Teoria dos Grafos

BCC204

Haroldo Gambini Santos

Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP

15 de março de 2011

Notas

Conteúdo

Notas

Transitividade

Se as relações

a e b e
b e c são válidas, então
a e c vale.

Exemplo: relação "gosta de" :

a = esposa
b = marido
c = mãe do marido

Nem toda relação é transitiva!

Notas

Transitividade

Se podemos ir de v a w, ou seja, w é atingível a partir de v e se x é atingível de w então x é atingível a partir de v.

Relação de atingibilidade é transitiva

.

Notas

Fecho Transitivo

Grafo não direcionado

Fecho Transitivo : conjunto dos vértices de um grafo alcançados por um dado vértice v. Esse conjunto é denotado por $R(v)$

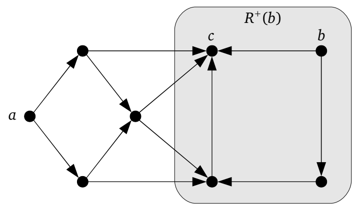
Grafo Direcionado

Fecho Transitivo Direto : conjunto de vértices atingíveis a partir de v. Denotado por $R^+(v)$. Os vértices em $R^+(v)$ são denominados vértices descendentes de v.

Fecho Transitivo Inverso : conjunto de vértices a partir dos quais v é atingível. Denotado por $R^-(v)$. Os vértices em $R^-(v)$ são denominados vértices ascendentes de v.

Notas

Fecho Transitivo Direto - Ex.



Notas

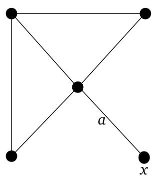
Conexidade

Grafo Não Direcionado

Em um GND conexo, sempre é possível fazer um percurso fechado (com possível repetição de vértices) que inclua todos os vértices.

Notas

Conexidade

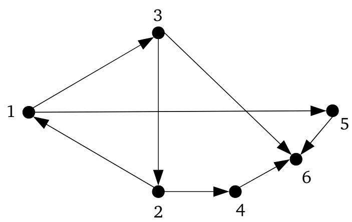


Ponte

Algumas arestas ao serem retiradas aumentam o número de componentes do grafo. Essas arestas são denominadas pontes. Ex. a aresta *a*.

Notas

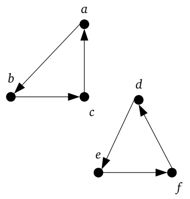
Conexidade em Grafos Direcionados



O grafo acima é conexo ?

Notas

Conexidade em Grafos Direcionados

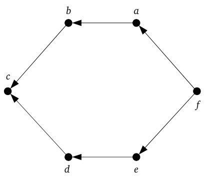


Grafo Não Conexo

Existe ao menos um par de vértices que não é ligado por nenhuma cadeia (com ou sem orientação).

Notas

Conexidade em Grafos Direcionados



Grafo Simplesmente Conexo: s-conexo

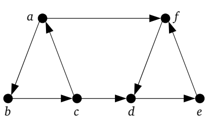
Existem cadeias entre todos os pares de vértice (não considerando a orientação).

Lembrando

1. Qual o Fecho Transitivo de a ?
2. Qual o Fecho Transitivo Inverso de f ?

Notas

Conexidade em Grafos Direcionados

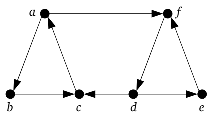


Grafo Semi-Fortemente Conexo: sf-conexo

Para cada par de vértices (v_1, v_2), existe um caminho de v_1 para v_2 **ou** de v_2 para v_1.

Notas

Conexidade em Grafos Direcionados



Grafo Fortemente Conexo: f-conexo

Para cada par de vértices (v_1, v_2), existe um caminho de v_1 para v_2 <u>e</u> de v_2 para v_1.

Notas

Conectividade

- Aplica-se a Grafos Não Direcionados
- Indica o quanto um grafo é mais conexo do que outro

Definição

A conectividade $\kappa(G)$ de um grafo $G = (V, E)$ é o menor número de <u>**vértices**</u> cuja remoção <u>**desconecta**</u> G ou o reduz a um único vértice, o caso de um grafo completo, onde $\kappa(G) = n - 1$.

Notas

Conectividade

Para grafos não completos haverá um par (v_1, v_2) de vértices não adjacentes, então temos que:

$$\kappa(G) \leq n - 2 \quad \forall G \neq K_n$$

Limite superior para qualquer grafo:

$$\kappa(G) \leq \delta(G)^1$$

[1] $\delta(G)$: menor grau em um GND.

Notas

Conectividade

Diz-se que um grafo é h-conexo se:

$$\kappa(G) \geq h$$

Definição

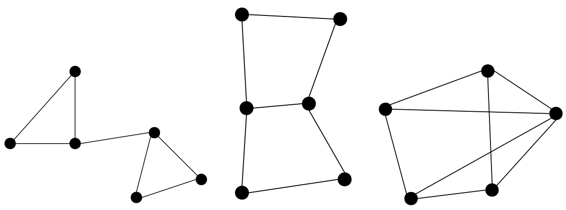
Dois percursos entre os vértices v e w de um grafo são internamente disjuntos se tocarem apenas em v e w.

Teorema

Um grafo $G = (V, E)$ é h-conexo se e somente se para todo para $v, w \in V, v \neq w$ existirem ao menos h percursos disjuntos.

Notas

Conectividade

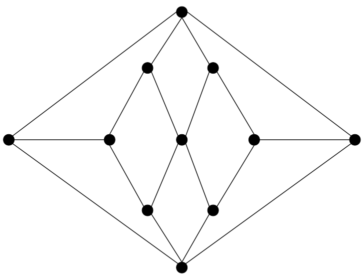


1-Conexo 2-Conexo 3-Conexo

Notas

Exercícios

Qual a conectividade do grafo abaixo ?



Notas

Exercícios

1. Mostre que em grafo sf-Conexo sempre existe um caminho (não necessariamente simples) que passa por todos os vértices.
2. Vamos definir como grafo *Anti-Regular* como um grafo que possua o maior número possível de graus diferentes.
   a. quantos graus diferentes terá um grau antiregular com n vértices ?
   b. que peculiaridade tem a sequência de graus de um grafo antiregular ?
   c. construa grafos com 8 e 9 vértices que atendam essa definição.

Notas

Notas

Notas