UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Departamento de Computação
Cálculo Numérico

Lista de Exercícios - Integração Numérica

(1) Sendo $f(x) = \dfrac{1}{x.\ln(x)}$, estimar $I = \int_2^5 f(x)dx$. Dividir o intervalo de integração em 6 partes. Utilizar todas as regras de integração possíveis e comparar os resultados com o que é fornecido pelo cálculo integral que, considerando-se 4 casas decimais, é 0,8424.

(2) Um terreno está limitado por uma cerca reta e por um rio. As diferentes distâncias x (em metros) de uma extremidade da cerca ao rio, que é a largura y do terreno (em metros), foi medida. Os resultados estão na tabela a seguir.

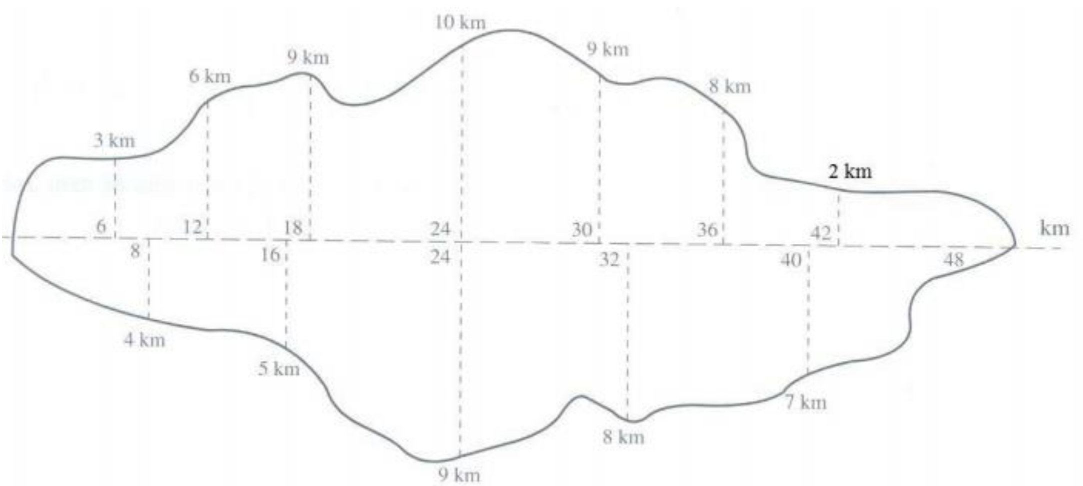
x	0	20	40	60	80	100	120
y	0	22	41	53	38	17	0

Determinar a área aproximada do terreno utilizando todas as regras de integração possíveis.

(3) A figura a seguir representa a fotografia aérea de um lago com as medidas em quilômetros. Pede-se estimar:

(3.1) a área do lago;

(3.2) o erro de truncamento máximo cometido no item (3.1).



(4) Sendo $f(x) = e^x - 1$ e considerando a segunda regra de Simpson pede-se:

(4.1) estimar $I = \int_1^{1,6} f(x).dx$ utilizando 6 divisões do intervalo de integração e 4 casas decimais;

(4.2) determinar o número mínimo de intervalos necessário para avaliar esta integral com erro de truncamento máximo 10^{-10}.

(5) Sendo y = f(x) uma função dada nos pontos

x	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0
y	7,3069	9,8595	12,9485	16,6205	20,9224	25,9014

Pede-se estimar $I = \int_{2}^{3,0} f(x).dx$ utilizando:

(5.1) a regra dos trapézios;

(5.2) uma combinação da regra dos trapézios com a primeira regra de Simpson;

(5.3) uma combinação da regra dos trapézios com a segunda regra de Simpson;

(5.4) uma combinação da primeira com a segunda regra de Simpson;

Sabendo-se que os pontos são da função $f(x) = x^3 - \ln(x)$ e que o resultado obtido resolvendo-se o problema analiticamente é 15,3405 (considerando 4 casas decimais); qual dos procedimentos anteriores produziu melhor resultado?

(6) A função de Debye é encontrada na Termodinâmica Estatística no cálculo do calor específico, a volume constante, de certas substâncias. Esta função é expressa como

$$c(\theta) = 3\theta^{-3} \int_{0}^{\theta} \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

Calcule c(θ = 0.5) com passo h = 0,1 e três casas decimais.

Observação: $\lim_{x \to 0} \frac{x^3}{e^x - 1} = 0$

(7) Uma boia tem a forma de um sólido de revolução onde D é o diâmetro e P a profundidade abaixo da superfície da água, ambos em metros. São conhecidas as informações a seguir.

P	0,0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8
D	6,00	5,90	5,80	5,55	5,25	4,70	4,20

Estimar o peso da água desalojada pela boia, sabendo-se que $1m^3$ de água do mar pesa 1026kgf.

Obs.: o volume de um sólido de revolução é dado por $V = \pi \int_{a}^{b} f^2(x).dx$ onde f(x) é o raio.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
Instituto de Ciências Exatas e Biológicas
Departamento de Computação
Cálculo Numérico

(8) Sendo y = f(x) uma função dada nos pontos

x	1	3	5	7	9	11
y	20	α	216	470	β	1530

(8.1) Determinar α e β sabendo-se que as diferenças finitas ascendentes de quarta ordem são nulas.

(8.2) Estimar $I = \int_0^{2,4} f(x).dx$ onde $f(x) = \dfrac{1}{\dfrac{\alpha}{1000}.x^2 + \dfrac{\beta}{500}}$ considerando o intervalo de integração dividido em 6 partes e 4 casas decimais.

Respostas

(1) 0,8595 (Regra dos Trapézios); 0,8438 (1ª Regra de Simpson); 0,8449 (2ª Regra de Simpson)

(2) Regra dos Trapézios: 3420m^2; 1ª Regra de Simpson: 3506,667m^2; 2ª Regra de Simpson: 3450m^2

(3.1) Área = 280 + 282,67 = 562,67km^2

(3.2) Erro = 3,73 + 3,73 = 7,46km^2

(4.1) 1,6348

(4.2) 84

(5.1) 15,3910

(5.2) 15,3490 (Intervalo [2; 2,2] Regra dos Trapézios e [2,2; 3] 1ª Regra de Simpson)

(5.3) 15,3583 (Intervalo [2; 2,4] Regra dos Trapézios e [2,4; 3] 2ª Regra de Simpson)

(5.4) 15,3405 (Intervalo [2; 2,4] 1ª Regra de Simpson e [2,4; 3] 2ª Regra de Simpson)

(6) 0,83796

(7) 42.454,95kgf utilizando a 1ª Regra de Simpson. Podem ser obtidos resultados ligeiramente diferentes em função dos arredondamentos efetuados.

(8.1) α = 82, β = 892

(8.2) Usando a 1ª Regra de Simpson: 1,2425