



Universidade Federal de Ouro Preto
Departamento de Computação



Modelos e Métodos de Resolução para Problemas de Escalonamento de Projetos



Group of Optimization and Algorithms

Haroldo Gambini Santos
Túlio A. Machado Toffolo
Marco A.M. de Carvalho
Janniele A. Soares

Quem somos?



- GOAL: grupo de pesquisa e desenvolvimento de algoritmos de otimização
- Universidade Federal de Ouro Preto
- Departamento de Computação
- Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação - UFOP

Alguns Resultados : Competições de Otim.



- 1º Lugar ITC 2011 : International Timetabling Competition



- 3º lugar MISTA 2013 Challenge : Multi-Project Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling



Motivação

- Projetos complicados **requerem** Planejamento
 - requerimento legal com frequência
- Planejamento ruim pode resultar em:
 - desperdício de mão de obra que espera por outras tarefas
 - tarefas que não podem iniciar devido a problemas de suprimento
 - ...

Nomenclatura

- Tarefas: atividades (trabalhos) que devem ser executadas, com duração estimada e (opcional), uso de recursos
- Eventos: instante onde ocorre algo significativo, ex.: término de uma tarefa
- Rede (Grafo): diagrama de nós e arcos usado para ilustrar dependências
- Caminho: sequência de tarefas

Projeto: Construção de Casa



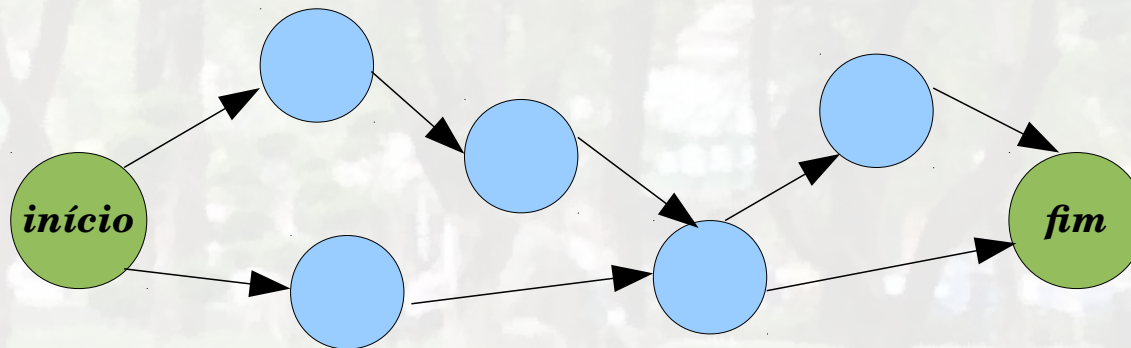
- Atividades:
 - muro
 - fundação
 - paredes
 - telhado
 - esquadrias
 - pintura
- Atividades requerem
 - Tempos de execução
 - Realização de Outras Atividades (precedência)
 - Recursos

Atividades

| Atividade | Tempo (dias) | Requer |
|------------|--------------|---------------------------|
| Muro | 14 | |
| Fundação | 21 | |
| Paredes | 18 | Fundação |
| Telhado | 10 | Paredes |
| Esquadrias | 5 | Paredes |
| Pintura | 7 | Paredes, Esquadrias, Muro |

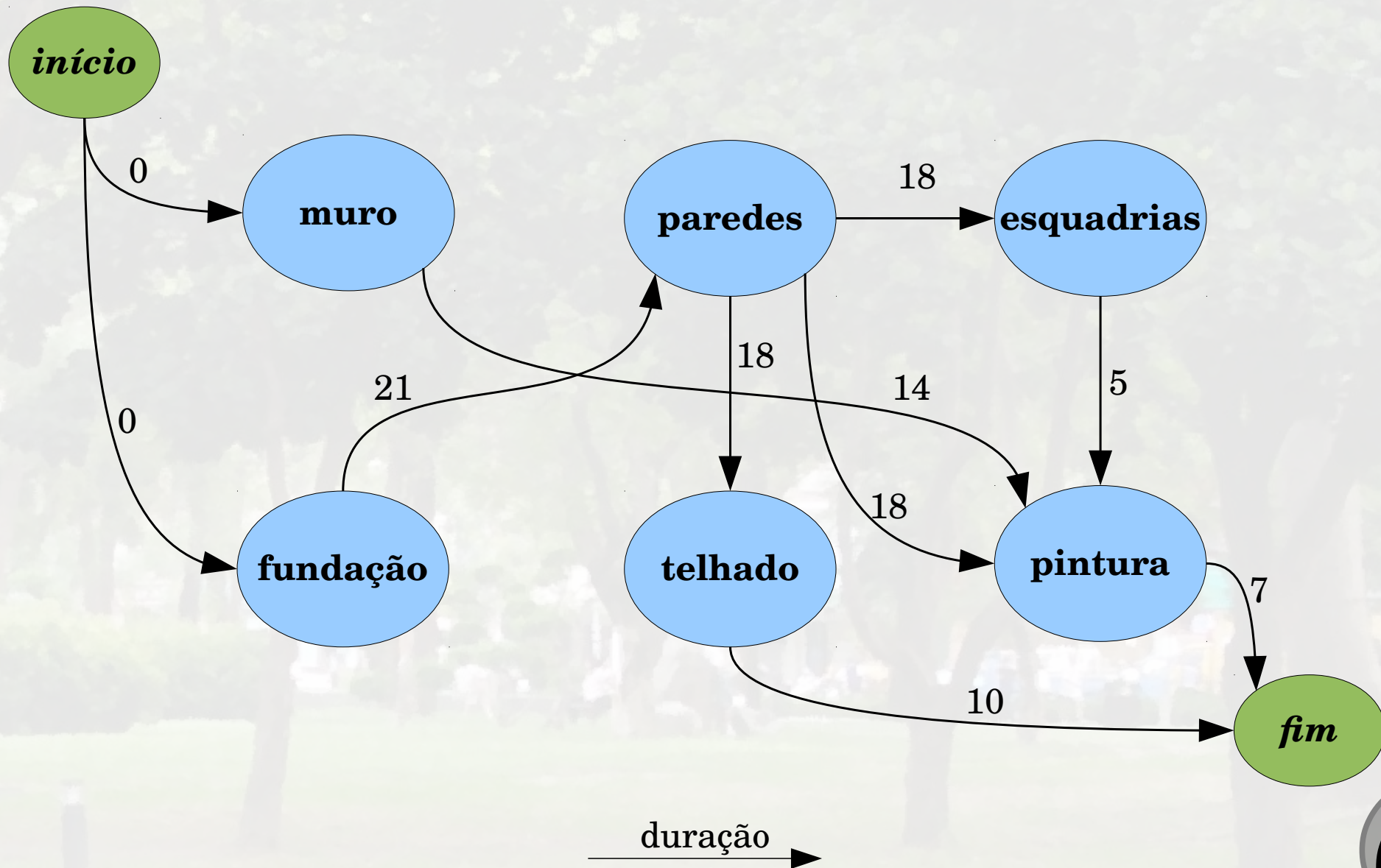
Representação: *AeN* (atividades em nós)

- Grafo $G=(V,A)$: cada vértice é uma tarefa e cada arco (i,j) indica que a tarefa i deve ser processada antes da tarefa j
- Duas tarefas *fictícias*, com duração zero, podem ser usadas nó de *início* e nó de *fim*
- Características: **Grafo Acíclico Direcionado**



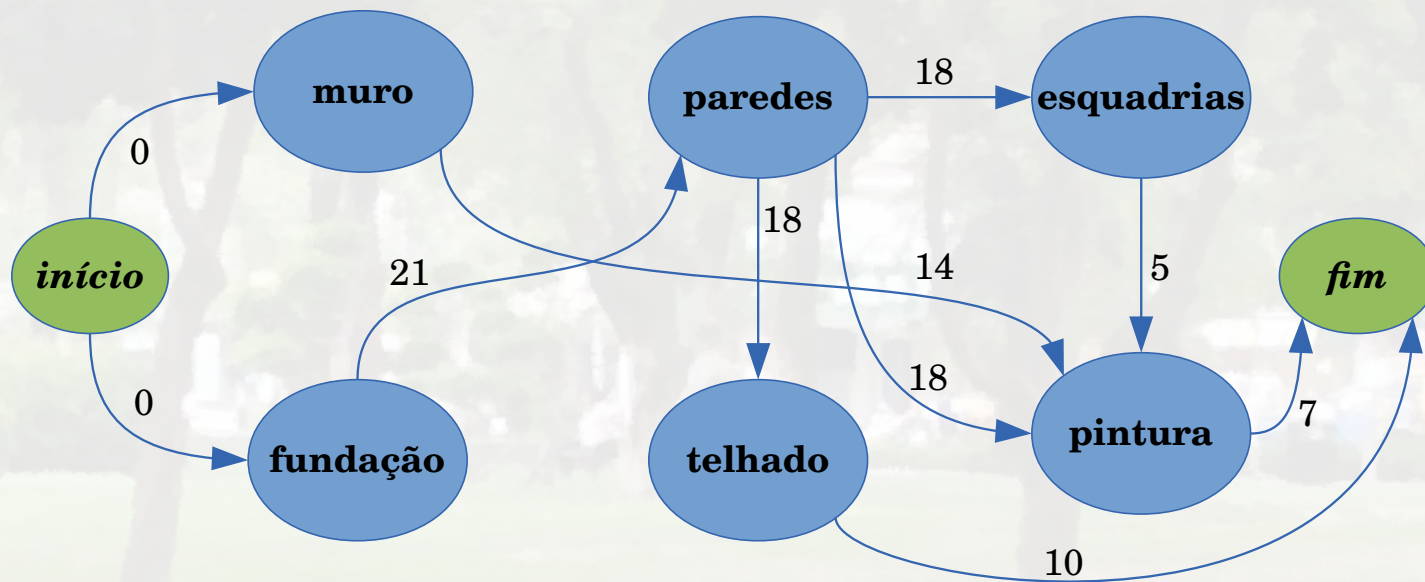
significado de proibição dos ciclos ?

Visualizando – Grafo de Dependências

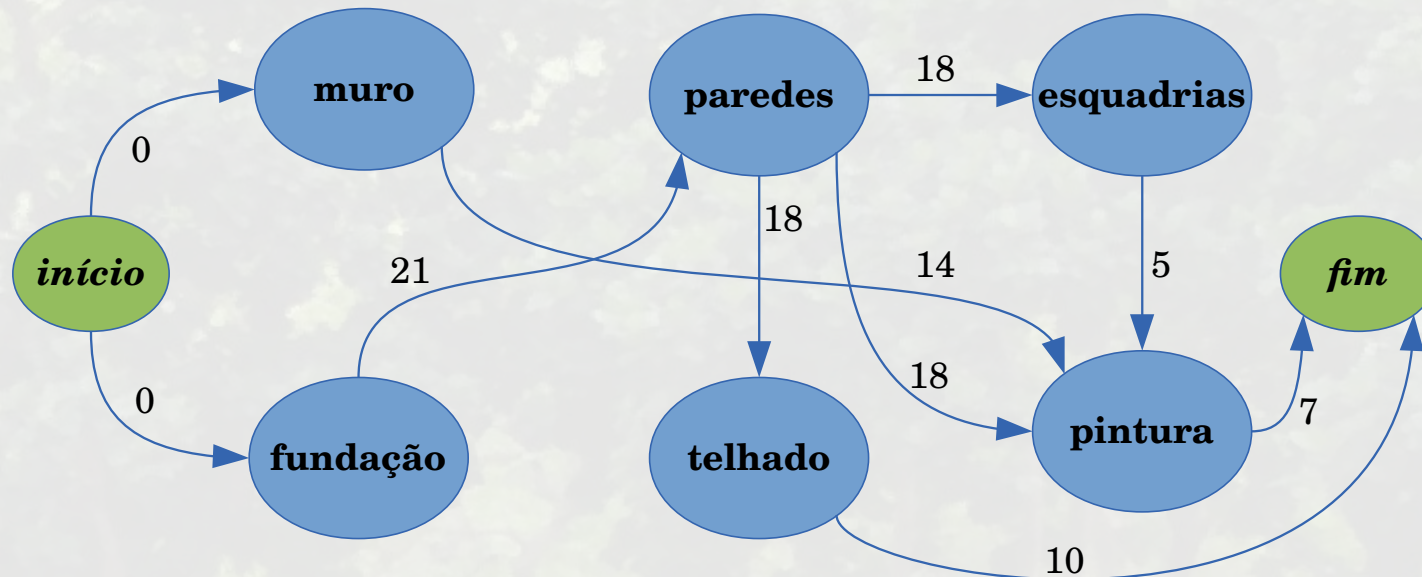


Uma por vez

- A execução de uma tarefa por vez deve considerar *ordens válidas* de execução de tarefas
- Uma **Ordenação Topológica** em um grafo é uma ordem que satisfaz relações de precedência
- Para um mesmo projeto podem haver várias OTs válidas



Ordenações Topológicas



início → muro → fundação → paredes → esquadrias → telhado → pintura → fim ✓

início → fundação → muro → paredes → esquadrias → telhado → pintura → fim ✓

início → fundação → muro → paredes → esquadrias → pintura → telhado → fim ✓

início → fundação → paredes → esquadrias → telhado → pintura ✗ muro → fim

Gerando uma ordenação topológica

Passo 1 : Inicialize a ordenação L

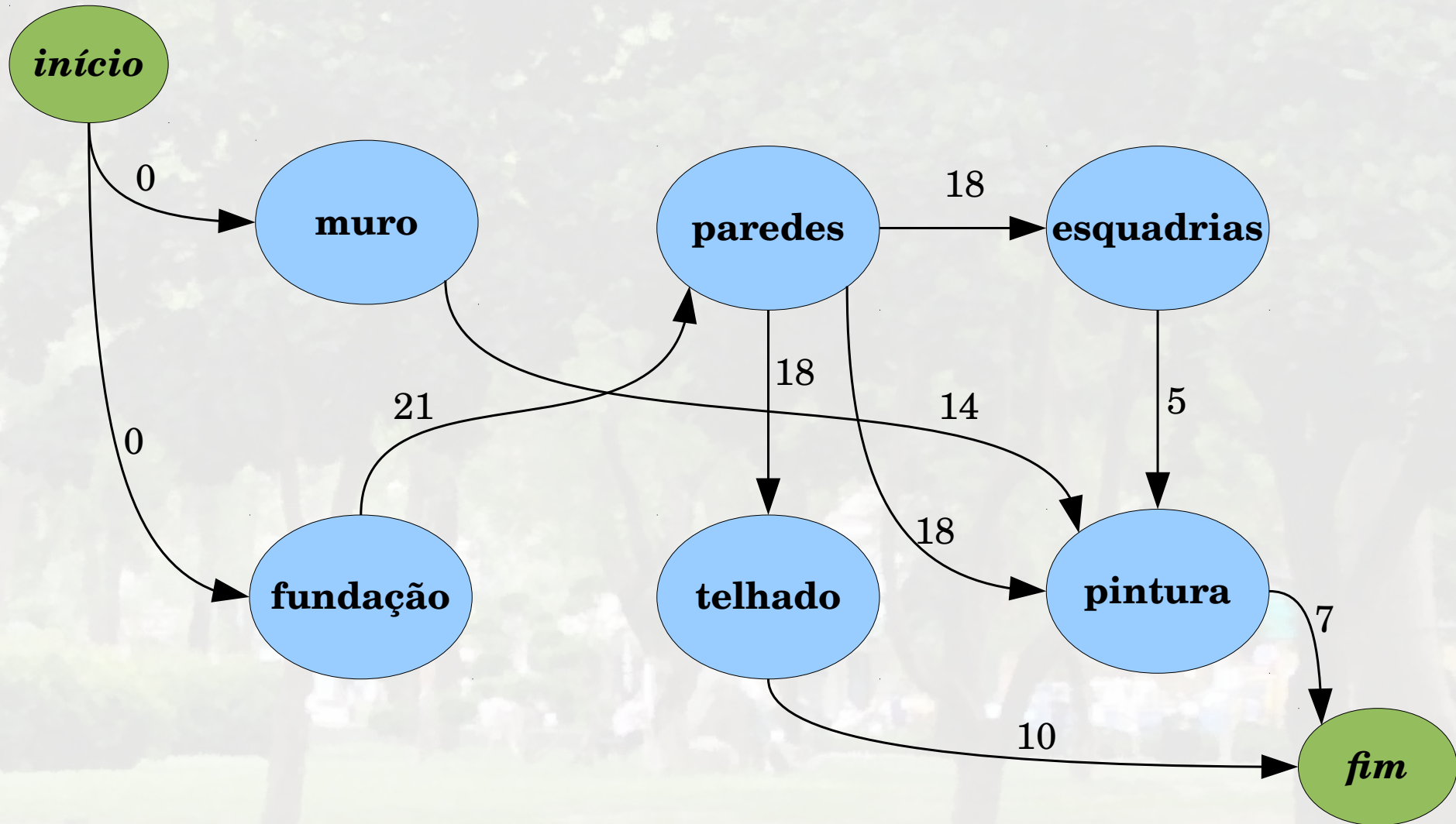
Passo 2 : Selecione um vértice v que não tenha arcos de entrada

Passo 3 : Retire v e todos os arcos adjacentes a ele do grafo

Passo 4 : Adicione v como próximo elemento da ordenação L

Passo 5 : Se o grafo estiver vazio retorne L , caso contrário volte para 2

Ordenação Topológica

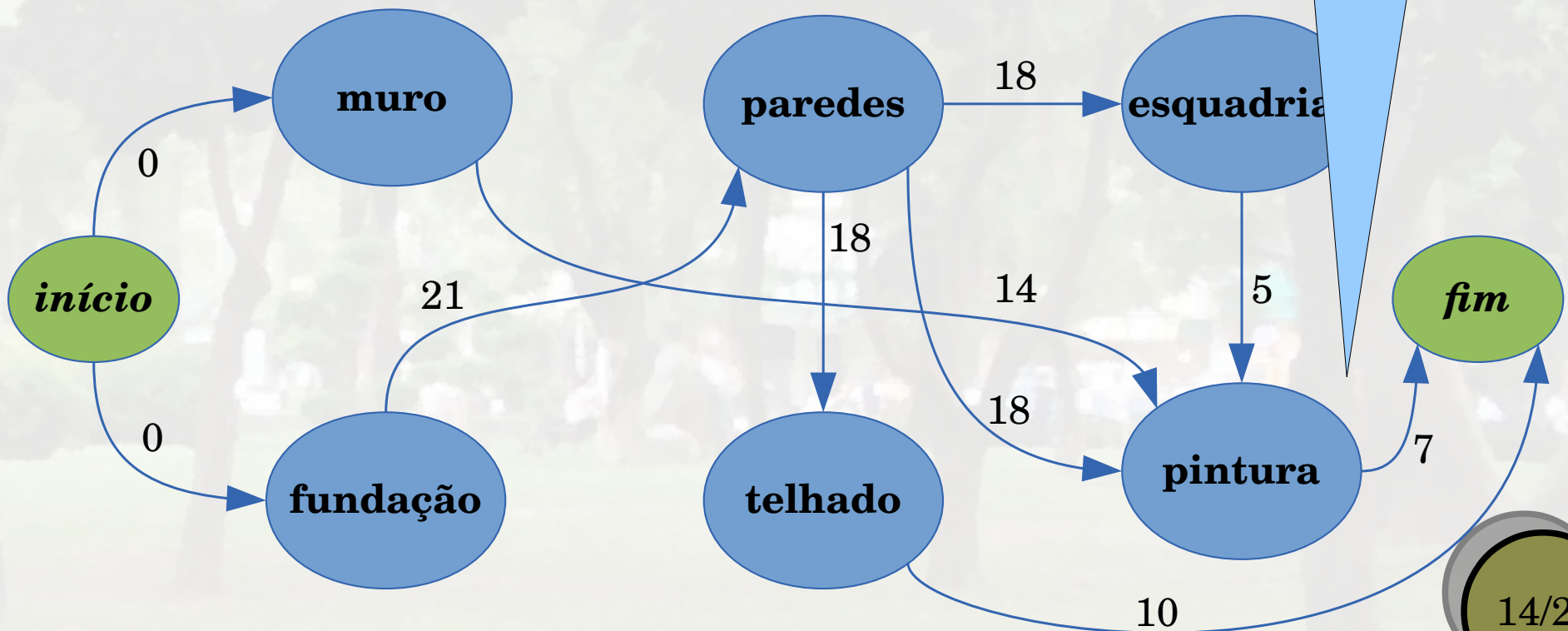


início → muro → fundação → paredes → esquadrias → pintura → telhado → *fim*

Análise Temporal

- Cada tarefa j tem uma duração associada, digamos d_j
- Tarefas também podem ter tempos mínimos
- Um EST_j realista considera o EST_j das tarefas anteriores
- O método não considera uso de recursos

Qual o tempo mínimo de início para a pintura?



O Método do Caminho Crítico

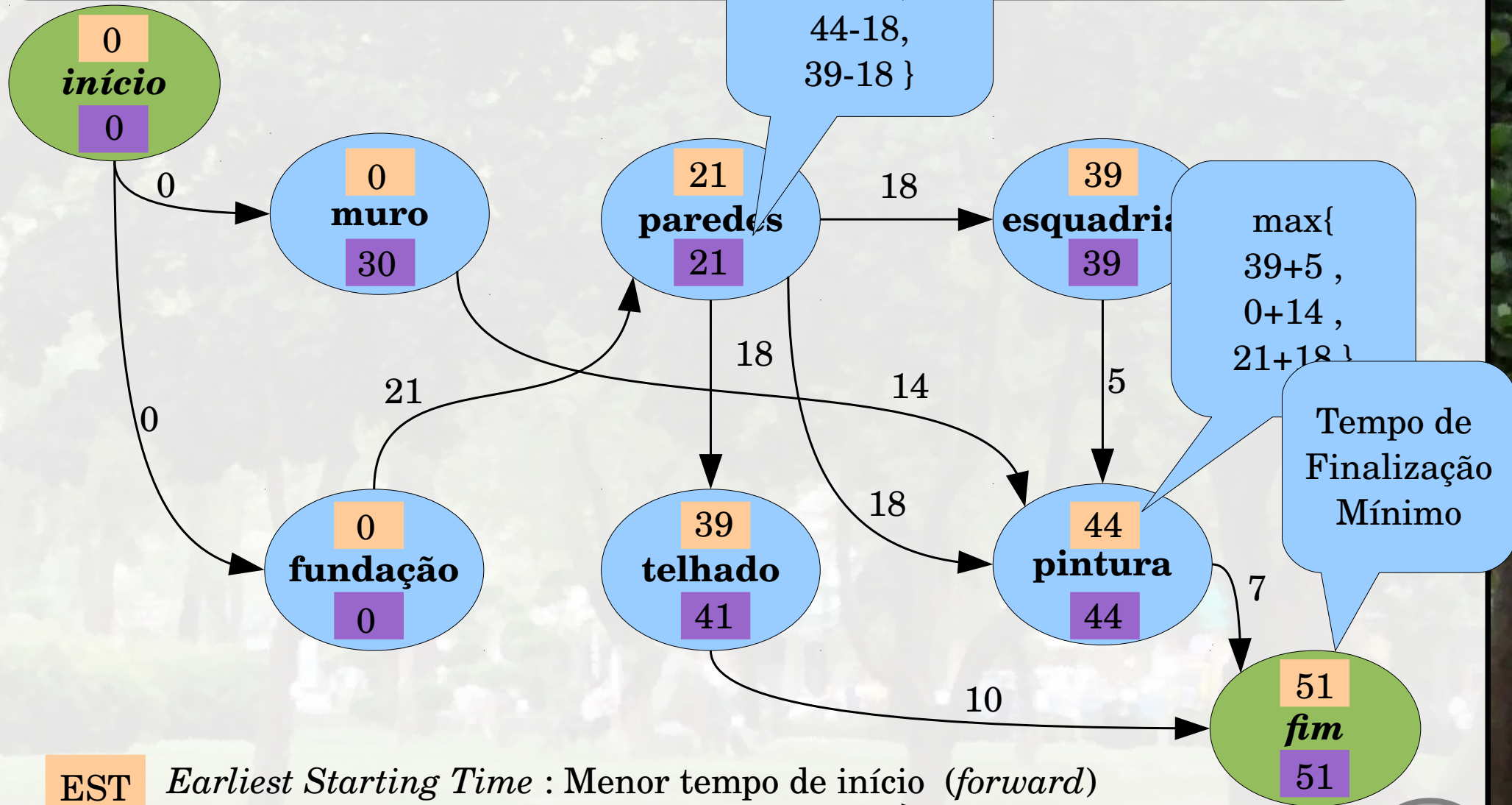
- Técnica formalizada no final dos anos 50 por Morgan R. Walker (DuPont) e James E. Kelley (Remington Rand)
- Aplicada com sucesso em anos anteriores, em projetos como o *Manhattan*



O Método do Caminho Crítico

- Pode ser aplicado a qualquer projeto com tarefas relacionadas por precedências
- Permite uma análise matemática do cumprimento de prazos para diferentes tarefas
- Largamente disponível em implementações computacionais
- Ideia principal: ao invés de se investir indiscriminadamente mais recursos em todas as tarefas do projeto pra promover sua aceleração identificar *as que realmente importam*

Calculando EST e LST



EST *Earliest Starting Time* : Menor tempo de início (*forward*)

LST *Latest Starting Time* : Maior tempo de início (*backward*)

Folga das Tarefas

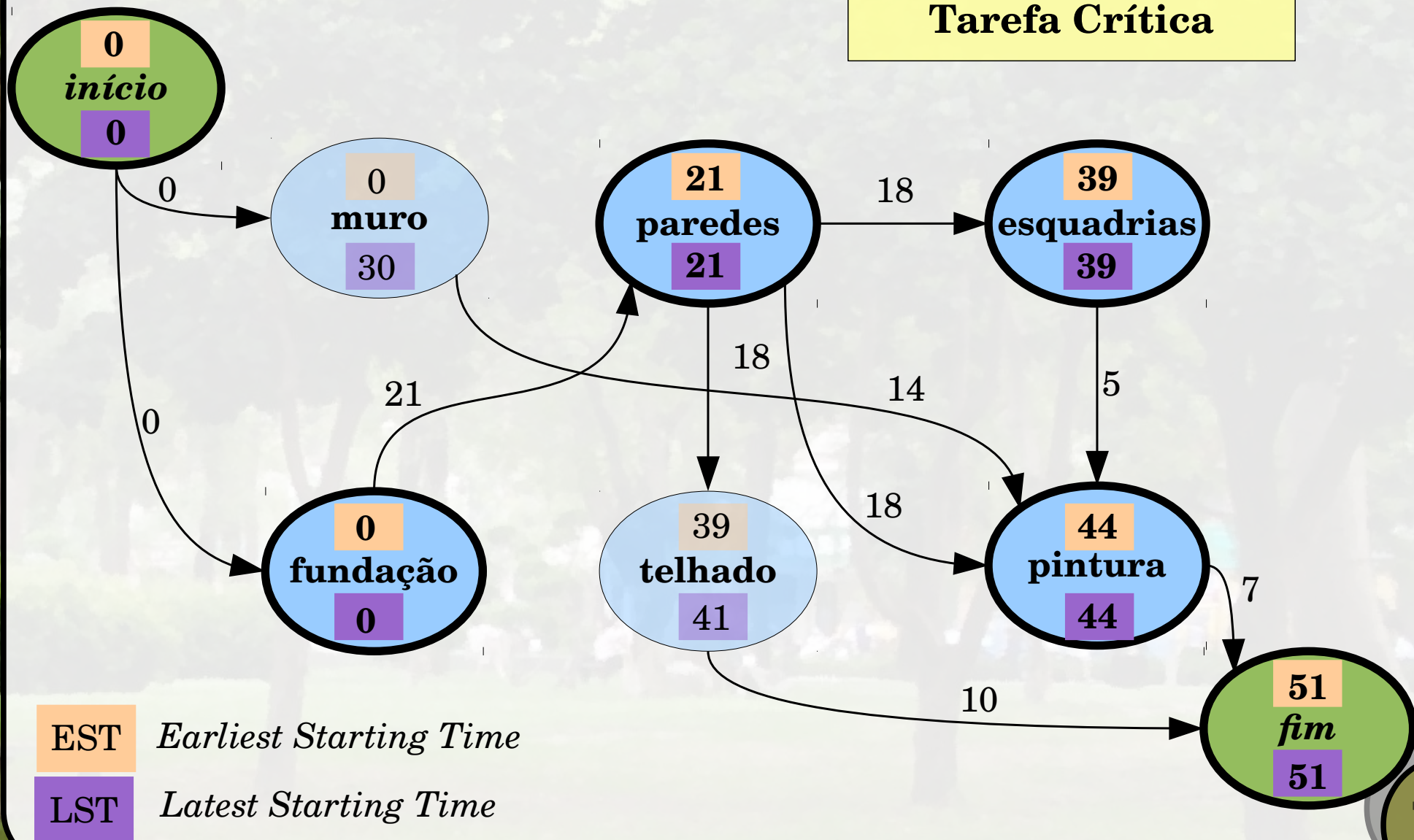
- O cálculo dos *EST*s e *LST*s permite a determinação da **Folga** para alocação de cada tarefa
- Para uma dada tarefa j , sua folga total f é
 - $f_j = LST_j - EFT_j$
- Dois tipos de folga podem ser calculadas:
 - **Folga Total** (f_j): o máximo que a tarefa pode atrasar comprometer todo o projeto, ou seja, sem empurrar o *LST* das tarefas sucessoras
 - **Folga Livre**: tempo que a tarefa pode atrasar sem comprometer o início antecipado das tarefas sucessoras (*EST*)

Folga das Tarefas

$$\text{Folga: } f_j = LST_j - EST_j$$

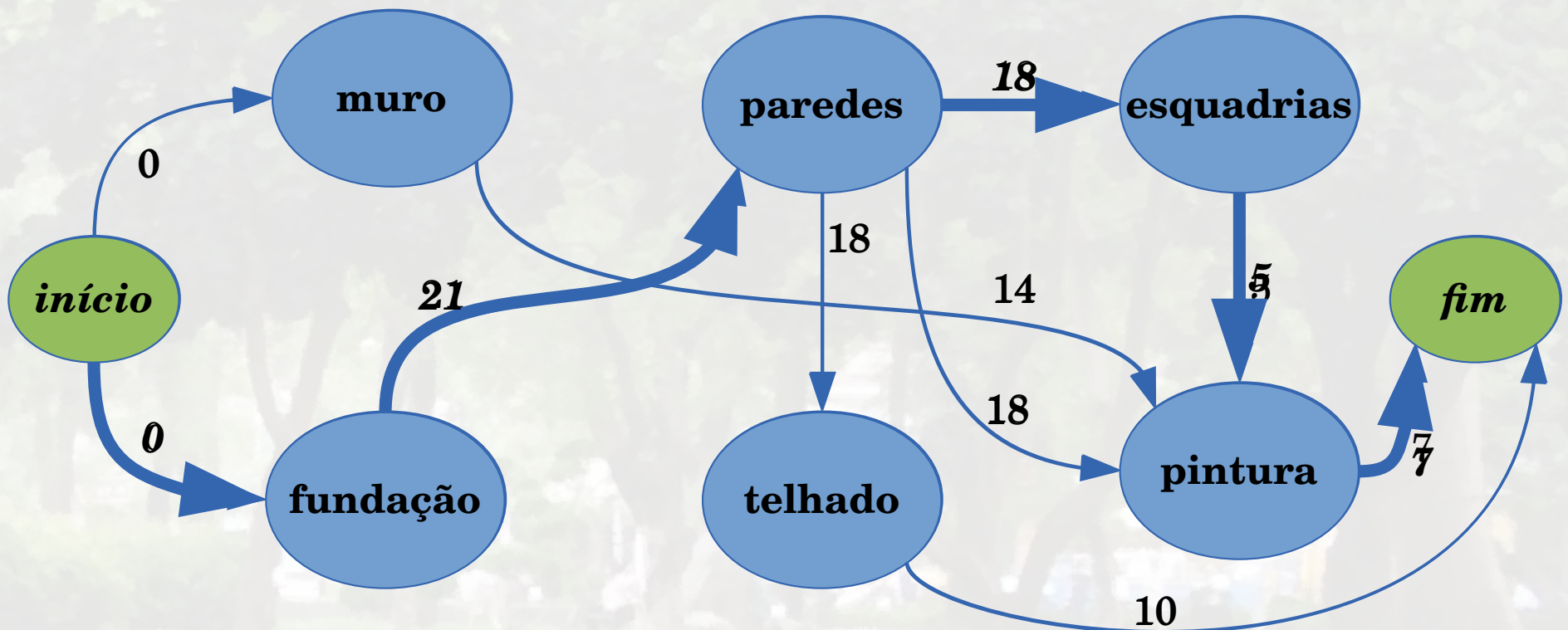
$$\text{se } f_j = 0 :$$

Tarefa Crítica



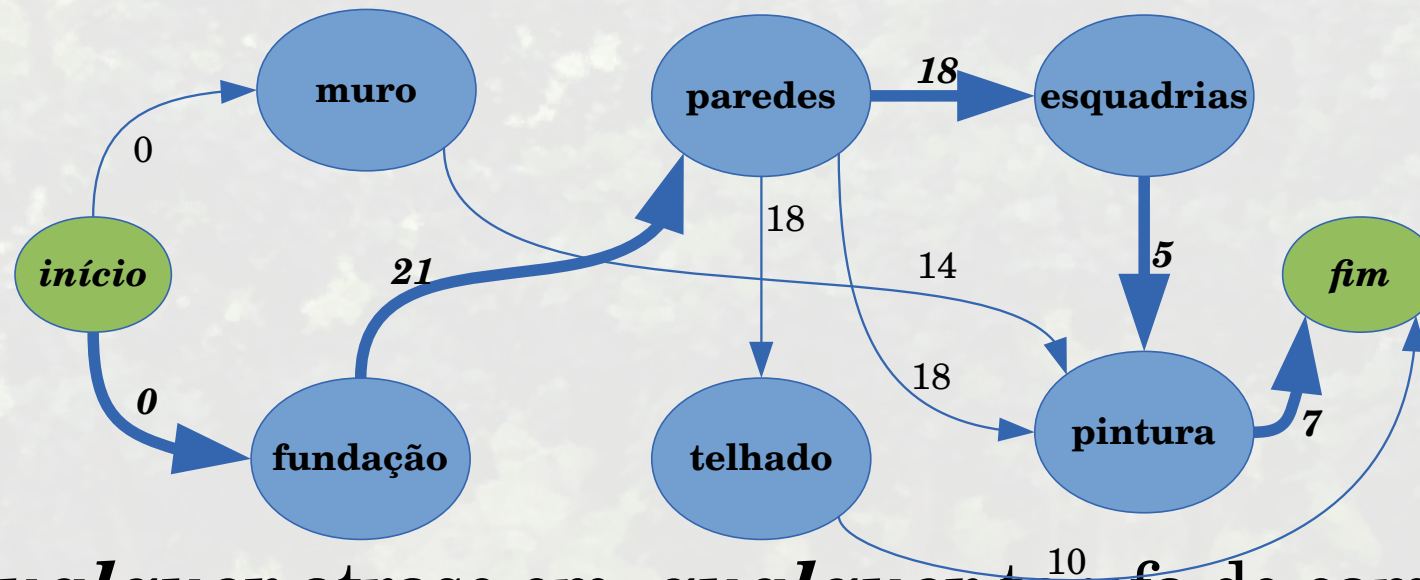
Caminho Crítico

- O caminho crítico consiste no caminho mais longo entre o nó *início* até o nó *fim*



início → fundação → paredes → esquadrias → pintura → fim
(tempo total: 51)

Caminho Crítico



Qualquer atraso em **qualquer** tarefa do caminho crítico, nesse caso:

início → fundação → paredes → esquadrias → pintura → fim

implica em atraso do projeto

Pode haver mais que um caminho crítico em um projeto ?

Calculando EST, EFT, LST, LFT

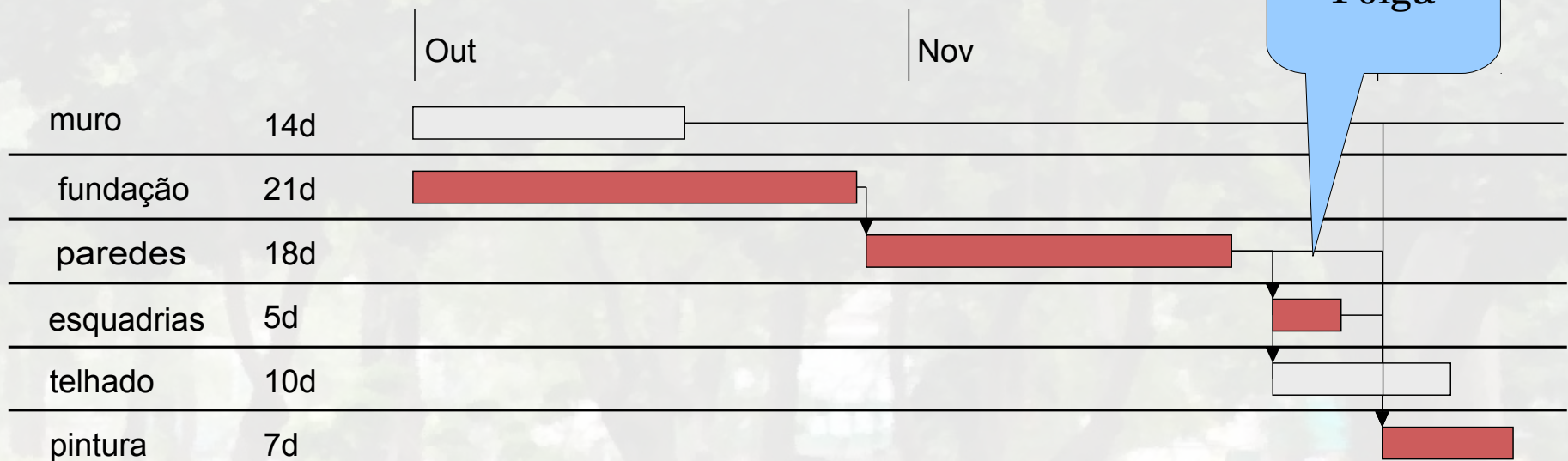
Entrada: Tarefas $J=\{1,\dots,n\}$, sendo 1 e n tarefas fictícias; cada tarefa j : duração d_j , predecessoras P_j , sucessoras S_j

Saída: EST (Earliest Starting Time), EFT (Earliest Finishing), LFT (Latest Finishing Time), LST (Latest Starting Time)







1. $EST_1 = EFT_1 = 0$
2. **para** $j \rightarrow 2$ até n **faça:**
3. $EST_j \leftarrow \max\{ EFT_i \mid i \in P_j \}$
4. $EFT_j \leftarrow EFT_i + d_j$
5. $LFT_n = LST_n = EST_n$
6. **para** $j \rightarrow n-1$ até 1 **faça:**
7. $LFT_j \leftarrow \min\{ LST_i \mid i \in S_j \}$
8. $LST_j \leftarrow LFT_i - d_j$

Visualizando – Gráfico de Gantt

- Henry Gantt, 1910s
- Prático para visualização temporal do projeto



Planejando com Recursos

| Atividade | Recursos | Tempo (dias) | Requer |
|------------|---|--------------|---------------------------|
| Muro |  | 14 | |
| Fundação |  | 21 | |
| Paredes |  | 18 | Fundação |
| Telhado |  | 10 | Paredes |
| Esquadrias |  | 5 | Paredes |
| Pintura |  | 7 | Paredes, Esquadrias, Muro |

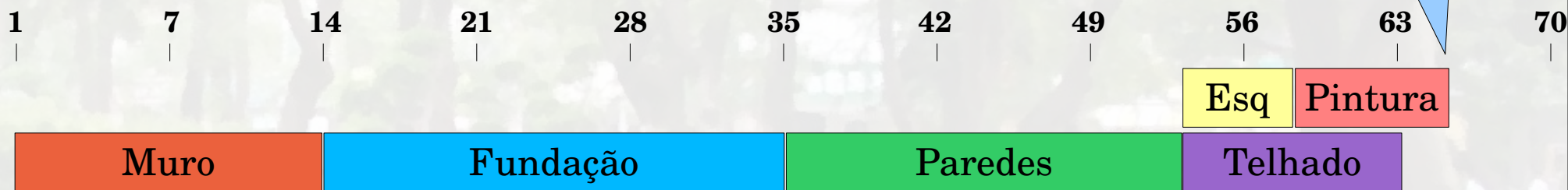
Planejando

| Atividade | Homens | Dias | Prec. |
|------------|--------|------|---------------------------|
| Muro | 2 | 14 | |
| Fundação | 3 | 21 | |
| Paredes | 2 | 18 | Fundação |
| Telhado | 2 | 10 | Paredes |
| Esquadrias | 2 | 5 | Paredes |
| Pintura | 1 | 7 | Paredes, Esquadrias, Muro |

Mão de obra disponível: 4 homens

Tempo de Finalização: 65
(*makespan*)

Atividades por Dia



Uso de Recursos por Dia



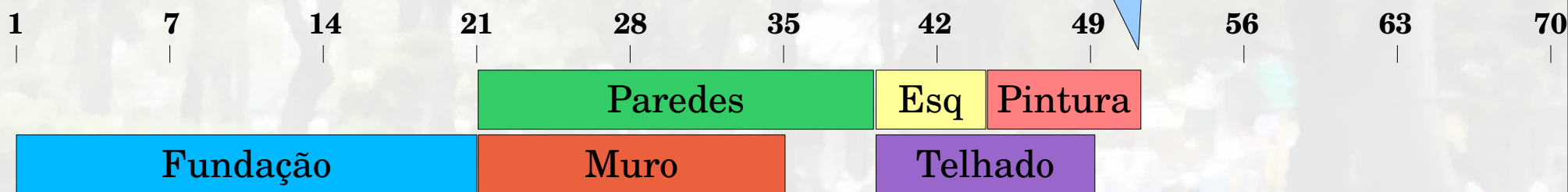
Planejamento Alternativo

| Atividade | Homens | Dias | Prec. |
|------------|--------|------|---------------------------|
| Muro | 2 | 14 | |
| Fundação | 3 | 21 | |
| Paredes | 2 | 18 | Fundação |
| Telhado | 2 | 10 | Paredes |
| Esquadrias | 2 | 5 | Paredes |
| Pintura | 1 | 7 | Paredes, Esquadrias, Muro |

Mão de obra disponível: 4 homens

Tempo de Finalização: 51
(*makespan*)

Atividades por Dia



Uso de Recursos por Dia



Lições do Planejamento da Casa

- Alocar, sequencialmente, cada tarefa *o mais cedo possível* não garante o melhor planejamento possível
 - *atrasar* a construção do muro melhorou nosso planejamento.
- Algumas tarefas são mais importantes que outras
 - *adiantar* a construção da fundação melhorou nosso plano.

PERT – Téc. de Anál. e Rev. de Programa

- PERT: *Program Evaluation and Review*
- Em projetos complicados, especialmente os de longo prazo, incertezas devem ser consideradas
 - condições climáticas;
 - envio de suprimentos;
 - equipe:
 - níveis de experiência;
 - mudanças no quadro.

Duração de uma tarefa

- a*** duração otimista
- m*** tempo mais provável
- b*** duração pessimista

Duração Estimada d_e

$$d_e = \frac{a + 4m + b}{6}$$

Variância v

$$v = \left(\frac{b - a}{6}\right)^2$$

