

Sistemas de Computação

Sistemas de Numeração

Haroldo Gambini Santos

Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP

26 de abril de 2010

Preâmbulo

Computadores : Analógicos ou Digitais ?

Um debate dos primórdios da computação era se os computadores deveriam ser baseados em tecnologia Digital ou Analógica.



Analógico:

valor representado por um único dispositivo que pode medir qualquer valor em uma faixa contínua.



Digital:

valor representado por uma coleção de dispositivos onde cada um pode representar um conjunto limitado de valores.

Sistemas de Numeração

Números

- Representados por:
 - Numerais ou
 - Símbolos

Numeral símbolo ou grupo de símbolos que representa um número.

Exemplo

11

e

XI

representam o mesmo número.

1 Sistemas de Numeração Não Posicionais

2 Sistemas de Numeração Posicionais

3 Conversão de Bases

Sistemas de Numeração Não Posicionais

- O **valor** de um **símbolo** é inalterável independente da **posição** em que se encontre no conjunto de símbolos que representam um número.

Exemplo

O sistema de numeração Romano:

X	X	I	e	X	I	X
10	10	1		10	1	10

Sistemas de Numeração Não Posicionais

O Sistema Egípcio

Símbolo	Descrição	Nosso número
	bastão	1
	calcanhar	10
	rolo de corda	100
	flor de lótus	1.000
	dedo apontando	10.000
	peixe	100.000
	homem	1.000.000

1 Sistemas de Numeração Não Posicionais

2 Sistemas de Numeração Posicionais

3 Conversão de Bases

Sistemas de Numeração Posicionais

- Notação posicional: o **valor** representado por um algarismo depende da **posição** em que ele ocupa no número
- O valor total do número é a soma dos valores relativos de algarismo
- Exemplo:
 - $7232 = 2 \times 10^0 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^2 + 7 \times 10^3$

Sistemas Numéricos

Conceitos

Algarismo: **símbolo** que representa um número (quantidade).

Base: **conjunto ordenado de algarismos** válidos para se representar os números.

Tamanho da Base: número de elementos (ou algarismos) da base.

Dígito: posição de um algarismo em um número. Um conjunto de d dígitos pode representar valores $\{0, \dots, TamBase^d - 1\}$

Exemplo 1

Base Decimal

- $Base_{10} : \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- $TamBase: 10$
- Algarismos: de 0 a 9
- Exemplo:
 - $1101_{10} = 1 \times 10^0 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^2 + 1 \times 10^3$

Base Decimal

Origem

- No Latim: *digitus* significa dedo



Exemplo 2

Base Binária

- $Base_2 : \{0, 1\}$
- $TamBase: 2$
- Algarismos: de 0 a 1
- Exemplo:
 - $1101_2 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^3 = 13_{10}$

Sistemas de Numeração Posicionais

Base Hexadecimal

- $Base_{16} : \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$
- $TamBase: 16$
- Algarismos: de 0 a F
- Exemplo:
 - $1101_{16} = 1 \times 16^0 + 0 \times 16^1 + 1 \times 16^2 + 1 \times 16^3 = 4352_{10}$

Sistemas de Numeração Posicionais

Base Octal

- $Base_{16} : \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $TamBase: 8$
- Algarismos: de 0 a 7
- Exemplo:
 - $1101_8 = 1 \times 8^0 + 0 \times 8^1 + 1 \times 8^2 + 1 \times 8^3 = 577_{10}$

Sistema Numérico em Notação Posicional

Generalização

$$N = d_{n-1} \times b^{n-1} + d_{n-2} \times b^{n-2} + \dots + d_1 \times b^1 + d_0 \times b^0$$

d_i o dígito i do número

b base

1 Sistemas de Numeração Não Posicionais

2 Sistemas de Numeração Posicionais

3 Conversão de Bases

Conversão de Bases

Decimal para Binário

- Parte Inteira:
 - fique dividindo o número por 2 até que o quociente seja 0;
 - recupere os restos em ordem reversa.
- Parte Fracionária:
 - para a parte fracionária fique multiplicando por dois até a mesma se tornar 0;
 - recupere os inteiros na ordem normal.

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

$$162 / 2 = 81 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$162,375_{10} = \quad , \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

$$162 / 2 = 81 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$81 / 2 = 40 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$162,375_{10} = \quad , \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

$$162 / 2 = 81 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$81 / 2 = 40 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$40 / 2 = 20 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$162,375_{10} = \quad , \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

$$162 / 2 = 81 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$81 / 2 = 40 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$40 / 2 = 20 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$20 / 2 = 10 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$162,375_{10} = \quad , \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

$$162 / 2 = 81 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$81 / 2 = 40 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$40 / 2 = 20 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$20 / 2 = 10 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$10 / 2 = 5 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$162,375_{10} = \quad , \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

$$162 / 2 = 81 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$81 / 2 = 40 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$40 / 2 = 20 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$20 / 2 = 10 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$10 / 2 = 5 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$5 / 2 = 2 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$162,375_{10} = \quad , \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

$$162 / 2 = 81 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$81 / 2 = 40 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$40 / 2 = 20 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$20 / 2 = 10 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$10 / 2 = 5 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$5 / 2 = 2 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$2 / 2 = 1 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$162,375_{10} = \quad , \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

$$162 / 2 = 81 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$81 / 2 = 40 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$40 / 2 = 20 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$20 / 2 = 10 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$10 / 2 = 5 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$5 / 2 = 2 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$2 / 2 = 1 \text{ sobra } \underline{0}$$

$$1 / 2 = 0 \text{ sobra } \underline{1}$$

$$162,375_{10} = \quad , \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

162	/	2	=	81	sobra	<u>0</u>
81	/	2	=	40	sobra	<u>1</u>
40	/	2	=	20	sobra	<u>0</u>
20	/	2	=	10	sobra	<u>0</u>
10	/	2	=	5	sobra	<u>0</u>
5	/	2	=	2	sobra	<u>1</u>
2	/	2	=	1	sobra	<u>0</u>
1	/	2	=	0	sobra	<u>1</u>

$$162,375_{10} = 10100010, \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

162	/ 2	=	81	sobra	<u>0</u>
81	/ 2	=	40	sobra	<u>1</u>
40	/ 2	=	20	sobra	<u>0</u>
20	/ 2	=	10	sobra	<u>0</u>
10	/ 2	=	5	sobra	<u>0</u>
5	/ 2	=	2	sobra	<u>1</u>
2	/ 2	=	1	sobra	<u>0</u>
1	/ 2	=	0	sobra	<u>1</u>

Parte Fracionária:

$$162,375_{10} = 10100010, \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

162	/ 2	=	81	sobra	<u>0</u>
81	/ 2	=	40	sobra	<u>1</u>
40	/ 2	=	20	sobra	<u>0</u>
20	/ 2	=	10	sobra	<u>0</u>
10	/ 2	=	5	sobra	<u>0</u>
5	/ 2	=	2	sobra	<u>1</u>
2	/ 2	=	1	sobra	<u>0</u>
1	/ 2	=	0	sobra	<u>1</u>

Parte Fracionária:

$$0,375 * 2 = \underline{0},75$$

$$162,375_{10} = 10100010, \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

162	/	2	=	81	sobra	<u>0</u>
81	/	2	=	40	sobra	<u>1</u>
40	/	2	=	20	sobra	<u>0</u>
20	/	2	=	10	sobra	<u>0</u>
10	/	2	=	5	sobra	<u>0</u>
5	/	2	=	2	sobra	<u>1</u>
2	/	2	=	1	sobra	<u>0</u>
1	/	2	=	0	sobra	<u>1</u>

Parte Fracionária:

$$\begin{aligned}0,375 * 2 &= \underline{0},75 \\ 0,75 * 2 &= \underline{1},5\end{aligned}$$

$$162,375_{10} = 10100010, \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

162	/	2	=	81	sobra	<u>0</u>
81	/	2	=	40	sobra	<u>1</u>
40	/	2	=	20	sobra	<u>0</u>
20	/	2	=	10	sobra	<u>0</u>
10	/	2	=	5	sobra	<u>0</u>
5	/	2	=	2	sobra	<u>1</u>
2	/	2	=	1	sobra	<u>0</u>
1	/	2	=	0	sobra	<u>1</u>

Parte Fracionária:

0,375	*	2	=	<u>0</u> ,75
0,75	*	2	=	<u>1</u> ,5
0,5	*	2	=	<u>1</u> ,0

$$162,375_{10} = 10100010, \quad 2$$

Conversão de Bases

Decimal para Binário

Ex.: Conversão do número **162,375**

Parte Inteira:

162	/ 2	=	81	sobra	<u>0</u>
81	/ 2	=	40	sobra	<u>1</u>
40	/ 2	=	20	sobra	<u>0</u>
20	/ 2	=	10	sobra	<u>0</u>
10	/ 2	=	5	sobra	<u>0</u>
5	/ 2	=	2	sobra	<u>1</u>
2	/ 2	=	1	sobra	<u>0</u>
1	/ 2	=	0	sobra	<u>1</u>

Parte Fracionária:

0,375	* 2	=	<u>0</u> ,75
0,75	* 2	=	<u>1</u> ,5
0,5	* 2	=	<u>1</u> ,0

$$162,375_{10} = 10100010,011_2$$

Exercícios

Conversão de Bases

- $134, 97_{10} \rightarrow ______, ______2$
- $15, 20_{10} \rightarrow ______, ______2$
- $15, 20_8 \rightarrow ______, ______{10}$
- $3AAA, 55_{16} \rightarrow ______, ______2$