

Isomorfismo Subgrafos Conectividade e Caminhos

Teoria dos Grafos

BCC204

Haroldo Gambini Santos

Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP

15 de março de 2011



Teoria dos Grafos, BCC204 1 / 16

Notas

Isomorfismo Subgrafos Conectividade e Caminhos

Conteúdo

- 1 Isomorfismo
- 2 Subgrafos
- 3 Conectividade e Caminhos



Teoria dos Grafos, BCC204 2 / 16

Notas

Isomorfismo Subgrafos Conectividade e Caminhos

Isomorfismo

Algoritmo Básico

- verificar todas as seguintes propriedades:
 - mesmo número de vértices
 - mesmo número de arestas
 - mesmo número de componentes
 - mesmo número de vértices com o mesmo grau
- Em seguida efetuar a combinação das matrizes de adjacência dos grafos, verificando se são semelhantes



Teoria dos Grafos, BCC204 3 / 16

Notas

Subgrafo

Definição

Um grafo g é dito ser um subgrafo de um grafo G se todos os vértices e todas as arestas de g estão em G

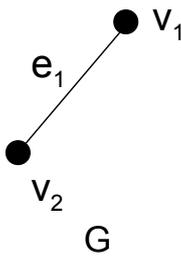
Observações:

- todo grafo é subgrafo de si próprio
- o subgrafo de um subgrafo de G é subgrafo de G
- um vértice simples de G é um subgrafo de G
- uma aresta simples de G (juntamente com suas extremidades) é subgrafo de G



Notas

Subgrafo



Encontre todos os subgrafos de G .



Notas

Subgrafo

Subgrafos disjuntos de arestas : dois (ou mais) subgrafos g_1 e g_2 de um grafo G são disjuntos de arestas se g_1 e g_2 não tiverem nenhuma aresta em comum.

- g_1 e g_2 podem ter vértices em comum ?

Subgrafos disjuntos de vértices : dois (ou mais) subgrafos g_1 e g_2 de um grafo G são disjuntos de vértices se g_1 e g_2 não tiverem nenhum vértice em comum.

- g_1 e g_2 podem ter arestas em comum?

Subgrafo induzido (por um subconjunto de vértices) : contém um subconjunto dos vértices do grafo original e todas as ligações entre eles que figurarem no grafo original



Notas

Definições

Passeio (aka percurso ou walk)

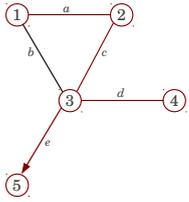
Um passeio é uma sequência de vértices e arestas. Cada vértice da sequência é incidente a aresta que o precede e a aresta seguinte. Essa sequência deve acabar e iniciar em um vértice (não necessariamente os mesmos).

Ex.: 1 - a - 2 - c - 3 - d - 4 - d - 3 - e - 5
ou: 1 - 2 - 3 - 4 - 3 - 5

O Passeio pode ser:

aberto : quando inicia e acaba em vértices diferentes (o caso acima)

fechado : quando inicia e acaba no mesmo vértice. Ex.: 1-2-3-4-3-5-3-1



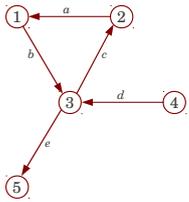
Notas

Definições

Cadeia (chain)

Um passeio que não repete arestas.

Ex.: 4 - 3 - 2 - 1 - 3 - 5



Notas

Definições

Caminho (path)

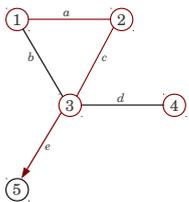
Um passeio sem repetição de vértices.

Ex.: 1 - 2 - 3 - 5

aberto : quando inicia e acaba em vértices diferentes (o caso acima)

fechado : quando inicia e acaba no mesmo vértice. Ex.: 1-2-3-1. Também

comprimento : o comprimento de um caminho é o número de arestas que o mesmo inclui



Notas

Definições

Grafo Conexo

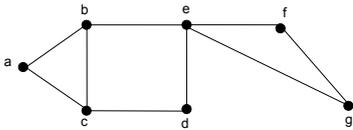
Um grafo é dito Conexo se para todo par de vértices i e j existe pelo menos um caminho entre i e j .



Notas

Exercícios

1. Quantos caminhos existem entre os vértices b e f ?



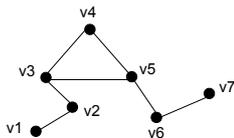
2. Dê um exemplo de um grafo conexo G cuja remoção de qualquer aresta torna G desconexo. Quantas arestas possui um grafo com estas características?



Notas

Exercícios

1. Com relação ao grafo abaixo, responda:



- a) O grafo é simples?
- b) Completo?
- c) Regular?
- d) Conexo?
- e) Encontre 2 caminhos entre $v3$ e $v6$.
- f) Encontre 1 circuito
- g) Indique 1 aresta cuja remoção tornará o grafo desconexo.



Notas

Caminhos e Circuitos

Teorema

Se um grafo possui exatamente 2 vértices de grau ímpar, existe um caminho entre esses dois vértices

Teorema

O número mínimo de arestas de um grafo simples com n vértices e k componentes é $n - k$

Teorema

Um grafo simples com n vértices e k componentes possui no máximo $(n - k)(n - k + 1)/2$ arestas



Notas

Ciclos

Definição

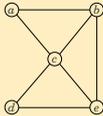
Um ciclo é um caminho fechado.

Alguns autores, utilizam o termo *circuito* para o caso de grafos orientados.

Grafo Ciclo: Um grafo ciclo C_n é um grafo com n vértices formado por apenas um ciclo passando por todos os vértices.

Exemplo

Quantos grafos ciclos (não isomorfos) são subgrafos do grafo abaixo?



Notas

Ciclos

Definições

Cintura : a cintura de um grafo é o comprimento do menor ciclo existente no mesmo.

Circunferência : a circunferência de um grafo é o comprimento do maior ciclo existente no mesmo.

Exemplo

Qual a cintura e a circunferência do grafo abaixo ?



Notas

Exercícios

- 1 Mostre que não é possível ter um grupo de 7 pessoas no qual cada um conhece exatamente outras 3 pessoas.
- 2 Prove quaisquer dois grafos conexos com n vértices, todos de grau 2, são isomorfos.



Notas

Notas

Notas
