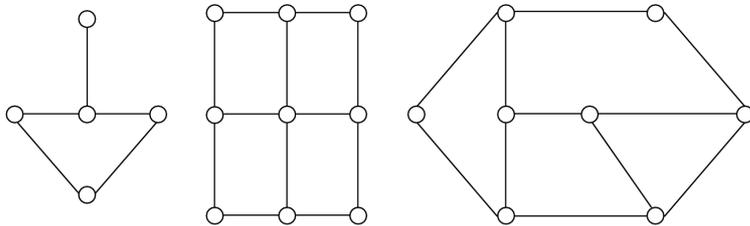
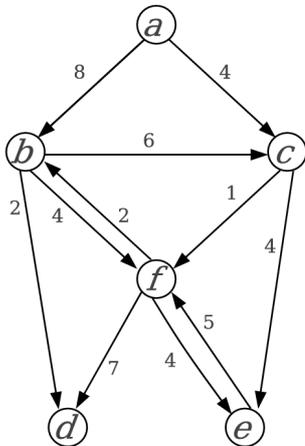


Observação: quando não especificado considere **grafos simples**.

1. Construa dois grafos de 5 vértices e 8 arestas que não sejam isomorfos. Prove que ambos não são isomorfos.
2. Construa um grafo com 10 vértices e graus $\{9,7,6,4,3,3,3,1,1,1\}$ ou prove que não é possível construí-lo.
3. Mostre que um grafo bipartido não tem ciclos com um número ímpar de vértices.
4. Forneça exemplos (quando existirem):
 - a) grafo bipartido que é regular;
 - b) grafo não completo onde qualquer subgrafo induzido por vértices seja completo;
 - c) grafo onde $\kappa(G) < \delta(G)$.
5. Mostre que o número de mulheres é igual ao de homens em toda festa em que cada pessoa é amiga de precisamente k outras pessoas do sexo oposto presentes à festa.
6. Diz-se que um grafo é auto-complementar se ele for isomorfo ao seu complemento. Por exemplo, C_5 é um grafo auto-complementar.
 - a) desenhe todos os grafos auto-complementares que não sejam isomórficos entre si e que possuam 4 ou 5 vértices;
 - b) desenhe um grafo auto-complementar com 8 vértices;
 - c) prove que se um grafo com n vértices é auto-complementar, então existe algum k natural para o qual $n=4k+1$ ou $n=4k$.
7. Mostre que um grafo com n vértices e conectividade de vértices igual a k possui pelo menos $(kn)/2$ arestas.
8. Indique quais dos três grafos abaixo é bipartido.



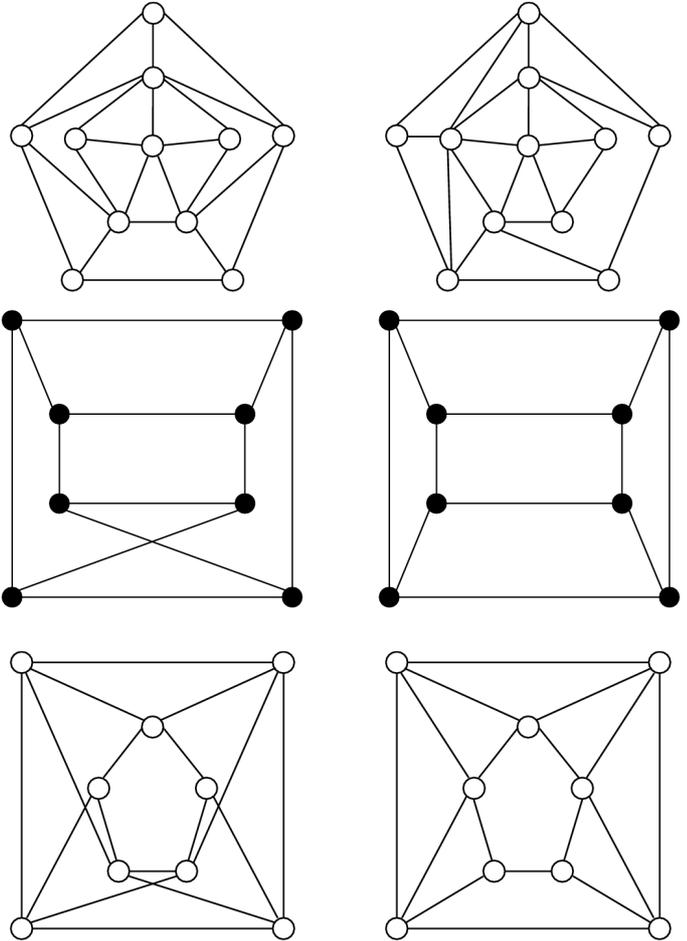
9. Execute o algoritmo de Dijkstra, passo a passo, considerando o grafo abaixo:



10. Considere o algoritmo de Dijkstra para caminhos mínimos. Pode o mesmo ser adaptado para calcular os caminhos máximos? Explique sua resposta.
11. Prove que em uma árvore T gerada pela busca DFS (Busca em Profundidade) em um grafo conexo G , todos os nós de um clique C ficam

em um caminho entre uma folha e a raiz de T .

12. Qual a verificação que deve ser feita no algoritmo de Floyd-Warshall para detectar ciclos de custo negativo? E no algoritmo de Bellman-Ford?
13. Abaixo estão listados pares de grafos. Indique se cada par é isomorfo. Prove sua resposta.



14. Considere o grafo do exercício 9. Apresente uma ordenação topológica válida para o mesmo. Que algoritmo de busca em grafos pode ser usado para essa tarefa?
15. Prove que um grafo simples que contém n vértices é necessariamente conexo se ele tem mais de $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ arestas.
16. Qual o máximo de arestas que um grafo bipartido $K_{r,s}$ pode ter?
17. Prove se as seguintes afirmativas são verdadeiras ou falsas. Tanto as afirmativas verdadeiras quanto as falsas devem ser justificadas. Respostas sem justificativas não serão pontuadas.
 - a) todo grafo bipartido no qual os dois conjuntos possuem a mesma quantidade de vértices é hamiltoniano;
 - b) toda árvore possui exatamente um circuito hamiltoniano;
 - c) se G e seu complemento são árvore então G possui 1 ou 4 vértices.

Legenda

$\kappa(G)$: conectividade de G
 $\delta(G)$: grau mínimo de G