

Introdução

Representação

Algoritmos e Estruturas de Dados III

CIC210

Algoritmos em Grafos - Introdução

Haroldo Gambini Santos

Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP

28 de setembro de 2009

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

1 / 22

Notas

Introdução

Representação

Conteúdo

1

Introdução

2

Representação

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

2 / 22

Notas

Seção

1

Introdução

2

Representação

Notas

Introdução

Representação

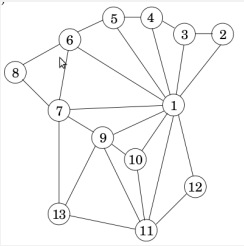
Grafos - Ex.1: Coloração de Mapas

Mapa Político



Mapa político da América do Sul mostrando países e regiões. O Brasil é o maior país, seguido por Argentina, Peru, Colômbia, Venezuela, Guayana Francesa, Suriname e Guayana. Regiões como a Amazônia e o Planalto Brasileiro são destacadas.

Grafo de Vizinhança



Grafo de vizinhança com 13 vértices numerados de 1 a 13. O vértice 1 (Brasil) está no centro e está conectado a 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 13. Os outros vértices também estão conectados entre si de acordo com a geografia da América do Sul.

(1- Brasil, 11- Argentina)

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

3/22

Notas

Introdução

Representação

Grafos

Representação **concisa** e **precisa** de inúmeros problemas computacionais

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

4/22

Notas

Introdução

Representação

Grafos

Definição Formal

Grafo $G = (V, A)$

- Conjunto **V** com n **vértices** (também chamados nós)
 $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$
- Conjunto **A** com m **arestas** ou **arcos**
 $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$
- Grafo **Não Direcionado** (GND): **Arestas** - relação simétrica :
 $a_j = \{t_j, h_j\}$
 $\{t_j, h_j\}$ é o mesmo que $\{h_j, t_j\}$
- Grafo **Direcionado** (GD): **Arcos** - relação assimétrica :
 $a_j = (t_j, h_j)$
 (t_j, h_j) é diferente de (h_j, t_j)

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

5/22

Notas

Introdução

Representação

Coloração de Mapas

O Teorema das Quatro Cores

- Estudado desde 1852 (Francis Guthrie)
- Qualquer mapa pode ser colorido com 4 cores
- Prova somente em 1976
 - Prova gerada por computador

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

6/22

Notas

Introdução

Representação

Coloração de Mapas

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

7/22

Notas

Introdução

Representação

Planaridade em Grafos

Definição

Um grafo é dito planar se o mesmo pode ser desenhado no plano sem que linhas se cruzem

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

8/22

Notas

Introdução

Representação

Grafos - Ex.2: Redes Sociais

- Vértices - pessoas que interagem:
 - Estudantes em uma universidade
 - Empregados de uma empresa
 - Residentes em uma cidade
 - ...
- Arestas:
 - Se duas pessoas fizeram alguma disciplina juntas
 - Se duas pessoas já trocaram e-mail
 - ...

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

9/22

Notas

Introdução

Representação

Grafos - Ex.2: Redes Sociais

Chains of Affection

Peter Bearman, James Moody, and Katherine Stovel. Chains of affection: The structure of adolescent romantic and sexual networks. American Journal of Sociology, 110(1):44– 99, 2004.

Pesquisa com 800 estudantes de uma escola secundária americana.

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

10/22

Notas

Introdução

Representação

Chains of Affection

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

11/22

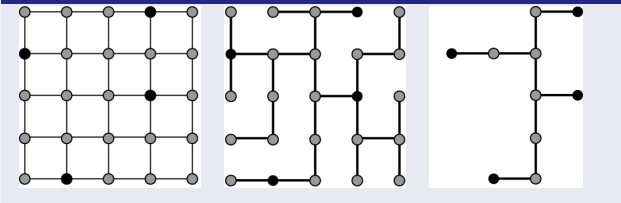
Notas

Introdução

Representação

Grafos - Ex.3: Projeto VLSI

O Problema de Steiner em Grafos



Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

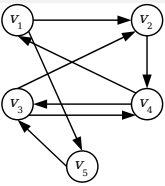
12/22

Notas

Introdução

Representação

Grafos Direcionados



- Mais genérico do que o não direcionado
- Grafo GD - Exemplo 4: a *World Wide Web*
 - Em 2006: $|V| > 8$ bilhões
 - GD esparsos, ou seja, longe de ser próximo de $|V|^2$ (denso)

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

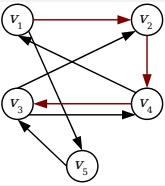
13/22

Notas

Introdução

Representação

Conectividade em Grafos



Caminho

Sequência de arcos (ou arestas para GND) que conectam dois vértices. Um caminho entre vértices v_1 e v_3 é:

$$(v_1, v_2), (v_2, v_4), (v_4, v_3)$$

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

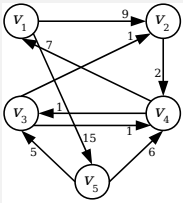
14/22

Notas

Introdução

Representação

Grafos com Pesos



- O número associado com cada arco (peso) pode representar:
 - Custo/Lucro
 - Distância
 - Velocidade em uma rede
 - ...

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

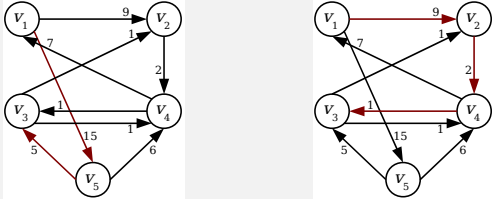
15/22

Notas

Introdução

Representação

Grafos com Pesos - Caminhos



Caminho entre v_1 e v_3 (custo 20)

Caminho entre v_1 e v_3 (custo 12)

Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

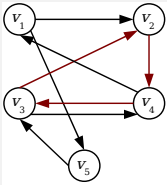
16/22

Notas

Introdução

Representação

Ciclos em Grafos



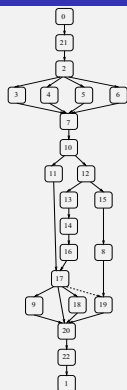
Haroldo Gambini Santos

Algoritmos em Grafos

17/22

Notas

Grafos - Ex.5: Escalonamento de Tarefas



Iteração do método do gradiente conjugado: instruções e suas dependências

Not as

Conectividade em Grafos

Grafo Completo

Todo vértice tem um arco para qualquer outro.

Grafo Fortemente Conexo

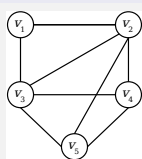
Existe um caminho que conecta qualquer vértice em outro

Not as

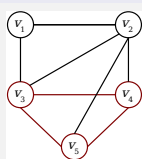
Conectividade em Grafos

Clique

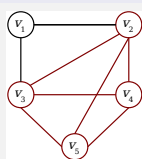
Subconjunto de vértices completamente conectados



GND de exemplo



Clique com tamanho 3



Clique com tamanho 4

Not as

Seção

1

Introdução

2

Representação

Notas

IntroduçãoRepresentação

Grafos - Representação Computacional

Matriz de Adjacências

$A_{n \times n}$, sendo que:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se existe o arco } (v_i, v_j) \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

- simétrica para grafos não direcionados
- consulta existência de arco com um acesso à memória
- n^2 de espaço mesmo para grafos esparsos

Haroldo Gambini SantosAlgoritmos em Grafos21/22

Notas

IntroduçãoRepresentação

Grafos - Representação Computacional

Lista de Adjacências

- $|V|$ listas
- lista de v_i contém todos os arcos de saída do mesmo, ou seja:
 $(v_i, v_j) \in A \quad \forall v_j \in V$

Haroldo Gambini SantosAlgoritmos em Grafos22/22

Notas
