

Introdução à Otimização

Aula Prática - Formulações do PCV

Prof. Haroldo Gambini Santos

9 de junho de 2011

1 Dados de Entrada

n número de vértices

V conjunto de vértices, $V = \{1, \dots, n\}$

A conjunto de arcos

c_{ij} custo de se percorrer o arco $(i, j) \in A$

2 Variável de Decisão

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{arco } (i, j) \text{ faz parte da rota} \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$$

3 Formulação I

Formulação Sequencial : Miller, Tucker e Zemlin, 1960

Variáveis auxiliares:

$u_i \in \mathbb{Z}^+$: sequência que a cidade i é visitada

Formulação:

Minimize

$$\sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}$$

Sujeito a

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V$$

$$\sum_{(j,i) \in A} x_{ji} = 1 \quad \forall i \in V$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1 \quad \forall (i,j) \in A : i \neq j, i \neq 1, j \neq 1$$

$$u_i \leq n - 2 \quad \forall i \in V$$

4 Formulação II

Formulação Baseada em Fluxo : Gavish & Graves, 1978

Variáveis auxiliares:

$y_{ij} \in \mathbb{Z}^+$: “fluxo” que passa no arco (i, j)

Formulação:

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} \\ & \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \\ & \text{Sujeito a} \\ & \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in V \\ & \sum_{(j,i) \in A} x_{ji} = 1 \quad \forall i \in V \\ & y_{ij} \leq (n-1)x_{ij} \quad \forall (i, j) \in A \\ & \sum_{j \in V: (1,j) \in A} y_{1j} = n-1 \\ & \sum_{i \in V: (i,j) \in A} y_{ij} - \sum_{k \in V: (j,k) \in A} y_{jk} = 1 \quad \forall j \in V \setminus \{1\} \end{aligned}$$