UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Departamento de Computação
Cálculo Numérico

Lista de ExercíciosResolução de Sistemas de Equações Lineares Simultâneas

Para os exercícios 01 a 06, quando for o caso, utilizar três casas decimais.

(1) Resolver os sistemas de equações a seguir utilizando o método da eliminação de Gauss.

(1.a)
$$\begin{aligned} 2.x_1 + 3.x_2 + 4.x_3 + 5.x_4 &= 14 \\ 4.x_1 - 6.x_2 + x_3 + x_4 &= 12 \\ 2.x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 5 \\ 4.x_1 - 2.x_2 - 2.x_3 + 2.x_4 &= 1 \end{aligned}$$

(1.b)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_4 &= 2 \\ 2.x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \\ -x_1 - 2.x_2 + 3.x_3 - x_4 &= 4 \\ 3.x_1 - x_2 - x_3 + 2.x_4 &= -3 \end{aligned}$$

(2) Resolver os sistemas de equações a seguir utilizando o método da eliminação de Gauss com pivotação parcial.

(2.a)
$$\begin{aligned} 2.x_1 + 3.x_2 + 4.x_3 + 5.x_4 &= 14 \\ 4.x_1 - 6.x_2 + x_3 + x_4 &= 12 \\ 2.x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 5 \\ 4.x_1 - 2.x_2 - 2.x_3 + 2.x_4 &= 1 \end{aligned}$$

(2.b)
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_4 &= 2 \\ 2.x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 1 \\ -x_1 - 2.x_2 + 3.x_3 - x_4 &= 4 \\ 3.x_1 - x_2 - x_3 + 2.x_4 &= -3 \end{aligned}$$

(3) Utilizando o método da decomposição LU, com pivotação parcial, resolva o sistema de equações a seguir.

$$\begin{aligned} x_1 - 0{,}5x_2 + x_3 &= 4 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 5 \\ x_1 + x_2 &= 2 \\ x_1 - 0{,}5x_2 + x_3 + x_4 &= 5 \end{aligned}$$

(4) Seja um sistema de equações cuja matriz dos coeficientes e termos independentes são

$$A = \begin{bmatrix} C & 3 & 1 \\ C & 20 & 1 \\ 1 & C & 6 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Aplicando o critério das linhas determine em qual intervalo deve estar o valor de C de tal forma que se possa garantir que haverá convergência quando da aplicação de um método iterativo para a sua resolução. Tomando um valor para C, no intervalo determinado, resolva o sistema de equações utilizando o método de Jacobi com precisão 0,001 e um máximo de 5 iterações.

(5) Utilize os métodos de Jacobi e de Gauss-Seidel para resolver o sistema de equações lineares a seguir com precisão 0,001; um máximo de 5 iterações e $X^0 = [0\ 0\ 0]^t$.

(5.a)
$$\begin{aligned} 10.x_1 - x_2 &= 9 \\ -x_1 + 10.x_2 - 2.x_3 &= 7 \\ -2.x_2 + 10.x_3 &= 6 \end{aligned}$$

(5.b)
$$\begin{aligned} 3.x_1 - x_2 + x_3 &= 1 \\ 3.x_1 + 6.x_2 + 2.x_3 &= 0 \\ 3.x_1 + 3.x_2 + 7.x_3 &= 4 \end{aligned}$$

(6) Determine a primeira coluna da matriz inversa de

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 6 \\ 4 & -2 & 1 \\ 1 & -5 & -2 \end{bmatrix}$$

utilizando o Método da Decomposição LU com pivotação parcial. Considerar três casas decimais.

(7) O sistema de equações A.X = B, onde

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

foi resolvido utilizando-se o Método da Decomposição LU com pivotação parcial. Foram obtidos os resultados a seguir.

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0{,}5 & 1 & 0 \\ 1 & 0{,}25 & 1 \end{bmatrix},\ U = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -0{,}5 \\ 0 & 0 & -1{,}875 \end{bmatrix},\ P = [1\ 3\ 2]^t \text{ e } X^0 = [0{,}133\ 0{,}133\ 0{,}067]^t$$

Faça um refinamento da solução (X^0) obtida.

(8) Sabe-se que uma alimentação diária equilibrada em vitaminas deve constar de 170 unidades de vitamina A, 180 unidades de vitamina B, 150 unidades de vitamina C, 180 unidades de vitamina D e 350 unidades de vitamina E.

Com o objetivo de descobrir como deverá ser uma refeição equilibrada, foram estudados cinco alimentos. Fixada a mesma quantidade (1grama) de cada alimento, determinou-se que:

- O alimento I tem 1 unidade de vitamina A, 10 unidades de vitamina B, 1 unidade de vitamina C, 2 unidades de vitamina D e 2 unidades de vitamina E;
- O alimento II tem 9 unidades de vitamina A, 1 unidade de vitamina B, 0 unidades de vitamina C, 1 unidade de vitamina D e 1 unidade de vitamina E;
- O alimento III tem 2 unidades de vitamina A, 2 unidades de vitamina B, 5 unidades de vitamina C, 1 unidade de vitamina D e 2 unidades de vitamina E;
- O alimento IV tem 1 unidade de vitamina A, 1 unidade de vitamina B, 1 unidade de vitamina C, 2 unidades de vitamina D e 13 unidades de vitamina E;
- O alimento V tem 1 unidade de vitamina A, 1 unidade de vitamina B, 1 unidade de vitamina C, 9 unidades de vitamina D, e 2 unidades de vitamina E.

Quantos gramas de cada um dos alimentos I, II, III, IV e V deve-se ingerir diariamente para que se possa ter uma alimentação equilibrada?

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Departamento de Computação
Cálculo Numérico

Respostas

1.a) X = [1,175 -0,664 2,913 0,398]^t

1.b) X = [1,667 2 2,667 -1,667]^t

2.a) X = [1,178 -0663 2,914 0,395]^t

2.b) X = [1,660 2 2,667 -1,657]^t

3) X = [2,445 -0,444 1,333 1]^t

4) -5 < C < -4 ou 4 < C < 5

5.a) Jacobi: X= [0,996 0,957 0,791]^t (na quinta iteração, mas não foi obtida a precisão desejada).

Gauss-Seidel: X= [0,996 0,958 0,792]^t (na quarta iteração).

5.b) Jacobi: X= [0,037 -0,231 0,664]^t (na quinta iteração, mas não foi obtida a precisão desejada).

Gauss-Seidel: X= [0,036 -0,237 0,658]^t (na quinta iteração, mas não foi obtida a precisão desejada).

6) X = [-0,111 -0,111 0,222]^t

7) Δ^0 = [0,001 0 -0,001]^t e X^1 = [0,134 0,133 0,066]^t

8) Utilizando o método da eliminação de Gauss sem pivotação parcial e quatro casas decimais, foi obtido: X = [9,6441 9,5999 22,1262 19,7667 9,9377]^t gramas de cada alimento.