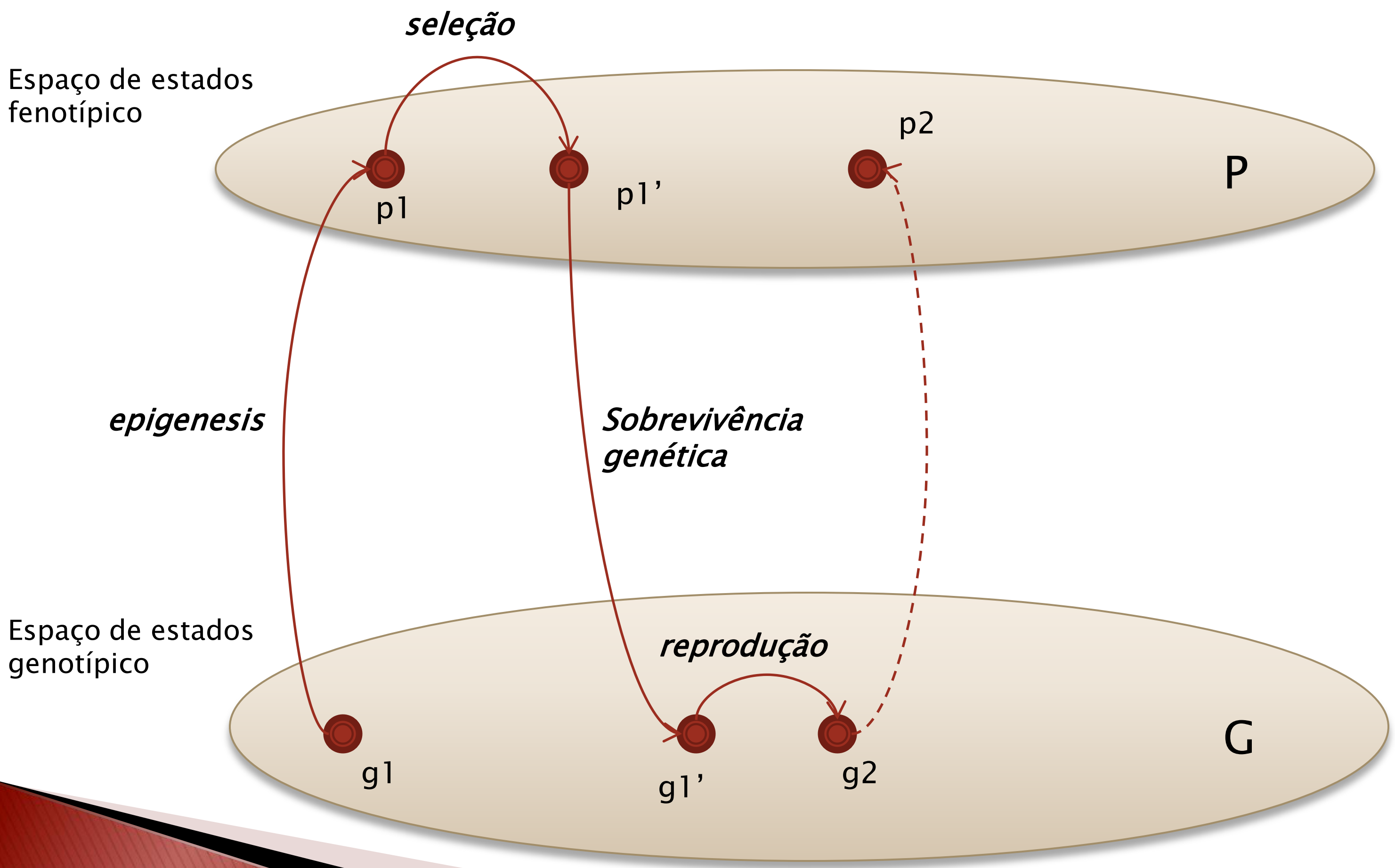
# Algoritmos genéticos

- Terminologia / analogias:

- Gene – código para o parâmetro ou variável de otimização;
- Cromossomo – representação abstrata de uma solução candidata (genótipo);
- Indivíduo – solução candidata (fenótipo);
- População – conjunto de soluções candidatas;
- Geração – iteração, sequência de populações;
- Aptidão – medida de qualidade atribuída a um indivíduo da população;

# Algoritmos genéticos

- O genótipo e o fenótipo: evolução como um processo de otimização

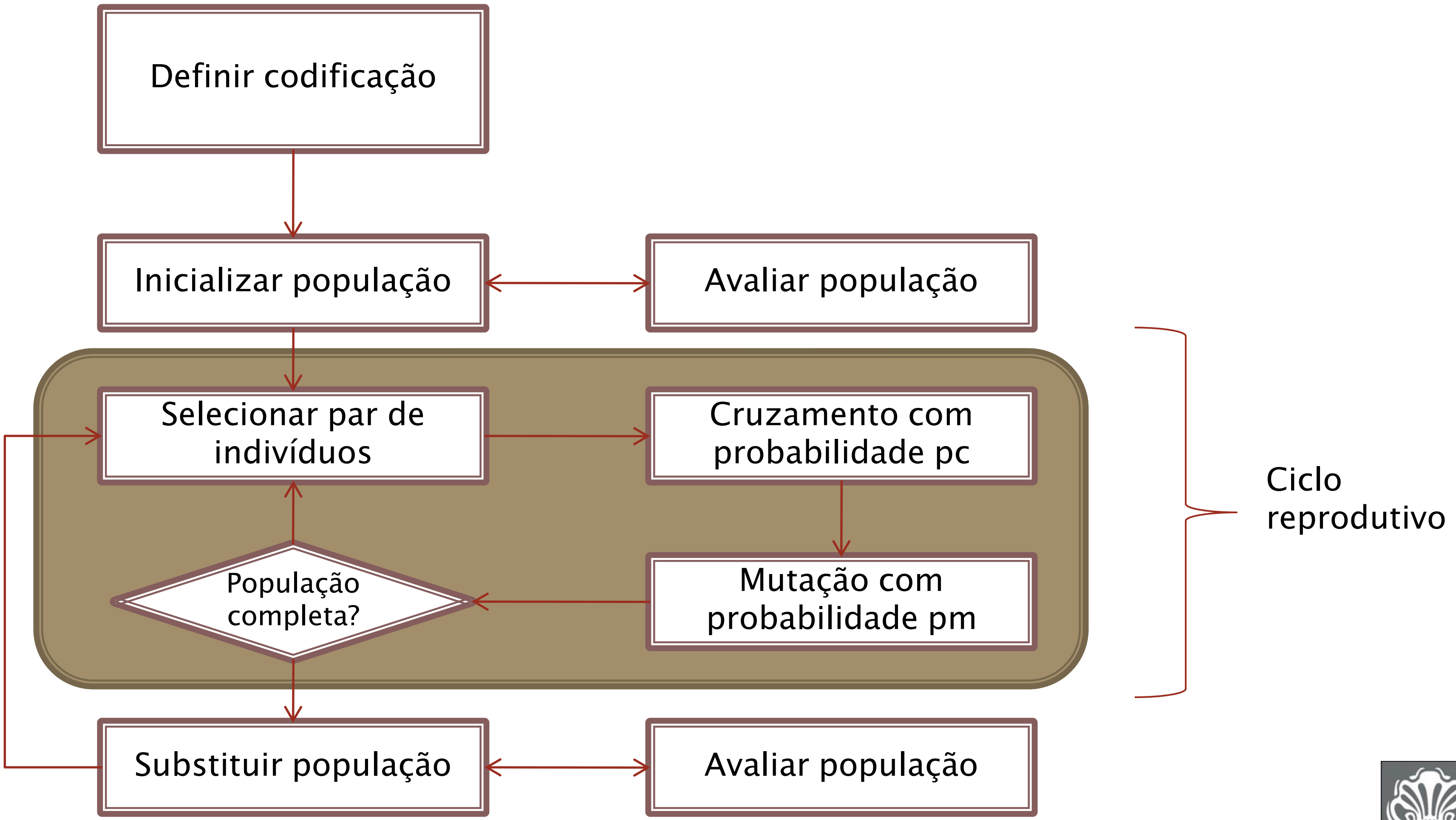


# Algoritmos genéticos

- Introdução: Simple Genetic Algorithm (SGA) ou GA canônico (J. Holland)

| | |
|---|---|
| Representação | Bit strings |
| Recombinação | 1-point crossover |
| Mutação | Bit flip |
| Seleção p/ reprodução | Proporcional à aptidão |
| Seleção p/ sobrevivência | Geracional |

# Algoritmos genéticos



# Algoritmos genéticos

- Introdução: Simple Genetic Algorithm (SGA) ou GA canônico (J. Holland)

| String | População inicial | Valor (fenótipo) | Aptidão f(x) | Prob. de seleção | Cópias esperadas | Cópias |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 1 1 0 1 | 13 | 169 | 0.14 | 0.58 | 1 |
| 2 | 1 1 0 0 0 | 24 | 576 | 0.49 | 1.97 | 2 |
| 3 | 0 1 0 0 0 | 8 | 64 | 0.06 | 0.22 | 0 |
| 4 | 1 0 0 1 1 | 19 | 361 | 0.31 | 1.23 | 1 |

$$\max f(x), f(x) = x^2, \ \ x \in [0,31]$$

# Algoritmos genéticos

- Introdução: Simple Genetic Algorithm (SGA) ou GA canônico (J. Holland)

| String | População selecionada | Ponto de corte | Após cruzamento | Após mutação | Valor (fenótipo) | Aptidão f(x) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 1 1 0 \| 1 | 4 | 0 1 1 0 0 | 1 1 1 0 0 | 28 | 784 |
| 2 | 1 1 0 0 \| 0 | 4 | 1 1 0 0 1 | 1 1 0 0 1 | 25 | 625 |
| 3 | 1 1 \| 0 0 0 | 2 | 1 1 0 1 1 | 1 1 0 1 1 | 27 | 729 |
| 4 | 1 0 \| 0 1 1 | 2 | 1 0 0 0 0 | 1 0 1 0 0 | 20 | 400 |

$$\max f(x), f(x) = x^2, \quad x \in [0,31]$$

# Algoritmos genéticos

- Porque funciona?
- Porque esse processo aparentemente arbitrário produz alguma coisa útil?
- Porque algoritmos genéticos são uma forma eficiente de otimização?

# Teoria dos schemata

- **Teoria dos Schemata** (singular: schema)
- Um schema é o conjunto de todos os cromossomos com alelos idênticos em loci específicos;
- Os loci não especificados são representados por um símbolo de *don't care*;
- Template: seja o schema H1 = #10#. Esse schema representa as strings: 0100, 0101, 1100, 1101;
- Uma dada string que pertence ao schema H é denominado **exemplo** de H;
- Em uma codificação com L bits, há $3^L$ schemata;

# Teoria dos schemata

- A ordem o(H) de um schema indica o número de posições (bits) fixadas;
- Ex.: seja H1 = #1#0#, o(H1)=2; seja H2 = #0111, o(H2)=4;

- O comprimento determinante (defining length) d(H) de um schema é a distância entre a primeira e última posições fixas;
- Ex.: d(H1)=2 e d(H2)=3;

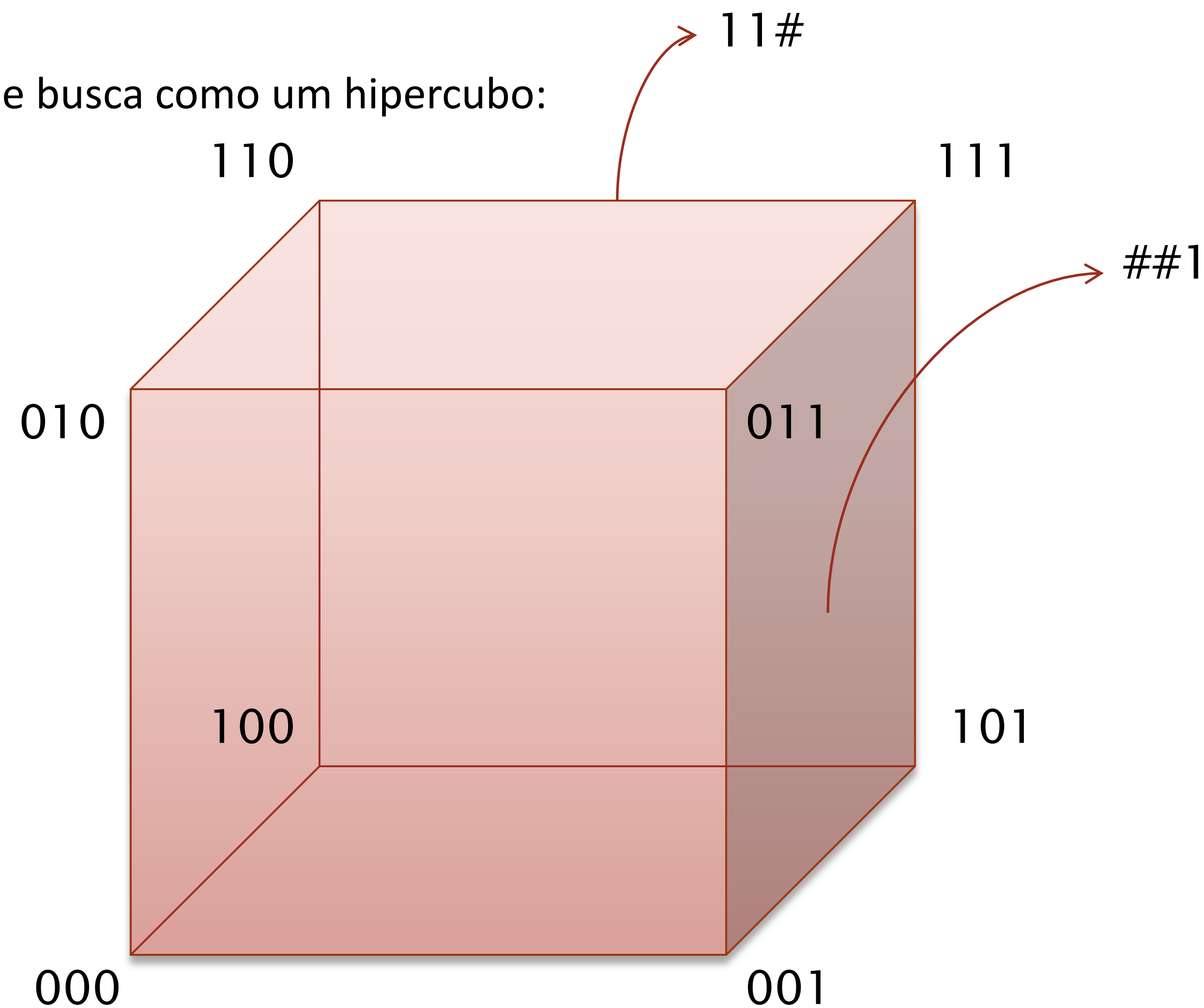
# Teoria dos schemata

- A aptidão de um schema H em uma dada população P(t) é dada pela média dos valores de aptidão dos indivíduos na população que são exemplos do schema H:

$$f(H) = \frac{1}{m(H, P(t))} \sum_{i: c_i \in P(t) \cap H} f(c_i)$$

# Teoria dos schemata

- O espaço de busca como um hipercubo:



# Teoria dos schemata

- Todo o espaço de busca pode ser dividido em $3^L$ -1 hiperplanos (ou partições), todas as combinações possíveis de 0, 1 e #;

- Cada cromossomo (genótipo) na população é um vértice do hipercubo e membro de $2^L$-1 hiperplanos;

- Um único indivíduo não fornece muita informação sobre o espaço de busca, mas uma **população** fornece muita informação sobre vários hiperplanos!

- Paralelismo implícito ou intrínseco => muitos hiperplanos são amostrados quando uma população de strings é avaliada. Fitzpatrick & Grefenstette mostraram que um algoritmo genético com N indivíduos processa na ordem de $N^3$ hiperplanos simultaneamente.

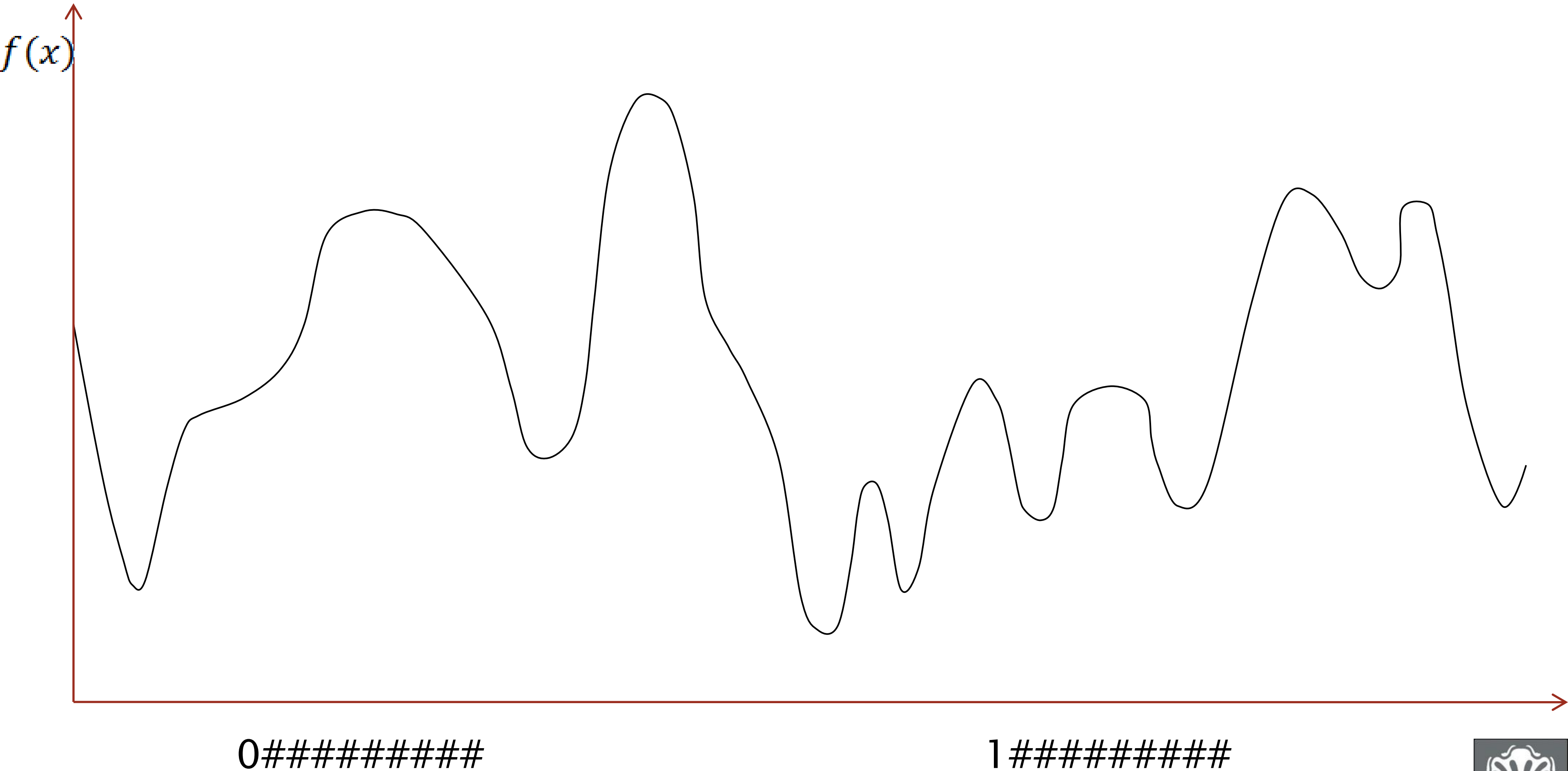
# Teoria dos schemata

- Muitos hiperplanos são avaliados cada vez que uma string é avaliada, porém os efeitos acumulativos de se avaliar uma população de pontos é que fornece informação estatística sobre algum subconjunto particular de hiperplanos;

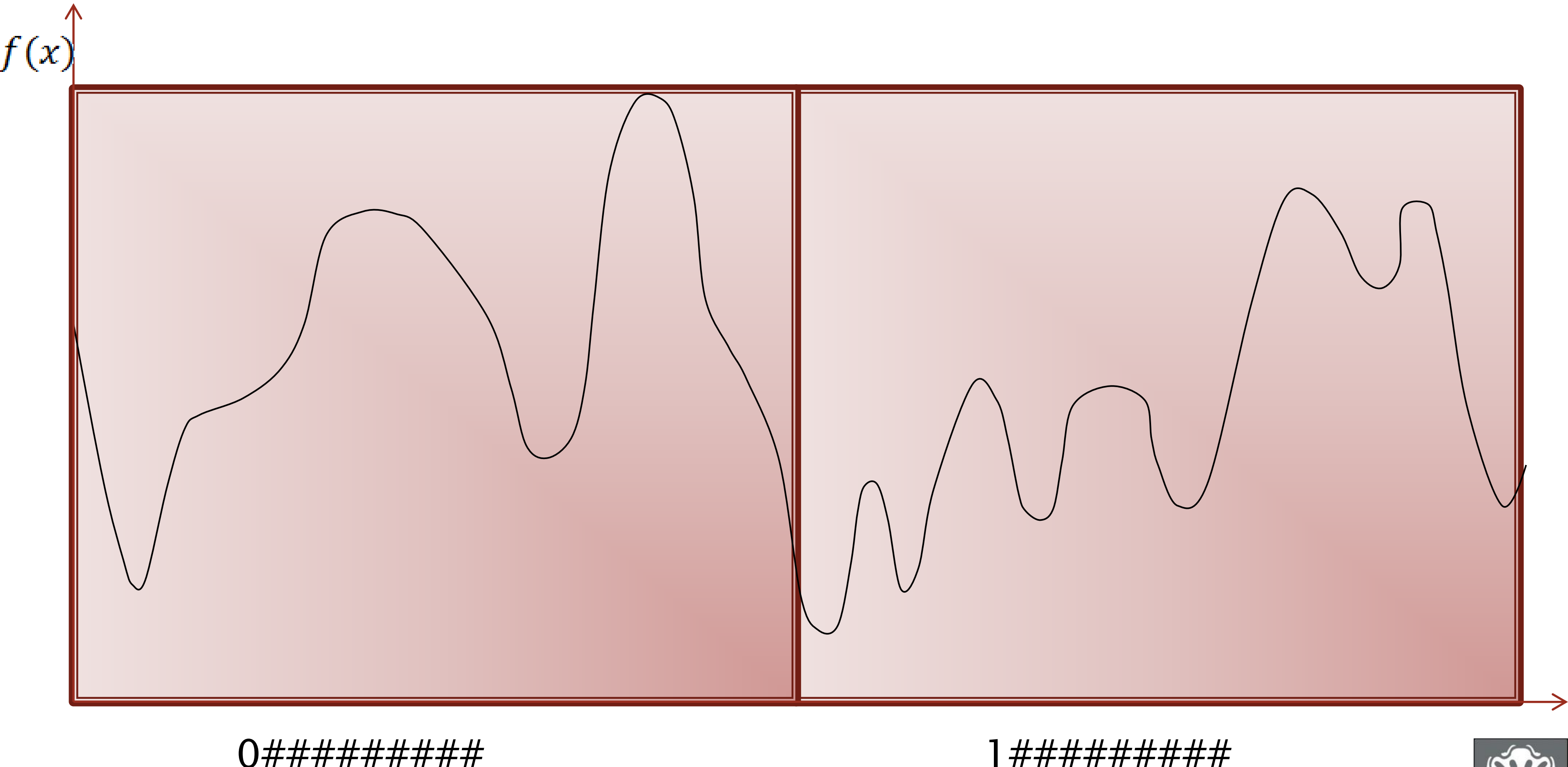
- Através do processo de seleção, cruzamento e mutação, os schemata de hiperplanos distintos apresentam mais ou menos representantes na população dependendo da aptidão das strings nesses hiperplanos;

- A amostragem de partições não é muito afetada por ótimos locais;

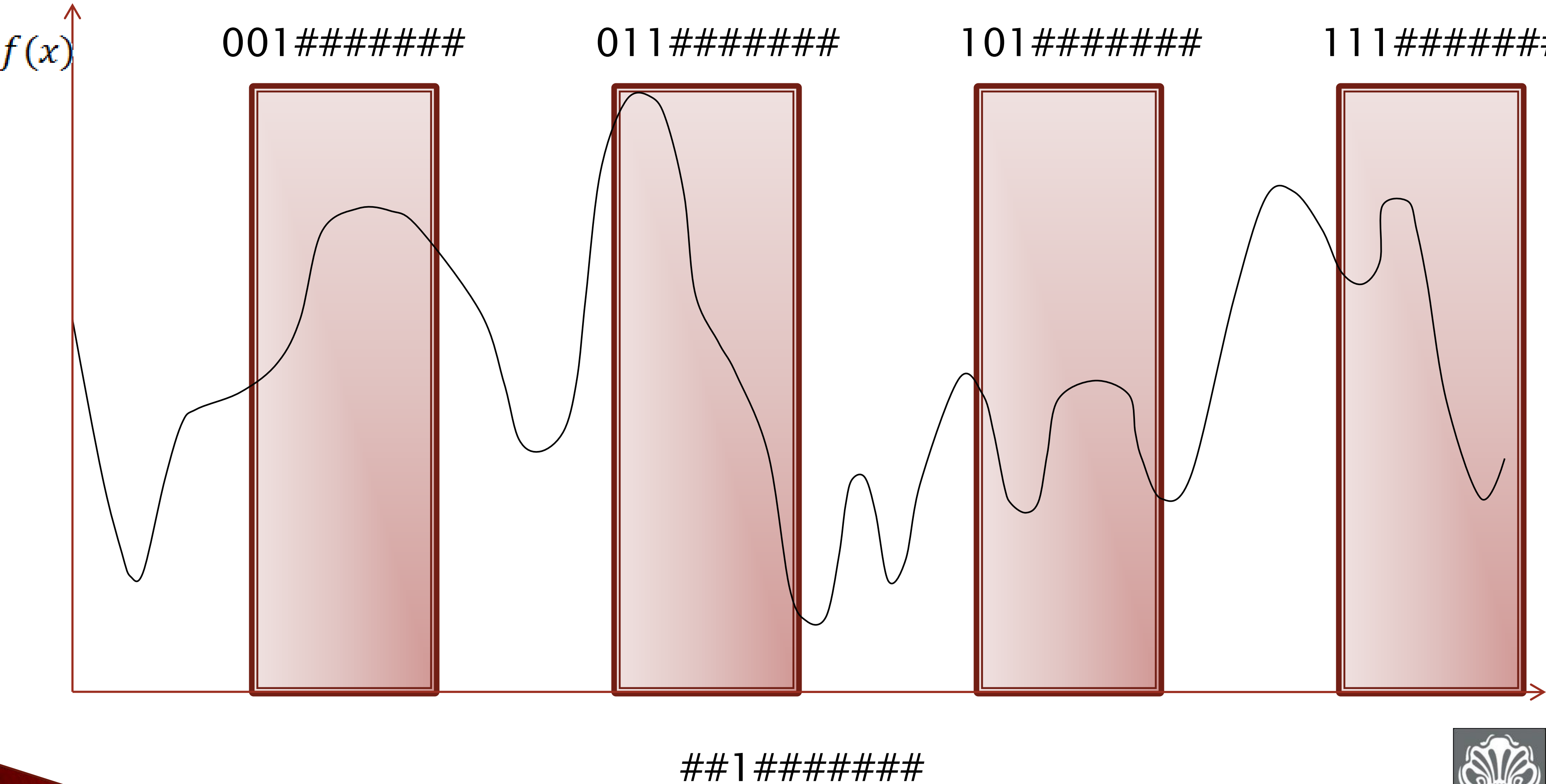
# Teoria dos schemata



# Teoria dos schemata



# Teoria dos schemata




Departamento de Computação (DECOM)
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

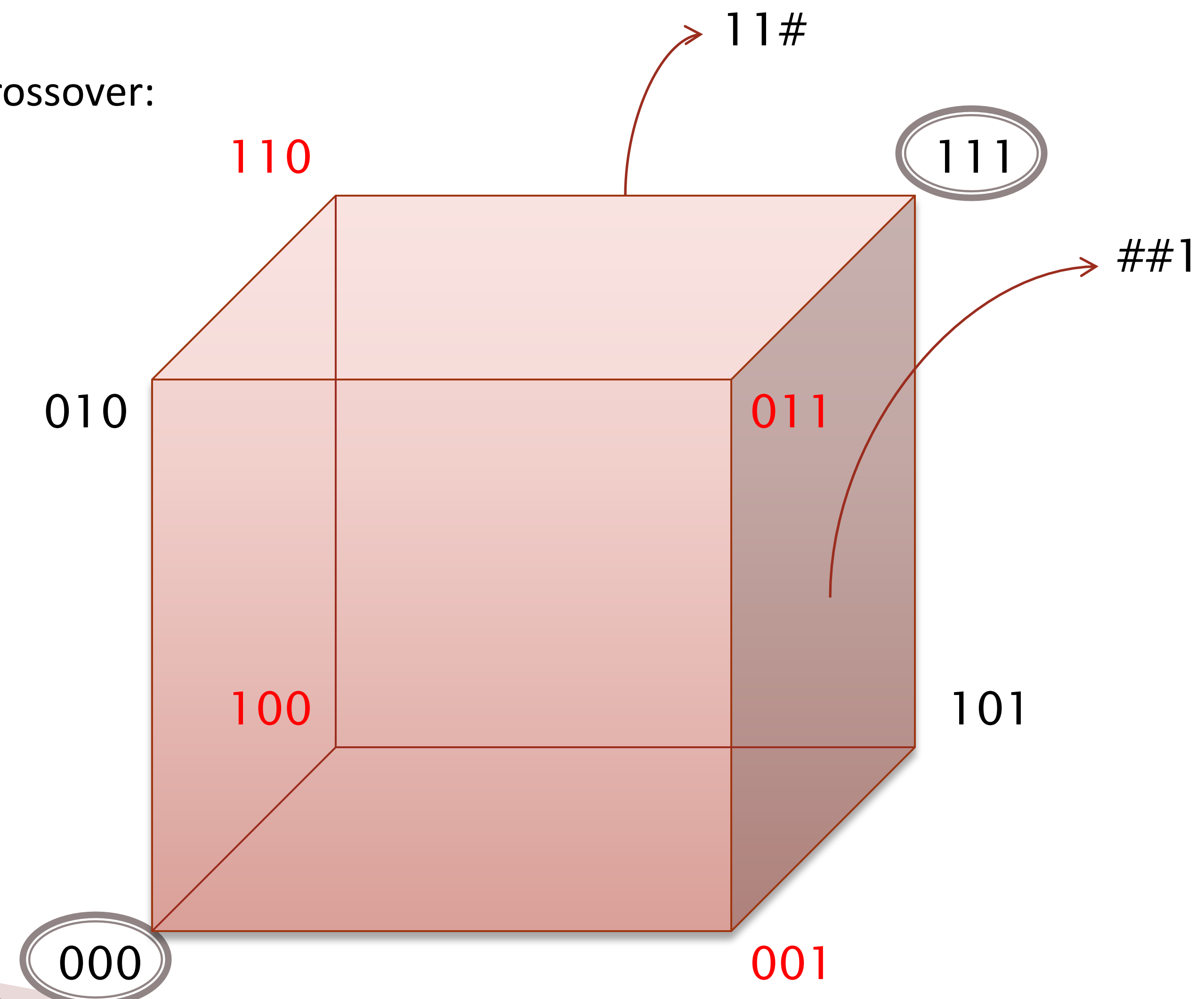
# Teoria dos schemata

- As operações do algoritmo genético favorecem partições com aptidão acima da média – esse procedimento não garante convergência global (pico isolado) mas "boas" soluções, isto é, soluções globalmente competitivas podem ser encontradas;

- Veremos convergência global com cadeias de Markov.

# Teoria dos schemata

- 1-point crossover:



# Teoria dos schemata

- A ação do algoritmo genético sobre os schemata pode ser quantificada analiticamente – vamos fazer isso para o SGA;

- Seja c um exemplo de um schema H e um membro de P(t). A probabilidade de seleção de c é dada por:

$$p_s(c) = \frac{f(c)}{\sum_{i=1}^{N} f(c_i)}$$

# Teoria dos schemata

- Portanto o número de exemplos do schema H na população após a seleção é dada em média por:

$$m(H, P_t') = N \times \sum_{i:c_i \in H \cap P_t} p_s(c_i) = N \frac{\sum_{i:c_i \in H \cap P_t} f(c_i)}{\sum_{k=1}^{N} f(c_k)}$$

$$m(H, P_t') = \frac{N}{\sum_{k=1}^{N} f(c_k)} \times \frac{\sum_{i:c_i \in H \cap P_t} f(c_i)}{m(H, P_t)} \times m(H, P_t)$$

$$m(H, P_t') = \frac{f(H)}{\bar{f}} m(H, P_t)$$

# Teoria dos schemata

- Vamos assumir, de modo conservador, que todo cruzamento que ocorrer entre a primeira e última posição fixa de H gera um cromossomo que não pertence a H;
- Além disso, vamos assumir que nenhum cruzamento produz novos exemplos de H;
- A probabilidade de se perder exemplos de H por causa do cruzamento é dada por:

$$\frac{d(H)}{L-1}p_c$$

Após a seleção: $$m(H, P_t') = \frac{f(H)}{\bar{f}} m(H, P_t)$$

Após o cruzamento: $$m(H, P_t'') \geq \frac{f(H)}{\bar{f}} m(H, P_t) \left[1 - \frac{d(H)}{L-1}p_c\right]$$

# Teoria dos schemata

- Novamente, vamos assumir, de modo conservador, que novos exemplos de H não são criados por mutação;
- A probabilidade de se perder exemplos de H por causa da mutação é dada pela probabilidade de modificar uma de suas posições fixas:

$$(1 - p_m)^{o(H)} \approx 1 - p_m o(H)$$

Próxima geração:

$$m(H, P_{t+1}) \geq m(H, P_t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \left[1 - p_c \frac{d(H)}{L-1} - p_m o(H)\right]$$

- **Teorema fundamental dos algoritmos genéticos**

# Teoria dos schemata

$$m(H, P_{t+1}) \geq m(H, P_t)\frac{f(H)}{\bar{f}}\left[1 - p_c\frac{d(H)}{L-1} - p_m o(H)\right]$$

- **Interpretações:**
- Na ausência de cruzamento e mutação, o número de exemplos de schemata com cromossomos acima da média da população cresce exponencialmente;
- Como a definição de f(H) não inclui todos os exemplos de H mas somente aqueles presentes na população o teorema não implica que os melhores schemata possíveis terão mais representantes nas próximas gerações (convergência global não garantida);

# Teoria dos schemata

$$m(H, P_{t+1}) \geq m(H, P_t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \left[1 - p_c \frac{d(H)}{L-1} - p_m o(H)\right]$$

- **Interpretações:**

- Schemata acima da média com baixa ordem e pequeno comprimento determinante recebem número cada vez maior de representantes nas gerações seguintes – *building blocks*;

- Hipótese dos blocos de construção: GAs operam selecionando schemata curtos de baixa ordem que competem entre si, os blocos de construção. As operações de reprodução combinam blocos de construção para criar schemata mais longos e de ordem mais elevada;

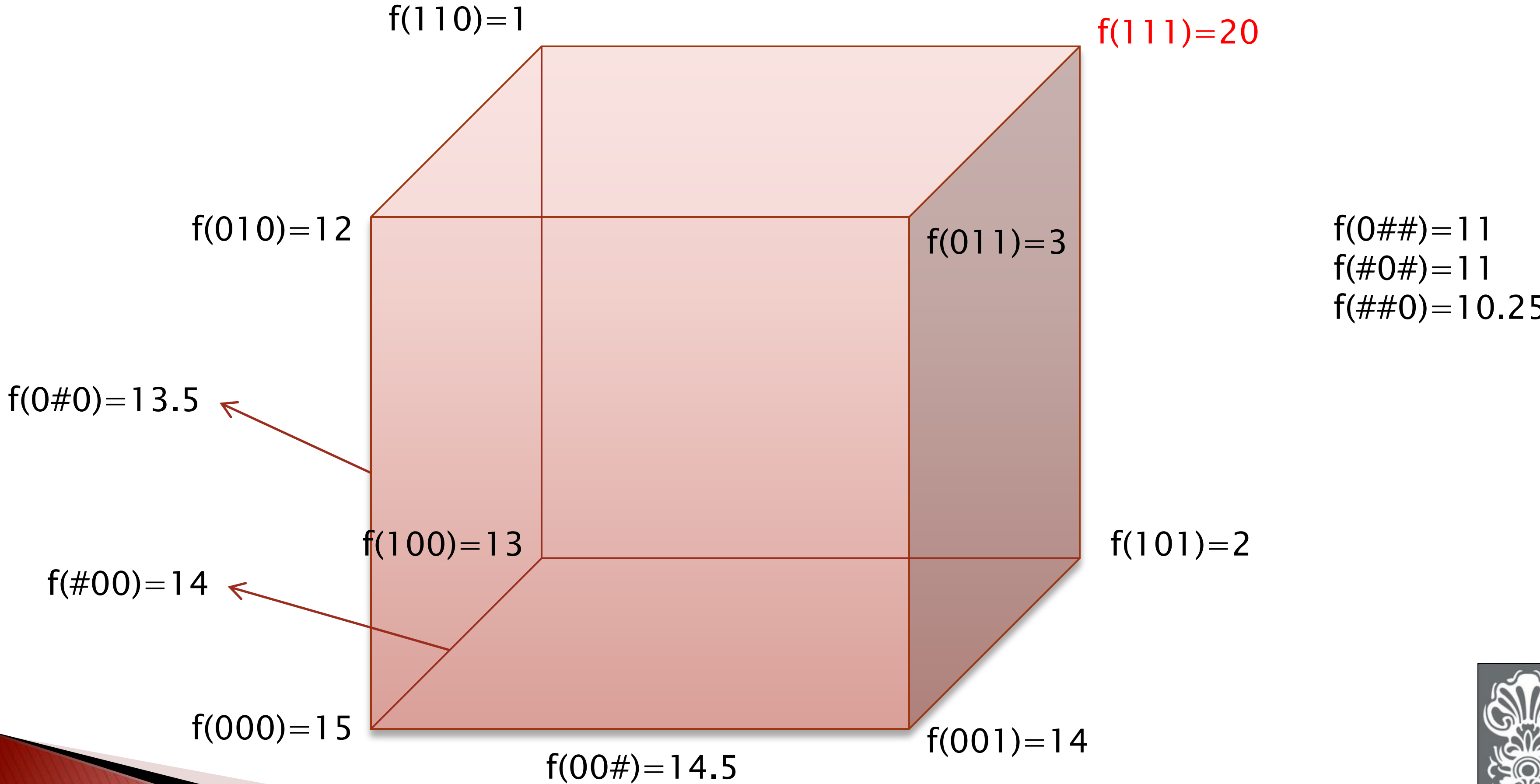
# Teoria dos schemata

$$m(H,P_{t+1}) \geq m(H,P_t)\frac{f(H)}{\bar{f}}\left[1 - p_c\frac{d(H)}{L-1} - p_m o(H)\right]$$

- **Implicações:**
- *Deceptive functions*: quando o GA não funciona bem;
- Se um schema em uma partição que contém o ótimo global possui uma aptidão média inferior a um outro schema em uma partição que contém um ótimo local, o processo evolutivo tende ao ótimo local;

# Teoria dos schemata

- Deceptive function (maximização):




Departamento de Computação (DECOM)
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

# Teoria dos schemata

- Experimento com uma função deceptive de segunda ordem, 18 bits:

- SGA executado 200 vezes por 150 gerações com N=1000, pc=0.8;
- 100 execuções com pm=0.005, 100 execuções com pm=0.1;

- Percentual de convergência para o ótimo global: **14% para pm=0.005 e 29% para pm=0.1**;

- Total de avaliações: 150,000 avaliações em um espaço de busca com 262,144 soluções candidatas!

# Teoria dos schemata

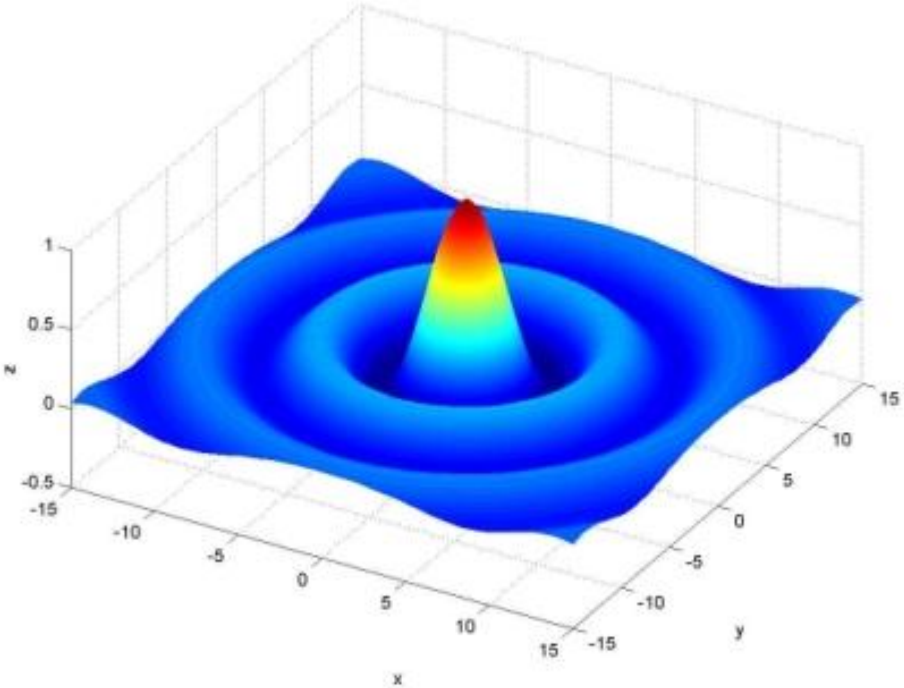
- Experimento com uma função deceptive de segunda ordem, 18 bits:
- Discussão:
- Alta taxa de mutação aumenta a busca aleatória cega do algoritmo;
- Alta taxa de mutação destrói os blocos construtores, reduzindo a tendência forte para o ótimo local;

# Teoria dos schemata

- Felizmente:
- Apesar da importância teórica e experimental, deceptive functions são raramente encontradas na prática;
- Um ótimo global com características deceptive não é muito interessante na prática: pouca robustez;
- Problemas práticos possuem tendências globais que podem ser exploradas eficientemente pelo algoritmo genético e seu processamento paralelo de schemata!

# Trabalho computacional

- Maximização da função sinc de duas variáveis (código binário, gray);



# Algoritmos genéticos

- Questões de projeto:

- Representação (genótipo – fenótipo);
- Operadores de seleção;
- Operadores de reprodução;

# Representação

- As operações dos algoritmos evolutivos atuam na representação (genótipo) das soluções candidatas da população;

- Como vimos, na terminologia dos AGs faz-se um paralelo com a terminologia usada na Biologia:

- Gene – código para o parâmetro ou variável de otimização;
- Cromossomo – representação abstrata de uma solução candidata (genótipo);
- Indivíduo – solução candidata (fenótipo);
- População – conjunto de soluções candidatas;
- Geração – iteração, sequência de populações;
- Aptidão – medida de qualidade atribuída a um indivíduo da população;

# Representação

- As operações dos algoritmos evolutivos atuam na representação (genótipo) das soluções candidatas da população;

- Representação binária:

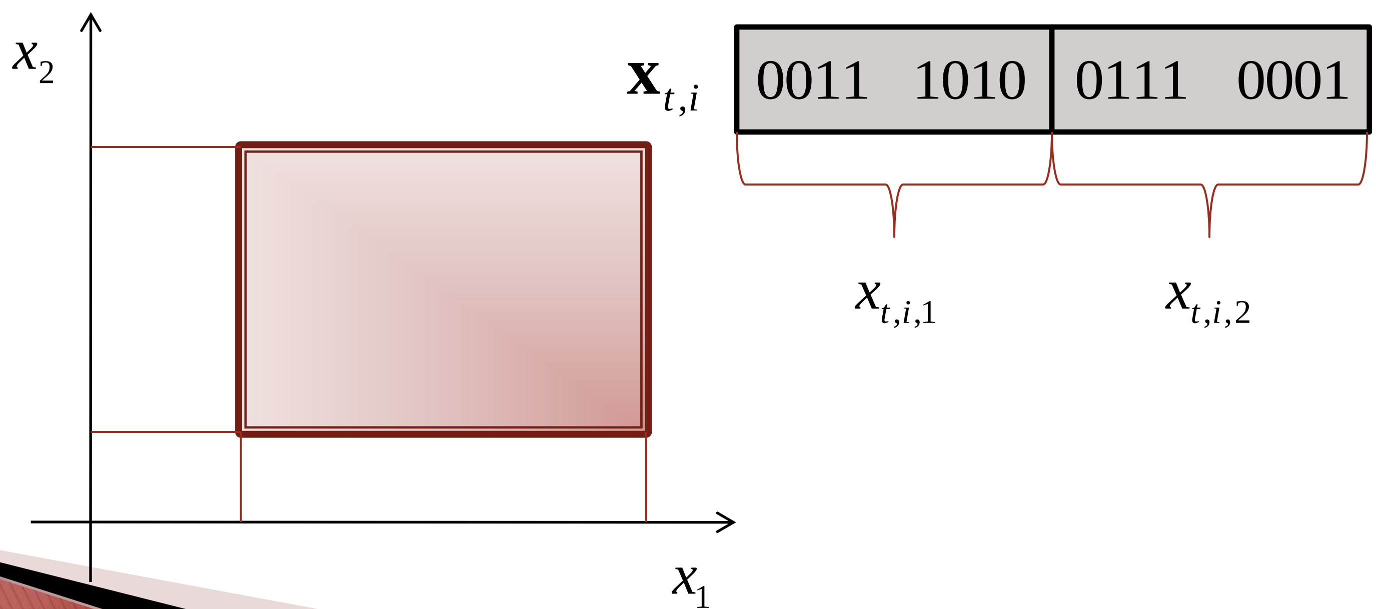
  - Indicado em problemas de decisão (problema da mochila);
  - Pode representar variáveis inteiras e reais;
  - Codificação Gray;
  - Teoria do schemata;

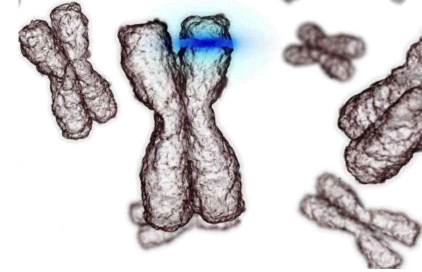
$$[1 \quad 3 \quad 2 \quad 6 \quad 4 \quad 5] \Rightarrow [001 \quad 011 \quad 010 \quad 110 \quad 100 \quad 101]$$

# Representação

- Representação binária – codificação:

$$x_k \in [a_k, b_k] \Rightarrow \varepsilon_k = \frac{b_k - a_k}{2^L - 1}$$

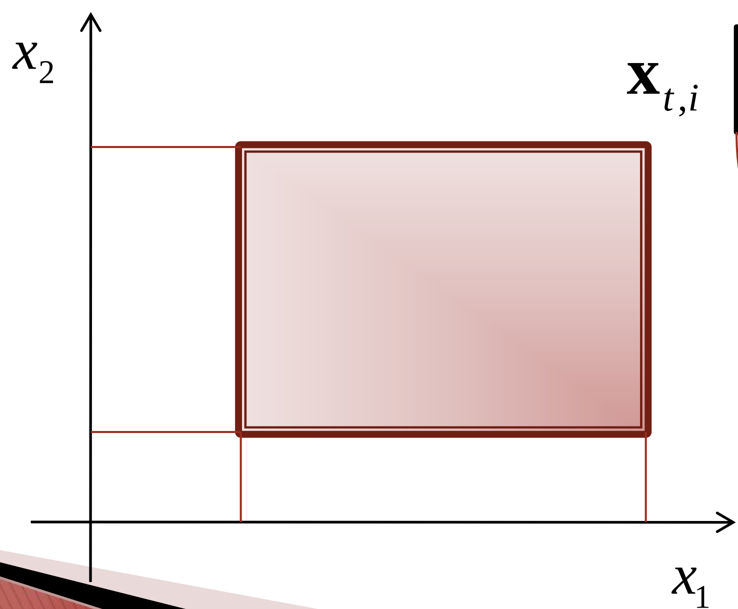




# Representação

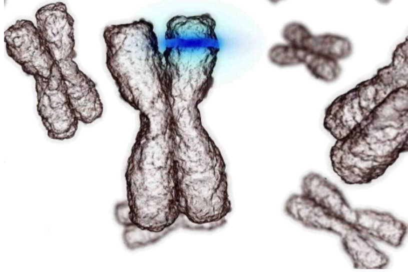
- Representação binária – decodificação:

$$x_{t,i,k} = a_k + \varepsilon_k \sum_{r=1}^{L_k} c_{t,i}[kr]2^{L_k - r}$$




$$\mathbf{x}_{t,i} \quad \underbrace{\boxed{0011 \quad 1010}}_{x_{t,i,1}}\underbrace{\boxed{0111 \quad 0001}}_{x_{t,i,2}}$$

# Representação



- Representação binária – codificação Gray:

- Garante que inteiros consecutivos tenham distância de Hamming igual a 1.
  - Ex.: Na codificação tradicional, 0111 (7) e 1000 (8) possuem distância Hamming igual a 3;

- Útil em problemas em que os inteiros representam quantidades ordenáveis;

- Preserva o princípio da localidade nos espaços genotípico e fenotípico;

# Representação

- Representação inteira:

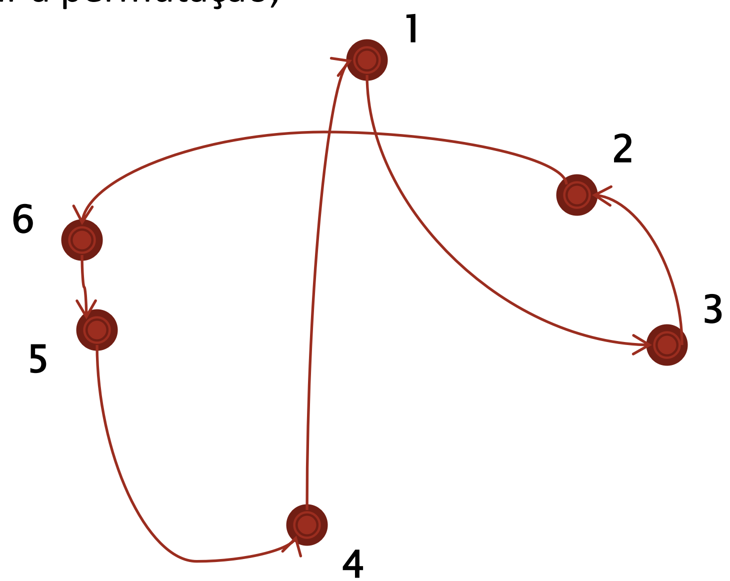
  - Indicado em problemas de otimização inteira;
  - Problema da mochila generalizado;
  - Atributos ordinais (quantitativos) e cardinais (simbólicos, rótulos arbitrários);

$$\{N, S, E, W\} = \{1,2,3,4\}$$

# Representação

- Representação por permutações:
  - Indicado em problemas de otimização inteira, em que deve-se otimizar uma sequência de eventos;
  - Problema do caixeiro viajante, problema de alocação de tarefas;
  - Os operadores de reprodução devem garantir a permutação;

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 6 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$



# Representação

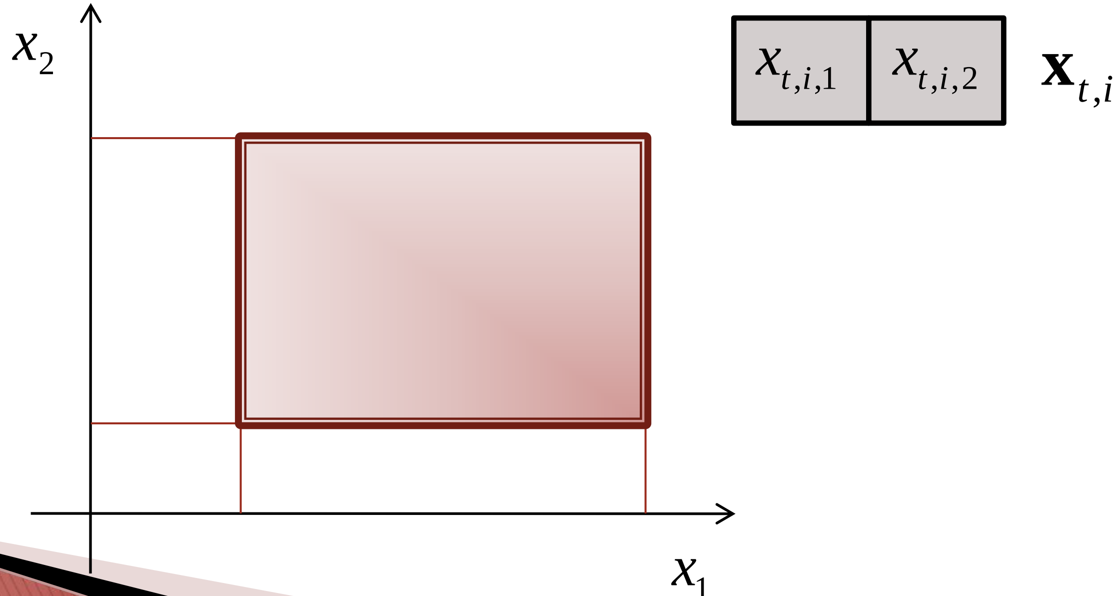
- Representação por permutações:

- Problemas baseados em adjacência (TSP, ciclos);
- Problemas baseados em ordem (sequenciamento de tarefas);

$$\begin{bmatrix}1 & 3 & 2 & 6 & 5 & 4\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}4 & 1 & 3 & 2 & 6 & 5\end{bmatrix}??$$

# Representação

- Representação real:
  - Indicada em problemas de otimização com variáveis reais (polêmica);
  - Alfabeto de cardinalidade elevada, limitada pela representação em ponto flutuante;



# Representação

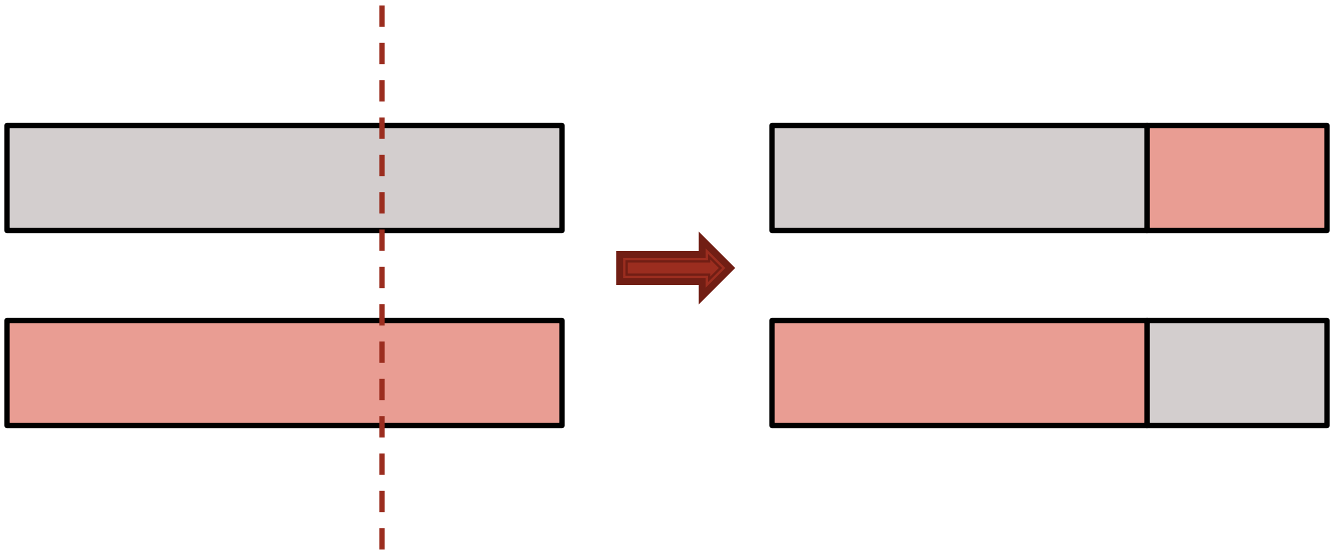
- Outras representações:
  - Matrizes binárias 2D e 3D;
  - Tabelas;
  - Árvores;
  - Representações híbridas: binário-real; binário-permutação, etc;

# Recombinação

- O papel da reprodução é gerar novas soluções candidatas a partir da informação contida nos indivíduos pais;
- A recombinação é uma operação que gera soluções em caminhos que conectam duas soluções distintas no espaço de busca;

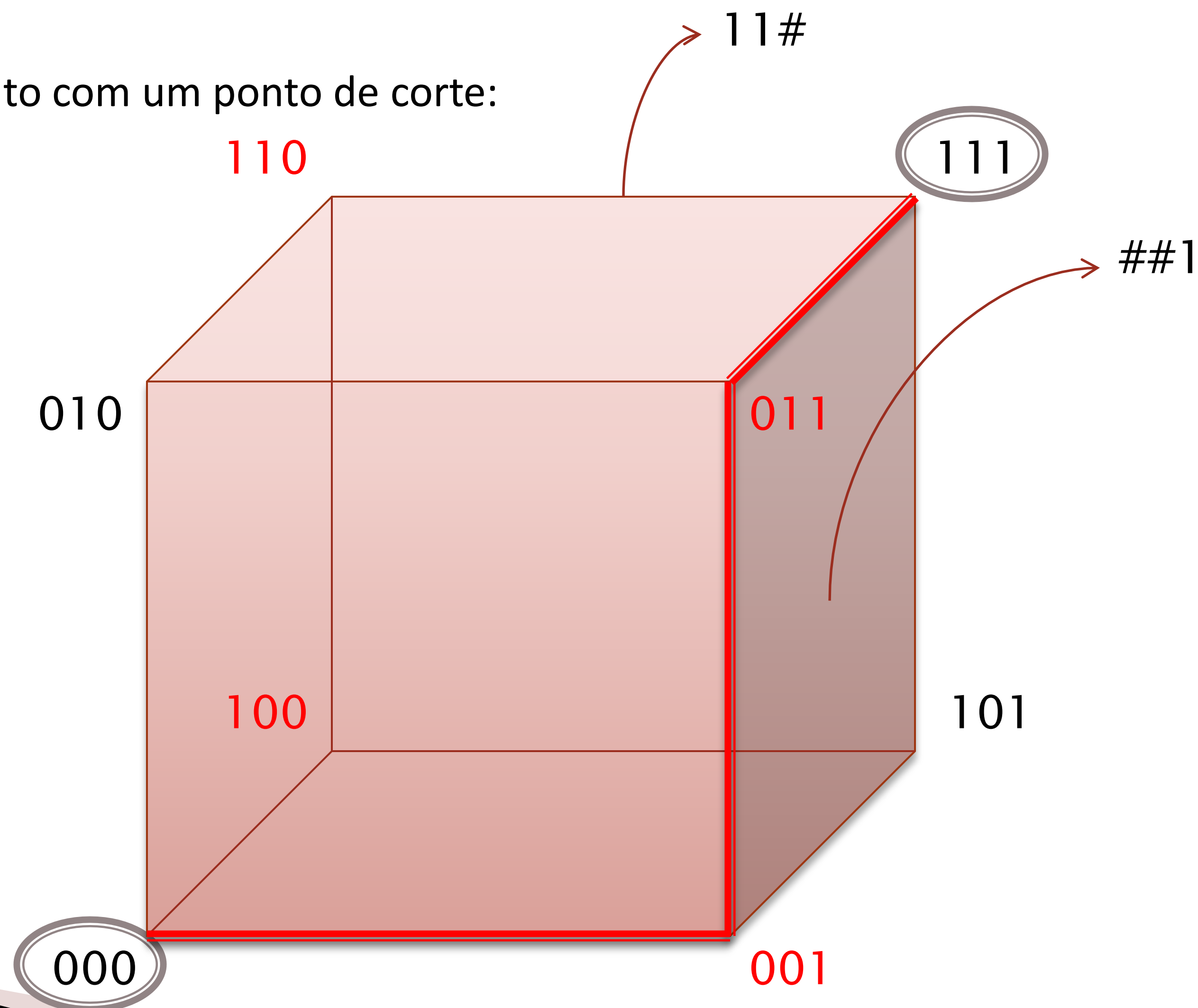
# Recombinação

- Cruzamento com um ponto de corte:



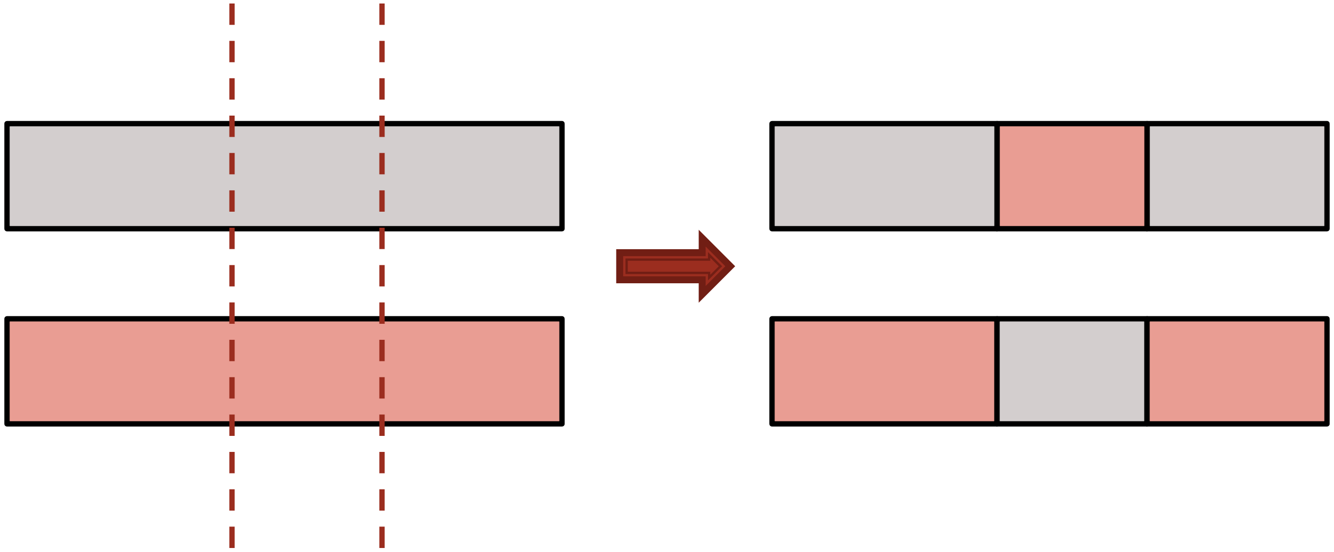
# Recombinação

- Cruzamento com um ponto de corte:



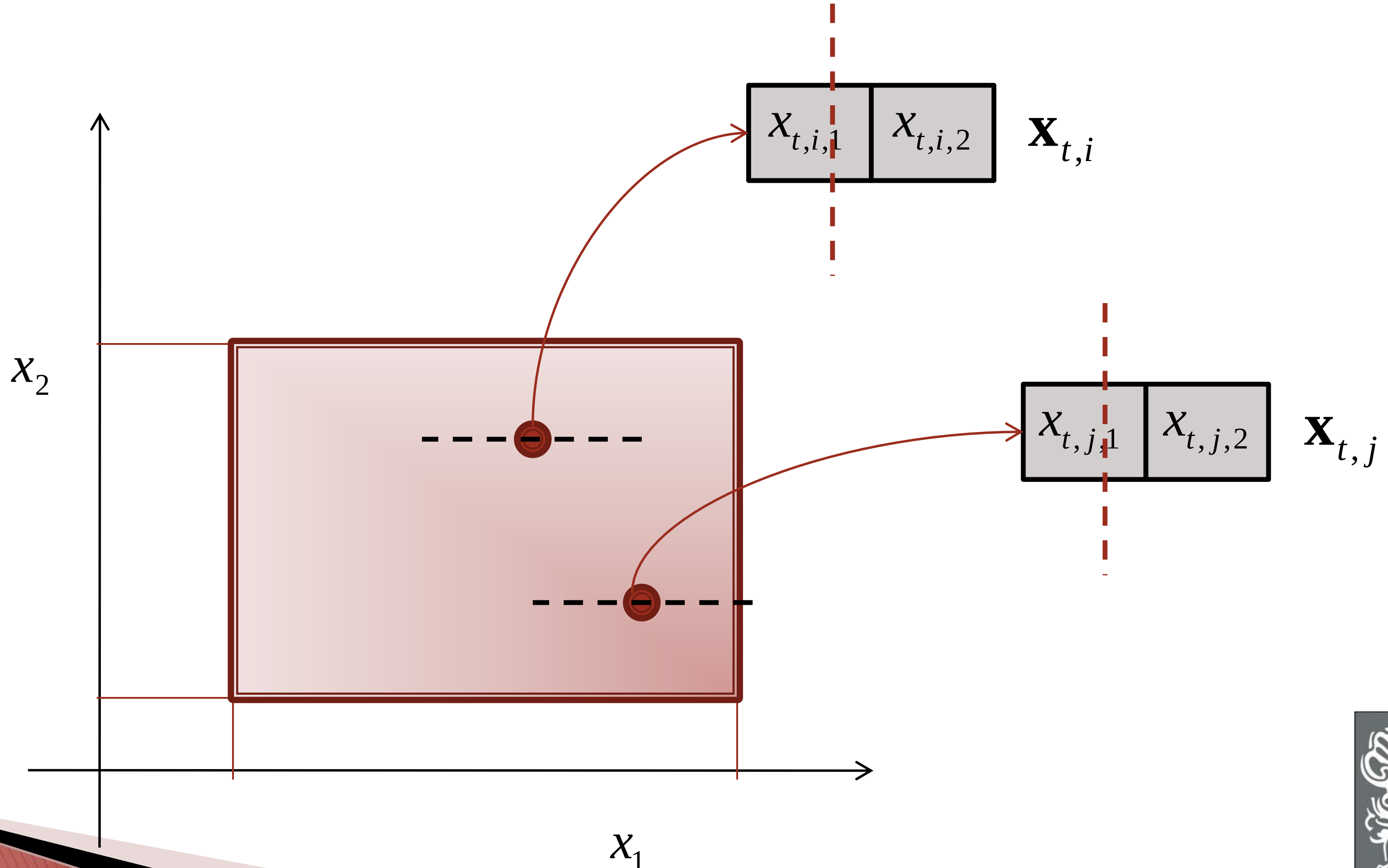
# Recombinação

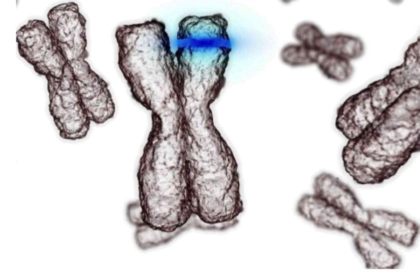
- Cruzamento com N pontos de corte e polarização posicional:



# Recombinação

- Efeito de busca ortogonal





# Recombinação

- No cruzamento uniforme, cada alelo é herdado do pai 1 com probabilidade p, e herdado do pai 2 com probabilidade (1-p)

$$\begin{pmatrix}0.60 & 0.07 & 0.92 & 0.83 & 0.07 & 0.88 & 0.91 & 0.53\end{pmatrix}$$

$$\mathbf{x}_{t,1} \quad \boxed{0011\quad 1010} \boxed{0111 \quad 0001}$$

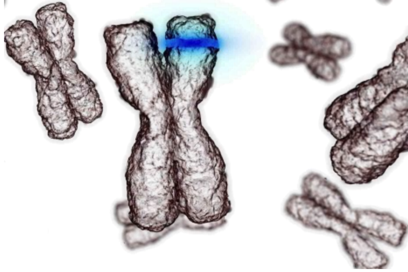
$$\mathbf{x}_{t,2} \quad \underbrace{\boxed{0011\quad 1010}}_{x_{t,i,1}} \underbrace{\boxed{0111 \quad 0001}}_{x_{t,i,2}}$$

# Recombinação

- Recombinação para representação real:
  - Discreta – extensão da recombinação de cadeias binárias;
  - Aritmética – média, intermediária, convexa;

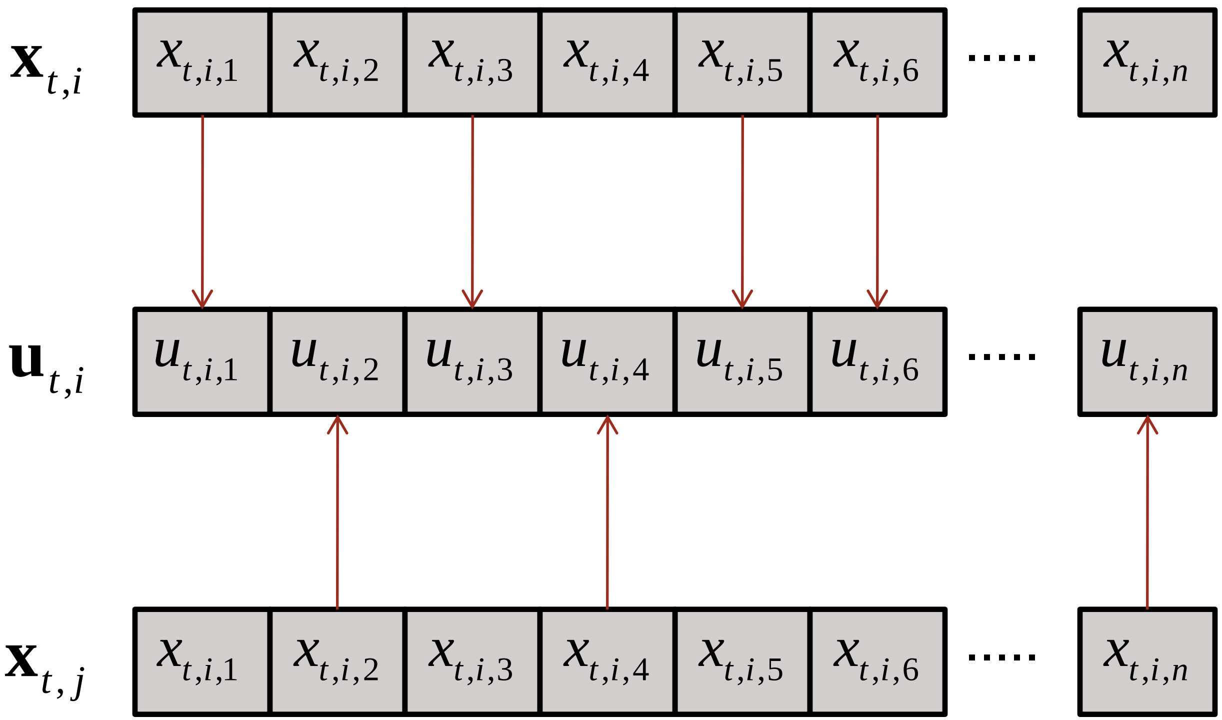
$$u_{t,i,j} = \lambda x_{t,1,j} + (1-\lambda) x_{t,2,j}$$

$$\lambda = U_{[0,1]}$$



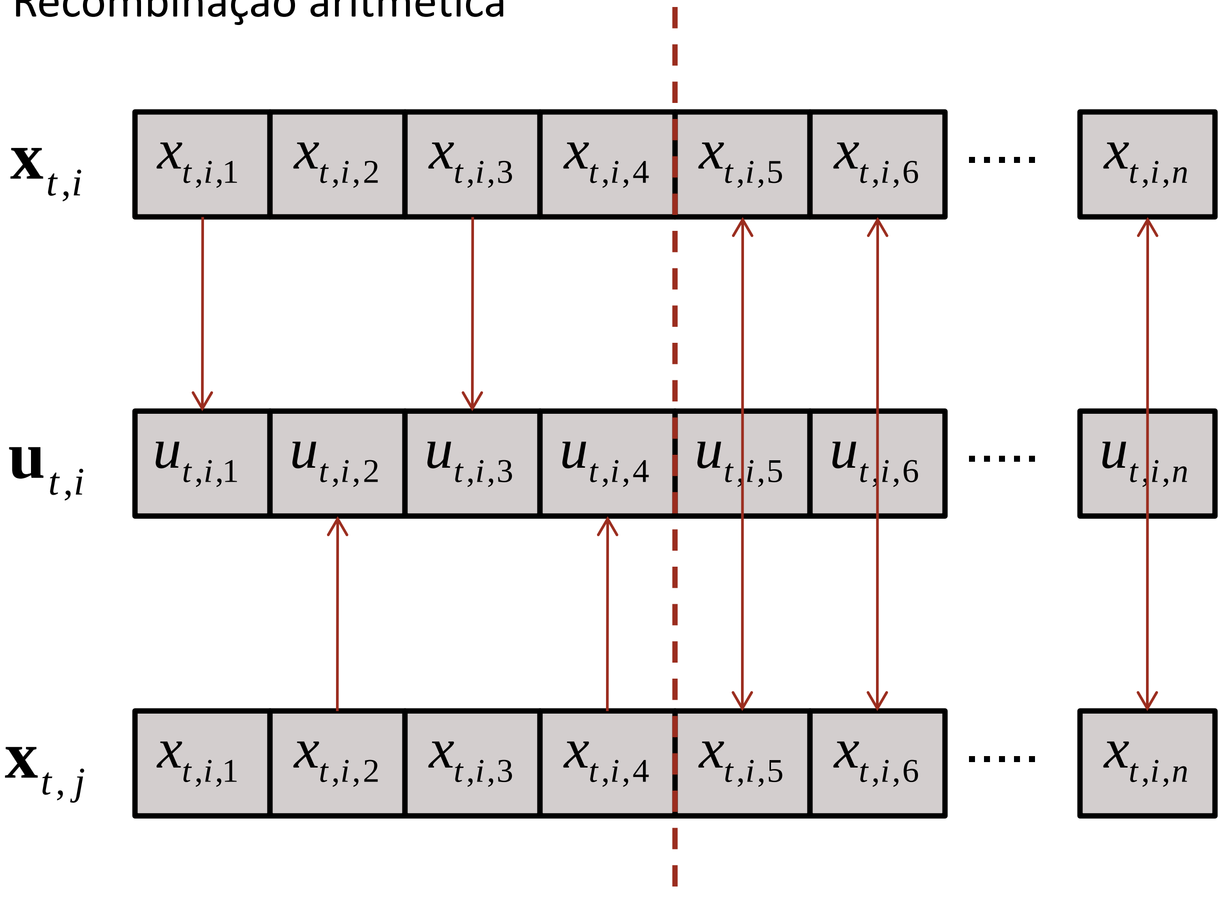
# Recombinação

- Recombinação discreta



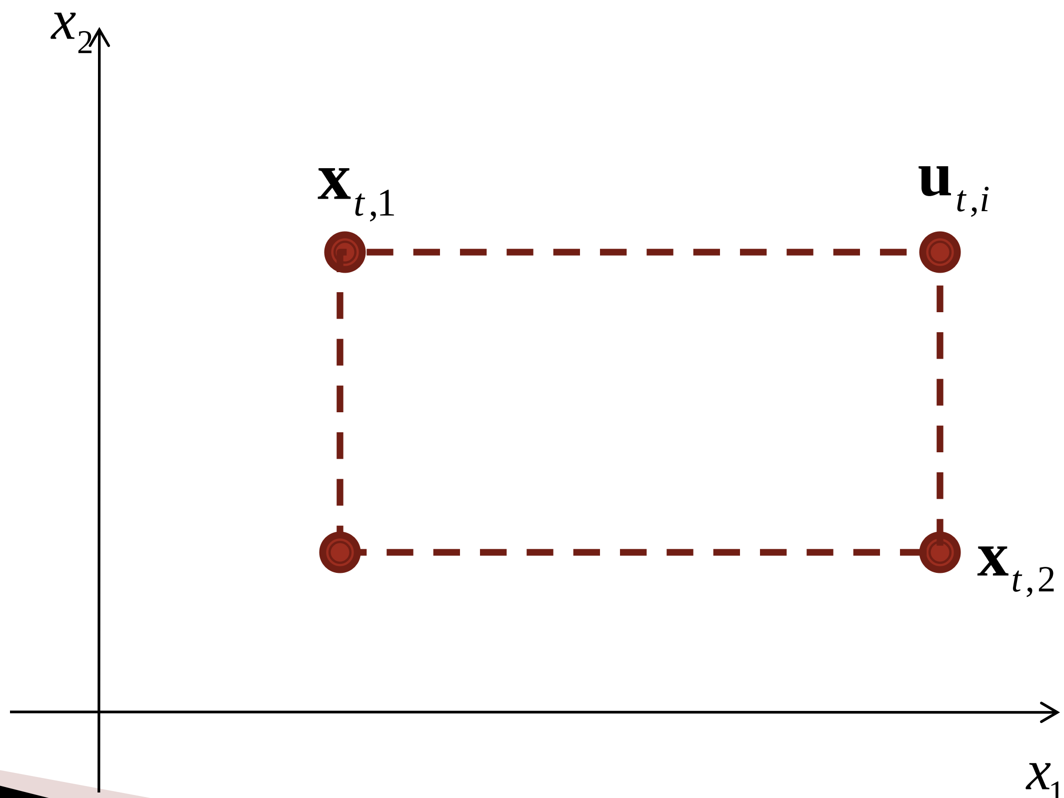
# Recombinação

- Recombinação aritmética



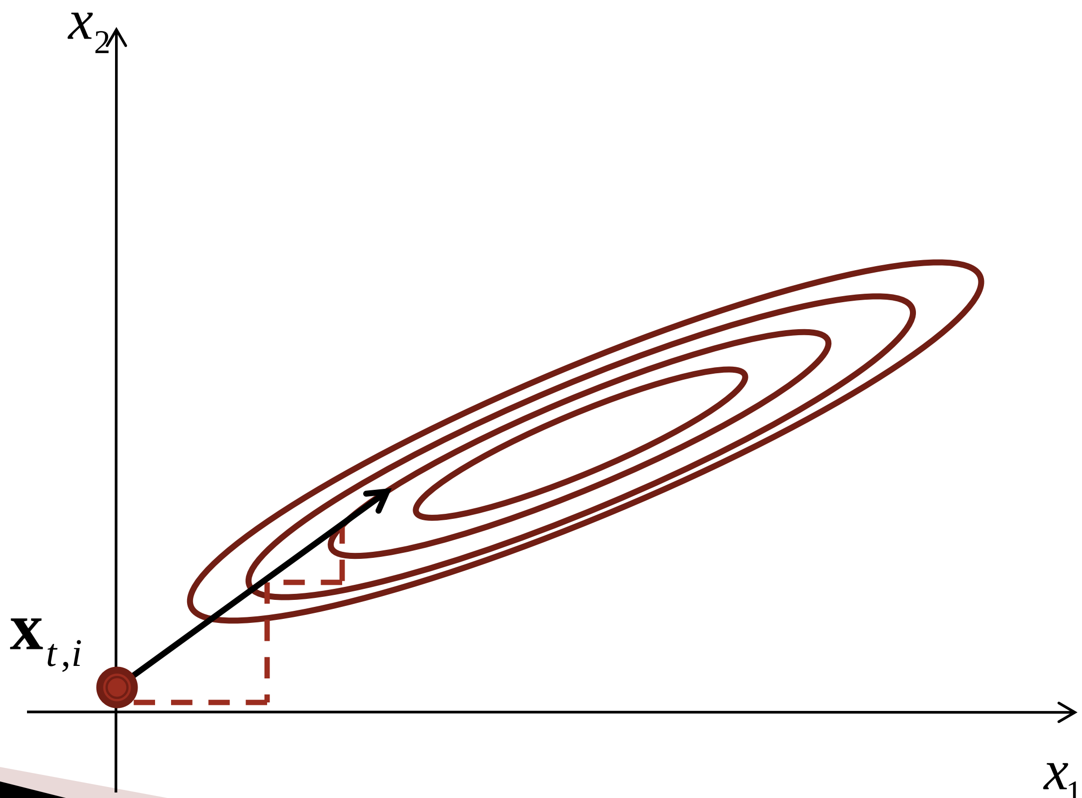
# Recombinação

- A recombinação discreta não produz novos valores e causa passos ortogonais;



# Recombinação

- A recombinação discreta não produz novos valores e causa passos ortogonais;

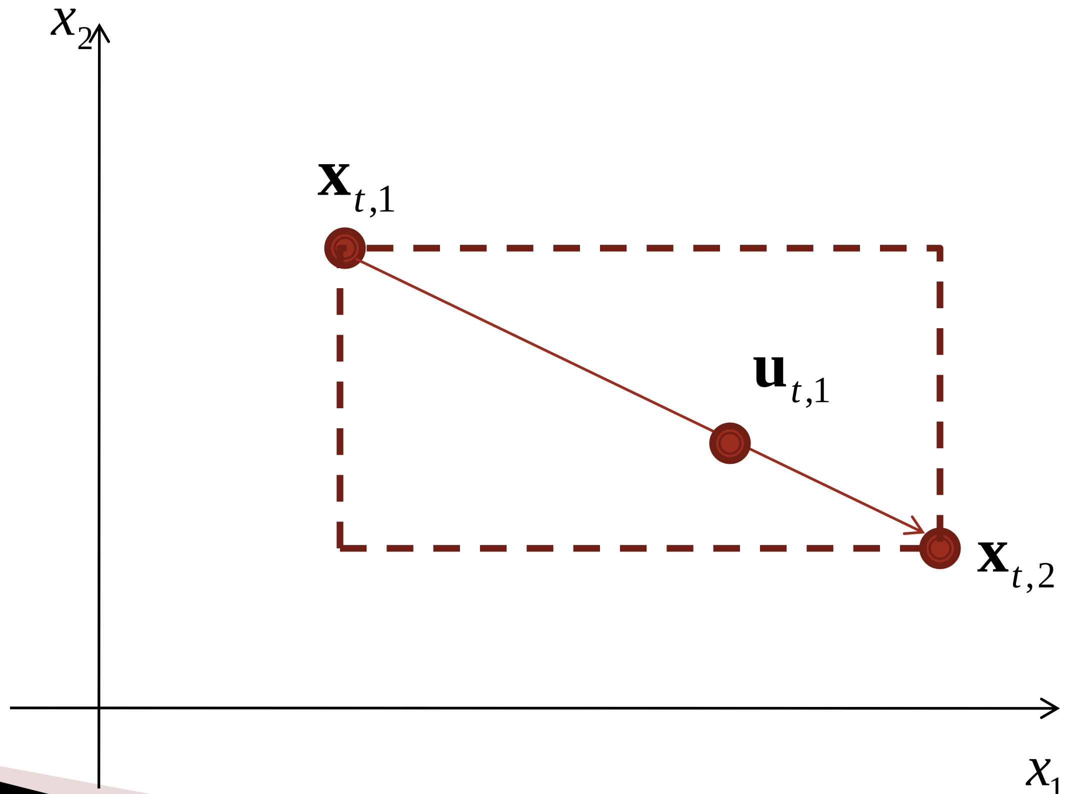




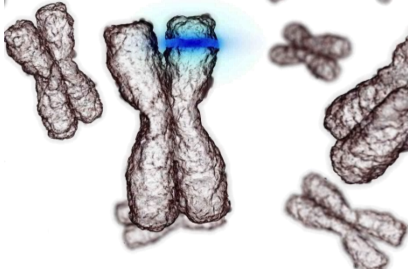
Departamento de Computação (DECOM)
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

# Recombinação

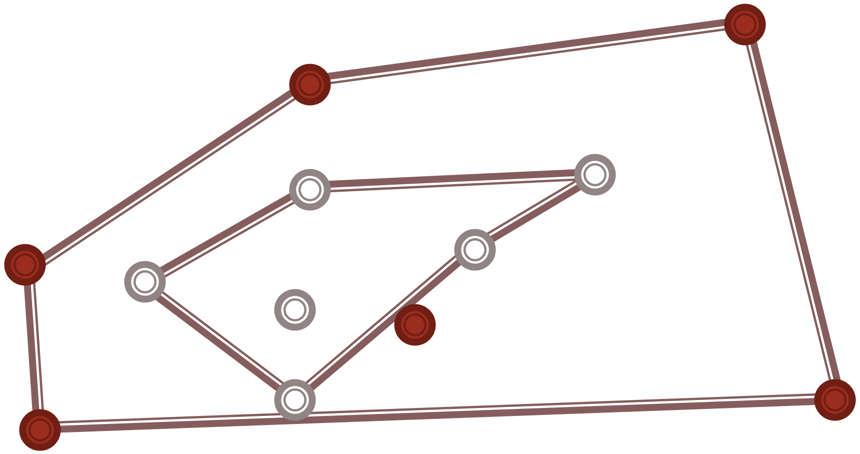
- A recombinação convexa pode gerar novos valores e produzir modificações em todas as coordenadas;

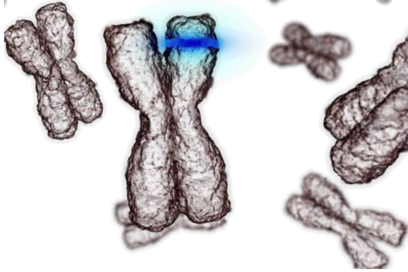


# Recombinação



- Recombinação aritmética:
- Vantagem: capaz de gerar novos valores na faixa de variação dos alelos dos pais;
- Desvantagem: redução da faixa de variação dos alelos mesmo na ausência de pressão seletiva – contração do volume ocupado pelos indivíduos;





# Recombinação

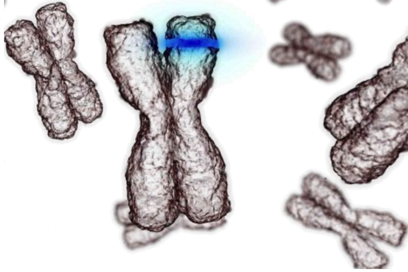
- Recombinação de permutações:
- PMX – Partially Mapped Crossover

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{x}_{t,i}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\mathbf{x}_{t,j}$ | 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | 3 | 7 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 4 |

Solução inválida

Departamento de Computação (DECOM)
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)



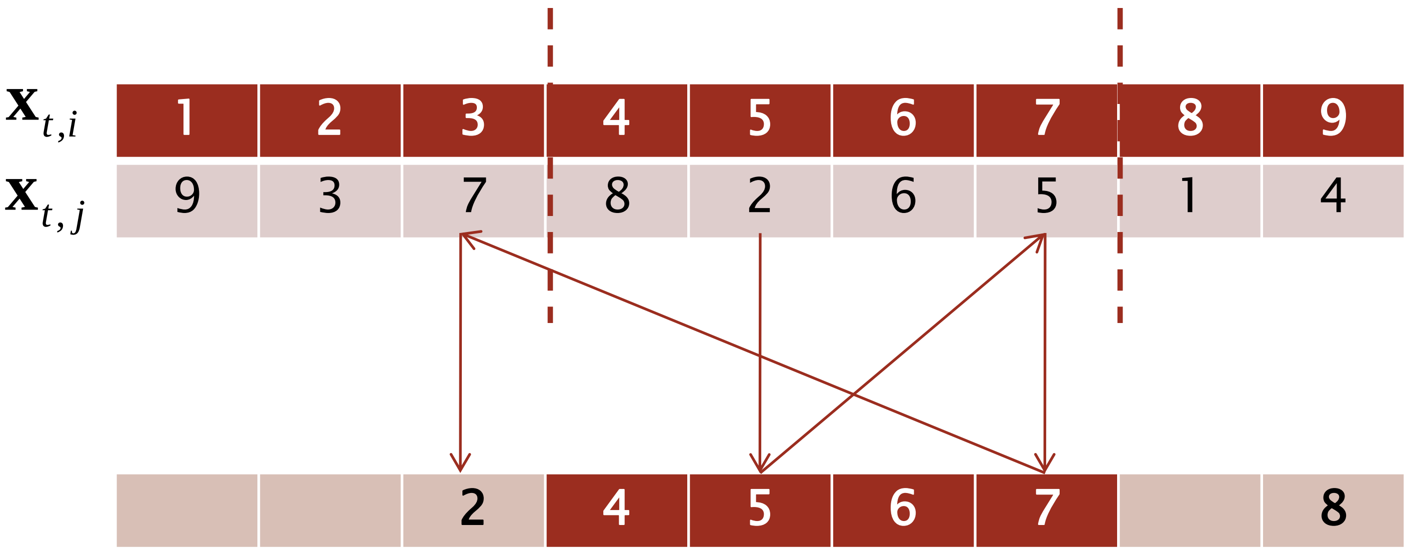
# Recombinação

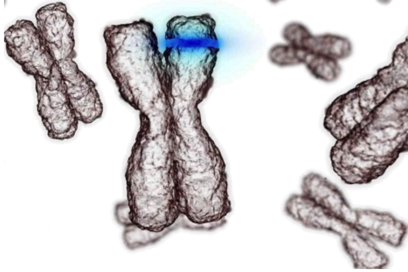
- Recombinação de permutações:
- PMX – Partially Mapped Crossover

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{x}_{t,i}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\mathbf{x}_{t,j}$ | 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |
| | | | | 4 | 5 | 6 | 7 | | 8 |

# Recombinação

- Recombinação de permutações:
- PMX – Partially Mapped Crossover



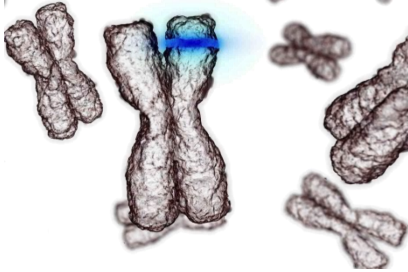


# Recombinação

- Recombinação de permutações:
- PMX – Partially Mapped Crossover

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{x}_{t,i}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\mathbf{x}_{t,j}$ | 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |
| | 9 | 3 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 8 |

Departamento de Computação (DECOM)
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)



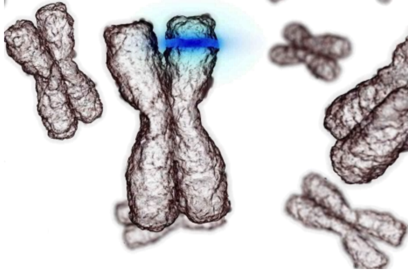
# Recombinação

- Recombinação de permutações:

- OX – Order Crossover

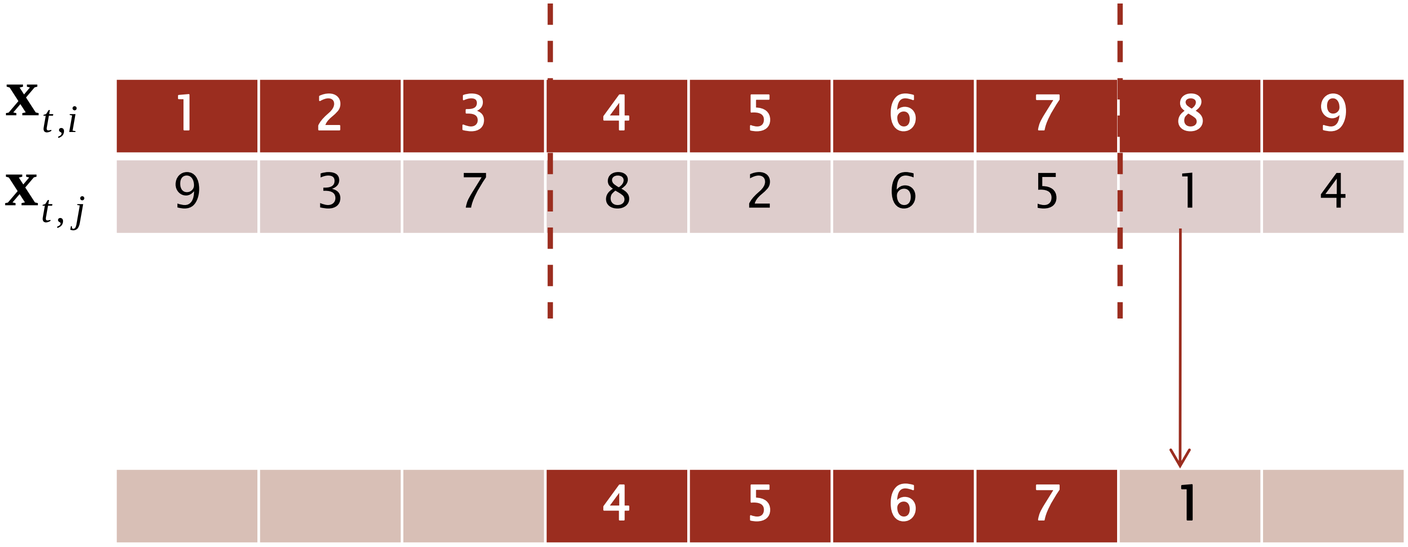
| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{x}_{t,i}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\mathbf{x}_{t,j}$ | 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 4 | 5 | 6 | 7 | | |

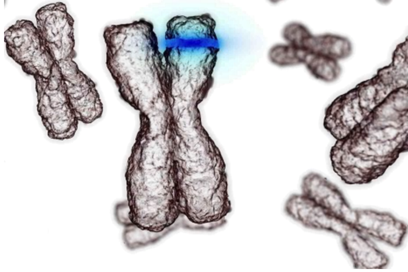


# Recombinação

- Recombinação de permutações:
- OX – Order Crossover




Departamento de Computação (DECOM)
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

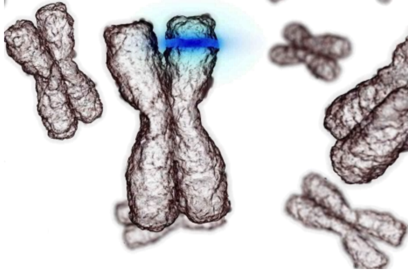


# Recombinação

- Recombinação de permutações:
- OX – Order Crossover

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{x}_{t,i}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\mathbf{x}_{t,j}$ | 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 9 |



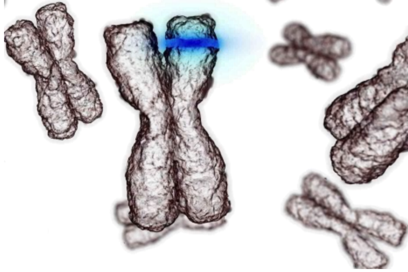
# Recombinação

- Recombinação de permutações:

- OX – Order Crossover

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{x}_{t,i}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\mathbf{x}_{t,j}$ | 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |
| | 3 | | | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 9 |

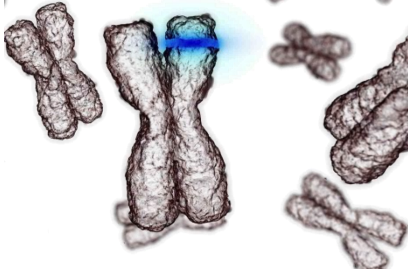
# Recombinação



- Recombinação de permutações:

- OX – Order Crossover

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{x}_{t,i}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\mathbf{x}_{t,j}$ | 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |
| | 3 | 8 | | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 9 |



# Recombinação

- Recombinação de permutações:

- OX – Order Crossover

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\mathbf{x}_{t,i}$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $\mathbf{x}_{t,j}$ | 9 | 3 | 7 | 8 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 |
| | 3 | 8 | 2 | 4 | 5 | 6 | 7 | 1 | 9 |

# Recombinação

- Recombinação de permutações:

- PMX – Partially Mapped Crossover:
  - herda um segmento de um pai, e tenta preservar o máximo de posições fixas do outro pai, evitando repetições;
  - Arestas comuns aos dois pais podem não estar presentes nos filhos;

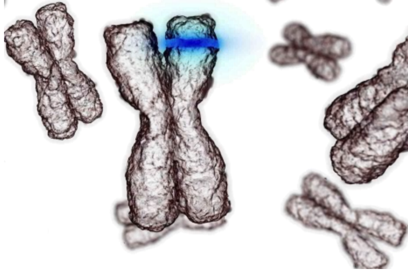
- OX – Order Crossover:
  - Herda um segmento de um pai, e preserva a ordem relativa do segundo pai, evitando repetições;
  - Arestas comuns aos dois pais podem não estar presentes nos filhos;

- Outros operadores: variantes do PMX, Edge Crossover, Cycle Crossover, etc…

# Recombinação

- Recombinação com múltiplos “pais”:
- Baseado em frequência de alelos;
- Baseado em segmentação e recomebinação de fragmentos de mais de 2 pais;
- Baseado em operações sobre alelos com valores reais (centro de massa, no politopo dos pais, etc);

# Mutação



- Representação binária:
  - Mutação por inversão de bits;
  - Taxa de mutação por bit e por indivíduo;

- Representação real:
  - Perturbação aleatória – Gaussiana, Cauchy, Caótica;

$$\mathbf{u}_{t,i} \leftarrow \mathbf{u}_{t,i} + \nu$$

$$\mathbf{u}_{t,i} \leftarrow \mathbf{u}_{t,i} + N(\mathbf{C},\mathbf{0})$$

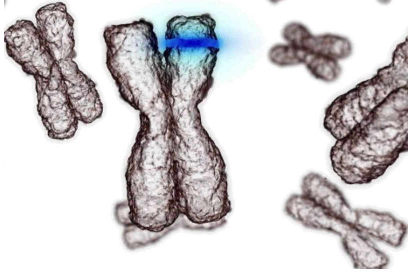
# Mutação

- Representação por permutações:
  - Troca (Swap);
  - Inserção;
  - Inversão (2-opt, k-opt);
  - Scramble;

# Seleção

- Seleção para reprodução:
  - Seleção proporcional à aptidão;
  - Decimação;
  - Seriação;
  - Torneio;

# Seleção

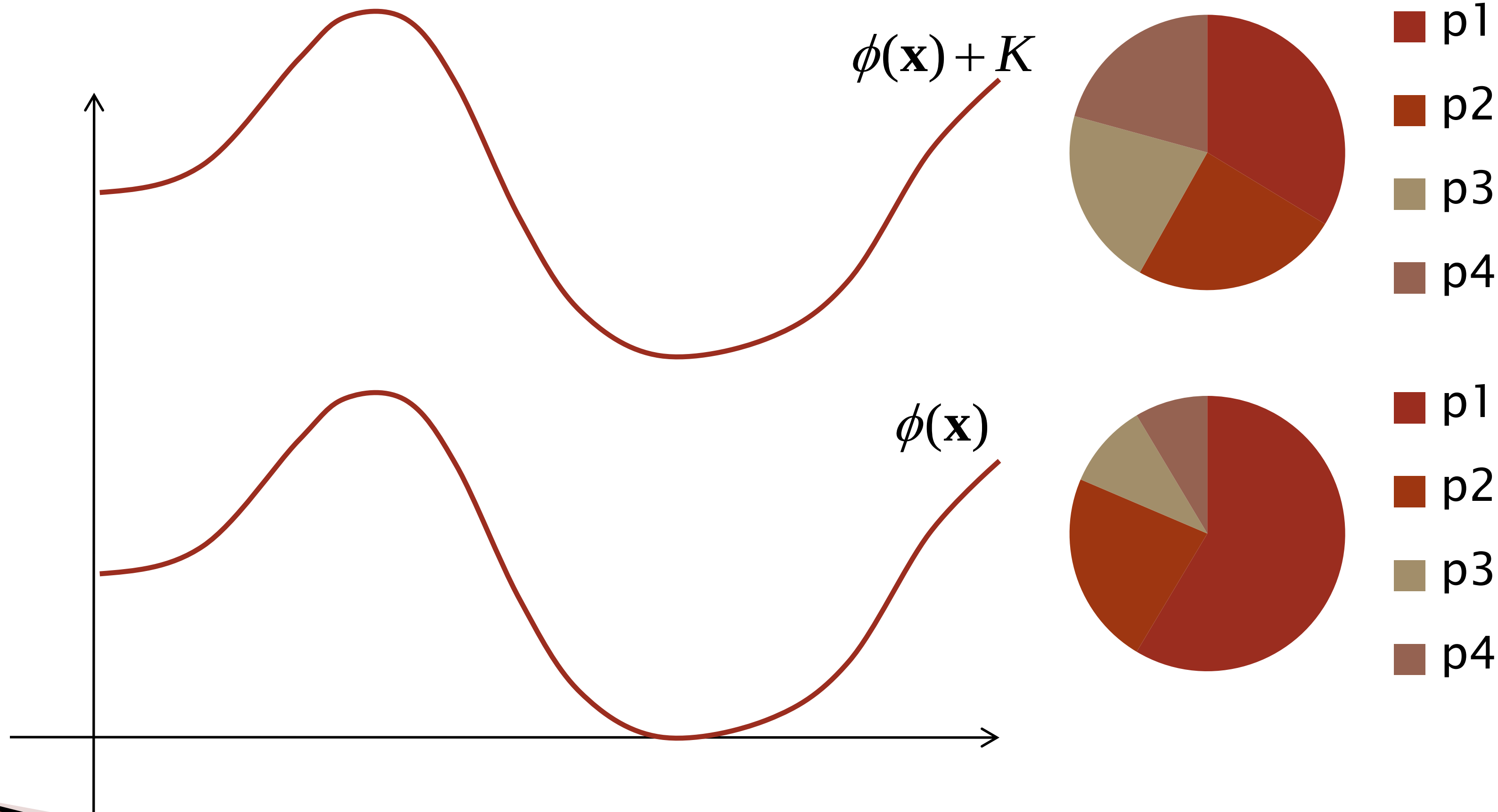


- Seleção proporcional ao valor de aptidão
- Probabilidades de seleção determinadas de acordo com os valores de aptidão:

$$\rho_{t,i} = \frac{\phi(\mathbf{x}_{t,i})}{\sum_{k=1}^{N} \phi(\mathbf{x}_{t,k})}$$

- Problemas:
  - Superindivíduos;
  - Perda de pressão seletiva – flutuação – em regiões em que a função varia pouco ou próximo à solução ótima;
  - Sensibilidade aos valores da função de aptidão;

# Seleção



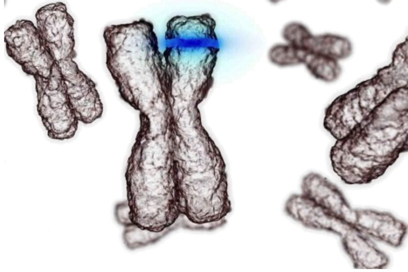
# Seleção

- Solução parcial: escalonar os valores de aptidão de acordo com a média da população;

- Goldberg (1989) propôs o escalonamento sigma:

$$\varphi'(x) = \max[\varphi(x) - (\bar{\varphi} - c\sigma), 0]$$

# Seleção



- Implementação computacional da seleção proporcional à aptidão

```
Para cada indivíduo i faça:
          calcule probabilidade de seleção p[i];
Fimpara

Para cada i faça:
          u ← U(0,1);
          j ← 1;
          S ← 0;
          Enquanto S<u faça:
                    S ← S + p[j]; j ← j+1;
          fimenquanto
          Selecione indivíduo j de P(t);
Fimpara
```

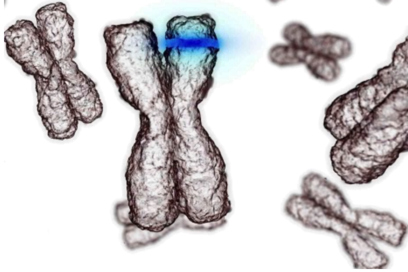
# Seleção

- Decimação

- Forma de seleção simples e determinística;

  - Somente os melhores indivíduos são selecionados;
  - Usado na seleção para sobrevivência em estratégias evolutivas;

- Problemas:
  - Perda de diversidade;
  - Boas características (bons genes) podem ser perdidos – nos estágios iniciais, bons genes podem estar presentes em indivíduos ruins;
  - Forte pressão seletiva;



# Seleção

- Seriação

- Na seleção proporcional à aptidão, a seleção é fortemente dependente dos valores da função de aptidão;

- Pode-se determinar as probabilidades de seleção de acordo com a ordenação dos indivíduos;

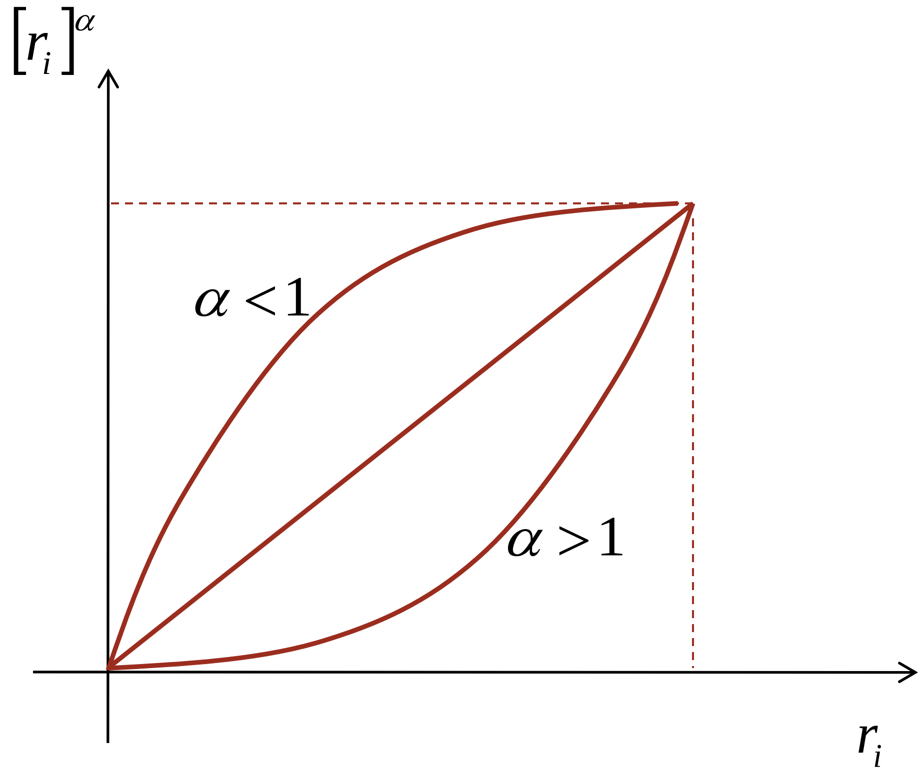
# Seleção

- Seriação

- Controle sobre a pressão seletiva

$$\rho_{t,i} = \frac{[r_i]^\alpha}{\sum_{k=1}^{N} [r_k]^\alpha}$$

$$[1, N] \rightarrow [1,0]$$



# Seleção

- Seleção por torneio

- Forma de seleção estocástica bastante popular, inspirada em torneios para acasalamento:

  - Selecione T indivíduos com probabilidade uniforme;
  - Competição entre os T indivíduos, o mais apto vence;
  - Empates decididos aleatoriamente;

- Controle sobre a pressão seletiva:

  - T=1: seleção uniforme;
  - T=N: seleção determinística;

# Substituição

- Geracional
  - Método mais comum em algoritmos genéticos;
- Substituição do pior
  - Cada novo indivíduo substitui o pior indivíduo da população corrente;
  - Foco no melhor indivíduo;
- Estacionário
- Elitismo
  - O melhor indivíduo é sempre reinserido na população;
  - Essencial?