Problemas de Mistura

Prof. Gustavo Peixoto Silva
Departamento de Computação
Univ. Federal de Ouro Preto
5 modelos

Problemas de Mistura

Problemas deste tipo consistem em combinar materiais obtidos na natureza (ou matérias primas) para gerar novos materiais ou produtos com características convenientes.

Rações Fábricas de rações produzem vários tipos de rações para determinados animais: bovinos, equinos, caninos, galináceos, etc. Essas rações são produzidas pela mistura de alimentos ou farinhas de restos de alimentos como: milho, farelo de arroz, farinha de osso, soja, entre outros. Os preços e a composição nutricional destes ingredientes também são conhecidas, ou seja, a quantidade de cálcio, ferro, manganês, etc. A nutrição especifica as necessidades mínimas e máximas desses nutrientes por kilo de ração para cada tipo de animal.

O problema de otimização tem como objetivo determinar quais e quanto de cada tipo de cada ingrediente deve fazer parte de cada kilo de ração, tal que as necessidades sejam atendidas com o menor custo possível.

Outros exemplos:

Produção de adubo,

Sucos concentrados,

Lotes de minério, etc

M4.2 Considere a produção de ração animal a partir de três ingredientes básicos: osso, soja e farinha de peixe. Os principais nutrientes da ração são: proteína e cálcio. As necessidades mínimas desses nutrientes por kilo de ração são 30% de proteína e 50% de cálcio. Os custos e quantidades de nutriente (em porcentagem) por ingrediente são dados na tabela.

Nutrientes	Ingredientes			
	Osso	Soja	Peixe	Ração
Proteína	0,2	0,5	0,4	0,3
Cálcio	0,6	0,4	0,4	0,5
Custo ($/Kg)	0,56	0,81	0,46	------

Devemos determinar as quantidades de cada ingrediente a compor um kilo de ração de tal forma que as necessidades mínimas sejam satifeitas com o menor custo possível

MPL - Mathematical Programming Language – Usado no GUSEK

Modelo 1

```
#conjuntos
set I;
set N;
#parâmetros
param matriz{n in N, i in I}, >= 0;  # matriz nutri x ingre
param custo_ingre{i in I}, >= 0;
param nece_nutri{n in N}, >= 0;
#variaveis de decisão
var x{i in I}, >= 0;

#função objetivo
minimize custo: sum{i in I} custo_ingre[i] * x[i];

#restrições
s.t. r1{n in N}: sum{i in I} matriz[n,i] * x[i] >=
nece_nutri[n];
s.t. r2: sum{i in I} x[i] = 1;
```

Modelo 1

```
data;
set I := Osso Soja Peixe;
set N := Proteina Calcio;

param nutri_ingre
: Osso Soja Peixe :=
Proteina   0.2 0.5 0.4
Calcio     0.6 0.4 0.4;

param custo_ingre :=
       Osso 0.56
       Soja 0.81
       Peixe 0.46;

param nece_nutri :=
       Proteina 0.3
       Calcio 0.5;
end;
```

Problema da Dieta - Puccini 72

Uma pessoa é forçada a fazer uma dieta alimentar que fornece, diariamente, pelo menos as seguintes quantidades, em mg, de vitaminas: 80 de A, 70 de B, 100 de C e 60 de D.

A dieta deverá incluir leite, arroz, feijão e carne, que contém os seguintes miligramas de vitaminas em cada uma de suas unidades de medida:

Vitaminas	Leite (l)	Arroz (kg)	Feijão (kg)	Carne (kg)
A	10	5	9	10
B	8	7	6	6
C	15	3	4	7
D	20	2	3	9
Custo unitário	1,85	2,00	3,40	12,00

Deseja-se saber o consumo diário de cada alimento de tal maneira que a dieta seja satisfeita com o menor custo possível.

Fazer o modelo compacto para este problema usando o menor num de estruturas de dados. Fazer a entrada de dados também.

M4.5 (Livro do Taha pag 13) Uma central industrial de reciclagem usa 2 tipos de sucata de alumínio, A e B, que misturadas produz uma liga especial. A sucata A contém 6% de alumínio, 3% de silício e 4% de carbono. A sucata B tem 3% de alumínio, 6% de silício e 3% de carbono. Os custos por tonelada das sucatas A e B são \$100 e \$80 respectivamente. As especificações da liga especial requerem que:

1) o teor de alumínio deva ser no mínimo 3% e no máximo 6% do volume final;
2) o teor de silício deva ficar entre 3% e 5% do volume final;
3) o teor de carbono deva ficar entre 3% e 7% do volume final.

Determine o mix ótimo (de menor custo) de sucatas que deve ser usado para produzir uma quantidade qualquer da liga.

Problema de mista – Exerc. 8 pag 26

M4.4 - Uma refinaria mistura dois tipos de frações de petróleo, A e B para produzir gasolinas tipo 1 e 2. A produção máxima dos insumos A e B são 450 e 700 barris/hora e suas octanagens são 98 e 89, e as pressões de vapor são 12 e 8 lb/pol^2. As octanagens da gasolina 1 e 2 devem ser de no mínimo 91 e 93 respectivamente. A pressão de vapor associada a ambos os produtos não deve exceder 11 lb/pol^2. Os lucros por barril de gasolina 1 e 2 são $7 e $10. Determine a taxa ótima de produção das gasolinas tipo 1 e 2 bem como suas razões de mistura de A e B.

Considere que as gasolinas são a mistura “direta” dos petróleos, sem perda.

Obs. a pressão e a octanagem podem ser tomadas como as médias ponderadas da mistura.

M4.3 - Uma refinaria fabrica dois tipos de gasolina (1 e 2) a partir de dois tipos de petróleo bruto (A e B). Os custos, os preços de venda e a matéria-prima para fabricar as gasolinas são.

Tipo de Petróleo	Disp (barris/dia)	Custo ($R/barril)
A	100	36,00
B	200	33,00

Gasolina	% mínima do petróleo A	Preço de venda ($R/barril)
1	60	45,00
2	30	42,00

Considerando que o petróleo bruto é convertido totalmente em combustível, sem perdas, formular um PPL para maximizar o seu lucro diário da refinaria.

Problema de mista – Exerc. 1 pag 25 Taha

M4.6 Uma empresa produz 3 tipos de sucos de frutas A, B e C, usando morangos, uvas e maçãs frescas. O fornecimento diário é limitado a 200 t de morangos, 100 t de uvas e 150 t de maçãs. O custo por tonelada de morangos, uvas e maçãs e $200, $100 e $90, respectivamente. Cada tonelada rende 1.500 l de suco de morango, 1.200 l de suco de uva e 1.000 l de suco de maçã.

A bebida A é uma mistura de 1:1 de suco de morango e maçã. A bebida B é uma mistura de 1:1:2 de suco de morango, de uva e de maçã. A bebida C é uma mistura de 2:3 de suco de uva e de maçã. Todas as bebidas são acondicionadas em garrafas de 0,5 l. O preço por garrafa é de $3.30, $3.50 e $3,20 para as bebidas A, B e C.

Determine a quantidade a ser produzida de garrafas de cada bebida que geram o maior lucro.

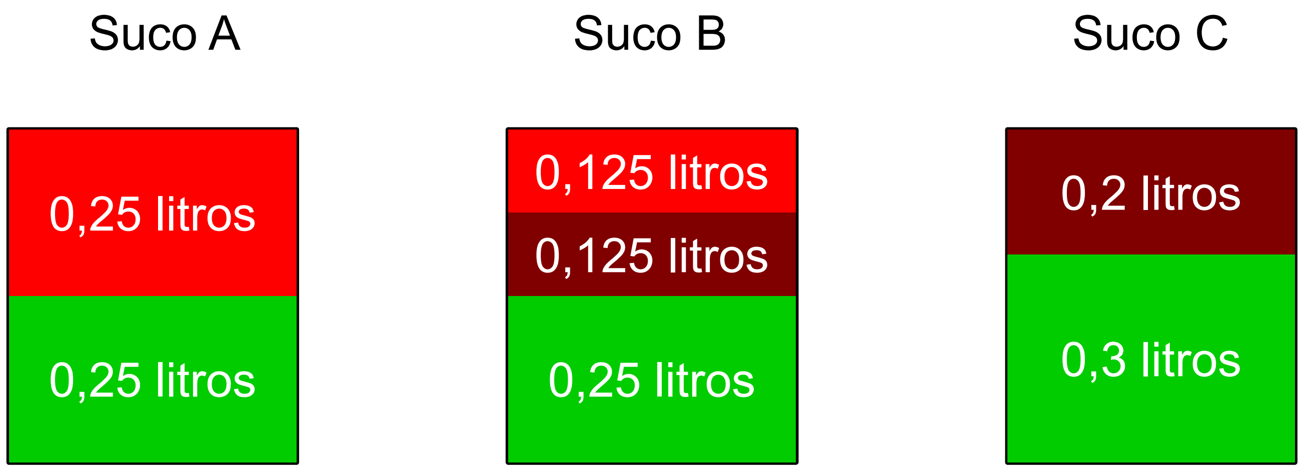
Problema de mista – Exerc. 1 pag 25 Taha

M4.6 Uma empresa produz 3 tipos de sucos de frutas A, B e C, usando morangos, uvas e maçãs frescas. O fornecimento diário é limitado a 200 t de morangos, 100 t de uvas e 150 t de maçãs. O custo por tonelada de morangos, uvas e maçãs e $200, $100 e $90, respectivamente. Cada tonelada rende 1.500 l de suco de morango, 1.200 l de suco de uva e 1.000 l de suco de maçã.

A bebida A é uma mistura de 1:1 de suco de morango e maçã. A bebida B é uma mistura de 1:1:2 de suco de morango, de uva e de maçã. A bebida C é uma mistura de 2:3 de suco de uva e de maçã. Todas as bebidas são acondicionadas em garrafas de 0,5 l. O preço por garrafa é de $3.30, $3.50 e $3,20 para as bebidas A, B e C.

Determine o mix ótimo de produção para as três bebidas.

	Morango	**Uva**	**Maçã**	**Venda**
Suco A	1	0	1	3,30
Suco B	1	1	2	3,50
Suco C	0	2	3	3,20
Disp.	200*1500	100*1200	150*1000	
Custo/l	200/1500	100/1200	90/1000	



	Morango	**Uva**	**Maçã**	**Venda**
Suco A	1	0	1	3,30
Suco B	1	1	2	3,50
Suco C	0	2	3	3,20
Disp.	200*1500	100*1200	150*1000	
Custo/l	200/1500	100/1200	90/1000	

Modelo 1 - Gusek

```
/* variáveis decisão*/
var xa, integer, >=0;  #qtd latas do suco A
var xb, integer, >=0;  #qtd latas do suco B
var xc, integer, >=0;  #qtd latas do suco C

/*funcao objetivo*/
maximize lucro: 3.3*xa + 3.5*xb + 3.2*xc
-(0.25*xa + 0.125*xb)*200/1500
-(0.125*xb + 0.2*xc)*100/1200
- (0.25*xa + 0.25*xb + 0.3*xc)*90/1000;

/*Restrições*/
subject to
Morango: 0.25*xa + 0.125*xb <= 200*1500;
Uva: 0.125*xb + 0.2*xc <= 100*1200;
Maca: 0.25*xa + 0.25*xb + 0.3*xc <= 150*1000;

solve;

end;
```

```
/* variáveis decisão*/
var MoA, integer, >=0;  #lts de suco morango p/ fazer bebida A
var MoB, integer, >=0;  #lts de suco morango p/ fazer bebida B
var UvB, integer, >=0;  #lts de suco uva p/ fazer bebida B
var UvC, integer, >=0;  #lts de suco uva p/ fazer bebida C
var MaA, integer, >=0;  #lts de suco maçã p/ fazer bebida A
var MaB, integer, >=0;  #lts de suco maçã p/ fazer bebida B
var MaC, integer, >=0;  #lts de suco maçã p/ fazer bebida C

/*funcao objetivo*/
maximize lucro: 3.3*2*(MoA + MaA) + 3.5*2*(MoB + UvB + MaB) +
3.2*2*(UvC + MaC) - ((MoA + MoB)*200/1500 + (UvB + UvC)*100/1200
+ (MaA + MaB + MaC)*90/1000);

/*Restrições*/
subject to
Morango: MoA + MoB <= 200*1500;
Uva: UvB + UvC <= 100*1200;
Maca: MaA + MaB + MaC <= 150*1000;

Morango_Maca_SucoA: MoA = MaA;
Morango_SucoB: MoB = (MoB + UvB + MaB)*0.25;
Uva_SucoB: UvB = (MoB + UvB + MaB)*0.25;
Maca_SucoB: MaB = (MoB + UvB + MaB)*0.5;
Uva_SucoC: UvC = 0.4*(UvC + MaC);
solve;
end;
```

Exercício:

1. Resolver graficamente, mostrando a região de factibilidade

Maximizar $Z = -2X_1 + 3X_2$ s. a.

$$-X_1 + X_2 \leq 6$$
$$2X_1 + X_2 \geq 6$$
$$X_1 + X_2 \leq 5$$
$$X_1, \quad X_2 \geq 0$$

2. Resolver pelo método Simplex

Maximizar $Z = 3X_1 + 2X_2$ s. a.

$$X_1 + X_2 \leq 6$$
$$4X_1 + 2X_2 \leq 20$$

$$X_1, \quad X_2 \geq 0$$