UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Departamento de Computação
Cálculo Numérico

Lista de Exercícios - Interpolação Polinomial

(1) Sabendo-se que $p(x) = x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$ é o polinômio que interpola uma função, y = f(x), nos pontos

x	- 2	- 1	0	1	2	3
f(x)	32	5	1	1	11	61

determine o polinômio que interpola uma função g(x) nos pontos:

x	- 2	- 1	0	1	2	3
g(x)	32	5	1	1	11	30

(2) Sabendo-se que os pontos a seguir são da função $y= e^{3x}$, pede-se estimar:

(2.1) o valor de y para x = 0.65.

(2.2) o erro de truncamento máximo cometido no item (2.1).

i	0	1	2	3
x_i	0	0,5	0,75	1
y_i	1	4,482	9,488	20,086

(3) Para um tanque de água, são fornecidos valores de temperatura, T, em função da profundidade, P, conforme a tabela a seguir:

P (m)	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
T (^oC)	66	52	18	11	10

Sabe-se que a uma determinada profundidade, x, a segunda derivada de *T* muda de sinal. O ponto que indica esta mudança é o ponto em que $\frac{d^2T}{dx^2} = 0$. Estime a profundidade deste ponto utilizando interpolação polinomial, método das diferenças finitas ascendentes. Considerar três casas decimais.

(4) Sendo y = f(x) dada nos pontos

x	0,9	1,0	1,3	1,8	2,0	2,2
f(x)	- 0,105	0,000	0,262	0,588	0,693	0,788

pede-se estimar:
(4.1) o valor de y para x = 1,4 usando um polinômio interpolador de grau 2;

(4.2) o erro de truncamento máximo cometido no item 4.1.

(5) Sendo y = f(x) uma função dada nos pontos

x	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40
f(x)	0,12	0,16	0,19	0,22	0,25	0,27

pede-se estimar:

(5.1) f(0,28), usando um polinômio de grau 2;

(5.2) o erro de truncamento máximo cometido no item (5.1).

(6) Considerem-se, $x_0 = 0$ e $x_i = x_{i-1} + 2$; i = 1, 2, 3, 4; como suporte de interpolação de uma função, y = f(x). Sabendo-se que $D^3y_0 = -0{,}5$; $\Delta^2 y_1 = -7$; $y_2 = 35$; $y_3 = 17$ e $\sum_{i=0}^{4} y_i = 181$, estimar

(6.1) o valor de y para x = 4,7 usando um polinomio de grau 2;

(6.2) o erro de truncamento máximo cometido no item (6.1).

(7) Seja a seguinte tabela de pontos de uma função y = f(x) e da sua primeira derivada y' = f '(x).

x	1,0	1,5	3,0
y	-1,0	0,48543	1,68543
y'	0,15635	0,8	0,2

Pede-se estimar:

(7.1) o valor de y para x = 2,5;

(7.2) o valor de y' para x = 2,5;

(7.3) a equação da reta tangente a f(x) no ponto obtido no item (7.1);

<u>Observações</u>

(i) $f'(x_k)$ é o coeficiente angular ou a inclinação da reta tangente a y = f(x) no ponto $P_k = (x_k; f(x_k))$.

(ii) A equação da reta tangente à curva y = f(x) no ponto $P_k = (x_k; f(x_k))$ é dada por

$$y - y_k = f'(x_k).(x - x_k)$$

(8) Na calibração de um pirômetro de metal (40% de níquel e 60% de cobre) v é o valor em milivolts e t é a temperatura em graus Farenheit. Seja a seguinte tabela.

v	0	2	4	6	8
t	0	146	255	320	$\propto$

Sabendo-se que as diferenças finitas ascendentes de ordem 4 são nulas, pede-se:

(8.1) determinar $\propto$;

(8.2) estimar t para v = 2,5 milivolts utilizando um polinômio interpolador de grau 2;

(8.3) estimar o erro de truncamento máximo cometido no item (8.2)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Departamento de Computação
Cálculo Numérico

Respostas

1) Na primeira tabela, a diferença finita ascendente de quinta ordem é nula e na segunda não, assim, para obter o segundo polinômio, basta calcular as diferenças finitas ascendentes na segunda tabela e acrescentar o termo de grau 5 no primeiro, o resultado é:

$$p(x) = -\,0{,}258.x^5 + x^4 + 0{,}292.x^3 + x^2 - 2{,}033.x + 1$$

2.1) 6,958

2.2) 0,2313289

3) Polinômio: $p(x) = -\,45{,}333.x^4 + 380.x^3 - 1126{,}667.x^2 + 1352.x - 494$

Segunda derivada de p(x): $dp2(x) = -543{,}996.x^2 + 2280.x - 2253.334$

Profundidade estimada: 1,596m

4.1) 0,338

4.2) 0,002976

5.1) 0,208

5.2) 0,00056

6.1) 29,496

6.2) 1,2285

7.1) 1,818245

7.2) 0,821825

7.3) $y - 1{,}818245 = (0{,}821825).(x - 2{,}5)$

8.1) 334

8.2) 176,719 ^{o}F

8.3) 0,2734375