

Introdução Kempe Prog. de Horários Limites

Teoria dos Grafos - BCC204 COLORAÇÃO DE GRAFOS

Haroldo Gambini Santos
Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP

22 de maio de 2011



Teoria dos Grafos - BCC204, COLORAÇÃO DE GRAFOS

1 / 16

Notas

Introdução **Coloração de Mapas** Kempe Prog. de Horários Limites

Pergunta

Considere um mapa político de *qualquer tamanho* e com um número qualquer de divisões.

Quantas cores são necessárias para pintá-lo de modo não existam dois vizinhos com a mesma cor ?



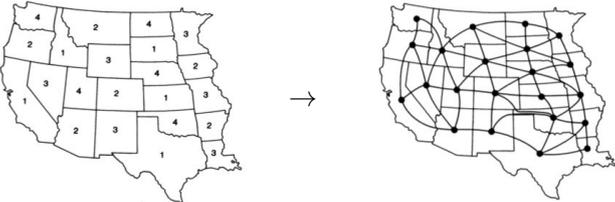
Teoria dos Grafos - BCC204, COLORAÇÃO DE GRAFOS

2 / 16

Notas

Introdução Kempe Prog. de Horários Limites

O Grafo





Teoria dos Grafos - BCC204, COLORAÇÃO DE GRAFOS

3 / 16

Notas

Introdução Kempe Prog. de Horários Limites

Exemplos

UFOP

Teoria dos Grafos - BC0204, COLORAÇÃO DE GRAFOS

4 / 16

Notas

Introdução Kempe Prog. de Horários Limites

O Teorema das Quatro Cores



Francis Guthrie

- Matemático (depois botânico)
- Aluno do De Morgan
- 1852: elaborou o teorema e iniciou a discussão envolvendo:
 - De Morgan
 - Hamilton
 - Cayley
 - Charles Peirce
 - ...
- a discussão levou a prova de ...
 - nada.

UFOP

Teoria dos Grafos - BC0204, COLORAÇÃO DE GRAFOS

5 / 16

Notas

Introdução **Kempe** Prog. de Horários Limites

A Prova de Kempe



- Alfred Bray Kempe, orientando de Cayley
- 1879: Kempe publica uma prova na revista *Nature*
- Torna-se famoso, cavaleiro do Império Britânico em 1912
- 11 anos depois Percy John Heawood publica um artigo mostrando um erro na prova de Kempe.
 - o artigo, no entanto, prova que pode-se colorir um grafo com 5 cores, usando uma ferramenta desenvolvida por Kempe: As Cadeias de Kempe (*Kempe Chains*)

UFOP

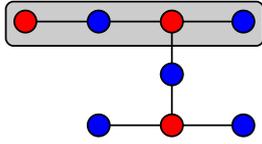
Teoria dos Grafos - BC0204, COLORAÇÃO DE GRAFOS

6 / 16

Notas

As Cadeias de Kempe

- Idéia de vasta utilidade na teoria dos grafos
- Considere um nó v e duas cores: j e j'
- Seja $K_{jj'}$ o componente conexo maximal contendo v e nós coloridos com j e j' . $K_{jj'}$ é chamada uma **Cadeia de Kempe**.



Notas

Exemplo: Programação de Horários

Tabela indicando alunos matriculados por disciplina:

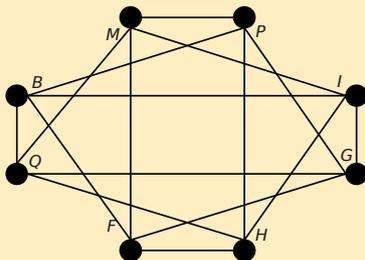
D.A.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Mat.	•							•				•				•
Port.	•										•					•
Inglês							•	•		•						•
Geo.				•	•				•				•			
Hist.			•							•		•		•		•
Fis.					•									•		
Qui.		•						•	•		•			•		
Bio.		•				•										



Notas

Exemplo: Programação de Horários

O Grafo



Notas

Coloração de Grafos

Coloração de Vértices

Os exemplos anteriormente vistos referem-se ao problema de **Coloração de Vértices**, que é o problema mais conhecido de coloração de grafos.

Nesse problema, pretende-se particionar um grafo em *conjuntos independentes*; como todo vértice constitui um, uma partição desse tipo sempre existirá. Caso se consiga particionar em k conjuntos independentes diz-se que se tem uma **k -coloração própria**.

O valor mínimo de k para um dado grafo G é o seu **Número Cromático** ou $\chi(G)$.



Notas

Aplicações

Alocação de Registradores

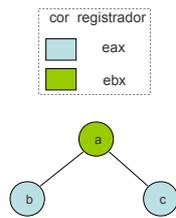
- Hierarquia de Memória, ciclos para acesso:
 - registradores 1 ciclo
 - cache 3 ciclos
 - memória principal até 200 ciclos
 - ...



Notas

Alocação de Registradores - Exemplo

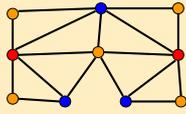
Instruções	Variáveis Ativas
	a
$b = a + 2$	a, b
$c = b * b$	a, c
$b = c + 1$	a, b
return $b * a$	



Notas

Aplicações

Roteadores wifi



- O Problema da Interferência:
 - um roteador wifi pode interferir no sinal de roteadores próximos;
 - nesse caso, devem ser selecionadas frequências ou canais diferentes;
 - o número de canais é limitado;
 - é possível construir uma rede sem interferência com k canais ?



Notas

$\chi(G)$: Algumas Propriedades

- $\chi(G) = 1$ se e somente se G é completamente desconexo;
- $\chi(G) \geq 3$ se e somente se G tem um ciclo ímpar; (de modo equivalente, se G não é bipartido);
- $\chi(G) \geq \omega(G)$ (número do clique máximo);
- $\chi(G) \leq \Delta(G) + 1$ (grau máximo);
- $\chi(G) \leq \Delta(G)$ para G conexo, a não ser que G seja um grafo completo ou um ciclo ímpar;
- $\chi(G) \leq 4$ para qualquer grafo planar: o Teorema das Quatro Cores.



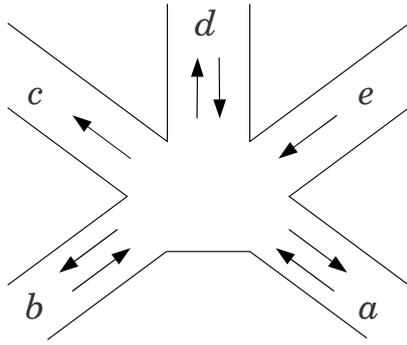
Notas

Trânsito



Notas

Exemplo



Notas

Notas

Notas
